

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = \frac{x^2}{4}$ và đường thẳng $(d): y = \frac{1}{2}x + 2$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $4x^2 - 5x - 3 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$.

Không giải phương trình tìm $x_1; x_2$, tính giá trị của biểu thức $M = \frac{5x_1 - 3}{x_2} + \frac{5x_2 - 3}{x_1}$

Câu 3. (0,75 điểm). Các nhà khoa học về thống kê đã thiết lập được hàm số để tính về độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu của thế giới như sau: $A(t) = 0,08t + 19,7$. Trong đó: $A(t)$ là tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu của thế giới, t là năm kết hôn với gốc thời gian tính từ năm 1950 nghĩa là năm 1950 thì $t = 0$, năm 1951 $t = 1, \dots$

- Hãy tính độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu trên thế giới lần lượt vào các năm 1980, 2005.
- Vào năm bao nhiêu thì độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu là 25,7 tuổi?

Câu 4. (0,75 điểm). Cước điện thoại y (nghìn đồng) là số tiền mà người sử dụng điện thoại cần trả hàng tháng, nó phụ thuộc vào lượng thời gian gọi x (phút) của người đó trong tháng. Mỗi liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Hãy tìm a, b biết rằng nhà bạn An trong tháng 5 đã gọi 100 phút với số tiền là 40 nghìn đồng và trong tháng 6 gọi 40 phút với số tiền là 28 nghìn đồng.

Câu 5. (1 điểm). Hôm qua mẹ của Lan đi chợ mua 2 kg táo và 2 kg xoài thì phải trả số tiền là 220000 đồng. Hôm nay mẹ Lan mua 4 kg táo và 5 kg xoài thì phải trả số tiền là 505000 đồng. Hỏi giá của táo và xoài là bao nhiêu đồng/kg? (biết giá táo và xoài không thay đổi)

Câu 6. (1 điểm). Một xô nước hình trụ có đường kính là 28cm và chiều cao 30cm, được dùng để lấy nước từ một hồ trữ nước hình lập phương có cạnh là 1,8m. Hồ đang chứa đầy nước.

- Tính thể tích của xô nước. Biết rằng thể tích hình trụ được tính theo công thức $V = 3,14R^2h$. Trong đó là R bán kính mặt đáy; h là chiều cao của hình trụ.

- b) Giả sử mỗi ngày gia đình bạn A sử dụng 30 xô nước lấy từ hồ. Hỏi trong ngày hồ hết nước, nước trong hồ sử dụng được đến xô thứ bao nhiêu thì hết nước (bỏ qua thể tích thành hồ, mỗi lần mức đầy xô nước).



Câu 7. (1 điểm). Một cửa hàng nhập về 20 cái tivi và bán với giá tăng 40% so với giá nhập. Nhưng sau khi bán được 12 cái thì cửa hàng muốn tăng lợi nhuận nên đã tăng 20% giá bán so với giá đang bán. Sau khi bán hết 20 cái tivi cửa hàng thu được 272160000 đồng. Hỏi cửa hàng đã nhập mỗi cái tivi với giá là bao nhiêu đồng?

Câu 8. (3 điểm). Cho AB, AC là tiếp tuyến của (O) với B, C là tiếp điểm. Gọi H là giao điểm của OA và BC . Lấy điểm E thuộc cung lớn BC của (O) sao cho $EB < EC$ cắt (O) tại D . (D khác E). Vẽ $CI \perp AE$ tại I .

- Chứng minh $OA \perp BD$ tại H và tứ giác $AIHC$ nội tiếp.
- Vẽ $CF \perp BD$ tại F và FI cắt BE tại G . Chứng minh tứ giác $IDFC$ nội tiếp và $CG \perp BE$.
- Chứng minh I là trung điểm của GF .

----HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho $(P): y = \frac{x^2}{4}$ và đường thẳng $(d): y = \frac{1}{2}x + 2$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

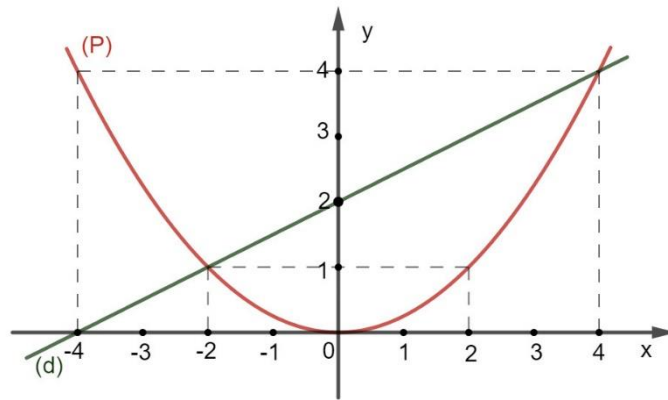
Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{4}$	4	1	0	1	4

x	0	2
$(d): y = \frac{1}{2}x + 2$	2	3



- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$\frac{x^2}{4} = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ hay } x = -2$$

$$\text{Thay } x = 4 \text{ vào } y = \frac{x^2}{4}, \text{ ta được: } y = \frac{4^2}{4} = 4$$

$$\text{Thay } x = -2 \text{ vào } y = \frac{x^2}{4}, \text{ ta được: } y = \frac{(-2)^2}{4} = 1$$

Vậy $(4,4)$ và $(-2,1)$ là giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $4x^2 - 5x - 3 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$.

Không giải phương trình tìm $x_1; x_2$, tính giá trị của biểu thức $M = \frac{5x_1 - 3}{x_2} + \frac{5x_2 - 3}{x_1}$

Lời giải

$$\text{Vì } a.c = 4.(-3) = -12 < 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{5}{4} \\ P = x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{4} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } M = \frac{5x_1 - 3}{x_2} + \frac{5x_2 - 3}{x_1}$$

$$M = \frac{x_1(5x_1 - 3)}{x_2x_1} + \frac{x_2(5x_2 - 3)}{x_1x_2}$$

$$\Leftrightarrow M = \frac{5x_1^2 - 3x_1 + 5x_2^2 - 3x_2}{x_1x_2}$$

$$\Leftrightarrow M = \frac{5(x_1^2 + x_2^2) - 3(x_1 + x_2)}{x_1x_2}$$

$$\Leftrightarrow M = \frac{5(S^2 - 2P) - 3S}{P}$$

$$\Leftrightarrow M = \frac{5\left(\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 2.\left(\frac{-3}{4}\right)\right) - 3.\frac{5}{4}}{\left(\frac{-3}{4}\right)} = \frac{-185}{12}$$

Câu 3. (0,75 điểm) Các nhà khoa học về thống kê đã thiết lập được hàm số để tính về độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu của thế giới như sau: $A(t) = 0,08t + 19,7$. Trong đó: $A(t)$ là tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu của thế giới, t là năm kết hôn với gốc thời gian tính từ năm 1950 nghĩa là năm 1950 thì $t = 0$, năm 1951 $t = 1, \dots$

a) Hãy tính độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu trên thế giới lần lượt vào các năm 1980, 2005.

Vào năm bao nhiêu thì độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu là 25,7 tuổi.

Lời giải

a) Vào năm 1980 thì $t = 1980 - 1950 = 30$ thế vào công thức ta được:

$$A(t) = 0,08.30 + 19,7 = 22,1$$

Vào năm 2005 thì $t = 2005 - 1950 = 55$ thế vào công thức ta được:

$$A(t) = 0,08.55 + 19,7 = 24,1$$

Vậy độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu trên thế giới lần lượt vào các năm 1980 là 22,1 tuổi; 2005 là 24,1 tuổi.

b) Ta có $A(t) = 25,7$ thế vào công thức ta được:

$$25,7 = 0,08t + 19,7$$

$$\Rightarrow t = 75$$

Vậy vào năm 2025 thì độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu là 25,7 tuổi.

Câu 4. (0,75 điểm) Cước điện thoại y (nghìn đồng) là số tiền mà người sử dụng điện thoại cần trả hàng tháng, nó phụ thuộc vào lượng thời gian gọi x (phút) của người đó trong tháng. Mỗi liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Hãy tìm a, b biết rằng nhà bạn An trong tháng 5 đã gọi 100 phút với số tiền là 40 nghìn đồng và trong tháng 6 gọi 40 phút với số tiền là 28 nghìn đồng.

Lời giải

Thế $x = 100$ và $y = 40$ vào hàm số ta được:

$$40 = a.100 + b \quad (1)$$

Thế $x = 40$ và $y = 28$ vào hàm số ta được:

$$28 = a.40 + b \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 40 = a.100 + b \\ 28 = a.40 + b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = 20 \end{cases}$$

Vậy $a = \frac{1}{5}$ và $b = 20$

Câu 5. (1 điểm) Hôm qua mẹ của Lan đi chợ mua 2 kg táo và 2 kg xoài thì phải trả số tiền là 220000 đồng. Hôm nay mẹ Lan mua 4 kg táo và 5 kg xoài thì phải trả số tiền là 505000 đồng. Hỏi giá của táo và xoài là bao nhiêu đồng/kg? (biết giá táo và xoài không thay đổi)

Lời giải

Gọi x là số tiền 1kg táo ($x, y > 0$)

y là số tiền 1kg xoài

Theo bài ra: mua 2 kg táo và 2 kg xoài thì phải trả số tiền là 220000 đồng.

$$\Rightarrow 2x + 2y = 220000 \quad (1)$$

Mua 4 kg táo và 5 kg xoài thì phải trả số tiền là 505000 đồng.

$$\Rightarrow 4x + 5y = 505000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 2y = 220000 \\ 4x + 5y = 505000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 45000 \\ y = 65000 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy giá 1kg táo là 45000 đồng, giá 1kg xoài là 65000 đồng.

Câu 6. (1 điểm) Một xô nước hình trụ có đường kính là 28cm và chiều cao 30cm, được dùng để lấy nước từ một hồ trữ nước hình lập phương có cạnh là 1,8m. Hồ đang chứa đầy nước.

- Tính thể tích của xô nước. Biết rằng thể tích hình trụ được tính theo công thức $V = 3,14R^2h$. Trong đó là R bán kính mặt đáy; h là chiều cao của hình trụ.
- Giả sử mỗi ngày gia đình bạn A sử dụng 30 xô nước lấy từ hồ. Hỏi trong ngày hồ hết nước, nước trong hồ sử dụng được đến xô thứ bao nhiêu thì hết nước (bỏ qua thể tích thành hồ, mỗi lần mức đầy xô nước).



Lời giải

a) Bán kính xô nước: $R = \frac{d}{2} = \frac{28}{2} = 14cm.$

Thể tích xô nước: $V = 3,14R^2h = 3,14.14^2.30 = 18463,2 \text{ (cm}^3\text{)}$

b) Thể tích hồ nước: $V = a^3 = 1,8^3 = 5,832 \text{ (m}^3\text{)}$

Đổi: $5,832\text{m}^3 = 5832000\text{cm}^3$.

Số ngày sử dụng hết nước trong hồ:

$5832000 : 18463,2 : 30 = 10$ (ngày) dư $293040 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Số xô nước dư trong ngày: $293040 : 18463,2 \approx 15,87$ (xô)

Vậy trong ngày hồ hết nước, nước trong hồ sử dụng được đến xô thứ 16.

Câu 7. (1 điểm) Một cửa hàng nhập về 20 cái tivi và bán với giá tăng 40% so với giá nhập. Nhưng sau khi bán được 12 cái thì cửa hàng muốn tăng lợi nhuận nên đã tăng 20% giá bán so với giá đang bán. Sau khi bán hết 20 cái tivi cửa hàng thu được 272160000 đồng. Hỏi cửa hàng đã nhập mỗi cái tivi với giá là bao nhiêu đồng?

Lời giải

Gọi x là giá nhập của một cái tivi. ($x > 0$)

$\Rightarrow x(1 + 40\%) = 1,4x$ là giá bán lúc đầu của một cái tivi.

$\Rightarrow 1,4x(1 + 20\%) = 1,68x$ là giá bán lúc sau của một cái tivi.

Theo bài ra: tổng số tiền bán hết 20 cái tivi là 272160000 đồng.

$$\Rightarrow 1,4x.12 + 1,68x = 272160000$$

$$\Leftrightarrow 30,24x = 272160000$$

$$\Leftrightarrow x = 9000000 \text{ (nhập)}$$

Vậy giá nhập một cái tivi là 9000000 đồng.

Câu 8. (3 điểm) Cho AB, AC là tiếp tuyến của (O) với B, C là tiếp điểm. Gọi H là giao điểm của

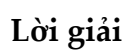
OA và BC . Lấy điểm E thuộc cung lớn BC của (O) sao cho $EB < EC$ cắt (O) tại D

(D khác E). Vẽ $CI \perp AE$ tại I .

a) Chứng minh $OA \perp BD$ tại H và tứ giác $AIHC$ nội tiếp.

b) Vẽ $CF \perp BD$ tại F và FI cắt BE tại G . Chứng minh tứ giác $IDFC$ nội tiếp và $CG \perp BE$

c) Chứng minh I là trung điểm của GF .

 $AB = AC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow OA$ là đường trung trực của BC .

$$\Rightarrow OA \perp BC$$

$AIC = AHC = 90^\circ$ và cùng nhìn cạnh AC .

Vậy tg $AIHC$ nội tiếp đường tròn.

b) Xét tg $IDFC$ có:

$$DFC = 90^\circ$$

$$DIC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow DFC + DFC = 180^\circ$$

Vậy tg *IDFC* nội tiếp đường tròn.

Ta có: $CDI = CFI$ (cùng chuẩn CI)

Mà $CDI = CBE$ (cùng chắn CE)

$$\Rightarrow CFI = CBE$$

$\Rightarrow$ Tg *CFBG* nội tiếp đường tròn.

$$\Rightarrow CFB + CGB = 180^\circ$$

Mà $CFB = 90^\circ$

$$\Rightarrow CGB = 90^\circ \Rightarrow CG \perp BE$$

c) Ta có: $FIC = FDC$ (tg $IDFC$ nội tiếp)

Xét $\triangle ADC$ và $\triangle ACE$ có:

CAE chung

$ACD = AEC$ (cùng chắn CD)

$$\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle ACE \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow ADC = ACE$$

$$\Leftrightarrow ADF + FDC = ACB + BCF$$

$$\Leftrightarrow DFC + BCE = ACB + BCE$$

Mà $BCE = BCE$ (cùng chắn BE)

$$\Leftrightarrow DFC = ACB \quad (1)$$

Ta có: $\Rightarrow CIH = HAC$ (tg $AIHC$ nội tiếp) (2)

Mà $HAC + ACH = 90^\circ$ (3)

$$\begin{aligned} \text{Từ } (1), (2), (3) &\Rightarrow CIH + FIC = 90^\circ \\ &\Rightarrow IH \perp FG \end{aligned}$$

Ta có: $\triangle BGC$ vuông tại G , H là trung điểm BC .

$$\Rightarrow GH = \frac{1}{2} BC$$

Chứng minh tương tự, ta được: $FH = \frac{1}{2} BC$

$$\Rightarrow GH = FH$$

$\Rightarrow \triangle HGF$ cân tại H .

Mà $IH \perp FG$

$\Rightarrow IH$ cũng là đường trung tuyến.

$\Rightarrow I$ là trung điểm FG .

-----HẾT-----