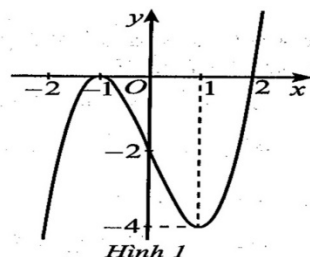


ĐỀ THI HỌC KỲ 1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình 1. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



- A. -1. B. 1. C. 2. D. -4.

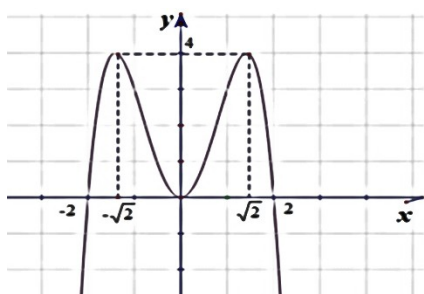
Câu 2: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

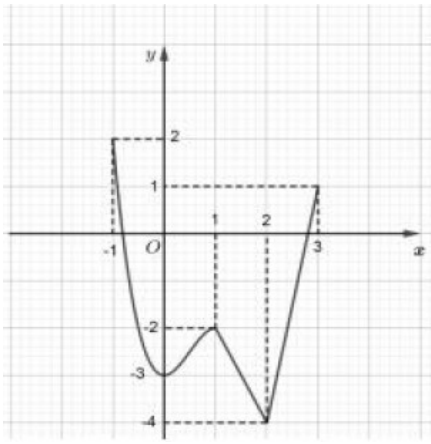
- A. [14;15). B. [15;16). C. [16;17). D. [17;18)

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ là:



- A. $\text{Max}_{[0;2]} f(x) = 2$ B. $\text{Max}_{[0;2]} f(x) = \sqrt{2}$
C. $\text{Max}_{[0;2]} f(x) = 4$ D. $\text{Max}_{[0;2]} f(x) = 0$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M + m$ là

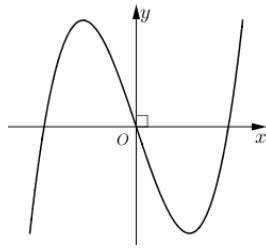


- A. 2 B. -6 C. -5 D. -2

Câu 5: Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:

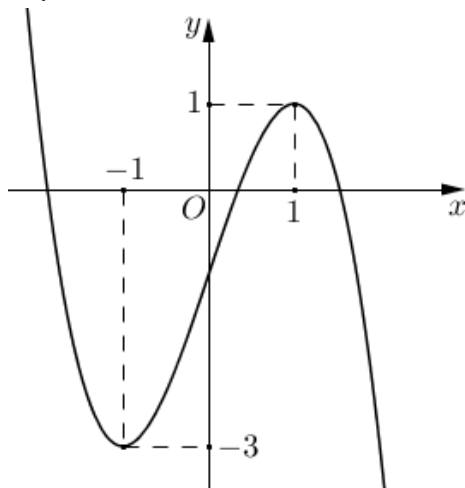
- A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$ B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$ C. $y = \frac{4}{x-1}$ D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



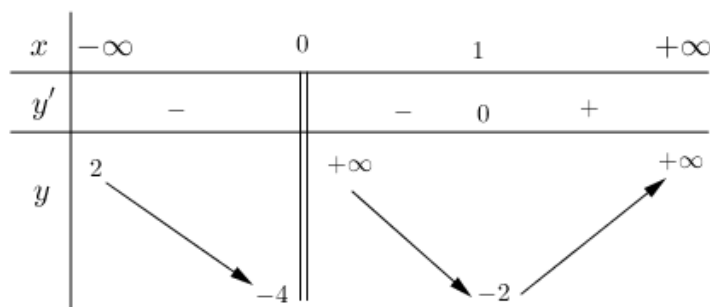
- A. $y = x^3 - 3x$ B. $y = -x^3 + 3x$ C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$ D. $y = -x^3 + 3x^2$

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$ B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$
 C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$ D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho $a = (2; 3; 2)$ và $b = (1; 1; -1)$. Vector $a - b$ có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(1; 2; 3)$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(3; 0; -1)$ B. $(0; 1; 0)$ C. $(3; 0; 0)$ D. $(0; 0; -1)$

Câu 12: Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị là (C)

- a) Đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt
 b) Đồ thị (C) đối xứng qua điểm $I(a; b)$ khi đó $a + b = 3$
 c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 3$ đi qua điểm $A(0; 23)$
 d) $y = -3x + 5$ là phương trình tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $a = (2; -2; -4)$, $b = (1; -1; 1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

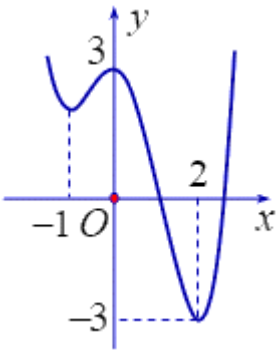
a) $a + b = (3; -3; -3)$

b) a và b cùng phương

c) $|b| = \sqrt{3}$

d) $\cos(a, b) = 1$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



- a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.
- c) Đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$
- d) Nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 4: Bảng 1, Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[10; 15)	12,5	15
[15; 20)	17,5	18
[20; 25)	22,5	10
[25; 30)	27,5	10
[30; 35)	32,5	5
[35; 40)	37,5	2
		$n = 60$

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[10; 15)	12,5	25
[15; 20)	17,5	15
[20; 25)	22,5	7
[25; 30)	27,5	5
[30; 35)	32,5	5
[35; 40)	37,5	3
		$n = 60$

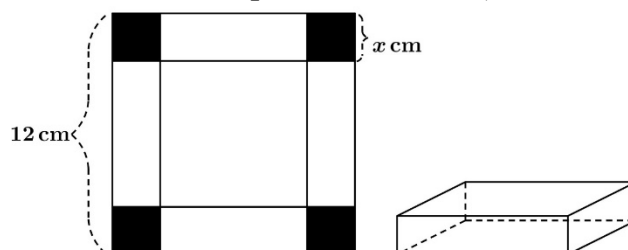
Bảng 1	Bảng 2
--------	--------

$\frac{62}{3}$

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $\frac{62}{3}$
b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: 5
c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B (làm tròn
d) Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

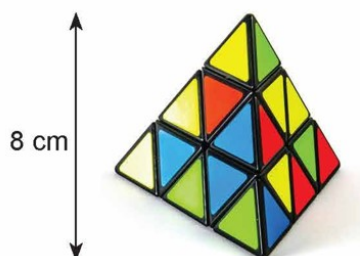
Câu 1: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm , người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x\text{ (cm)}$, rồi gấp tấm nhôm lại như *Hình 6* để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Giá trị của x bằng bao nhiêu centimet để thể tích của khối hộp đó là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 2: Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình

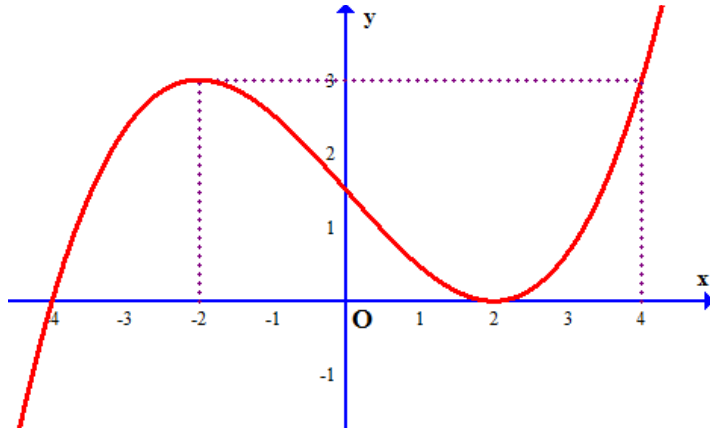
$s(t) = -t^3 + 6t^2 + t + 5$ trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

Câu 3: Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của tam giác BCD . Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 8 cm .



Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$ và $B\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a; b; c)$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Giá trị $a - b + c$ bằng

Câu 5: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = g(x) = \frac{1}{f(4 - x^2) - 3}$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($a, b, c, d \in \mathbf{R}$ và $c \neq 0$). Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(-1; 7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(-2; 3)$. Giá trị biểu thức $\frac{2a + 3b + 4c + d}{7c}$ bằng

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Chọn B

Từ đồ thị suy ra điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

Câu 2: Chọn C

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{20}{4} = 5$ và $1 + 3 < 5 < 1 + 3 + 8$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm $[16; 17)$

Câu 3: Chọn C

Từ đồ thị hàm số suy ra giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4

Câu 4: Chọn D

Từ đồ thị hàm số suy ra $M = 2$, $m = -4$

Câu 5: chọn D.

Hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$ và một tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$

Hàm số $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3} = x - \frac{2}{x+3}$ có một tiệm cận đứng $x = -3$ và một tiệm cận xiên $y = x$.

Hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = 1$ và một tiệm cận ngang $y = 0$.

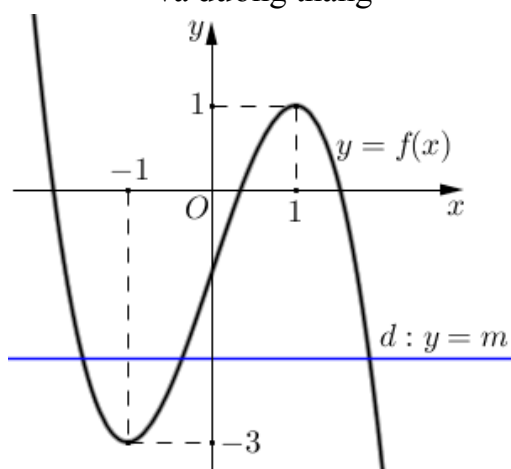
Hàm số $y = \frac{2x}{x^2+1}$ có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 6: Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 7: Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = m$.



Dựa vào hình vẽ, ta có:

Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt, tức là $-3 < m < 1$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0\}$.

Câu 8: Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

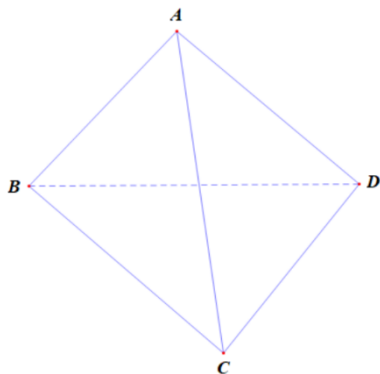
Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ Không tồn tại tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ vậy hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 2$.
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -4$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.
 Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 9: Chọn C



Có $\begin{cases} \overline{AB} = \overline{AC} \\ \overline{DB} = \overline{DC} \end{cases} \Rightarrow \overline{AB} - \overline{AC} = \overline{DB} - \overline{DC}$.

Câu 10: Chọn D

Ta có: $a - b = (2 - 1; 3 - 1; 2 + 1) = (1; 2; 3)$.

Câu 11: Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 1; 0)$

Câu 12: Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $65 - 40 = 25(cm)$.

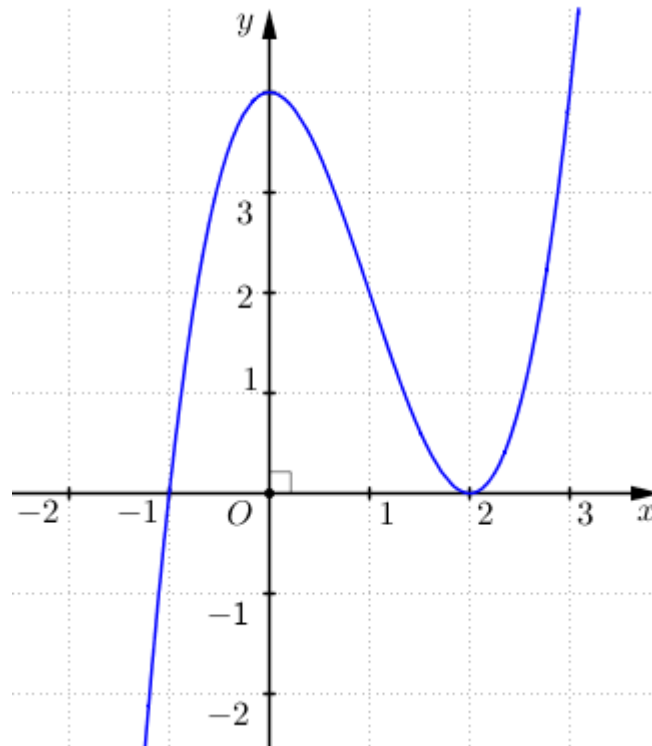
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1

LỜI GIẢI

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Đồ thị hàm số



c) Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm có hoành độ $x = 3$

$$y = y'(3)(x - 3) + y(3) \text{ hay } y'(3) = 3(3)^2 - 6(3) = 9, y(3) = 4$$

Suy ra phương trình d: $y = 9(x - 3) + 4 = 9x - 23$.

d) Hệ số góc của tiếp tuyến (D) của (C) là

$$k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \geq -3 \Rightarrow k = -3 \Leftrightarrow x_0 - 1 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1$$

(x_0 là hoành độ tiếp điểm của (D) với (C)), suy ra phương trình tiếp tuyến (D) cần tìm là:

$$y = -3(x - 1) + 2 = -3x + 5$$

Câu 2 Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

- Xét a: $a + b = (3; -3; -3)$ đúng.
- Xét b: $a = 2(1; -1; -2) \neq b = (1; -1; 1)$. Suy ra a và b không cùng phương. b sai.
- Xét c: $|b| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$ đúng
- Xét d: $a \cdot b = 0 \Rightarrow \cos(a, b) = 0$ đúng

Câu 3 Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	b) Sai
---------	--------	---------	--------

Dựa vào đồ thị ta có:

Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(2; +\infty)$ và hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$

Nên: Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.

Câu 4: Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:

$$\bar{x}_A = \frac{15 \cdot 12,5 + 18 \cdot 17,5 + 10 \cdot 22,5 + 10 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 2 \cdot 37,5}{60} = \frac{62}{3}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:

$$s_A^2 = \frac{15 \cdot \left(12,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 18 \cdot \left(17,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(22,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(27,5 - \frac{62}{3}\right)^2}{60} + \frac{5 \cdot \left(32,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left(37,5 - \frac{62}{3}\right)^2}{60} \approx 49,14$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $s_A = \sqrt{s_A^2} = \sqrt{49,14} \approx 7$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:

$$\bar{x}_B = \frac{25 \cdot 12,5 + 15 \cdot 17,5 + 7 \cdot 22,5 + 5 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 3 \cdot 37,5}{60} = \frac{229}{12}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:

$$s_B^2 = \frac{25 \cdot \left(12,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 15 \cdot \left(17,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 7 \cdot \left(22,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 5 \cdot \left(27,5 - \frac{229}{12}\right)^2}{60} + \frac{5 \cdot \left(32,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 3 \cdot \left(37,5 - \frac{229}{12}\right)^2}{60} \approx 57,91$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:

$$s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{57,91} \approx 7,61$$

Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1:

Trả lời:

2			
---	--	--	--

Ta thấy độ dài x (cm) của cạnh hình vuông bị cắt phải thỏa mãn điều kiện $0 < x < 6$. Khi đó thể tích của khối hộp là

$$V(x) = x(12 - 2x)^2 = 4(x^3 - 12x^2 + 36x) \quad \text{với } 0 < x < 6.$$

Ta có $V'(x) = 4(3x^2 - 24x + 36)$, khi đó $V'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 24x + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $V(x)$ như sau

x	0	2	6	
$V'(x)$		+	0	−
$V(x)$			128	
	0			0

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $(0; 6)$ hàm số $V(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 128 tại $x = 2$. Vậy để khối hộp tạo thành có thể tích lớn nhất thì $x = 2$ (cm).

Câu 2:

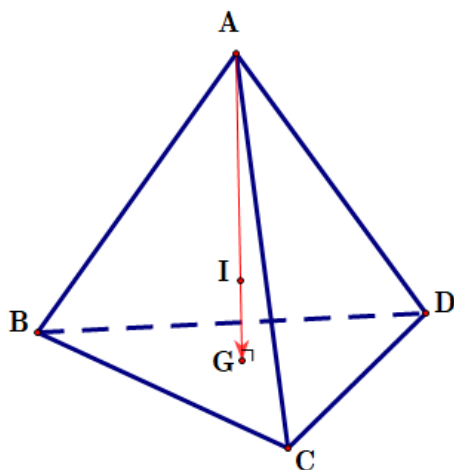
2			
---	--	--	--

Ta có: $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 12t + 1$.

Nhận xét: $v(t)$ có đồ thị là một parabol nên trong $5s$ đầu tiên vận tốc tức thời của chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng 13 tại $t = 2s$.

Câu 3:

2			
---	--	--	--



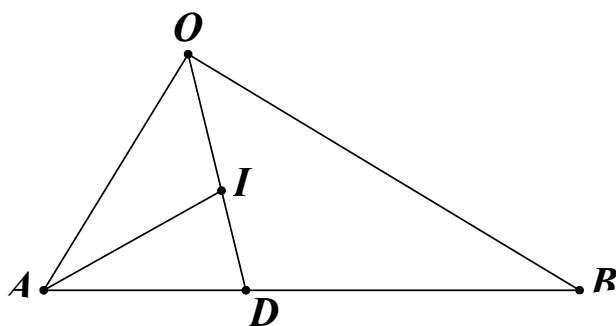
Đặt tên khối rubik là tứ diện đều $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD , I là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Do đó,

$$\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG} \Rightarrow IG = \frac{1}{4}AG$$

Vì chiều cao của rubik bằng 8cm nên $AG = 8\text{cm} \Rightarrow IG = \frac{1}{4}.8 = 2(\text{cm})$

Câu 4:

0			
---	--	--	--



Ta có $\overrightarrow{OA} = (1; 2; -2)$, $\overrightarrow{OB} = \left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$, do đó $OA = 3, OB = 4$.

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ O , ta có $\overrightarrow{DA} = -\frac{DA}{DB} \cdot \overrightarrow{DB} = -\frac{OA}{OB} \cdot \overrightarrow{DB}$, suy ra

$$\overrightarrow{DA} = -\frac{3}{4} \overrightarrow{DB} \Rightarrow \overrightarrow{OD} = \frac{4 \cdot \overrightarrow{OA} + 3 \cdot \overrightarrow{OB}}{7} \Rightarrow D\left(\frac{12}{7}; \frac{12}{7}; 0\right).$$

$$\overrightarrow{AD} = \left(\frac{5}{7}; -\frac{2}{7}; 2\right) \Rightarrow AD = \frac{15}{7}.$$

Ta có

$$\overrightarrow{ID} = -\frac{AD}{AO} \cdot \overrightarrow{IO} = -\frac{5}{7} \overrightarrow{IO} \Rightarrow \overrightarrow{OI} = \frac{7}{12} \overrightarrow{OD} \Rightarrow D(1; 1; 0)$$

Do đó $a - b + c = 0$.

Câu 5:

4			
---	--	--	--

Đặt $t = 4 - x^2$, ta có khi $x \rightarrow \mp\infty$ thì $t \rightarrow -\infty$

Khi $\lim_{x \rightarrow \mp\infty} g(x) = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(t) - 3} = 0$ nên $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị $y = g(x)$

Mặt khác:

$$f(4 - x^2) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(4 - x^2) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{6} \\ x = 0 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 tiệm cận đứng

Vậy tổng tiệm cận của hàm số $y = g(x)$ là 4.

Câu 6:

6			
---	--	--	--

Ta có đồ thị hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$, đường tiệm cận đứng là $x = \frac{-d}{c}$.

$$\begin{cases} \frac{a}{c} = 3 \\ \frac{-d}{c} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3c \\ d = 2c \end{cases}$$

Theo bài ra, ta có:

+ Điểm $(-1; 7)$ thuộc đồ thị hàm số $f(x)$ nên $\frac{-a+b}{-c+d} = 7 \Leftrightarrow \frac{-3c+b}{-c+2c} = 7 \Leftrightarrow b = 10c$

$$\text{Vậy } \frac{2a+3b+4c+d}{7c} = \frac{2.(3c)+3.(10c)+4c+2c}{7c} = 6$$