

CHỦ ĐỀ 1. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K , với K là một khoảng, nửa khoảng hoặc một đoạn.

- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến (tăng) trên K nếu " $x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ ".
- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến (giảm) trên K nếu " $x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ ".

2. Điều kiện cần để hàm số đơn điệu: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

- Nếu hàm số đồng biến trên khoảng K thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.
- Nếu hàm số nghịch biến trên khoảng K thì $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$.

3. Điều kiện đủ để hàm số đơn điệu: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K .

⚡ Chú ý.

- Nếu K là một đoạn hoặc nửa khoảng thì phải bổ sung giả thiết "Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn hoặc nửa khoảng đó". Chẳng hạn: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đạo hàm $f'(x) > 0, \forall x \in K$ trên khoảng $(a; b)$ thì hàm số đồng biến trên đoạn $[a; b]$.
- Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ (hoặc $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$) và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số điểm hữu hạn của K thì hàm số đồng biến trên khoảng K (hoặc nghịch biến trên khoảng K).

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

1. Lập bảng xét dấu của một biểu thức $P(x)$

Bước 1. Tìm nghiệm của biểu thức $P(x)$, hoặc giá trị của x làm biểu thức $P(x)$ không xác định.

Bước 2. Sắp xếp các giá trị của x tìm được theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

Bước 3. Sử dụng máy tính tìm dấu của $P(x)$ trên từng khoảng của bảng xét dấu.

2. Xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ trên tập xác định

Bước 1. Tìm tập xác định D .

Bước 2. Tính đạo hàm $y' = f'(x)$.

Bước 3. Tìm nghiệm của $f'(x)$ hoặc những giá trị x làm cho $f'(x)$ không xác định.

Bước 4. Lập bảng biến thiên.

Bước 5. Kết luận.

3. Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y = f(x)$ đồng biến, nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ cho trước.

Cho hàm số $y = f(x, m)$ có tập xác định D , khoảng $(a; b) \subset D$:

- Hàm số nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (a; b)$.
- Hàm số đồng biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (a; b)$.

⚡ **Chú ý:** Riêng hàm số $y = \frac{a_1x + b_1}{cx + d}$ thì:

- Hàm số nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in (a; b)$.

- Hàm số đồng biến trên $(a;b)$ $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (a;b)$.

* Nhắc lại một số kiến thức liên quan: Cho tam thức $g(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

a). $g(x) \geq 0, \forall x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ D \leq 0 \end{cases}$

b). $g(x) > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ D > 0 \end{cases}$

c). $g(x) \leq 0, \forall x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ D \leq 0 \end{cases}$

d). $g(x) < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases}$

🐼 **Chú ý**: Nếu gặp bài toán tìm m để hàm số đồng biến (hoặc nghịch biến) trên khoảng $(a;b)$:

- ✓ **Bước 1**: Đưa bất phương trình $f(x) \geq 0$ (hoặc $f(x) \leq 0$), $\forall x \in (a;b)$ về dạng $g(x) \geq h(m)$ (hoặc $g(x) \leq h(m)$), $\forall x \in (a;b)$.
- ✓ **Bước 2**: Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $(a;b)$.
- ✓ **Bước 3**: Từ bảng biến thiên và các điều kiện ta suy ra các giá trị cần tìm của tham số m .

4. Sử dụng tính đơn điệu của hàm số để giải phương trình, hệ phương trình và bất phương trình:

Đưa phương trình, hoặc bất phương trình về dạng $f(x) = m$ hoặc $f(x) \geq g(m)$, lập bảng biến thiên của $f(x)$, dựa vào BBT suy ra kết luận.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 10$ và các khoảng sau:

(I): $(-\infty; -\sqrt{2})$; (II): $(-\sqrt{2}; 0)$; (III): $(0; \sqrt{2})$;

Hỏi hàm số đồng biến trên các khoảng nào?

- A. Chỉ (I).
- B. (I) và (II).
- C. (II) và (III).
- D. (I) và (III).

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{-4+2x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.
- C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 5. Hỏi hàm số nào sau đây luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $h(x) = x^4 - 4x^2 + 4$.
- B. $g(x) = x^3 + 3x^2 + 10x + 1$.
- C. $f(x) = -\frac{4}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 - x$.
- D. $k(x) = x^3 + 10x - \cos^2 x$.

Câu 6. Hỏi hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng nào?

- A. $(-\infty; -4)$ và $(2; +\infty)$.
- B. $(-4; 2)$.
- C. $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- D. $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$.

Câu 7. Hỏi hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(5; +\infty)$
- B. $(2; 3)$
- C. $(-\infty; 1)$
- D. $(1; 5)$

Câu 8. Hỏi hàm số $y = \frac{3}{5}x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 2$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 0)$.
- B. $\mathbb{R}$.
- C. $(0; 2)$.
- D. $(2; +\infty)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hỏi hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

- A. $\begin{cases} a=b=0, c>0 \\ a>0; b^2-3ac \leq 0 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} a=b=0, c>0 \\ a>0; b^2-3ac \geq 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} a=b=0, c>0 \\ a<0; b^2-3ac \leq 0 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} a=b=c=0 \\ a<0; b^2-3ac < 0 \end{cases}$

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 15$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Hàm số đồng biến trên $(-9;-5)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \sqrt{3x^2 - x^3}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
- B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0);(2;3)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0);(2;3)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x}{2} + \sin^2 x, x \in [0; \pi]$. Hỏi hàm số đồng biến trên các khoảng nào?

- A. $\left(0; \frac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right)$.
- B. $\left(\frac{7\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}\right)$.
- C. $\left(0; \frac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{7\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}\right)$.
- D. $\left(\frac{7\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = x + \cos^2 x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{4} + k\pi; +\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{\pi}{4} + k\pi\right)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4} + k\pi; +\infty\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{\pi}{4} + k\pi\right)$.
- D. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 14. Cho các hàm số sau:

(I): $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 4$; (II): $y = \frac{x-1}{x+1}$; (III): $y = \sqrt{x^2 + 4}$

(IV): $y = x^3 + 4x - \sin x$; (V): $y = x^4 + x^2 + 2$.

Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên những khoảng mà nó xác định?

- A. 2.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 5.

Câu 15. Cho các hàm số sau:

(I): $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$; (II): $y = \sin x - 2x$;

(III): $y = -\sqrt{x^3 + 2}$; (IV): $y = \frac{x-2}{1-x}$

Hỏi hàm số nào nghịch biến trên toàn trục số?

- A. (I), (II).
- B. (I), (II) và (III).
- C. (I), (II) và (IV).
- D. (II), (III).

Câu 16. Xét các mệnh đề sau:

(I). Hàm số $y = -(x-1)^3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

(II). Hàm số $y = \ln(x-1) - \frac{x}{x-1}$ đồng biến trên tập xác định của nó.

(III). Hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 17. Cho hàm số $y = |x+1|(x-2)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 18. Cho hàm số $y = x + 3 + 2\sqrt{2-x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = \cos 2x + \sin 2x \cdot \tan x, \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số luôn giảm trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

B. Hàm số luôn tăng trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số không đổi trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số luôn giảm trên $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-m+2}{x+1}$ giảm trên các khoảng mà nó xác định?

A. $m < -3$.

B. $m \leq -3$.

C. $m \leq 1$.

D. $m < 1$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số sau luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

$$y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$$

A. $-3 \leq m \leq 1$.

B. $m \leq 1$.

C. $-3 < m < 1$.

D. $m \leq -3; m \geq 1$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số

$$y = \frac{x^2 - (m+1)x + 2m-1}{x-m}$$
 tăng trên từng khoảng xác định của nó?

A. $m > 1$.

B. $m \leq 1$.

C. $m < 1$.

D. $m \geq 1$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = f(x) = x + m \cos x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** $|m| \leq 1$. **B.** $m > \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $|m| \geq 1$. **D.** $m < \frac{1}{2}$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = (m-3)x - (2m+1)\cos x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** $-4 \leq m \leq \frac{2}{3}$. **B.** $m \geq 2$. **C.** $\begin{cases} m > 3 \\ m \neq 1 \end{cases}$. **D.** $m \leq 2$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số sau luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

$$y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 6(m+1)x - 3m + 5$$

- A.** 0. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 26. Tìm giá trị nhỏ nhất của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + mx^2 - mx - m$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** $m = -5$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -6$.

Câu 27. Tìm số nguyên m nhỏ nhất sao cho hàm số $y = \frac{(m+3)x - 2}{x+m}$ luôn nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?

- A.** $m = -1$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 0$. **D.** Không có m .

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ giảm trên khoảng $(-\infty; 1)$?

- A.** $-2 < m < 2$. **B.** $-2 \leq m \leq -1$. **C.** $-2 < m \leq -1$. **D.** $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A.** $m \leq 0$. **B.** $m \leq 12$. **C.** $m \geq 0$. **D.** $m \geq 12$.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$?

- A.** $m \in [-5; 2)$. **B.** $m \in (-\infty; 2]$. **C.** $m \in (2; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; -5)$.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3?

- A.** $m = -1; m = 9$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 9$. **D.** $m = 1; m = -9$.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$?

- A.** $1 \leq m < 2$. **B.** $m \leq 0; 1 \leq m < 2$. **C.** $m \geq 2$. **D.** $m \leq 0$.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2$ giảm trên nửa khoảng $[1; +\infty)$?

- A.** $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right)$. **B.** $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right]$. **C.** $\left[-2; -\frac{14}{15}\right]$. **D.** $\left[-\frac{14}{15}; +\infty\right)$.

Câu 34. Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = -x^4 + (2m - 3)x^2 + m$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ là $\left(-\infty; \frac{p}{q}\right]$, trong đó phân số $\frac{p}{q}$ tối giản và $q > 0$. Hỏi tổng $p + q$ là?

- A.** 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 35. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m + 2}{x - m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A.** Hai. **B.** Bốn. **C.** Vô số. **D.** Không có.

Câu 36. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{2x^2 + (1 - m)x + 1 + m}{x - m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số α và β sao cho hàm số

$$y = f(x) = \frac{-x^3}{3} + \frac{1}{2}(\sin \alpha + \cos \alpha)x^2 - \frac{3}{2}x \sin \alpha \cos \alpha - \sqrt{\beta - 2}$$

luôn giảm trên $\mathbb{R}$?

A. $\frac{\pi}{12} + k\pi \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $\beta \geq 2$.

B. $\frac{\pi}{12} + k\pi \leq \alpha \leq \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $\beta \geq 2$.

C. $\alpha \leq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $\beta \geq 2$.

D. $\alpha \geq \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $\beta \geq 2$.

Câu 38. Tìm mối liên hệ giữa các tham số a và b sao cho hàm số $y = f(x) = 2x + a \sin x + b \cos x$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$?

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$. **B.** $a + 2b = 2\sqrt{3}$. **C.** $a^2 + b^2 \leq 4$. **D.** $a + 2b \geq \frac{1 + \sqrt{2}}{3}$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^3 - 3x^2 - 9x - m = 0$ có đúng 1 nghiệm?

A. $-27 \leq m \leq 5$. **B.** $m < -5$ hoặc $m > 27$.

C. $m < -27$ hoặc $m > 5$. **D.** $-5 \leq m \leq 27$.

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $2\sqrt{x+1} = x + m$ có nghiệm thực?

A. $m \geq 2$. **B.** $m \leq 2$. **C.** $m \geq 3$. **D.** $m \leq 3$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 5} = m + 4x - x^2$ có đúng 2 nghiệm dương?

A. $1 \leq m \leq 3$. **B.** $-3 < m < \sqrt{5}$. **C.** $-\sqrt{5} < m < 3$. **D.** $-3 \leq m < 3$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho mọi nghiệm của bất phương trình: $x^2 - 3x + 2 \leq 0$ cũng là nghiệm của bất phương trình $mx^2 + (m+1)x + m + 1 \geq 0$?

A. $m \leq -1$. **B.** $m \leq -\frac{4}{7}$. **C.** $m \geq -\frac{4}{7}$. **D.** $m \geq -1$.

- Câu 43.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình:
 $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm trên đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?
A. $-1 \leq m \leq 3$. **B.** $0 \leq m \leq 2$. **C.** $0 \leq m \leq 3$. **D.** $-1 \leq m \leq 2$.
- Câu 44.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình
 $\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1$ có hai nghiệm thực?
A. $m \geq -\frac{7}{2}$. **B.** $m \geq \frac{3}{2}$. **C.** $m \geq \frac{9}{2}$. **D.** $\forall m \in \mathbb{R}$.
- Câu 45.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình
 $3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm thực?
A. $\frac{1}{3} \leq m < 1$. **B.** $-1 \leq m \leq \frac{1}{4}$. **C.** $-2 < m \leq \frac{1}{3}$. **D.** $0 \leq m < \frac{1}{3}$.
- Câu 46.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình
 $\sqrt{(1+2x)(3-x)} > m + 2x^2 - 5x - 3$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left[-\frac{1}{2}; 3\right]$?
A. $m > 1$. **B.** $m > 0$. **C.** $m < 1$. **D.** $m < 0$.
- Câu 47.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình
 $3(\sqrt{1+x} + \sqrt{3-x}) - 2\sqrt{(1+x)(3-x)} \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 3]$?
A. $m \leq 6$. **B.** $m \geq 6$. **C.** $m \geq 6\sqrt{2} - 4$. **D.** $m \leq 6\sqrt{2} - 4$.
- Câu 48.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình
 $\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} - \sqrt{18+3x-x^2} \leq m^2 - m + 1$ nghiệm đúng $\forall x \in [-3; 6]$?
A. $m \geq -1$. **B.** $-1 \leq m \leq 0$.
C. $0 \leq m \leq 2$. **D.** $m \leq -1$ hoặc $m \geq 2$.
- Câu 49.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình
 $m \cdot 4^x + (m-1) \cdot 2^{x+2} + m - 1 > 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$?
A. $m \leq 3$. **B.** $m \geq 1$. **C.** $-1 \leq m \leq 4$. **D.** $m \geq 0$.
- Câu 50.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình:
 $-x^3 + 3mx - 2 < -\frac{1}{x^3}$ nghiệm đúng $\forall x \geq 1$?
A. $m < \frac{2}{3}$. **B.** $m \geq \frac{2}{3}$. **C.** $m \geq \frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{3}{2}$.
- Câu 51.** Tìm giá trị lớn nhất của tham số m sao cho bất phương trình
 $2^{\cos^2 x} + 3^{\sin^2 x} \geq m \cdot 3^{\cos^2 x}$ có nghiệm?
A. $m = 4$. **B.** $m = 8$. **C.** $m = 12$. **D.** $m = 16$.
- Câu 52.** Bất phương trình $\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16} - \sqrt{4-x} \geq 2\sqrt{3}$ có tập nghiệm là $[a; b]$. Hỏi tổng $a+b$ có giá trị là bao nhiêu?
A. -2 . **B.** 4 . **C.** 5 . **D.** 3 .
- Câu 53.** Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 6x + 11} > \sqrt{3-x} - \sqrt{x-1}$ có tập nghiệm $(a; b]$.
Hỏi hiệu $b - a$ có giá trị là bao nhiêu?
A. 1 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** -1 .

C. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	D	B	C	D	D	B	A	B	B	A	A	C	A	A	B	C	C	

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	B	A	A	A	C	D	C	D	B	A	B	B	C	C	D	B	C	C	B

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53							
B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	A							

II - HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ta có $y' = \frac{2}{(1-x)^2} > 0, \forall x \neq 1$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Câu 2. Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x-1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 3. Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $y' = -4x^3 + 8x = 4x(2 - x^2)$. Giải $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$

Trên các khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến.

Câu 4. Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Ta có $y' = -\frac{10}{(-4+2x)^2} < 0, \forall x \in D$.

Câu 5. Chọn C.

Ta có: $f'(x) = -4x^4 + 4x^2 - 1 = -(2x^2 - 1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 6. Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. $y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x+1)^2}$. Giải $y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$

y' không xác định khi $x = -1$. Bảng biến thiên:

—



Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$

Câu 7. Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $y' = x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$

Trên khoảng $(1; 5)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến

Câu 8. Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $y' = 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 = 3x^2(x-2)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 9. Chọn A.

$y' = 3ax^2 + 2bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

Câu 10. Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Do $y' = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x-1)(x+3)$ nên hàm số **không** đồng biến trên $\mathbb{R}$.

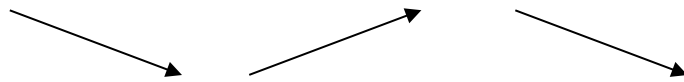
Câu 11. Chọn B.

HSXD: $3x^2 - x^3 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$ suy ra $D = (-\infty; 3]$. $y' = \frac{6x - 3x^2}{2\sqrt{3x^2 - x^3}}, \forall x \in (-\infty; 3)$.

Giải $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. y' không xác định khi $\begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

02||0||00



Hàm số nghịch biến $(-\infty; 0)$ và $(2; 3)$. Hàm số đồng biến $(0; 2)$

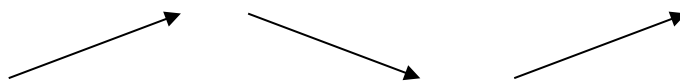
Câu 12. Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $y' = \frac{1}{2} + \sin 2x$. Giải $y' = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

Vì $x \in [0; \pi]$ nên có 2 giá trị $x = \frac{7\pi}{12}$ và $x = \frac{11\pi}{12}$ thỏa mãn điều kiện.

Bảng biến thiên:

||00||



Hàm số đồng biến $\left(0; \frac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right)$

Câu 13. Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$; $y' = 1 - \sin 2x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ suy ra hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 14. Chọn C.

(I): $y' = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

(II): $y' = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ (III): $y' = (\sqrt{x^2+4})' = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$

(IV): $y' = 3x^2 + 4 - \cos x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (V): $y' = 4x^3 + 2x = 2x(2x^2 + 1)$

Câu 15. Chọn A.

(I): $y' = (-x^3 + 3x^2 - 3x + 1)' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x - 1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$;

(II): $y' = (\sin x - 2x)' = \cos x - 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$;

(III) $y' = -(\sqrt{x^3+2})' = -\frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+2}} \leq 0, \forall x \in (-\sqrt[3]{2}; +\infty)$;

(IV) $y' = \left(\frac{x-2}{1-x}\right)' = \left(\frac{x-2}{-x+1}\right)' = -\frac{1}{(1-x)^2} < 0, \forall x \neq 1$

Câu 16. Chọn A.

(I) $y' = (-(x-1)^3)' = -3(x-1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

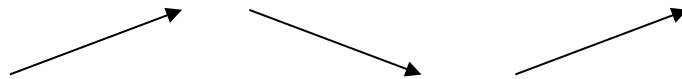
$$(II) \ y' = \left(\ln(x-1) - \frac{x}{x-1} \right)' = \frac{x}{(x-1)^2} > 0, \forall x > 1$$

$$(III) \ y' = \frac{1 \cdot \sqrt{x^2+1} - x \cdot (\sqrt{x^2+1})'}{x^2+1} = \frac{\sqrt{x^2+1} - x \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \right)}{x^2+1} = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Câu 17. Chọn B.

$$y' = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \geq -1 \\ -2x+1 & \text{khi } x < -1 \end{cases}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

||0



Câu 18. Chọn C.

TXĐ: $D = (-\infty; 2]$. Ta có $y' = \frac{\sqrt{2-x}-1}{\sqrt{2-x}}, \forall x \in (-\infty; 2)$.

Giải $y' = 0 \Rightarrow \sqrt{2-x} = 1 \Rightarrow x = 1$; y' không xác định khi $x = 2$

Bảng biến thiên:

12 0||65



Câu 19. Chọn C.

Xét trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$.

Ta có: $y = \cos 2x + \sin 2x \cdot \tan x = \frac{\cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x}{\cos x} = 1 \Rightarrow y' = 0$

Hàm số không đổi trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$.

Câu 20. Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có $y' = \frac{m-1}{(x+1)^2}$

Để hàm số giảm trên các khoảng mà nó xác định $\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow m < 1$

Câu 21. Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -x^2 - 2mx + 2m - 3$. Để hàm số nghịch biến trên

$\mathbb{R}$ thì $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 0 \text{ (h)} \\ m^2 + 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1$

Câu 22. Chọn B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có $y' = \frac{x^2 - 2mx + m^2 - m + 1}{(x-m)^2}$

Để hàm số tăng trên từng khoảng xác định của nó

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in D \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 \geq 0, \forall x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \geq 0 (h\text{đ}) \\ m - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 1$$

Câu 23. Chọn A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 1 - m \sin x$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$

Trường hợp 1: $m = 0$ ta có $0 \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

Trường hợp 2: $m > 0$ ta có $\sin x \leq \frac{1}{m}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{1}{m} \geq 1 \Leftrightarrow m \leq 1$

Trường hợp 3: $m < 0$ ta có $\sin x \geq \frac{1}{m}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{1}{m} \leq -1 \Leftrightarrow m \geq -1$

Vậy $|m| \leq 1$

Câu 24. Chọn A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = m - 3 + (2m + 1) \sin x$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (2m + 1) \sin x \leq 3 - m, \forall x \in \mathbb{R}$

Trường hợp 1: $m = -\frac{1}{2}$ ta có $0 \leq \frac{7}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m < -\frac{1}{2}$ ta có $\sin x \geq \frac{3 - m}{2m + 1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3 - m}{2m + 1} \leq -1$
 $\Leftrightarrow 3 - m \geq -2m - 1 \Leftrightarrow m \geq -4$

Trường hợp 3: $m > -\frac{1}{2}$ ta có:

$$\sin x \leq \frac{3 - m}{2m + 1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3 - m}{2m + 1} \geq 1 \Leftrightarrow 3 - m \geq 2m + 1 \Leftrightarrow m \leq \frac{2}{3}. \text{ Vậy } m \in \left[-4; \frac{2}{3}\right]$$

Câu 25. Chọn A.

$$\text{Tính nhanh, ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6(m + 2)x + 6(m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = m + 1 \end{cases}$$

Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm kép khi $m = 0$, suy ra hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Trường hợp $m \neq 0$, phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt (không thỏa yêu cầu bài toán).

Câu 26. Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x^2 + 2mx - m$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 (h\text{đ}) \\ m^2 + m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $m = -1$

Câu 27. Chọn D.

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}. \text{ Ta có } y' = \frac{m^2 + 3m + 2}{(x + m)^2}$$

$$\text{Yêu cầu đề bài } \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < -1$$

Vậy không có số nguyên m nào thuộc khoảng $(-2; -1)$.

Câu 28. Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$. Ta có $y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}$. Để hàm số giảm trên khoảng

$$(-\infty; 1) \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in (-\infty; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ 1 \leq -m \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq -1$$

Câu 29. Chọn D.

Cách 1: Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 12x + m$

• Trường hợp 1:

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \text{ (hn)} \\ 36 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 12$$

• Trường hợp 2: Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 \leq 0$ (*)

✓ Trường hợp 2.1: $y' = 0$ có nghiệm $x = 0$ suy ra $m = 0$. Nghiệm còn lại của $y' = 0$ là $x = 4$ (không thỏa (*))

✓ Trường hợp 2.2: $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa

$$x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 - 3m > 0 \\ 4 < 0 \text{ (vl)} \\ \frac{m}{3} > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{không có } m. \text{ Vậy } m \geq 12$$

Cách 2: Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq 12x - 3x^2 = g(x), \forall x \in (0; +\infty)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(0; +\infty)$.

x	0	2	$+\infty$
g'		+	0
g		12	
	$\nearrow$		$\searrow$
	0		$-\infty$

Câu 30. Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 4x^3 - 4(m-1)x$.

Hàm số đồng biến trên $(1; 3) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow g(x) = x^2 + 1 \geq m, \forall x \in (1; 3)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1; 3)$.

x	1	3
g'		+
g		10
	$\nearrow$	
	2	

Dựa vào bảng biến thiên, kết luận: $m \leq \min g(x) \Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 31. Chọn A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x^2 - mx + 2m$

Ta không xét trường hợp $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ vì $a = 1 > 0$

Hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3 $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa

$$|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow S^2 - 4P = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 8 \text{ hay } m < 0 \\ m^2 - 8m = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 9 \end{cases}$$

Câu 32. Chọn B.

+) Điều kiện $\tan x \neq m$. Điều kiện cần để hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ là $m \notin (0; 1)$

$$+) y' = \frac{2-m}{\cos^2 x (\tan x - m)^2}.$$

$$+) \text{ Ta thấy: } \frac{1}{\cos^2 x (\tan x - m)^2} > 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right); m \notin (0; 1)$$

$$+) \text{ Để hs đồng biến trên } \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 > 0 \\ m \leq 0; m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0 \text{ hoặc } 1 \leq m < 2$$

Câu 33. Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbf{R}$, yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình

$$mx^2 + 14mx + 14 \leq 0, \forall x \geq 1, \text{ tương đương với } g(x) = \frac{-14}{x^2 + 14x} \geq m \quad (1)$$

Dễ dàng có được $g(x)$ là hàm tăng $\forall x \in [1; +\infty)$, suy ra $\min_{x \geq 1} g(x) = g(1) = -\frac{14}{15}$

$$\text{Kết luận: } (1) \Leftrightarrow \min_{x \geq 1} g(x) \geq m \Leftrightarrow -\frac{14}{15} \geq m$$

Câu 34. Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbf{R}$. Ta có $y' = -4x^3 + 2(2m-3)x$.

Hàm số nghịch biến trên $(1; 2) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m \leq x^2 + \frac{3}{2} = g(x), \forall x \in (1; 2)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1; 2)$. $g'(x) = 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên

x	1	2
g'	+	0
g	$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, kết luận: $m \leq \min g(x) \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}$. Vậy $p+q = 5+2 = 7$.

Câu 35. Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbf{R} \setminus \{m\}$. Ta có $y' = \frac{x^2 - 2mx + 2m^2 - m - 2}{(x-m)^2} = \frac{g(x)}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi $g(x) \geq 0, \forall x \in D$.

Điều kiện tương đương là $\Delta_{g(x)} = -m^2 + m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$

Kết luận: Có vô số giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 36. Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbf{R} \setminus \{m\}$. Ta có $y' = \frac{2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1}{(x-m)^2} = \frac{g(x)}{(x-m)^2}$

Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $g(x) \geq 0, \forall x > 1$ và $m \leq 1$ (1)

Vì $\Delta_g' = 2(m+1)^2 \geq 0, \forall m$ nên (1) $\Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm thỏa $x_1 \leq x_2 \leq 1$

Điều kiện tương đương là $\begin{cases} 2g(1) = 2(m^2 - 6m + 1) \geq 0 \\ \frac{S}{2} = m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3 - 2\sqrt{2} \approx 0,2.$

Do đó không có giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 37. Chọn B.

Điều kiện xác định: $\beta \geq 2$

Yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình $\frac{1}{2} \leq \sin 2\alpha \leq 1$

Kết luận: $\frac{\pi}{12} + k\pi \leq \alpha \leq \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$ và $\beta \geq 2$.

Câu 38. Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbf{R}$. Ta có: $y' = 2 + a\cos x - b\sin x$

Áp dụng bất đẳng thức Schwartz ta có $2 - \sqrt{a^2 + b^2} \leq y' \leq 2 + \sqrt{a^2 + b^2}$

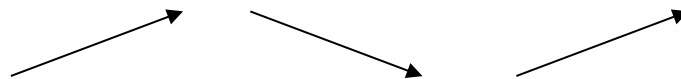
Yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình

$$y' \geq 0, \forall x \Leftrightarrow 2 - \sqrt{a^2 + b^2} \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \leq 4.$$

Câu 39. Chọn C.

(1) $\Leftrightarrow m = x^3 - 3x^2 - 9x = f(x)$. Bảng biến thiên của $f(x)$ trên $\mathbf{R}$.

3005



Từ đó suy ra pt có đúng 1 nghiệm khi $m < -27$ hoặc $m > 5$

Câu 40. Chọn B.

Đặt $t = \sqrt{x+1}, t \geq 0$. Phương trình thành: $2t = t^2 - 1 + m \Leftrightarrow m = -t^2 + 2t + 1$

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 2t + 1, t \geq 0; f'(t) = -2t + 2$

Bảng biến thiên của $f(t)$:

0 1 0 2



Từ đó suy ra phương trình có nghiệm khi $m \leq 2$.

Câu 41. Chọn B

Đặt $t = f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. Ta có $f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Xét $x > 0$ ta có bảng biến thiên

0 2 0 1



Khi đó phương trình đã cho trở thành $m = t^2 + t - 5 \Leftrightarrow t^2 + t - 5 - m = 0$ (1).

Nếu phương trình (1) có nghiệm t_1, t_2 thì $t_1 + t_2 = -1$. (1) có nhiều nhất 1 nghiệm $t \geq 1$.

Vậy phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm dương khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng 1 nghiệm $t \in (1; \sqrt{5})$. Đặt $g(t) = t^2 + t - 5$. Ta đi tìm m để phương trình $g(t) = m$ có đúng 1 nghiệm $t \in (1; \sqrt{5})$. Ta có $g'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \in (1; \sqrt{5})$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra $-3 < m < \sqrt{5}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 42. Chọn C.

Bất phương trình $x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$.

Bất phương trình $mx^2 + (m+1)x + m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m(x^2 + x + 1) \geq -x - 2 \Leftrightarrow m \geq \frac{-x-2}{x^2+x+1}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{-x-2}{x^2+x+1}$ với $1 \leq x \leq 2$. Có $f'(x) = \frac{x^2+4x+1}{(x^2+x+1)^2} > 0, \forall x \in [1; 2]$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m \geq \max_{[1;2]} f(x) \Leftrightarrow m \geq -\frac{4}{7}$

Câu 43. Chọn B.

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$. Điều kiện: $t \geq 1$.

Phương trình thành: $t^2 + t - 2m - 2 = 0$ (*) . Khi $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Rightarrow t \in [1; 2]$

(*) $\Leftrightarrow f(t) = \frac{t^2 + t - 2}{2} = m$. Bảng biến thiên :

2 02



Từ bảng biến thiên ta có : $0 \leq m \leq 2$

Câu 44. Chọn C

Điều kiện: $x \geq -\frac{1}{2}$

Phương trình $\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 1 = mx$ (*)

Vì $x = 0$ không là nghiệm nên (*) $\Leftrightarrow m = \frac{3x^2 + 4x - 1}{x}$

Xét $f(x) = \frac{3x^2 + 4x - 1}{x}$. Ta có $f'(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2} > 0 \forall x \geq -\frac{1}{2}; x \neq 0$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có để phương trình có hai nghiệm thì $m \geq \frac{9}{2}$.

Câu 45. Chọn D.

Điều kiện : $x \geq 1$

$$\text{Pt} \Leftrightarrow 3 \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} + m = 2 \frac{\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt[4]{(x+1)^2}} \Leftrightarrow 3 \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + m = 2 \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}$$

$t = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}$ với $x \geq 1$ ta có $0 \leq t < 1$. Thay vào phương trình ta được
 $m = 2t - 3t^2 = f(t)$

Ta có: $f'(t) = 2 - 6t$ ta có: $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$

Bảng biến thiên:

0 1 0 0



Từ bảng biến thiên ta có để phương trình có hai nghiệm khi $0 \leq m < \frac{1}{3}$

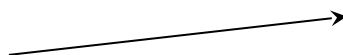
Câu 46. Chọn D.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{(1+2x)(3-x)} \text{ khi } x \in \left[-\frac{1}{2}; 3\right] \Rightarrow t \in \left[0; \frac{7\sqrt{2}}{4}\right]$$

Thay vào bất phương trình ta được $f(t) = t^2 + t > m$

Bảng biến thiên

0



Từ bảng biến thiên ta có : $m < 0$

Câu 47. Chọn D.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} \Rightarrow t^2 = 4 + 2\sqrt{(1+x)(3-x)} \Leftrightarrow 2\sqrt{(1+x)(3-x)} = t^2 - 4$$

Với $x \in [-1; 3] \Rightarrow t \in [2; 2\sqrt{2}]$. Thay vào bất phương trình ta được: $m \leq -t^2 + 3t + 4$

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 3t + 4$; $f'(t) = -2t + 3$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2} < 2$

- 6



Từ bảng biến thiên ta có $m \leq 6\sqrt{2} - 4$ thỏa đề bài

Câu 48. Chọn D.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} > 0 \Rightarrow t^2 = (\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x})^2 = 9 + 2\sqrt{(3+x)(6-x)}$$

$$\Rightarrow 9 \leq t^2 = 9 + 2\sqrt{(3+x)(6-x)} \leq 9 + (3+x) + (6-x) = 18$$

$$\Rightarrow \sqrt{18+3x-x^2} = \sqrt{(3+x)(6-x)} = \frac{1}{2}(t^2 - 9); t \in [3; 3\sqrt{2}]$$

$$\text{Xét } f(t) = -\frac{1}{2}t^2 + t + \frac{9}{2}; f'(t) = 1 - t < 0; \forall t \in [3; 3\sqrt{2}] \Rightarrow \max_{[3; 3\sqrt{2}]} f(t) = f(3) = 3$$

$$\text{ycbt} \Leftrightarrow \max_{[3; 3\sqrt{2}]} f(t) = 3 \leq m^2 - m + 1 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -1 \text{ hoặc } m \geq 2$$

Câu 49. Chọn B

$$\text{Đặt } t = 2^x > 0 \text{ thì } m.4^x + (m-1).2^{x+2} + m-1 > 0, \text{ đúng } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m.t^2 + 4(m-1).t + (m-1) > 0, \forall t > 0 \Leftrightarrow m(t^2 + 4t + 1) > 4t + 1, \forall t > 0$$

$$\Leftrightarrow g(t) = \frac{4t+1}{t^2+4t+1} < m, \forall t > 0.$$

$$\text{Ta có } g'(t) = \frac{-4t^2 - 2t}{(t^2 + 4t + 1)^2} < 0 \text{ nên } g(t) \text{ nghịch biến trên } [0; +\infty)$$

$$\text{ycbt} \Leftrightarrow \max_{t \geq 0} g(t) = g(0) = 1 \leq m$$

Câu 50. Chọn A.

$$\text{Bpt} \Leftrightarrow 3mx < x^3 - \frac{1}{x^3} + 2, \forall x \geq 1 \Leftrightarrow 3m < x^2 - \frac{1}{x^4} + \frac{2}{x} = f(x), \forall x \geq 1.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 2x + \frac{4}{x^5} - \frac{2}{x^2} \geq 2\sqrt{2x\left(\frac{4}{x^5}\right)} - \frac{2}{x^2} = \frac{4\sqrt{2} - 2}{x^2} > 0 \text{ suy ra } f(x) \text{ tăng.}$$

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow f(x) > 3m, \forall x \geq 1 \Leftrightarrow \min_{x \geq 1} f(x) = f(1) = 2 > 3m \Leftrightarrow \frac{2}{3} > m$$

Câu 51. Chọn A.

$$(1) \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{\cos^2 x} + 3\left(\frac{1}{9}\right)^{\cos^2 x} \geq m. \text{ Đặt } t = \cos^2 x, 0 \leq t \leq 1$$

$$(1) \text{ trở thành } \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3\left(\frac{1}{9}\right)^t \geq m \quad (2). \text{ Đặt } f(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3\left(\frac{1}{9}\right)^t.$$

$$\text{Ta có (1) có nghiệm} \Leftrightarrow (2) \text{ có nghiệm } t \in [0; 1] \Leftrightarrow m \leq \max_{t \in [0; 1]} f(t) \Leftrightarrow m \leq 4$$

Câu 52. Chọn C

$$\text{Điều kiện: } -2 \leq x \leq 4. \text{ Xét } f(x) = \sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16} - \sqrt{4-x} \text{ trên đoạn } [-2; 4].$$

$$\text{Có } f'(x) = \frac{3(x^2 + x + 1)}{\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} > 0, \forall x \in (-2; 4).$$

$$\text{Do đó hàm số đồng biến trên } [-2; 4], \text{ bpt} \Leftrightarrow f(x) \geq f(1) = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow x \geq 1.$$

$$\text{So với điều kiện, tập nghiệm của bpt là } S = [1; 4] \Rightarrow a + b = 5.$$

Câu 53. Chọn A.

Điều kiện: $1 \leq x \leq 3$; bpt $\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+2} + \sqrt{x-1} > \sqrt{(3-x)^2+2} + \sqrt{3-x}$

Xét $f(t) = \sqrt{t^2+2} + \sqrt{t}$ với $t \geq 0$. Có $f'(t) = \frac{t}{2\sqrt{t^2+2}} + \frac{1}{2\sqrt{t}} > 0, \forall t > 0$.

Do đó hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$. (1) $\Leftrightarrow f(x-1) > f(3-x) \Leftrightarrow x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$

So với điều kiện, bpt có tập nghiệm là $S = (2; 3]$. Tài liệu được chia sẻ bởi

Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>