

“SỬ DỤNG CÁC TÍNH CHẤT TRONG HÌNH HỌC PHẪNG ĐỂ GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN TRONG ĐỀ THI TN THPT QUỐC GIA VÀ THI HSG TỈNH THANH HÓA”

1. MỞ ĐẦU

1.1. Lý do chọn đề tài.

Trong cấu trúc của đề thi TN THPT quốc gia và thi HSG cấp tỉnh, bài toán phương pháp tọa độ trong mặt phẳng là một bài toán khó, yêu cầu phải là học sinh khá, giỏi nắm vững kiến thức về hình học phẳng và có kỹ năng vận dụng kiến thức linh hoạt thì mới có thể làm được bài toán này.

Những năm gần đây, việc khai thác các tính chất của hình học phẳng để đưa vào bài toán phương pháp tọa độ trong mặt phẳng thường được người ra đề quan tâm. Do đó, học sinh muốn giải được những bài toán này thì giáo viên phải yêu cầu học sinh nắm vững các kiến thức của hình học phẳng, đặc biệt là các tính chất của các hình. Việc này rất quan trọng trong quá trình tiếp cận và giải quyết các bài toán phương pháp tọa độ trong mặt phẳng.

1.2. Mục đích nghiên cứu.

Tôi chọn đề tài này nhằm mục đích giúp học sinh có một định hướng rõ ràng hơn khi đứng trước một bài toán phương pháp tọa độ trong mặt phẳng. Giúp các em học sinh biết phân tích, liên hệ giữa tính chất của một số hình và yêu cầu của đề bài, từ đó xây dựng lời giải.

1.3. Đối tượng nghiên cứu.

Tính chất của các hình phẳng rất nhiều, khuôn khổ của đề tài lại có hạn, nên ở đây tôi xin được trình bày hai tính chất quan trọng của các điểm đặc biệt trong một tam giác, đó là: Đường thẳng Ô-le và đường tròn Ô-le.

Ở trong chương trình hình học phổ thông, trong sách giáo khoa không trực tiếp giới thiệu các tính chất này như những định lý thông dụng, vì vậy khi sử dụng vào bài giải của mình, bắt buộc học sinh phải chứng minh. Đương nhiên, việc chứng minh những tính chất này cũng không qua phức tạp.

1.4. Phương pháp nghiên cứu.

Dựa trên sự phân tích và phân loại bài toán, đối chiếu với các tính chất của hình phẳng, từ đó tìm ra sự liên quan. Kết hợp với phương pháp quy nạp

chúng ta sẽ có được những chuyên đề hữu ích, những chìa khóa quan trọng có thể giải quyết được các bài toán khó. Từ đó hình thành lối tư duy khoa học sáng tạo, có thể nảy sinh nhiều ý tưởng phong phú, xây dựng được nhiều bài toán hay giúp ích cho quá trình học và ôn tập kiến thức để có kết quả cao trong các kỳ thi.

2. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

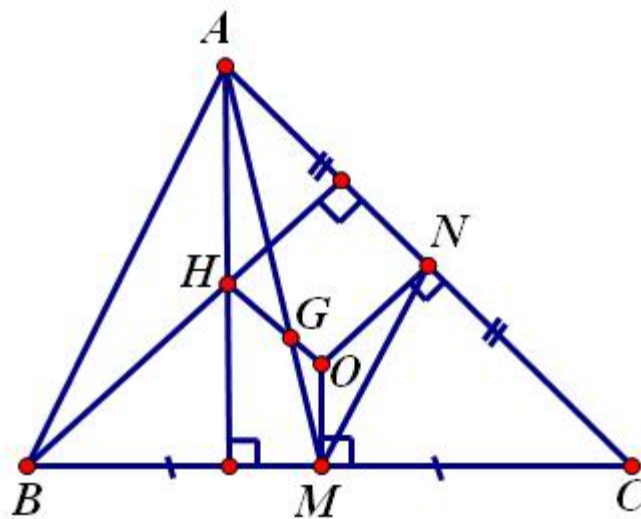
2.1. Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm.

Tôi xin nhắc lại hai tính chất có liên quan tới bài viết này, đồng thời cũng đề xuất cách chứng minh tương ứng (Đương nhiên cũng sẽ có những cách khác để chứng minh hai tính chất này).

Đường thẳng O-le: Trong tam giác, tâm đường tròn ngoại tiếp I , trực tâm H , trọng tâm G thẳng hàng. Đường thẳng đi qua 3 điểm thẳng hàng nói trên gọi là đường thẳng O-le.

Chứng minh:

Cách 1: Sử dụng tam giác đồng dạng



Hình vẽ 1

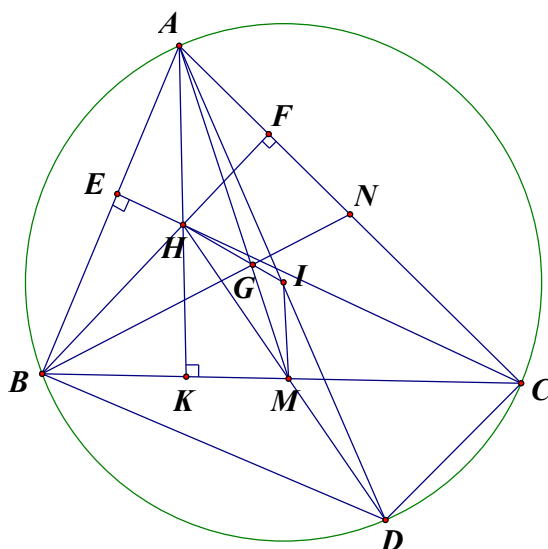
Các điểm được đặt như trên hình vẽ

Dễ dàng chỉ ra: $\triangle HAB$ đồng dạng với $\triangle OMN$ (g.g) $\Rightarrow \frac{OM}{AH} = \frac{1}{2}$

Lại có: $\frac{GM}{GA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{GM}{GA} = \frac{OM}{AH}$, mặt khác: $\angle HAG = \angle MOG$,

suy ra $\triangle AHG$ đồng dạng với $\triangle MOG \Rightarrow \angle GH = \angle GO$ nên H, G, O thẳng hàng.

Cách 2: Vẽ đường kính AD. (Cách chứng minh này khá đơn giản, xin phép cho tôi không trình bày ở đây)



Hình vẽ 2

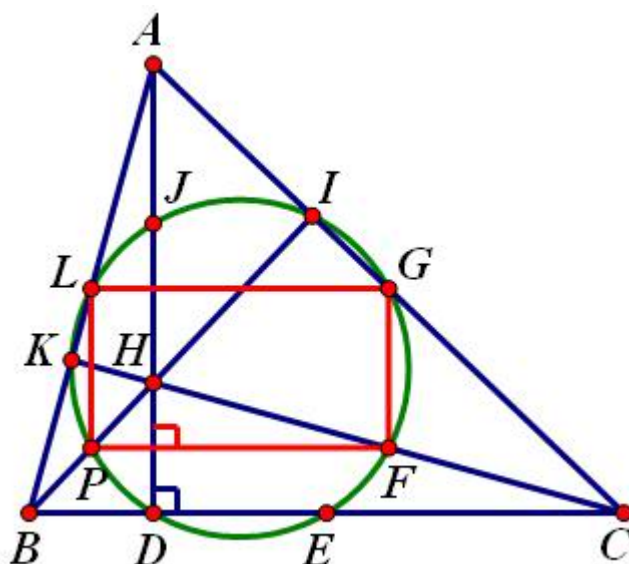
Qua chứng minh trên ta dễ dàng suy ra được:

- 1, Tứ giác BHCD là hình bình hành.
- 2, $\overline{AH} = 2\overline{IM}$.
- 3, $\overline{IH} = 3\overline{IG}$.

Đường tròn O-le: Trong một tam giác, chân 3 đường cao, 3 trung điểm 3 cạnh và 3 trung điểm các đoạn thẳng nối trực tâm đến đỉnh cùng nằm trên một đường tròn.

Chứng minh:

Đặt tên các điểm như hình vẽ.



Để ý thấy LGFP là hình chữ nhật nên nội tiếp đường tròn có tâm là trung điểm của LF và GP. (1)

Tương tự:

$GIPD$ là hình chữ nhật nên nội tiếp đường tròn có tâm là trung điểm của ID và GP (2)

$PEGJ$ là hình chữ nhật nên nội tiếp đường tròn có tâm là trung điểm của EJ và PG (3)

$EFJL$ là hình chữ nhật nên nội tiếp đường tròn có tâm là trung điểm của LF và EJ (4)

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra 9 điểm $D, E, F, G, I, J, L, K, P$ nằm trên cùng một đường tròn (đường tròn 9 điểm - đường tròn Ô-le).

2.2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm.

Tôi xin nêu ra 5 bài toán mà nếu giải nó theo cách không sử dụng hai tính chất nêu trên thì bài toán sẽ trở nên dài dòng, phức tạp (điều này đã được kiểm tra thực tế trên các tiết dạy bồi dưỡng kiến thức trên lớp học).

Bài toán 1:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm $H(-1;4)$, tâm đường tròn ngoại tiếp $I(-3;0)$ và trung điểm cạnh BC là điểm $M(0;-3)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác.

Bài toán 2:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm $I(2;1)$, trọng tâm $G(\frac{7}{3};\frac{4}{3})$. Phương trình cạnh AB: $x-y+1=0$. Xác định tọa độ ba đỉnh tam giác ABC, biết $x_A < x_B$.

Bài toán 3:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm $H(3;-2)$, tâm đường tròn ngoại tiếp $I(8;11)$, chân đường cao vẽ từ đỉnh A là $K(4;-1)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

Bài toán 4:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $B(-1;4)$. Gọi $D, E(-1;2)$, N lần lượt là chân đường cao kẻ từ A, chân đường cao kẻ từ B và trung điểm cạnh AB. Biết $I(-\frac{3}{2};\frac{7}{2})$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEN. Tìm tọa độ đỉnh C của tam giác ABC.

Bài toán 5:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H, phương trình đường thẳng AH: $3x - y + 3 = 0$, Trung điểm cạnh BC là $M(3;0)$, Gọi E, F lần lượt là chân đường cao hạ từ B, C tới AC, AB. Biết phương trình EF là: $x - 3y + 7 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A biết A có hoành độ dương.

2.3. Các sáng kiến kinh nghiệm hoặc các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề.

Giải bài toán 1:

- *Phân tích bài toán: Đề bài cho trực tâm H, tâm đường tròn ngoại tiếp I và trung điểm M của cạnh BC, ta nghĩ ngay tới hai hệ thức quan trọng*

$$*) \overline{AH} = 2\overline{IM}.$$

$$*) \overline{IH} = 3\overline{IG}.$$

Từ mỗi hệ thức này ta có thể xây dựng cách giải cho bài toán 1.

Cách 1:

$$\text{Sử dụng } \begin{cases} \overline{AH} = 2\overline{IM} \\ \overline{IM} = (3; -3), \end{cases} \text{ ta tìm được } A(-7; 10)$$

$$\text{Ta có } IA^2 = (-3 + 7)^2 + 10^2 = 116$$

Đường thẳng BC đi qua $M(0; -3)$ và vuông góc với IM nên phương trình BC là: $1(x - 0) - 1(y + 3) = 0 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0$.

Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình là: $(x + 3)^2 + y^2 = 116$

Tọa độ B, C là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x + 3)^2 + y^2 = 116 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(-7; -10), C(7; 4) \\ C(-7; -10), B(7; 4) \end{cases}$$

Vậy tọa độ 3 đỉnh của tam giác ABC là: $A(-7; 10), B(-7; -10), C(7; 4)$ hoặc $A(-7; 10), B(7; 4), C(-7; -10)$.

Cách 2:

Sử dụng $\overline{IH} = 3\overline{IG}$ ta tìm được $G(-\frac{7}{3}; \frac{4}{3})$ là trọng tâm tam giác ABC.

Lại có $\overline{GA} = 2\overline{MG} \Rightarrow A(-7; 10)$ rồi làm tương tự cách 1 dẫn đến kết quả.

Giải bài toán 2:

- Phân tích bài toán: Đề bài cho tâm đường tròn ngoại tiếp I , trọng tâm G và phương trình của cạnh AB , ta nghĩ ngay tới hai hệ thức quan trọng:

$$\vec{IH} = 3\vec{IG}.$$

Gọi H là trực tâm tam giác ABC , ta có
$$\begin{cases} \vec{IH} = 3\vec{IG} \\ \vec{IG} = (\frac{1}{3}; \frac{1}{3}) \end{cases} \Rightarrow H(3;2)$$

Gọi M là trung điểm cạnh AB , khi đó M là hình chiếu vuông góc của I trên đường thẳng AB .

Đường thẳng IM qua $I(2;1)$ và vuông góc với AB có phương trình là:

$$IM: 1(x-2) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 = 0$$

Tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow M(1;2)$$

Ta có:
$$\begin{cases} \vec{IM} = (-1;1) \\ \vec{CH} = 2\vec{IM} \end{cases} \Rightarrow C(5;0) \Rightarrow IC = \sqrt{10}.$$

Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình:

$$(C): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 10$$

Tọa độ A, B là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 = 10 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, y = 0 \\ x = 3, y = 4 \end{cases} \Rightarrow A(-1;0), B(3;4) \text{ (do } x_A < x_B)$$

Vậy tam giác ABC có các đỉnh: $A(-1;0), B(3;4), C(5;0)$.

Giải bài toán 3:

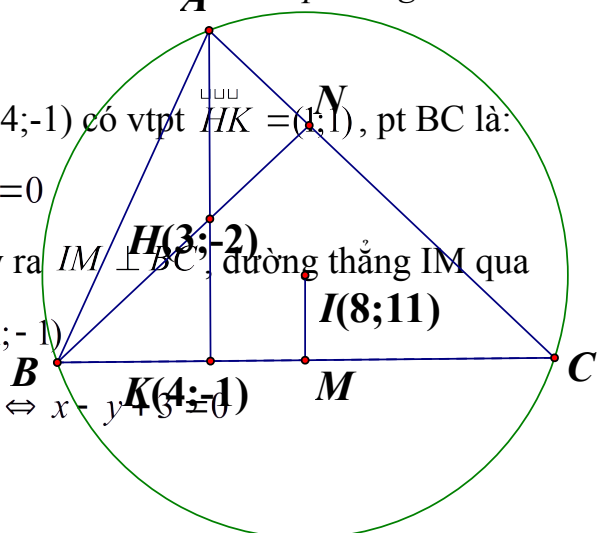
- Phân tích bài toán: Đề bài cho trực tâm H , tâm đường tròn ngoại tiếp I và chân đường cao K hạ từ A tới cạnh BC , trước hết ta phải nghĩ cách tìm M , tìm A , sau đó đi tìm B, C .

Theo đề bài: đường thẳng BC qua $K(4;-1)$ có vtpt $\vec{HK} = (1;1)$, pt BC là:

$$1(x-4) + 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 = 0$$

Gọi M là trung điểm của cạnh BC , suy ra $IM \perp BC$; đường thẳng IM qua $I(8;11)$, vtcp $\vec{HK} = (1;1) \Rightarrow$ vtpt $n_1 = (1;-1)$

Phương trình $IM: 1(x-8) - (y-11) = 0 \Leftrightarrow x - y + 3 = 0$



Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow M(0;3)$$

Sử dụng $\begin{cases} \overline{HA} = 2\overline{MI} \\ \overline{MI} = (8;8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - 3 = 16 \\ y_A + 2 = 16 \end{cases} \Rightarrow A(19;14)$ Hình vẽ 4

Ta có $IA^2 = (19 - 8)^2 + (14 - 11)^2 = 130$

Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình là :

$$(x - 8)^2 + (y - 11)^2 = 130$$

Tọa độ B, C là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x - 8)^2 + (y - 11)^2 = 130 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(1;2), C(-1;4) \\ C(-1;4), B(1;2) \end{cases}$$

Vậy tọa độ 3 đỉnh của tam giác ABC là: $A(19;14), B(1;2), C(-1;4)$ hoặc $A(19;14), B(-1;4), C(1;2)$.

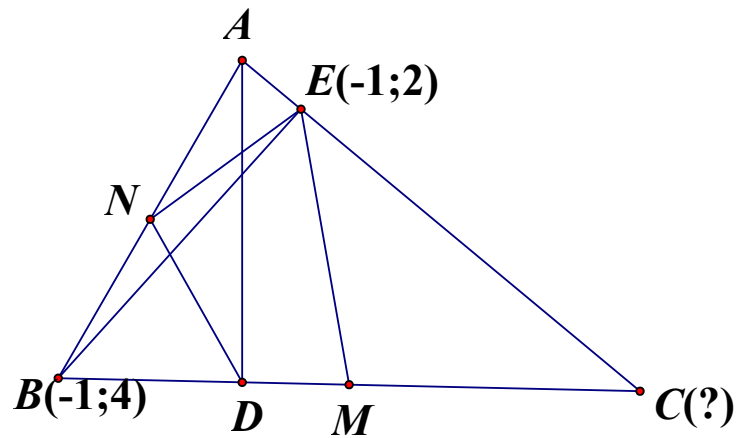
Giải bài toán 4:

- *Phân tích bài toán: Đề bài cho tam giác ABC có D, E(-1;2), N lần lượt là chân đường cao kẻ từ A, chân đường cao kẻ từ B và trung điểm cạnh AB.*

Biết $I(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2})$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEN. Nếu gọi M là

trung điểm cạnh BC thì M cũng thuộc đường tròn tâm $I(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2})$. Mặt

khác ta có thể lập được phương trình đường thẳng AC, tham số hóa điểm C, suy ra tham số hóa điểm M. Cho M thuộc đường tròn ta sẽ tìm được tham số, từ đó tìm được C.



Hình vẽ 5.

Trước hết yêu cầu học sinh phải chứng minh được tứ giác ENDM nội tiếp.

Việc này có thể sử dụng cách chứng minh của đường tròn Ô-le hoặc có thể chứng minh theo cách sau. (Nhưng đường tròn Ô-le vẫn là gợi ý định hướng quan trọng).

$$\widehat{NAE} = \widehat{NEA} \text{ (Vì EN là trung tuyến của tam giác vuông AEB)}$$

$$\widehat{MNE} = \widehat{NEA} \text{ (do } MN \parallel AC \text{)}$$

$$\Rightarrow \widehat{NAE} = \widehat{MNE} \text{ (1)}$$

Mặt khác, E, D cùng nhìn AB dưới một góc vuông nên ABDE nội tiếp đường tròn, khi đó: $\widehat{NAE} = \widehat{EDM}$ (2) (cùng bù với $\widehat{BDE}$)

Từ (1) và (2) ta có: $\widehat{MNE} = \widehat{EDM}$, suy ra MEND nội tiếp đường tròn.

Theo đề bài: đường thẳng AC qua E(-1;2) có vpt $\overleftrightarrow{EB} = (0;2)$, pt AC là:

$$0(x+1) + 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow y-2=0$$

$$C(c;2) \in AC \Rightarrow M\left(\frac{c-1}{2}; 3\right) \text{ (M là trung điểm của cạnh BC)}$$

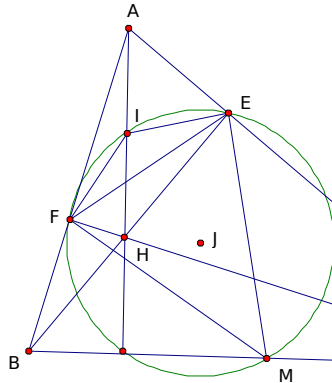
Do MEND nội tiếp đường tròn

$$I\left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right) \Rightarrow IM = IE \Leftrightarrow IM^2 = IE^2 \Leftrightarrow \left(\frac{c+2}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ c=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C(1;2) \\ C(-5;2) \end{cases}$$

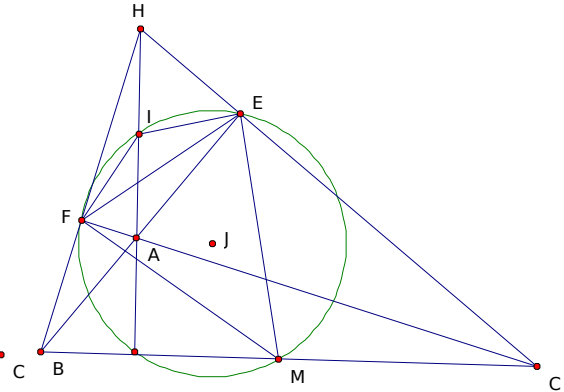
Vậy C(1;2) hoặc C(-5;2).

Giải bài toán 5:

- *Phân tích bài toán: Ý tưởng thực hiện hướng giải bài toán này vẫn dựa vào đường tròn O-le, cũng cần chú ý rằng tam giác ABC có thể nhọn hoặc tù, chính vì thế ta sẽ có hai hình vẽ cho bài toán trên.*



Hình vẽ 5



Hình vẽ 6

Gọi I là trung điểm của AH. Tứ giác AEHF và tứ giác BCEF lần lượt nội tiếp đường tròn tâm I, tâm M nên ta có $IM \perp EF$ (Vì EF là dây cung chung, IM là đường nối hai tâm).

Ta có

$$\angle EHF = \angle HIE, \angle EAF = \angle AIE \text{ (do } IE = IH = IA)$$

$$\angle EBM = \angle MEB \text{ (do } IE = IH = IA),$$

$$\angle EBM = \angle AIE$$

$$\Rightarrow \angle EHF + \angle MEB = \angle EIM = 90^\circ$$

Tương tự $\angle IFM = 90^\circ$ do đó tứ giác MEIF nội tiếp đường tròn đường kính IM, tâm là trung điểm J của đoạn IM. (Đường tròn O-le)

Đường thẳng IM qua và vuông góc với EF nên có phương trình:

$$3x + y - 9 = 0$$

I là giao điểm của AH và IM nên tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y + 3 = 0 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(1;6)$$

Đường tròn đường kính IM có tâm J(2;3) và bán kính $r = JM = \sqrt{10}$ nên phương trình (J): $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$

Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 3y + 7 = 0 \\ (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y - 7 \\ (y - 3)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \\ x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow E(5;4); E(-1;2)$$

$$\forall A \in AH \Rightarrow A(a; 3a + 3)$$

$$\text{Ta có: } IA = IE \Leftrightarrow IA^2 = IE^2 \Leftrightarrow (a - 1)^2 + (3a - 3)^2 = 20 \Leftrightarrow a = 1 \pm \sqrt{2}$$

Vì A có hoành độ dương nên $A(1 + \sqrt{2}; 6 + 3\sqrt{2})$.

2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường.

Dưới đây tôi xin giới thiệu 5 bài tập mà nếu sử dụng các tính chất của đường thẳng Ô-le và đường tròn Ô-le thì việc giải chúng trở nên dễ dàng hơn rất nhiều.

Bài tập 1:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh A(3;-7), trực tâm là H(3;-1), tâm đường tròn ngoại tiếp I(-2;0). Xác định tọa độ đỉnh C, biết C có hoành độ dương.

$$\text{Đáp số: } C(-2 + \sqrt{65}; -3)$$

Bài tập 2:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H(2;2) và tâm đường tròn ngoại tiếp I(1;2) và trung điểm cạnh BC là $M(\frac{5}{2}; \frac{5}{2})$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết $x_B > x_C$.

$$\text{Đáp số: } A(-1;1), B(3;1), C(2;4)$$

Bài tập 3:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H(-1;3) và tâm đường tròn ngoại tiếp I(3;-3) và đỉnh A(1;1). Tìm tọa độ đỉnh B, C biết $x_B < x_C$.

$$\text{Đáp số: } B(-1;-5), C(5;1)$$

Bài tập 4:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm $H(3; -\frac{1}{4})$ tâm đường tròn ngoại tiếp $I(0; \frac{29}{8})$ và trung điểm cạnh BC là $M(\frac{5}{3}; 3)$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Đáp số: $A(-2; 1), B(2; 1), C(3; 5)$
 $A(-2; 1), B(3; 5), C(2; 1)$.

Bài tập 5:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC không vuông. Giả sử $D(4; 1), E(2; -1), N(1; 2)$ theo thứ tự là chân đường cao kẻ từ A, chân đường cao kẻ từ B và trung điểm cạnh AB. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết rằng trung điểm M của cạnh BC nằm trên đường thẳng $d: 2x + y - 2 = 0$ và $x_M < 1$.

Đáp số: $A(4; 3), B(-2; 1), C(3; 1)$.

Bản thân tôi sau khi giới thiệu chuyên đề này với học sinh được các em hưởng ứng nhiệt tình, hăng hái. Sử dụng thành thạo và rất hiệu quả vào các bài tập thuộc dạng tương ứng.

Đối với đồng nghiệp trong tổ toán cũng rất tán thưởng và trao đổi kinh nghiệm để bổ xung vào tài liệu và chuyên đề giảng dạy.

3. KẾT QUẢ ĐẠT ĐƯỢC VÀ BÀI HỌC KINH NGHIỆM.

Khai thác những bài toán quen thuộc, ứng dụng những bài toán đơn giản vào việc giải các bài toán phức tạp hơn là cách dạy học tích cực nhằm phát huy tư duy toán học của học sinh, giúp học sinh có khả năng vận dụng linh hoạt kiến thức cơ bản để giải các dạng toán nâng cao phù hợp với nhận thức của học sinh, từ đó làm cho học sinh yêu thích và hăng say học tập môn toán hơn.

Bằng cách này trong thời gian qua được nhà trường phân công giảng dạy và bồi dưỡng học sinh giỏi khối 10, 11 bước đầu đã thu được kết quả đáng khích lệ. Quá trình vận dụng chuyên đề này cùng với những chuyên đề khác với cách tư duy tương tự đã giúp tôi bồi dưỡng được một lượng học sinh khá, giỏi làm nòng cốt cho các kỳ thi học sinh giỏi đồng thời các em cũng đạt được điểm số môn toán rất cao trong kỳ thi tuyển sinh Đại học.

Đặc biệt, chuyên đề này đã được triển khai cho học sinh lớp 10, 11, 12 trong năm học 2015-2016 ở các buổi bồi dưỡng HSG và các em tiếp thu rất tốt với tinh thần hứng thú và sáng tạo cao.

Trên đây là một số kinh nghiệm của bản thân chúng tôi đã rút ra trong quá trình giảng dạy và bồi dưỡng học sinh giỏi. Bản thân tôi thấy chuyên đề này cùng với cách dạy này rất thiết thực trong công việc dạy học, đặc biệt là công tác bồi dưỡng học sinh giỏi hiện nay.

Mặc dù tôi đã rất cố gắng hoàn thiện bài viết một cách cẩn thận nhất, song vẫn không tránh khỏi những sai sót, rất mong các cấp chuyên môn đóng góp ý kiến bổ sung để chuyên đề ngày càng hoàn thiện và hữu ích hơn nữa. Cũng rất mong được sự góp ý của quý đồng nghiệp để chúng tôi có dịp được trau dồi và tích lũy kiến thức nhằm hoàn thành tốt nhiệm vụ giáo dục được giao.

Xác nhận của Hiệu trưởng

Thanh Hóa, ngày 22 tháng 5 năm 2016

Tôi xin cam đoan đây là sáng kiến kinh nghiệm của tôi tự viết, không sao chép từ bất kỳ nguồn nào.

L.Â. Văn Hà

Tài liệu tham khảo

1. Sách giáo khoa Đại số 10 Nâng cao- NXB Giáo dục 2007.

2. Đề thi tuyển sinh Đại học và đáp án từ năm 2000 đến 2015.
3. Kỹ thuật giải nhanh hình phẳng Oxy – Đặng Thành Nam.
4. 10 bài toán trọng điểm hình học phẳng Oxy – Nguyễn Thanh Tùng