|  |  |
| --- | --- |
| UBND TỈNH HÀ NAM  **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS**  **NĂM HỌC 2021 – 2022**  **Môn: TOÁN** |

**Câu I. (3,5 *điểm*)**

**1.** Xét biểu thức .

Tìm điều kiện của  để  xác định và rút gọn .

**2.** Xét đa thức bậc bốn , (với ) thỏa mãn  và . Tính giá trị của .

**Câu II. (4,0 *điểm*)**

**1.** Giải phương trình: .

**2.** Giải hệ phương trình: .

**Câu III. (2,0 *điểm*)** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  cho Parabol  và đường thẳng , với  là tham số. Tìm các giá trị nguyên của  để  cắt  tại hai điểm phân biệt lần lượt có hoành độ  thỏa mãn .

**Câu IV. (1,5 *điểm*)** Tìm các số nguyên   thỏa mãn .

**Câu V. (7,0 *điểm*)** Cho tam giác nhọn   nội tiếp đường tròn , ngoại tiếp đường tròn . Đường thẳng  cắt  tại điểm thứ hai là . Đường tròn  tiếp xúc với hai cạnh   lần lượt tại hai điểm  và . Gọi  là giao điểm của hai đường thẳng  và 

**1.** Chứng minh .

**2.** Chứng minh tứ giác  nội tiếp đường tròn.

**3.** Kẻ đường kính  của  và đường cao  của tam giác . Đường thẳng  lần lượt cắt hai đường thẳng  tại hai điểm . Chứng minh .

**4.** Đường thẳng  cắt  tại điểm thứ hai là , hai đường thẳng  và  cắt nhau tại điểm . Chứng minh rằng nếu chu vi của tam giác  bằng  thì  là trọng tâm của tam giác .

**Câu VI. (2,0 *điểm*)**Xét  là ba số thực dương thỏa mãn .

Chứng minh rằng: .

**--- HẾT---**

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

(*Hướng dẫn chấm gồm 06 trang*)

**I. HƯỚNG DẪN CHUNG**

* *Hướng dẫn chấm chỉ trình bày sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì vẫn được điểm theo thang điểm tương ứng.*
* *Đối với bài toán hình học nếu học sinh chứng minh có sử dụng đến hình vẽ thì yêu cầu phải vẽ hình, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không cho điểm phần tương ứng*.
* *Điểm toàn bài không làm tròn.*

**II. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM**

| **Câu** | **Sơ lược lời giải** | | **Điểm** |
| --- | --- | --- | --- |
| **I. (3,5 điểm)** | **1.** Xét biểu thức . Tìm điều kiện của  để  xác định và rút gọn . | | **2,0** |
| Điều kiện xác định: . | | 0,5 |
|  | | 0,5 |
|  | | 0,5 |
| . | | 0,5 |
| **2.** Xét đa thức bậc bốn , (với ) thỏa mãn  và . Tính giá trị của . | | **1,5** |
| Đa thức  thỏa mãn  và .  Xét đa thức  là đa thức bậc bốn có các nghiệm  và | | 0,5 |
| Nên | | 0,5 |
| Vậy . | | 0,5 |
| **II. (4,0 điểm)** | **1.** Giải phương trình: . | | **2,0** |
| Điều kiện:    Đặt  Phương trình | | 0,5 |
|  | | 0,5 |
| +)  (thỏa mãn). | | 0,5 |
| +)  (vô nghiệm).  Vậy | | 0,5 |
| **2.** Giải hệ phương trình: . | | **2,0** |
| +)  thay vào  ta được | | 0,5 |
|  | | 0,5 |
| +)  thay vào , ta được | | 0,5 |
| +)  (không thỏa mãn ).  Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là:  và . | | 0,5 |
| **III. (2,0 điểm)** | Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  cho Parabol  và đường thẳng , với  là tham số. Tìm các giá trị nguyên của  để  cắt  tại hai điểm phân biệt lần lượt có hoành độ  thỏa mãn . | | **2,0** |
| Xét phương trình hoành độ giao điểm:    cắt  tại hai điểm phân biệt  phương trình  có hai nghiệm phân biệt | | 0,5 |
| .  Gọi  là hoành độ giao điểm của  và  và | | 0,5 |
| Ta có | | 0,5 |
| Kết hợp  và  suy ra .  Vì  là số nguyên . | | 0,5 |
| **IV. (1,5 điểm)** | Tìm các số nguyên   thỏa mãn . | | **1,5** |
| +) Ta nhận thấy  không thỏa mãn.  +) Nếu  thì  là số không nguyên nên  (với ).  +) Nếu   thì  chia  dư  nên (với ) (vì bình phương của một số nguyên chia  dư  hoặc ). | | 0,5 |
| +) Nếu , ta xét với  thì  hoặc | | 0,5 |
| .  Vậy có bốn cặp số  nguyên cần tìm là . | | 0,5 |
| **V. (7,0 điểm)** | Cho tam giác nhọn   nội tiếp đường tròn , ngoại tiếp đường tròn . Đường thẳng  cắt  tại điểm thứ hai là . Đường tròn  tiếp xúc với hai cạnh   lần lượt tại hai điểm  và . Gọi  là giao điểm của hai đường thẳng  và . | | **7,0** |
| **1.** Chứng minh . | | **1,75** |
| Ta có  là phân giác của |  | 0,5 |
| ()  Lại có  là phân giác của góc | | 0,5 |
| Mà  (tính chất góc ngoài của tam giác)  cân tại  Từ  và  suy ra  (đpcm). | | 0,75 |
| **2.** Chứng minh tứ giác  nội tiếp đường tròn. | | **1,75** |
| Ta có  và  là hai tiếp tuyến của  cân tại    Trong , có  (tính chất góc ngoài tam giác) | | 0,5 |
| Mà  là phân giác của | | 0,75 |
| Mà .  Vậy tứ giác  nội tiếp đường tròn. | | 0,5 |
| **3.** Kẻ đường kính  của  và đường cao  của tam giác . Đường thẳng  lần lượt cắt hai đường thẳng  tại hai điểm . Chứng minh . | | **2,0** |
| Ta có  là đường kính của  Mà  ()  Lại có | | 0,5 |
| Vì  là phân giác của  Mặt khác   cân tại  và  .  Gọi  cắt  tại  Ta có  ()  (g-g) | | 0,5 |
| Ta có  (g-g) | | 0,5 |
| Từ  và , mà  Vậy  (đpcm). | | 0,5 |
| **4.** Đường thẳng  cắt  tại điểm thứ hai là , hai đường thẳng  và  cắt nhau tại điểm . Chứng minh rằng nếu chu vi của tam giác  bằng  thì  là trọng tâm của tam giác . | | **1,5** |
| , có  và  (chứng minh trên)  Lại có  Suy ra tứ giác  nội tiếp  Mà  và  ()  , mặt khác  là tứ giác nội tiếp | | 0,5 |
| Gọi  là trung điểm của  cân tại  Ta lại có  (cùng phụ với )  nên ba điểm  thẳng hàng hay điểm .  là phân giác của | | 0,5 |
| là phân giác của  (Vì )  . | | 0,25 |
| Áp dụng hệ quả của định lý Thales, trong tam giác  với cát tuyến  Ta có  hay  là trung điểm của .  Vậy  là trọng tâm của tam giác  (đpcm). | | 0,25 |
| **VI. (2,0 điểm)** | Xét  là ba số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng: . | | **2,0** |
| Chứng minh  (luôn đúng), dấu “=” khi .  Áp dụng kết quả trên, ta có | | 0,5 |
| Tương tự ta cũng có:  và | | 0,5 |
| (với )  Chứng minh  . | | 0,5 |
| Áp dụng , ta có:  . Suy ra  luôn đúng.  (đpcm).  Dấu “=” khi . | | 0,5 |

-----**HẾT-----**