/app/public/uploads/tmp/libreofficeConvert_file__33c29d25-5eff-4e81-b33c-0cde37861944_-1-fyPCZ3IPWBM8/source

SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH

NĂM HỌC 2012 - 2013

MÔN: TOÁN - LỚP 9

Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian giao đề

Câu1(3,0 *điểm*)

1) Giải phương trình nghiệm nguyên

$$8x^2 - 3xy - 5y = 25$$

2)Tìm tất cả số nguyên dương n sao cho $A = n.4^n + 3^n \vdots 7$

Câu 2(4,0 *điểm*)

1) Rút gọn biểu thức: $A=\sqrt{\dfrac{2\sqrt{10}+\sqrt{30}-2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2\sqrt{10}-2\sqrt{2}}}:\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$

2) Cho các số thực dương a,b,c,x,y,z khác 0 thoả mãn . $\dfrac{x^2-yz}{a}=\dfrac{y^2-zx}{b}=\dfrac{z^2-xy}{c}$

Chứng minh rằng $\dfrac{a^2-bc}{x}=\dfrac{b^2-ca}{y}=\dfrac{c^2-ab}{z}$

Câu 3(4,0 *điểm*)

1) Cho phương trình: $x^2 - 6x - m = 0$ (Với m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn $x_1^2 - x_2^2 = 12$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$

Câu 4(7,0 *điểm*)

1) Cho đường tròn (O) đường kính BD=2R, dây cung AC của đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn vuông góc và cắt BD tại H. Gọi P,Q,R,S lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống AB,AD,CD,CB.

a) CMR: $HA^2 + HB^2 + HC^2 + HD^2$ không đổi.

b) CMR : $PQRS$ là tứ giác nội tiếp.

2) Cho hình vuông ABCD và MNPQ có bốn đỉnh M,N,P,Q lần lượt thuộc các cạnh AB,BC,CD,DA của hình vuông. CMR: $S_{ABCD} \le AC\dfrac{MN+NP+PQ+QM}{4}$

Câu 5(2,0 *điểm*)

Cho a,b,c là các số thực dương. CMR:

$$\frac{ab}{a+3b+2c}+\frac{bc}{b+3c+2a}+\frac{ca}{c+3a+2b}\le\frac{a+b+c}{6}$$

---Hêt—

Hướng dẫn

Câu1.1) $8x^2 - 3xy - 5y = 25$

$$\Leftrightarrow y(3x+5) = 8x^2 - 25 \Leftrightarrow y = \frac{8x^2 - 25}{3x+5} \Leftrightarrow 9y = 24x - 40 - \frac{25}{3x+5} \in Z$$

Khi 3x+5 là ước 25 từ đó tìm được $(x;y) \in \{(-10;-31);(-2;-7);(0;-5)\}$

(cách khac nhân 2 vế với 9 đưavề tích)

1.2) Với n chẵn n=2k thì

$$A = 2k.4^{2k} + 3^{2k} = (2k+1).4^{2k} + (16^k - 9^k) \vdots 7 \Rightarrow 2k+1 \vdots 7 \Rightarrow k = \frac{7t-1}{2} \Rightarrow n = 14t - 1 = 14m + 6 (m \in N)$$

Với n lẻ n=2k+1

$$A = (2k+1).4^{2k+1} + 3^{2k+1} = 2k.4^{2k+1} + (4^{2k+1} + 3^{2k+1}) \vdots 7 \Rightarrow 2k \vdots 7 \Rightarrow k = 7t \Rightarrow n = 14m + 1 (m \in N)$$

Vậy $n = 14m + 6$ hoặc $n = 14m + 1$ (với mọi n$\in N$) thì A chia hết cho 7

Câu2.1) $\sqrt{\frac{2\sqrt{10} + \sqrt{30} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}} : \frac{2}{\sqrt{3} - 1} =$

$$\sqrt{\frac{2\sqrt{2}(\sqrt{5}-1) + \sqrt{6}(\sqrt{5}-1)}{2\sqrt{2}(\sqrt{5}-1)}}.\frac{\sqrt{3}-1}{2} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}.\frac{\sqrt{3}-1}{2} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{4}}.\frac{\sqrt{3}-1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}.\frac{\sqrt{3}-1}{2} = \frac{1}{2}$$

2.2) $\frac{x^2 - yz}{a} = \frac{y^2 - zx}{b} = \frac{z^2 - xy}{c}$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{x^2 - yz} = \frac{b}{y^2 - xz} = \frac{c}{z^2 - xy} \Leftrightarrow \frac{a^2}{x^4 - 2x^2yz + y^2z^2} = \frac{bc}{y^2z^2 - xy^3 - xz^3 + x^2yz} = \frac{a^2 - bc}{x(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)} (1)$$

$$Tuongtu: \frac{b^2}{y^4 - 2y^2xz + x^2z^2} = \frac{ac}{x^2z^2 - x^3y - yz^3 + xy^2z} = \frac{b^2 - ac}{y(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)} (2)$$

$$Tuongtu: \frac{c^2}{Z^4 - 2xyz^2 + x^2y^2} = \frac{ab}{x^2y^2 - x^3z - y^3z + xyz^2} = \frac{c^2 - ab}{z(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)} (3)$$

Từ (1) (2) (3) ta co ĐPCM

Câu 3.1) Để phương trình có nghiệm $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -9$ (*)

Mặt khác ta phải có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1.x_2 = -m \\ x_1^2 - x_2^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1.x_2 = -m \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_1.x_2 = -m \Leftrightarrow m = -8 \\ x_2 = 2 \end{cases}$ TM ĐK (*)

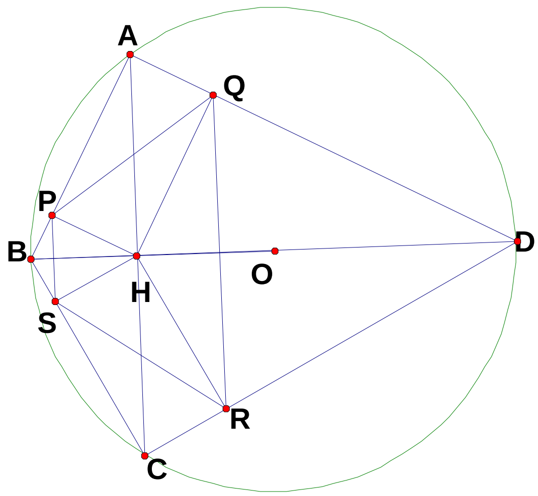
3.2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$

HD y =0 không là nghiệm của hệ chia 2 vế PT(1) cho y^3 PT(2) cho y^2 Ta có hệ

$\begin{cases} 8x^3 + \frac{27}{y^3} = 18 \\ 4\frac{x^2}{y} + 6\frac{x}{y^2} = 1 \end{cases}$ Đặt $\begin{cases} 2x = a \\ \frac{3}{y} = b \end{cases}$ ta có hệ $\begin{cases} a^3 + b^3 = 18 \\ a^2b + ab^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ ab = 1 \end{cases}$

Hệ có 2 nghiệm $(x, y) \in \left\{ \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{4}; \frac{6}{3 + \sqrt{5}} \right); \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{4}; \frac{6}{3 - \sqrt{5}} \right) \right\}$

Câu 4.1)



a) theo Pitago $HA^2 + HB^2 = AB^2; HC^2 + HB^2 = BC^2; HC^2 + HD^2 = CD^2; HA^2 + HD^2 = AD^2$;
suy ra đpcm

b)Tứ giác HPBS nội tiếp $\Rightarrow \angle HPS = \angle HBS = \angle DBC$

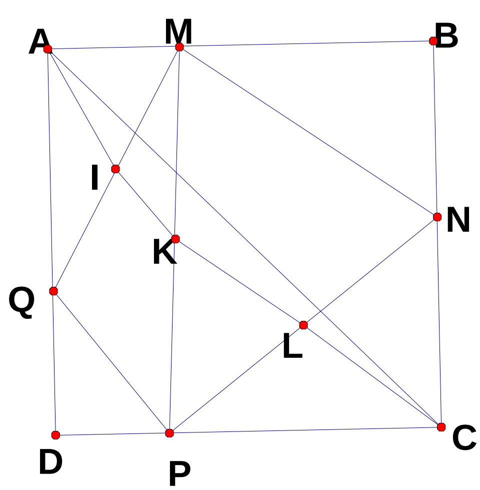
Tứ giác HPAQ là hình chữ nhật $\Rightarrow \angle HPQ = \angle HAQ = \angle CAD = \angle CBD$

Do đó $\angle SPQ = \angle HPS + \angle HPQ = 2\angle CBC$

Tương tự $\angle SQR = 2\angle BDC$

Do đó $\angle DBC + \angle BDC = 180^0 \Leftrightarrow \angle SPQ + \angle SRQ = 180^0$ nên tứ giác PQRS nội tiếp (đ/lí đảo)

4.2)



__Cách 1__ Gọi T, K, L là trung điểm MQ, MP, NP theo t/c đường trung bình và trung tuyến tam giác vuông ta có $MN + NP + PQ + QM = 2(KL + CL + IK + AI) \geq 2AC$ từ đó suy ra đpcm

__Cách 2__ Ta có theo Pitago

$MN^2 = BN^2 + BM^2 \geq \frac{(BM + BN)^2}{2} \Leftrightarrow MN \geq \frac{BM + BN}{\sqrt{2}}$ **(áp dụng BĐT Bunhiacoopsky)**

Tương Tự $NP \geq \frac{CN + NP}{\sqrt{2}}; PQ \geq \frac{DP + DQ}{\sqrt{2}}; MQ \geq \frac{AQ + AM}{\sqrt{2}}$

Nên

$$MN+NP+PQ+QM \geq \frac{BM+NB+NC+CP+PD+DQ+QA+AM}{\sqrt{2}} = \frac{4a}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2}$$

$$\frac{a\sqrt{2}}{4}(MN+NP+PQ+QM) = a^2 \Leftrightarrow dpcm$$

Dấu "=" xảy ra khi MNPQ là hình chữ nhật

Câu 5

Cho a,b c>0 .Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{a+3b+2c}+\frac{bc}{2a+b+3c}+\frac{ca}{3a+2b+c} \leq \frac{a+b+c}{6}$$

Dự đoán a=b=c tách mẫu để a+c=b+c=2b

Tacó áp dụng BĐT $(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \geq 9 \Leftrightarrow \frac{1}{x+y+z} \leq \frac{1}{9}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$

$$\frac{ab}{a+3b+2c} = \frac{ab}{(a+c)+(b+c)+2b} \leq \frac{ab}{9}\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{2b}\right) = \frac{1}{9}\left(\frac{ab}{a+c}+\frac{ab}{b+c}+\frac{a}{2}\right) (1)$$

Tương tự

$$\frac{bc}{2a+b+3c} = \frac{bc}{(a+b)+(a+c)+2c} \leq \frac{bc}{9}\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{2b}\right) = \frac{1}{9}\left(\frac{bc}{a+b}+\frac{bc}{b+c}+\frac{b}{2}\right) (2)$$

$$\frac{ac}{3a+2b+c} = \frac{ac}{(a+b)+(b+c)+2a} \leq \frac{ac}{9}\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{2a}\right) = \frac{1}{9}\left(\frac{ac}{a+b}+\frac{ac}{b+c}+\frac{c}{2}\right) (2)$$

Từ (1) (2) (3)

$$P \leq \frac{1}{9}\left(\frac{ac+bc}{a+b}+\frac{ab+ac}{b+c}+\frac{bc+ab}{a+c}+\frac{a+b+c}{2}\right) = \frac{a+b+c}{6}$$

Dấu "=" xảy ra khi a=b=c