

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề có 6 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ tên thí sinh:Số báo danh:

Mã đề thi 101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Bảng dưới đây thống kê chiều cao của học sinh nữ lớp 12.

Chiều cao (cm)	[160; 164)	[164; 168)	[168; 172)	[172; 176)	[176; 180)
Số học sinh	5	6	8	2	1
Giá trị đại diện	162	166	170	174	178

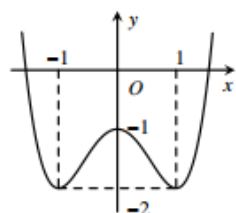
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) là

- A. 167,1 B. 170,0 C. 168,2 D. 167,8

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(-5; 2; 4)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $(-5; 0; 4)$ B. $(0; 0; 4)$ C. $(-5; 2; 0)$ D. $(0; 2; 4)$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$ B. $(-6; -3)$ C. $(-1; 1)$ D. $(-2; 0)$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có $A(4; 11; 9)$; $B(-7; 5; 15)$; $C(9; -4; -6)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $(2; 4; 6)$ B. $(6; 12; 18)$ C. $(4; 8; 12)$ D. $(3; 6; 9)$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 3$.
B. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x = 3$ và tiệm cận ngang $y = 1$.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = 3$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=3$ và $x=1$.

Câu 6: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 30x$ trên đoạn $[2;19]$ và $m = f(x_0)$. Tính $T = m.x_0$

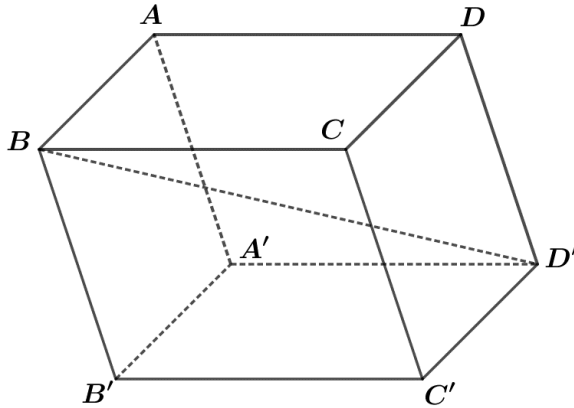
A. - 199.

B. - 104.

C. - 200.

D. 119491.

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Khẳng định nào sau đây đúng?

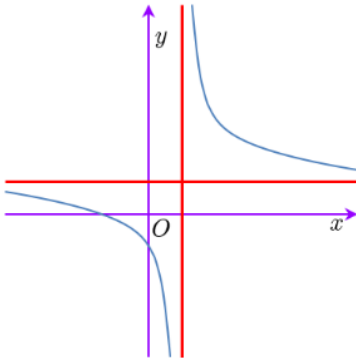
A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BC'}$.

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \vec{0}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



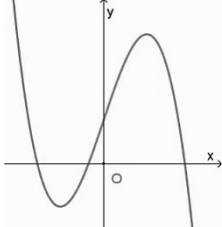
A. $ac > 0, cd < 0$.

B. $bd < 0, ad > 0$.

C. $ac > 0, bd > 0$.

D. $ab < 0, cd < 0$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dư



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 3x - 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

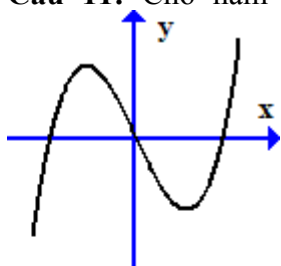
Câu 10: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ cho trong hình bên dưới

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	5	1	4		

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

- A. $M = f(2)$. B. $M = f(3)$. C. $M = f(-1)$. D. $M = f(0)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 12: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

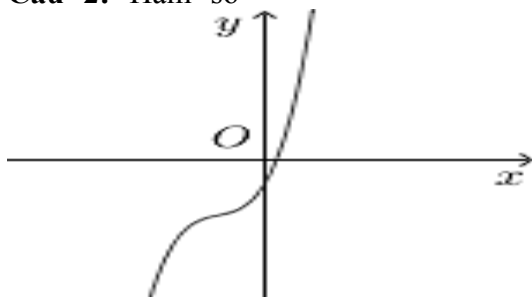
- A. 250. B. 150. C. 200. D. 50.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị (C) (với c là số nguyên dương nhỏ nhất). Đồ thị đi qua A(3;1) và có giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị (C) là I(-2;2).

- a) $c = 0$.
b) $y = a$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).
c) $b = 3 - 3a + d$.
d) $a + 2b + 3c + 4d = 10$.

Câu 2: Hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị được cho như hình vẽ dưới đây.



Biết $f'(-1) = \frac{1}{2}$ và $f'(x) \neq 0, x \in \mathbb{R}$.

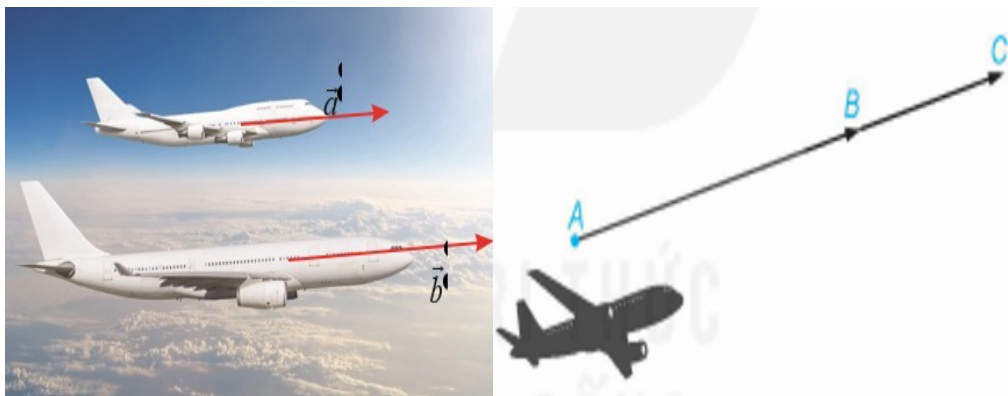
a) $c < 0$.

b) $2a = b + 1$.

c) $b < 0$.

d) $a > 0$.

Câu 3: Cho biết máy bay A đang bay với vector vận tốc $a = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A. Một Radar phát hiện chiếc máy bay B di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm A(800; 500; 7) đến điểm B(940; 550; 8) trong 10 phút.



a) Tọa độ vector vận tốc b của máy bay B là $b = (600; 500; 700)$.

b) Tốc độ của máy bay B là $1615,55 \text{ km/h}$ (Làm tròn đến hàng phần trăm)

c) Nếu máy bay B tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là C $(1010; 575; 85)$.

d) Tọa độ D của chiếc máy bay B sau 10 phút tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay đang ở điểm B) thỏa $x_D + y_D + z_D = 1687$

Câu 4: Một bác tài xế taxi thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[60; 80)	[80; 100)	[100; 120)	[120; 140)	[140; 160)
Số ngày	3	9	10	6	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 100 (km).

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $101,27$.

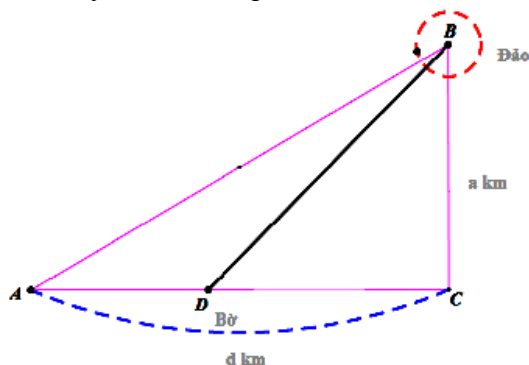
c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng $30,68$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng $31,67$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

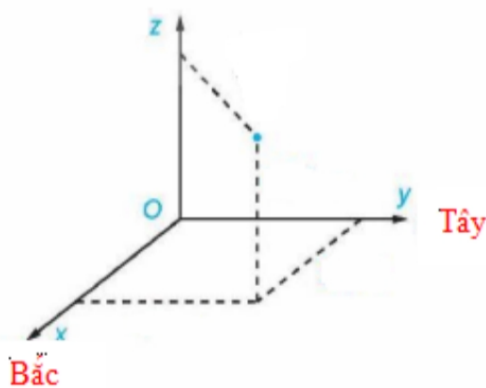
Câu 1: Gọi S là tập các phân tử tham số m thỏa đồ thị của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $10x - 3y + 12 = 0$. Tính tổng bình phương các phân tử trong S .

Câu 2: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A trên bờ biển đến điểm B trên một hòn đảo. Khoảng cách từ C đến B là 16 km . Khoảng cách từ C đến A trên bờ biển là 63 km . Mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí là 100 triệu đồng, còn đặt dưới đất là 80 triệu đồng. Người ta mắc dây điện từ A qua điểm D trên bờ cách A một khoảng x rồi đến C .



Chọn giá trị của $x \text{ (km)}$ để chi phí tốn ít nhất (Lấy tròn 1 chữ số lẻ).

Câu 3: Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc 30 (km) và phía Tây 40 (km) , đồng thời cách mặt đất $1,5 \text{ (km)}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilomet (xem hình vẽ).



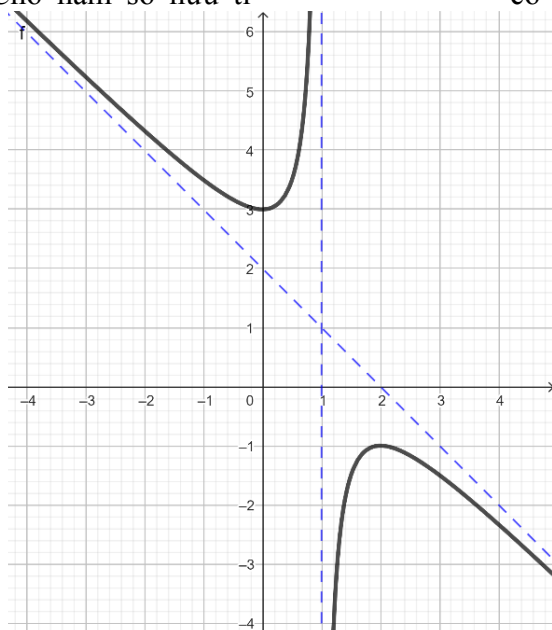
Hãy cho biết khoảng cách từ chiếc máy bay tới vị trí tại điểm xuất phát là bao nhiêu (đơn vị km)?. (Kết quả làm tròn lấy phần nguyên).

Câu 4: Thanh tra kiểm tra độ lệch chuẩn về khối lượng của 20 túi đường (đơn vị: kg) của một công ty A. Các túi được chọn ngẫu nhiên trước khi bán cho người tiêu dùng cho kết quả như sau:

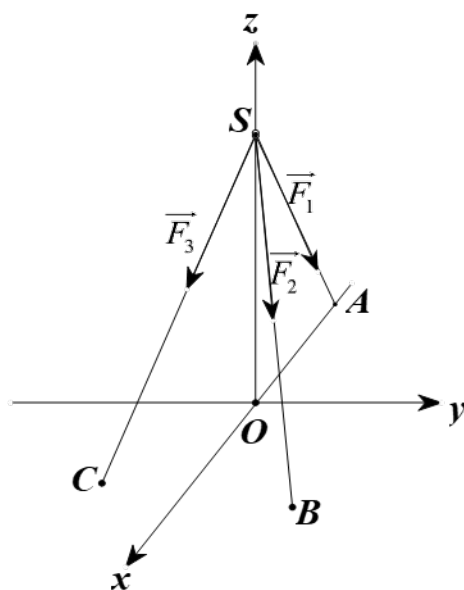
0,95 0,99 1,05 1,00 0,97 0,99 1,03 0,98 1,04 1,01
1,02 1,00 1,05 0,96 0,94 0,98 1,02 1,01 0,99 0,94.

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

Câu 5: Cho hàm số hữu tỉ $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới. Tính $P = a + b + c$.



Câu 6: Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân (Xem hình bên dưới)



Với điểm đặt $S(0;0;4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A(-2;0;0)$, $B(1;\sqrt{3};0)$, $C(1;-\sqrt{3};0)$.

Biết rằng trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là 30 N và được phân bố thành ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau như hình dưới. Tính tích vô hướng của $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$.

----- HẾT -----

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu;*
- *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Bảng đáp án

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	C	B	A	A	C	A	A	B	D	B	A
1	2	3	4								
SDD	DSS	SDS	DSS								
S	S	S	D								
1	2	3	4	5	6						
26	41,6	50	0,03	-3	87,5						

PHẦN LỜI GIẢI

Câu 1: D

Lời giải:

Bảng dưới đây thống kê chiều cao của học sinh nữ lớp 12.

Chiều cao (cm)	[160; 164)	[164; 168)	[168; 172)	[172; 176)	[176; 180)
Số học sinh	5	6	8	2	1
Giá trị đại diện	162	166	170	174	178

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) là

Lời giải

Số học sinh nữ lớp 12 tham gia khảo sát là $n = 5 + 6 + 8 + 2 + 1 = 22$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{5.162 + 6.166 + 8.170 + 2.174 + 1.178}{22} = 167,8$$

Câu 2: C

Lời giải:

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(-5; 2; 4)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oxy) .

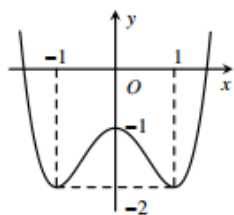
Lời giải

H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow H(x_M; y_M; 0) \Rightarrow H(-5; 2; 0)$

Câu 3: B

Lời giải:

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Lời giải

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$, $(-6; -3) \subset (-\infty; -1)$ nên chọn đáp án $(-6; -3)$

Câu 4: A

Lời giải:

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có $A(4; 11; 9)$, $B(-7; 5; 15)$, $C(9; -4; -6)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

Lời giải

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right) \Rightarrow G(2; 4; 6)$$

Câu 5: A

Lời giải:

Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang $y = 3$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 6: C

Lời giải:

Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 30x$ trên đoạn $[2; 19]$ và $m = f(x_0)$. Tính $T = m \cdot x_0$

Lời giải

$$f'(x) = 3x^2 - 30 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10} \text{ (n)} \\ x = -\sqrt{10} \text{ (l)} \end{cases}$$

Ta có

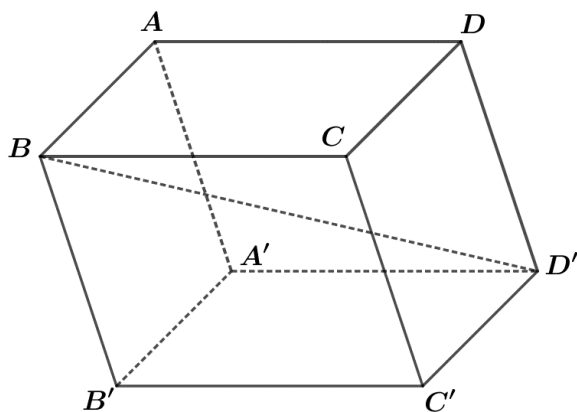
Khi đó $f(2) = -52$, $f(\sqrt{10}) = -20\sqrt{10}$ và $f(19) = 6289$.

Vậy $\min_{x \in [2; 19]} f(x) = f(\sqrt{10}) = -20\sqrt{10} \Rightarrow T = m \cdot x_0 = -200$

Câu 7: A

Lời giải:

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Khẳng định nào sau đây đúng?

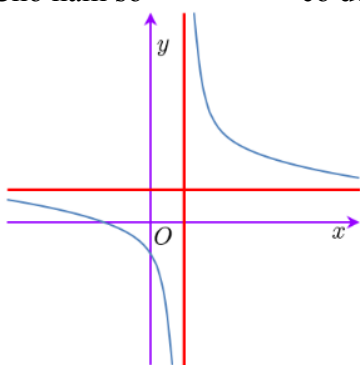
Lời giải

Theo quy tắc hình hộp $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$ và các vectơ $\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BC'}$ không bằng vectơ $\overrightarrow{BD'}$

Câu 8: A

Lời giải:

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



Lời giải

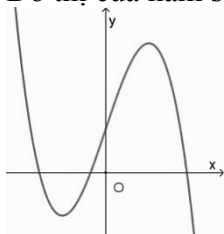
Dựa vào đồ thị:

Có tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c} \Rightarrow ac > 0$; tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} \Rightarrow -\frac{d}{c} > 0 \Leftrightarrow dc < 0$

Câu 9: B

Lời giải:

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới



Lời giải

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow$ Loại đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Đồ thị có dạng của hàm số đa thức bậc ba $\Rightarrow$ Loại đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow$ Loại đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 - 3x - 1$

Vậy : nhận $y = -x^3 + 3x + 1$

Câu 10: D

Lời giải:

Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ cho trong hình bên dưới

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	5	1	4		

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

Lời giải

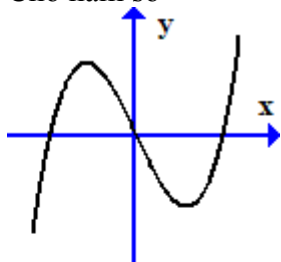
Căn cứ vào bảng biến thiên, ta có nhận xét:

$$m = \min_{[-1;3]} f(x) = f(-1) = 0 \quad \text{và} \quad M = \max_{[-1;3]} f(x) = f(0) = 5$$

Câu 11: B

Lời giải:

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Lời giải

Nhìn đồ thị thì số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2

Câu 12: A

Lời giải:

Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

Lời giải

Ta có khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

$$300 - 50 = 250.$$

Câu 1: SDDS

Lời giải:

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị (C) (với c là số nguyên dương nhỏ nhất). Đồ thị đi qua A(3;1) và có giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị (C) là I(-2;2).

a) $c = 0$.

b) $y = a$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

c) $b = 3 - 3a + d$.

d) $a + 2b + 3c + 4d = 10$.

Lời giải

c là số nguyên dương nhỏ nhất $\Rightarrow c = 1$: a) Đ

$x = -d$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C); $y = a$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C): b) S

$A \in (C) \Leftrightarrow \frac{3a+b}{3c+d} = 1(1) \Leftrightarrow b = 3 - 3a + d$
:c) D

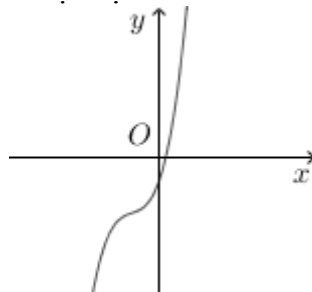
Giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị (C) là I(-2;2) $\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{d}{c} = -2 \\ \frac{a}{c} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ a = 2 \end{cases}$
(1) $\Rightarrow b = -1$

Vậy: $a + 2b + 3c + 4d = 11$: d) S

Câu 2: DSSS

Lời giải:

Hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị được cho như hình vẽ dưới đây.



Biết $f'(-1) = \frac{1}{2}$ và $f'(x) \neq 0, x \in \mathbb{R}$.

a) $c < 0$.

b) $2a = b + 1$.

c) $b < 0$.

d) $a > 0$.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$: a) Đ

Ta có $y' = f'(x) = x^2 + 2ax + b$, $\Delta_{y'} = a^2 - b$.

Vì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) \neq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên phương trình $y' = 0$ vô nghiệm, suy ra $\Delta_{y'} < 0 \Leftrightarrow a^2 - b < 0 \Leftrightarrow a^2 < b \Rightarrow b > 0$.

Mặt khác, $f'(-1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - 2a + b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = 2a - \frac{1}{2}$.

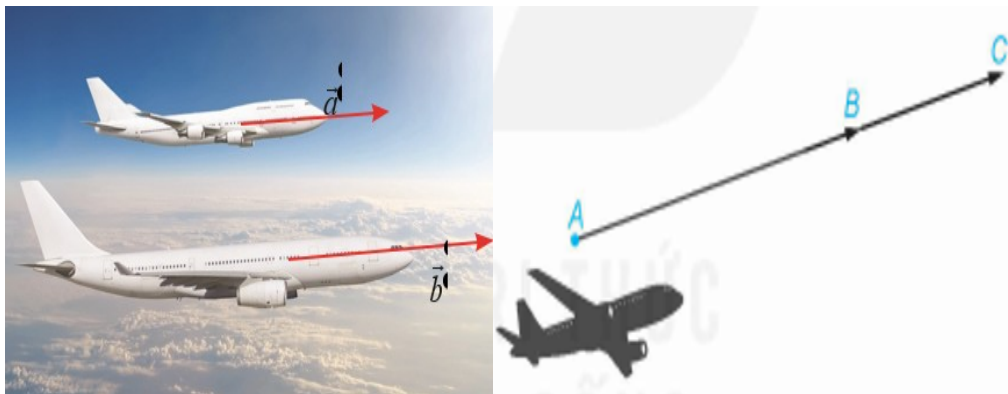
Theo trên, ta có $b > 0$ nên $2a - \frac{1}{2} > 0 \Leftrightarrow a > \frac{1}{4} \Rightarrow a > 0$.

Vậy $a > 0$, $b > 0$ và $c < 0$.

Câu 3: SDSS

Lời giải:

Cho biết máy bay A đang bay với vectơ vận tốc $a = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A. Ra đã phát hiện chiếc máy bay B di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm A(800; 500; 7) đến điểm B(940; 550; 8) trong 10 phút.



Lời giải

a) Có $b = 3a = (900; 600; 1200)$.

b) Tốc độ của máy bay B là: $|b| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} \approx 1615,55 \text{ km/h}$

c) Gọi $C(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo. Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng. Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

$$\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{940 - 800}{2}; \frac{550 - 500}{2}; \frac{8 - 7}{2} \right) = (70; 25; 0,5)$$

Do đó

$$\text{Mặt khác, } \overrightarrow{BC} = (x - 940; y - 550; z - 8) \text{ nên } \begin{cases} x - 940 = 70 \\ y - 550 = 25 \\ z - 8 = 0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 8,5 \end{cases} \text{ . Từ đó}$$

Vậy tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là (1010; 575; 8,5).

d) Gọi $D(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 10 phút bay tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B). Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng. Do vận tốc máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng thời gian bay từ B đến D nên $AB = BD$. Do đó, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} = (140; 50; 1)$.

$$\begin{cases} x - 940 = 140 \\ y - 550 = 50 \\ z - 8 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1080 \\ y = 600 \\ z = 9 \end{cases}$$

Mặt khác: $\overline{BD} = (x - 940; y - 550; z - 8)$ nên

Vậy $D(1080; 600; 9)$. Vậy tọa độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $(1080; 600; 9)$.

Câu 4: DSSD

Lời giải:

Một bác tài xế taxi thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[60; 80)	[80; 100)	[100; 120)	[120; 140)	[140; 160)
Số ngày	3	9	10	6	2

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = u_{10} - u_1 = 160 - 60 = 100$. Vậy a) đúng.

Ta có bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[60; 80)	[80; 100)	[100; 120)	[120; 140)	[140; 160)
Giá trị đại diện	70	90	110	130	150
Tần số (Số ngày)	3	9	10	6	2

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 70 + 9 \cdot 90 + 10 \cdot 110 + 6 \cdot 130 + 2 \cdot 150}{30} \approx 106,6$$

Vậy $\bar{x} \approx 106,6$. Vậy b) sai.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{30} \cdot (3 \cdot 70^2 + 9 \cdot 90^2 + 10 \cdot 110^2 + 6 \cdot 130^2 + 2 \cdot 150^2) - 106,6^2 \approx 455,55$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{455,55} \approx 21,34$. Vậy c) sai.

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc gồm quãng đường của tài xế chạy được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; x_2; x_3 \in [60; 80)$, $x_4; \dots; x_{12} \in [80; 100)$, $x_{13}; \dots; x_{22} \in [100; 120)$, $x_{23}; \dots; x_{28} \in [120; 140)$, $x_{29}; \dots; x_{30} \in [140; 160)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là: $x_8 \in [80; 100)$. Do vậy tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$Q_1 = 80 + \frac{\frac{30}{4} - 3}{9} \cdot (100 - 80) = 90$$

liệu ghép nhóm là:

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là: $x_{23} \in [120; 140)$. Do vậy tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$Q_3 = 120 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - 22}{6} \cdot (140 - 120) \approx 121,67$$

liệu ghép nhóm là:

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta = Q_3 - Q_1 \approx 121,67 - 90 \approx 31,67$

Vậy d) đúng.

Câu 1: 26

Lời giải:

Gọi S là tập các phần tử tham số m thỏa đồ thị của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $10x - 3y + 12 = 0$. Tính tổng bình phương các phần tử trong S.

Lời giải

Ta có : $D = \mathbb{R}$, $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 1$

Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow \Delta' = 1 > 0 \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = m + 1 \Rightarrow A \left(m + 1; \frac{m^3}{3} - m - \frac{2}{3} \right) \\ x_B = m - 1 \Rightarrow B \left(m - 1; \frac{m^3}{3} - m + \frac{2}{3} \right) \end{cases}$$

ĐTHS có hai điểm cực trị

Gọi I là trung điểm AB $\Rightarrow I \left(m; \frac{m^3}{3} - m \right)$

Hai điểm cực trị A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $10x - 3y + 12 = 0$

$$\Leftrightarrow 10x_I - 3y_I + 12 = 0$$

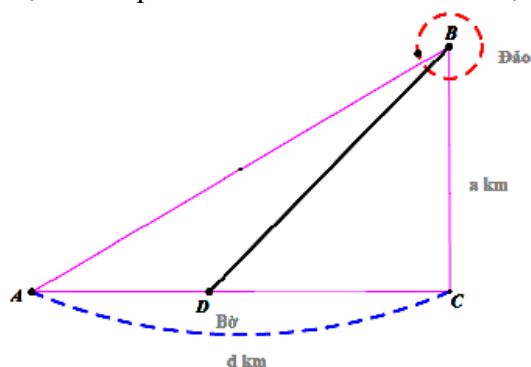
$$\Leftrightarrow \frac{m^3}{3} - \frac{13}{3}m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = -1 \text{ hay } m = -3 \text{ hay } m = 4 \Rightarrow \text{đs : 26}$$

Câu 2: 41,6

Lời giải:

Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A trên bờ biển đến điểm B trên một hòn đảo.

Khoảng cách từ C đến B là 16 km . Khoảng cách từ C đến A trên bờ biển là 63 km . Mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí là 100 triệu đồng, còn đặt dưới đất là 80 triệu đồng. Người ta mắc dây điện từ A qua điểm D trên bờ cách A một khoảng x rồi đến C.



Chọn giá trị của x (km) để chi phí tốn ít nhất (Lấy tròn 1 chữ số lẻ).

Lời giải

Đặt $AD = x$, xây dựng hàm số chứa biến x từ giả thiết, khảo sát hàm số để tìm x

Cách giải:

Đặt $DA = x \text{ (km)}$ ($0 < x < 63$)

Độ dài đoạn thẳng SB là $SB = AB - SA = 63 - x$

Độ dài đoạn thẳng SC là

$$BD = \sqrt{BC^2 + DB^2} = \sqrt{16^2 + (63 - x)^2}$$

Do đó, chi phí để mắc dây điện từ C đến A là

$$T = 100\sqrt{x^2 - 126x + 4225} + 80x \text{ triệu đồng.}$$

Xét hàm số $f(x) = 100\sqrt{x^2 - 126x + 4225} + 80x$ trên khoảng $(0; 63)$, có

$$f'(x) = \frac{100x - 6300}{\sqrt{x^2 - 126x + 4225}} + 80 = \frac{20(5x + 4\sqrt{x^2 - 126x + 4225} - 315)}{\sqrt{x^2 - 126x + 4225}}$$

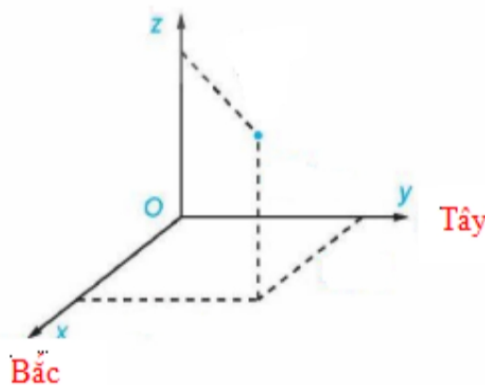
$$\Leftrightarrow x = \frac{125}{3}$$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $\min f(x) = f\left(\frac{125}{3}\right)$. Vậy giá trị cần tìm là $x = \frac{125}{3} \approx 41,6 \text{ km}$.

Câu 3: 50

Lời giải:

Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $30(\text{km})$ và phía Tây $40(\text{km})$, đồng thời cách mặt đất $1,5(\text{km})$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilomet (xem hình vẽ).



Hãy cho biết khoảng cách từ chiếc máy bay tới vị trí tại điểm xuất phát là bao nhiêu (đơn vị km)?. (Kết quả làm tròn lấy phần nguyên).

Lời giải

Với cách chọn hệ trục tọa độ như trên ta có khoảng cách so với vị trí xuất phát của máy bay là

$$\sqrt{40^2 + 30^2 + 1,5^2} = 50,02$$

Câu 4: 0,03

Lời giải:

Thanh tra kiểm tra độ lệch chuẩn về khối lượng của 20 túi đường (đơn vị: kg) của một công ty A. Các túi được chọn ngẫu nhiên trước khi bán cho người tiêu dùng cho kết quả như sau:

0,95 0,99 1,05 1,00 0,97 0,99 1,03 0,98 1,04 1,01
1,02 1,00 1,05 0,96 0,94 0,98 1,02 1,01 0,99 0,94.

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

Theo bài ra ta có mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm số liệu	$[0,94;0,97)$	$[0,97;1,00)$	$[1,00;1,03)$	$[1,03;1,06)$
Giá trị đại diện	0,955	0,985	1,015	1,045
Tần số	4	6	6	4

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{4.0,955 + 6.0,985 + 6.1,015 + 4.1,045}{20} = 1$$

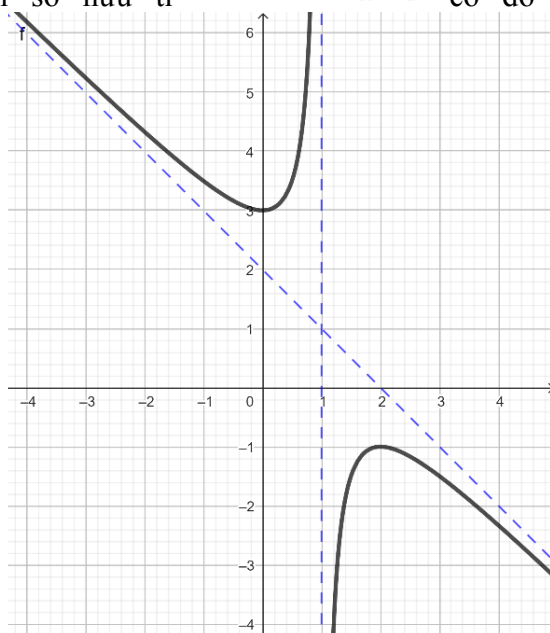
$$\Rightarrow \text{Phương sai: } s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot n_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot n_2 + (x_3 - \bar{x})^2 \cdot n_3 + (x_4 - \bar{x})^2 \cdot n_4}{N} = 9,49 \cdot 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \text{Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: } S = \sqrt{9,49 \cdot 10^{-4}} \approx 0,03$$

Câu 5: -3

Lời giải:

Cho hàm số hữu tỉ $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới. Tính $P = a + b + c$.



Lời giải

Ta có: $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$.

- Nên đồ thị của hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = ax + 2$, mà như hình vẽ đường tiệm cận xiên đi qua điểm $(1;1)$ suy ra $1 = a \cdot 1 + 2 \Leftrightarrow a = -1$.

- Đồ thị của hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ nên $1 + c = 0 \Leftrightarrow c = -1$.

Khi đó hàm số đã cho có dạng $y = -x + 2 + \frac{b}{x-1}$.

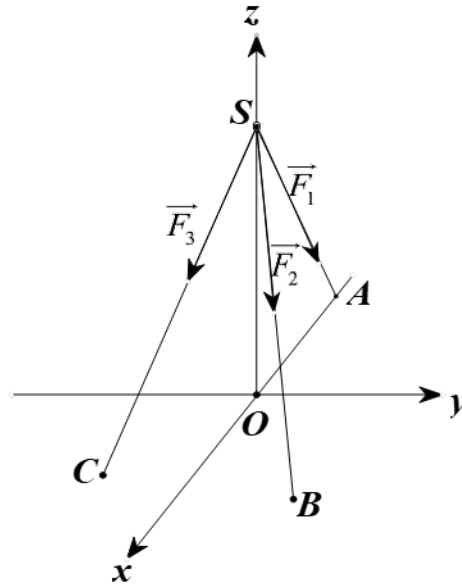
- Mặt khác đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;3)$ nên $-0 + 2 + \frac{b}{0-1} = 3 \Leftrightarrow 2 - b = 3 \Leftrightarrow b = -1$.

Vậy $P = a + b + c = -1 + (-1) + (-1) = -3$.

Câu 6: 87,5

Lời giải:

Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân (Xem hình bên dưới)



Với điểm đặt $S(0;0;4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là

$A(-2;0;0)$, $B(1;\sqrt{3};0)$, $C(1;-\sqrt{3};0)$.

Biết rằng trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là 30 N và được phân bố thành ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau như hình dưới. Tính tích vô hướng của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$.

Ta có: $\vec{SA} = (-2;0;-4); \vec{SB} = (1;\sqrt{3};-4); \vec{SC} = (1;-\sqrt{3};-4) \Rightarrow SA = SB = SC = \sqrt{20}$.

Lại có $\vec{AB} = (3;\sqrt{3};0); \vec{AC} = (3;-\sqrt{3};0); \vec{BC} = (0;-2\sqrt{3};0) \Rightarrow AB = AC = BC = \sqrt{12}$. Dẫn đến hình

chóp $S.ABC$ đều có đường cao là $SO = 4$, với $O(0;0;0)$ là trọng tâm tam giác ABC . Mặt khác,

$\vec{F}_1 = k\vec{SA} = (-2k;0;-4k)$, $\vec{F}_2 = k\vec{SB} = (k;\sqrt{3}k;-4k)$,

$\vec{F}_3 = k\vec{SC} = (k;-\sqrt{3}k;-4k) \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (0;0;-12k)$

Mà $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P} = (0;0;-30)$ nên $-12k = -30 \Leftrightarrow k = \frac{5}{2}$.

Suy ra $\vec{F}_1 = (-5;0;-10)$, $\vec{F}_2 = \left(\frac{5}{2}; \frac{5\sqrt{3}}{2}; -10\right)$. Vậy, $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = \frac{175}{2}$.