

ĐỀ THAM KHẢO

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Câu 1. Giá trị của biểu thức $A = \sqrt{9}$ là

- A. - 3. B. 9. C. 3. D. ± 3 .

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

- A. $y = 2024 - \frac{5}{x}$. B. $y = -8\sqrt{x} + 2025$. C. $y = 4x^2 + 1$. D. $y = 5 - 8x$.

Câu 3. Hệ số góc của đường thẳng $(d): y = 3 - 5x$ là

- A. 3. B. - 5. C. 5. D. - 3.

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 4y = -1 \end{cases}$ có nghiệm $(x_0; y_0)$, khi đó giá trị của $2y_0 - 3x_0$ bằng

- A. 3. B. - 3. C. 7. D. - 7.

Câu 5. Một người đi xe đạp đi từ A đến B. Khi đi từ B về A người đó tăng vận tốc thêm 4km/h so với lúc đi nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Vận tốc của người đi xe đạp lúc đi biết quãng đường AB là 24km .

- A. $12 (\text{km/h})$. B. $16 (\text{km/h})$. C. $8 (\text{km/h})$. D. $24 (\text{km/h})$.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = -3x^2$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(-2; 12)$. B. $N(-1; 3)$. C. $P(1; -3)$. D. $Q(3; -3)$.

Câu 7. Phương trình $-x^2 + 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng

- A. 5. B. 13. C. 25. D. - 13.

Câu 8. Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc hai một ẩn?

- A. $x^2 - 2x^3 - 6 = 0$. B. $3x^2 - x + 2 = 0$. C. $8x - 6 = 0$. D. $x^2 - 2x^4 = 0$.

Câu 9. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A đường cao AH ($H \in BC$). Biết $AB = 10\text{cm}, AH = 5\text{cm}$, khi đó số đo góc $\widehat{ACB}$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 10. Cho hai đường tròn $(O; 4\text{cm})$ và $(I; 5\text{cm})$, $OI = 8\text{cm}$. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn đó là

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 11. Cho $(O; 10\text{cm})$, dây AB có độ dài bằng 16cm . Khi đó, diện tích tam giác OAB là

- A. 80cm^2 . B. 160cm^2 . C. 64cm^2 . D. 32cm^2 .

Câu 12. Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 2\sqrt{5}\text{cm}, AC = 10\text{cm}$.

Kẻ đường cao AH ($H \in BC$), đường thẳng (d) đi qua H cắt đường tròn (O) theo một dây cung có độ dài nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của dây cung đó bằng

- A. $5\sqrt{5}\text{cm}$. B. $8\sqrt{5}\text{cm}$. C. 4cm . D. 8cm .

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{5\sqrt{x} - 21}{x - 9} - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} - \frac{4}{3 - \sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.

a) Tính giá trị của A khi $x = 16$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm x để $A.B < 0$.

Câu 2 (2,0 điểm).

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x - 2m + 1$ (m là tham số).

a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) khi $m = 2$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 - 16 = x_2(2 - x_1)$.

2) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y - m + 1 = 0 \\ 2x - my + 2 = 0 \end{cases}$.

a) Giải hệ phương trình với $m = 2$.

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ sao cho $P = x_0 + y_0$ có giá trị nguyên.

Câu 3 (3,0 điểm). Cho (O) đường kính $AB = 2R$, D là một điểm tùy ý trên đường tròn (D khác A và D khác B). Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A và D cắt nhau tại C ; BC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E . Kẻ DF vuông góc với AB tại F .

a) Chứng minh: Tứ giác $OACD$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh: $CD^2 = CE \cdot CB$.

c) Đường thẳng BC đi qua trung điểm của DF .

d) Tìm vị trí của D để diện tích tam giác DAF lớn nhất.

Câu 4 (0,5 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{3a^2}{5a^2 + (b+c)^2} + \frac{3b^2}{5b^2 + (c+a)^2} + \frac{3c^2}{5c^2 + (a+b)^2} \leq 1.$$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ MINH HỌA
MÔN: TOÁN

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

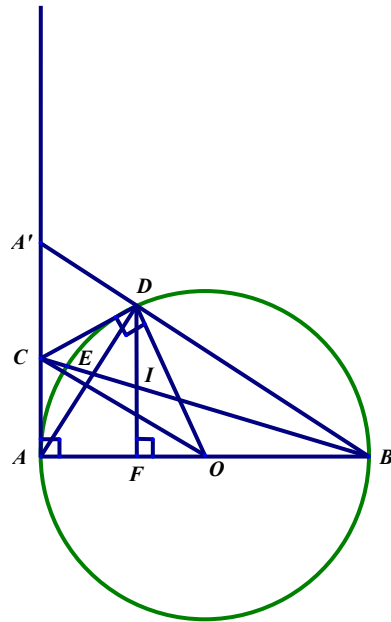
Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	A	A	B	B	B	C	D	D	C	D	C

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Nội dung	Điểm
Câu 1 (1,5 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{5\sqrt{x} - 21}{x - 9} - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} - \frac{4}{3 - \sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$. a) Tính giá trị của A khi $x = 16$. b) Rút gọn biểu thức B. c) Tìm x để $A.B < 0$.	1,5
a) Tính giá trị của A khi $x = 16$.	0,5
Với $x = 16$ (TMĐK) ta có $A = \frac{7}{4}$.	0,5
b) Rút gọn biểu thức B .	0,5
Với $x > 0$ và $x \neq 9$ ta có : $B = \frac{5\sqrt{x} - 21}{x - 9} - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} - \frac{4}{3 - \sqrt{x}}$ $= \frac{5\sqrt{x} - 21 - 3(\sqrt{x} - 3) + 4(\sqrt{x} + 3)}{x - 9} = \frac{6\sqrt{x}}{x - 9}.$	0,25
Vậy, với $x > 0$ và $x \neq 9$ thì $B = \frac{6\sqrt{x}}{x - 9}$.	0,25
c) Tìm x để $A.B < 0$.	0,5
$AB = \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{6\sqrt{x}}{x - 9} = \frac{6}{\sqrt{x} - 3}$.	0,25
Để $AB < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 3 < 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < 9$. Kết hợp với điều kiện $0 < x < 9$ thì $A.B < 0$.	0,25
Câu 2 (2,0 điểm). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x - 2m + 1$ (m là tham số).	1,0

a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) khi $m = 2$. b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 - 16 = x_2(2 - x_1)$.	
a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) khi $m = 2$.	0,5
Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = 4x - 2m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2m - 1 = 0 \quad (1)$ Với $m = 2$ thì phương trình (1): $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.	0,25
Vậy khi $m = 2$ thì tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) : $(1; 1); (3; 9)$.	0,25
b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 - 16 = x_2(2 - x_1)$.	0,5
Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. $\Leftrightarrow \Delta' = (2)^2 - (2m - 1) > 0 \Leftrightarrow 5 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2} \quad (*).$	0,25
Với điều kiện $(*)$ gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Theo định lí Vi-et, ta có: $x_1 + x_2 = 4 \quad (**); \quad x_1 x_2 = 2m - 1.$ Ta có: $x_1^2 - 16 = x_2(2 - x_1) \Leftrightarrow x_1^2 + x_1 x_2 - 2x_2 = 16$ $\Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) - 2x_2 = 16 \Leftrightarrow 4x_1 - 2x_2 = 16 \quad (2)$ Giải (2) và $(**)$ $\Rightarrow x_1 = 4; x_2 = 0$. Ta có: $x_1 x_2 = 2m - 1 \Leftrightarrow 0 = 2m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \quad (t / m)$. Vậy $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.	0,25
2) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y - m + 1 = 0 \\ 2x - my + 2 = 0 \end{cases}$ a) Giải hệ phương trình với $m = 2$. b) Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ sao cho $P = x_0 + y_0$ có giá trị nguyên.	1,0

a) Giải hệ phương trình với $m = 2$.	0,5
Với $m = 2$: $\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ 2x - 2y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}.$	0,25
Vậy với $m = 2$, nghiệm hệ phương trình là: $\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.	0,25
b) Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ sao cho $P = x_0 + y_0$ có giá trị nguyên	0.5
$\begin{cases} x + 2y - m + 1 = 0 \\ 2x - my + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{m^2 - m - 4}{m + 4} \\ y = \frac{2m}{m + 4} \end{cases} \quad (m \neq -4).$	0,25
$P = x_0 + y_0 = \frac{m^2 + m - 4}{m + 4} = m - 3 + \frac{8}{m + 4}.$ Vì m nguyên dương, $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} m + 4 = 4 \\ m + 4 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (loại)} \\ m = 4 \text{ (t/m)} \end{cases}$ Vậy với $m = 4$ thì hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn yêu cầu đề bài	0,25
Câu 3 (3,0 điểm). Cho (O) đường kính $AB = 2R$, D là một điểm tùy ý trên đường tròn (D khác A và D khác B). Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A và D cắt nhau tại C ; BC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E . Kẻ DF vuông góc với AB tại F . a) Chứng minh: Tứ giác $OACD$ nội tiếp đường tròn. b) Chứng minh: $CD^2 = CE \cdot CB$. c) Đường thẳng BC đi qua trung điểm của DF . d) Tìm vị trí của D để diện tích tam giác DAF lớn nhất.	3,0



a) Chứng minh: Tứ giác $OACD$ nội tiếp đường tròn.

1,0

Xét tứ giác $OACD$ có:

$\angle AEO = 90^\circ$ (vì CA là tiếp tuyến tại A của (O))

0,5

$\angle DFO = 90^\circ$ (vì CD là tiếp tuyến tại D của (O))

$\Rightarrow \angle AEO + \angle DFO = 180^\circ$

0,25

$\Rightarrow$ Tứ giác $OACD$ nội tiếp đường tròn (vì có tổng hai góc đối nhau bằng 180°)

b) Chứng minh: $CD^2 = CE \cdot CB$.

1,0

Xét $\triangle CDE$ và $\triangle CBD$ có:

$\angle DCE$ chung

$\angle CDE = \angle CBD$ (hệ quả góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung)

0,5

$\Rightarrow \triangle CDE \sim \triangle CBD$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CD}$$

0,5

$$\Rightarrow CD^2 = CE \cdot CB$$

c) Đường thẳng BC đi qua trung điểm của DF .

0,5

Tia BD cắt Ax tại A' . Gọi I là giao điểm của BC và DF

Ta có $\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle A'DA = 90^\circ$, suy ra $\triangle A'DA$ vuông tại D .

Ta có: $CD = CA$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \triangle CDA$ cân tại $A \Rightarrow \angle CDA = \angle CAD$.

Mà $\angle CAD + \angle A' = 90^\circ$ (do tam giác $A'DA$ vuông tại D)

0,25

Mặt khác: $\angle CDA + \angle A'DC = 90^\circ$

Suy ra: $\angle A' = \angle A'DC \Rightarrow \triangle A'DC$ cân tại C .

Suy ra: $CD = CA'$.

Lại có $CD = CA$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau) Suy ra: $CA = CA'$ (1). Mặt khác ta có $DF \parallel AA'$ (cùng vuông góc với AB) nên theo định lí Ta-lét thì $\frac{ID}{CA'} = \frac{IF}{CA} = \frac{BI}{BC}$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $ID = IF$. Vậy BC đi qua trung điểm của DF.	0,25
d) Tìm vị trí của D để diện tích tam giác DAF lớn nhất.	0,5
Theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có: $AF = AD \cdot \sin ADF = AD \sin B$; $DF = AD \cos B$; $AD = 2R \sin B$. Suy ra $S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} DF \cdot AF = \frac{1}{2} 4R^2 \sin^3 B \cdot \cos B = 2R^2 \sin^3 B \cdot \cos B$	0,25
Áp dụng BĐT Cauchy cho 4 số không âm ta có: $\frac{\sin^2 B}{3} \cdot \frac{\sin^2 B}{3} \cdot \frac{\sin^2 B}{3} \cdot \cos^2 B \leq \left(\frac{1}{4}\right)^4$ Suy ra $S_{\triangle ADF} \leq \frac{3\sqrt{3}R^2}{8}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $B = 60^\circ$ và D là giao điểm của đường trung trực OB với (O). Vậy D là giao điểm của đường trung trực OB với (O) thì diện tích tam giác ADF lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{3}R}{8}$.	0,25
Câu 4 (0,5 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng $\frac{3a^2}{5a^2 + (b+c)^2} + \frac{3b^2}{5b^2 + (c+a)^2} + \frac{3c^2}{5c^2 + (a+b)^2} \leq 1.$	0,5
Ta có : $VT = \frac{a^2}{5a^2 + (b+c)^2} + \frac{b^2}{5b^2 + (c+a)^2} + \frac{c^2}{5c^2 + (a+b)^2}$ $\frac{9a^2}{5a^2 + (b+c)^2} = \frac{(a+2a)^2}{(a^2 + b^2 + c^2) + 2(2a^2 + bc)} \leq \frac{a^2}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{2a^2}{2a^2 + bc}$ Tương tự rồi cộng vế với vế của các BĐT ta được: $9VT \leq 1 + \frac{2a^2}{2a^2 + bc} + \frac{2b^2}{2b^2 + ca} + \frac{2c^2}{2c^2 + ab}$ Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$. Ta chứng minh: $A = \frac{a^2}{2a^2 + bc} + \frac{b^2}{2b^2 + ca} + \frac{c^2}{2c^2 + ab} \leq 1$. Ta có: $\frac{3}{2} - A = \frac{1}{2} - \frac{a^2}{2a^2 + bc} + \frac{1}{2} - \frac{b^2}{2b^2 + ca} + \frac{1}{2} - \frac{c^2}{2c^2 + ab}$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{bc}{2a^2 + bc} + \frac{ca}{2b^2 + ca} + \frac{ab}{2c^2 + ab} \right)$	0,25

$\frac{3}{2} - A = \frac{1}{2} \left(\frac{(bc)^2}{(bc)^2 + 2abac} + \frac{(ca)^2}{(ca)^2 + 2cab} + \frac{(ab)^2}{(ab)^2 + 2cab} \right) \geq \frac{1}{2}$ $A \leq 1$ Do đó: $\sqrt{A} \leq 1 + 2$ hay $\sqrt{A} \leq \frac{1}{3}$. Vậy: $\frac{a^2}{5a^2 + (b+c)^2} + \frac{b^2}{5b^2 + (c+a)^2} + \frac{c^2}{5c^2 + (a+b)^2} \leq \frac{1}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{3a^2}{5a^2 + (b+c)^2} + \frac{3b^2}{5b^2 + (c+a)^2} + \frac{3c^2}{5c^2 + (a+b)^2} \leq 1.$ Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$.	0,25
---	------

Lưu ý:

- Chỉ cho điểm tối đa với những bài làm chính xác, bố cục hợp lý, trình bày rõ ràng, đủ nội dung;
- Điểm toàn bài là điểm trắc nghiệm và tự luận, không làm tròn (điểm lẻ tự luận 0,25; điểm trắc nghiệm theo cấu trúc).
- Khuyến khích những bài làm sáng tạo, thể hiện quan điểm của học sinh (mở), cách diễn đạt khác mà vẫn đảm bảo nội dung theo yêu cầu./.