

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ (1).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc bằng 9.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3z - \bar{z})(1 + i) - 5z = 8i - 1$.
Tính môđun của z .

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x + 1) \sin 2x \, dx$.

Câu 4 (1,0 điểm).

- a) Giải phương trình $\log_2(x - 1) - 2\log_4(3x - 2) + 2 = 0$.
b) Cho một đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $6x + 3y - 2z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z - 11 = 0$. Chứng minh mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tìm tọa độ tâm của (C).

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC .

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có chân đường phân giác trong của góc A là điểm $D(1; -1)$. Đường thẳng AB có phương trình $3x + 2y - 9 = 0$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x + 2y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC .

Câu 8 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $(x + 1)\sqrt{x + 2} + (x + 6)\sqrt{x + 7} \geq x^2 + 7x + 12$.

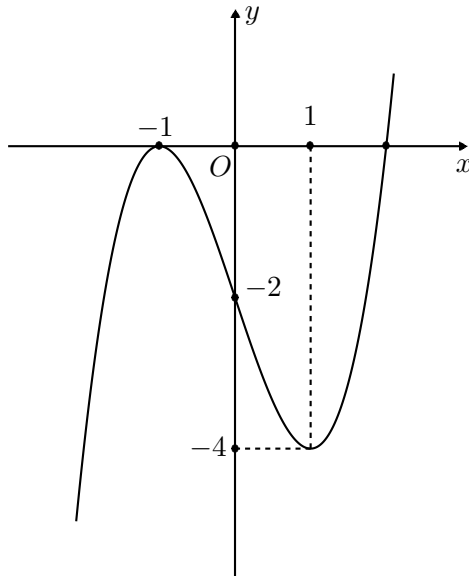
Câu 9 (1,0 điểm). Cho hai số thực x, y thỏa mãn các điều kiện $1 \leq x \leq 2$; $1 \leq y \leq 2$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

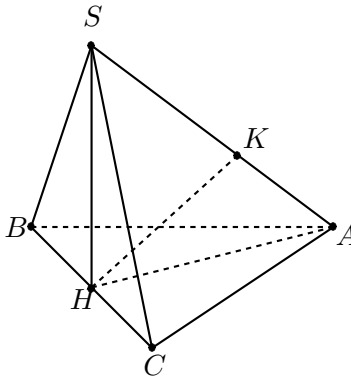
$$P = \frac{x + 2y}{x^2 + 3y + 5} + \frac{y + 2x}{y^2 + 3x + 5} + \frac{1}{4(x + y - 1)}.$$

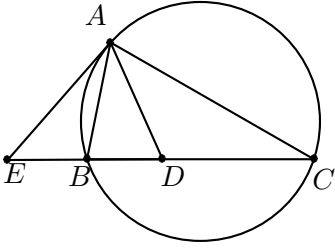
—————Hết—————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Câu	Đáp án	Điểm																				
1 (2,0đ)	a) (1,0 điểm)																					
	• Tập xác định $D = \mathbb{R}$.	0,25																				
	• Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.																					
	Các khoảng đồng biến: $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; khoảng nghịch biến: $(-1; 1)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, $y_{\text{CD}} = 0$; đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{\text{CT}} = -4$. - Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0,25																				
	- Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$		0		-4	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$																
	y'		$+$	0	$-$	0	$+$															
	y	$-\infty$		0		-4	$+\infty$															
	• Đồ thị: 	0,25																				
	b) (1,0 điểm)																					
$M \in (C) \Rightarrow M(a; a^3 - 3a - 2).$	0,25																					
Hệ số góc của tiếp tuyến tại M bằng 9 $\Leftrightarrow y'(a) = 9$	0,25																					
$\Leftrightarrow 3a^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow a = \pm 2.$	0,25																					
Tọa độ điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán là $M(2; 0)$ hoặc $M(-2; -4).$	0,25																					
2 (1,0đ)	Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Từ giả thiết ta được $[3(a + bi) - (a - bi)](1 + i) - 5(a + bi) = 8i - 1$	0,25																				
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 4b = 1 \\ 2a - b = 8 \end{cases}$	0,25																				
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2. \end{cases}$	0,25																				
	Do đó môđun của z là $\sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}.$	0,25																				

Câu	Đáp án	Điểm	
3 (1,0đ)	$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1) \sin 2x \, dx$. Đặt $u = x+1$ và $dv = \sin 2x \, dx$, suy ra $du = dx$ và $v = -\frac{1}{2} \cos 2x$.	0,25	
	Ta có $I = -\frac{1}{2}(x+1) \cos 2x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx$	0,25	
	$= -\frac{1}{2}(x+1) \cos 2x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{4} \sin 2x \Big _0^{\frac{\pi}{4}}$	0,25	
	$= \frac{3}{4}$.	0,25	
4 (1,0đ)	a) Điều kiện: $x > 1$. Phương trình đã cho tương đương với $\log_2 \frac{x-1}{3x-2} = -2$	0,25	
	$\Leftrightarrow \frac{x-1}{3x-2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = 2$. Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm của phương trình đã cho là $x = 2$.	0,25	
	b) Số đường chéo của đa giác đều n đỉnh là $C_n^2 - n = \frac{n(n-3)}{2}$.	0,25	
	Từ giả thiết ta có phương trình $\frac{n(n-3)}{2} = 27 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = -6. \end{cases}$ Do $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$ nên ta được giá trị n cần tìm là $n = 9$.	0,25	
5 (1,0đ)	Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; 1)$ và bán kính $R = 5$.	0,25	
	Ta có khoảng cách từ I đến (P) là $d(I, (P)) = \frac{ 6.3 + 3.2 - 2.1 - 1 }{\sqrt{6^2 + 3^2 + (-2)^2}} = 3 < R$. Do đó (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) .	0,25	
	Tâm của (C) là hình chiếu vuông góc H của I trên (P) . Đường thẳng Δ qua I và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x-3}{6} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-2}$. Do $H \in \Delta$ nên $H(3+6t; 2+3t; 1-2t)$.	0,25	
	Ta có $H \in (P)$, suy ra $6(3+6t) + 3(2+3t) - 2(1-2t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{7}$. Do đó $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{13}{7}\right)$.	0,25	
6 (1,0đ)		Gọi H là trung điểm của BC , suy ra $AH = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$, $SH \perp (ABC)$, $SH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ và $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BC.AH = \frac{a^2}{4}$.	0,25
	Thể tích khối chóp là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.	0,25	
	Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên SA , suy ra $HK \perp SA$. Ta có $BC \perp (SAH)$ nên $BC \perp HK$. Do đó HK là đường vuông góc chung của BC và SA .	0,25	
	Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{16}{3a^2}$. Do đó $d(BC, SA) = HK = \frac{\sqrt{3}a}{4}$.	0,25	

Câu	Đáp án	Điểm
7 (1,0đ)	 Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y - 9 = 0 \\ x + 2y - 7 = 0. \end{cases}$ Suy ra $A(1; 3)$.	0,25
	Gọi Δ là tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và E là giao điểm của Δ với đường thẳng BC (do AD không vuông góc với Δ nên E luôn tồn tại và ta có thể giả sử $EB < EC$). Ta có $\widehat{EAB} = \widehat{ACB}$ và $\widehat{BAD} = \widehat{DAC}$, suy ra $\widehat{EAD} = \widehat{EAB} + \widehat{BAD} = \widehat{ACB} + \widehat{DAC} = \widehat{ADE}$. Do đó, tam giác ADE cân tại E.	0,25
	E là giao điểm của Δ với đường trung trực của đoạn AD, nên tọa độ điểm E thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y - 7 = 0 \\ y - 1 = 0. \end{cases}$ Suy ra $E(5; 1)$.	0,25
	Đường thẳng BC đi qua E và nhận $\overrightarrow{DE} = (4; 2)$ làm vectơ chỉ phương, nên $BC : x - 2y - 3 = 0$.	0,25
8 (1,0đ)	Điều kiện: $x \geq -2$. Bất phương trình đã cho tương đương với $(x + 1)(\sqrt{x + 2} - 2) + (x + 6)(\sqrt{x + 7} - 3) - (x^2 + 2x - 8) \geq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x - 2)\left(\frac{x + 1}{\sqrt{x + 2} + 2} + \frac{x + 6}{\sqrt{x + 7} + 3} - x - 4\right) \geq 0 \quad (1).$	0,25
	Do $x \geq -2$ nên $x + 2 \geq 0$ và $x + 6 > 0$. Suy ra $\frac{x + 1}{\sqrt{x + 2} + 2} + \frac{x + 6}{\sqrt{x + 7} + 3} - x - 4 = \left(\frac{x + 2}{\sqrt{x + 2} + 2} - \frac{x + 2}{2}\right) + \left(\frac{x + 6}{\sqrt{x + 7} + 3} - \frac{x + 6}{2}\right) - \frac{1}{\sqrt{x + 2} + 2} < 0.$ Do đó $(1) \Leftrightarrow x \leq 2$.	0,25
	Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là: $-2 \leq x \leq 2$.	0,25
9 (1,0đ)	Do $1 \leq x \leq 2$ nên $(x - 1)(x - 2) \leq 0$, nghĩa là $x^2 + 2 \leq 3x$. Tương tự, $y^2 + 2 \leq 3y$. Suy ra $P \geq \frac{x + 2y}{3x + 3y + 3} + \frac{y + 2x}{3y + 3x + 3} + \frac{1}{4(x + y - 1)} = \frac{x + y}{x + y + 1} + \frac{1}{4(x + y - 1)}.$	0,25
	Đặt $t = x + y$, suy ra $2 \leq t \leq 4$. Xét $f(t) = \frac{t}{t + 1} + \frac{1}{4(t - 1)}$, với $2 \leq t \leq 4$. Ta có $f'(t) = \frac{1}{(t + 1)^2} - \frac{1}{4(t - 1)^2}$. Suy ra $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$.	0,25
	Mà $f(2) = \frac{11}{12}$; $f(3) = \frac{7}{8}$; $f(4) = \frac{53}{60}$ nên $f(t) \geq f(3) = \frac{7}{8}$. Do đó $P \geq \frac{7}{8}$.	0,25
	Khi $x = 1, y = 2$ thì $P = \frac{7}{8}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{7}{8}$.	0,25

—————Hết—————