



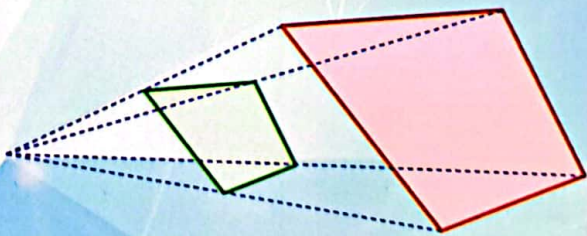
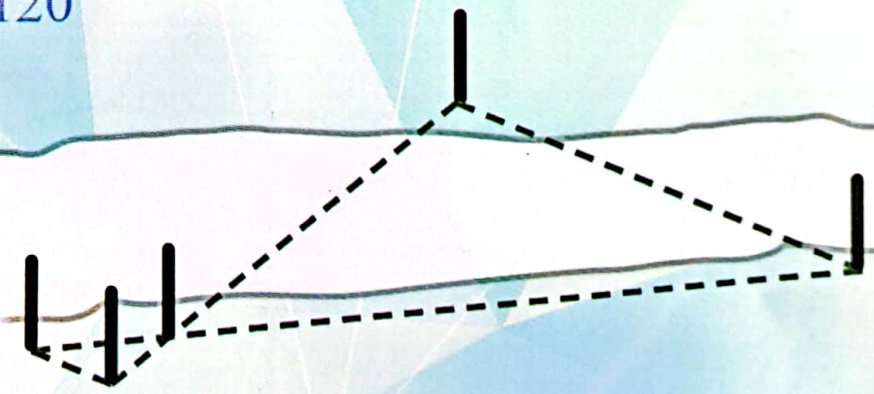
ĐỖ ĐỨC THÁI

BÀI TẬP

Toán 8

TẬP HAI

$$40x + 60\left(x - \frac{1}{6}\right) = 120$$



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM



CÔNG TY CỔ PHẦN ĐẦU TƯ
XUẤT BẢN - THIẾT BỊ GIÁO DỤC VIỆT NAM

Chương VI

MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Thu thập dữ liệu

Có nhiều cách để thu thập dữ liệu, chẳng hạn: quan sát, lập phiếu điều tra (phiếu hỏi), tiến hành phỏng vấn, ... hoặc thu thập từ những nguồn có sẵn như sách, báo, trang web, các phương tiện thông tin đại chúng, ...

Phân loại và tổ chức dữ liệu

Việc sắp xếp thông tin theo những tiêu chí nhất định gọi là phân loại dữ liệu. Dựa trên tiêu chí định tính và định lượng, ta có thể phân loại các dữ liệu thành hai loại:

- Dữ liệu định lượng được biểu diễn bằng số thực;
- Dữ liệu định tính được biểu diễn bằng từ, chữ cái, kí hiệu, ...

Tính hợp lí của dữ liệu

- Để đánh giá tính hợp lí của dữ liệu, ta cần đưa ra các tiêu chí đánh giá. Chẳng hạn như dữ liệu phải: đúng định dạng; nằm trong phạm vi dự kiến; có tính đại diện đối với vấn đề cần thống kê.
- Để đánh giá tính hợp lí của dữ liệu, ta có thể dựa vào mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu. Chẳng hạn, dữ liệu cần phải đáp ứng đúng các tiêu chí toán học đơn giản như: tổng tất cả các số liệu thành phần phải bằng số liệu của toàn thể; số lượng của bộ phận phải nhỏ hơn số lượng của toàn thể.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Bác An đội trưởng muốn thu thập thông tin về các loại rau, củ theo tiêu chuẩn Vietgap được các gia đình xã mình phụ trách ưa trồng. Theo em, bác An có thể thu thập những thông tin đó bằng cách nào?

Giải

Bác An có thể thu thập những thông tin đó bằng cách lập phiếu hỏi như sau:

Loại rau, củ	Ưa trồng
Cà rốt	
Súp lơ xanh	
Khoai tây	
...	

Ví dụ 2 Sau khi tìm hiểu về danh sách quốc gia thành viên ASEAN từ trang web <https://vi.wikipedia.org>, bạn Na thu được những dữ liệu thống kê sau:

- Mười quốc gia là: Brunei; Campuchia; Indonesia; Lào; Malaysia; Myanmar; Philippines; Singapore; Thái Lan; Việt Nam.
- Diện tích (đơn vị: km^2) của mười quốc gia đó lần lượt là: 5 765; 181 035; 1 904 569; 236 800; 329 847; 676 578; 300 000; 719,2; 513 120; 331 210.

Hãy phân loại các dữ liệu đó dựa trên tiêu chí định tính, định lượng.

Giải

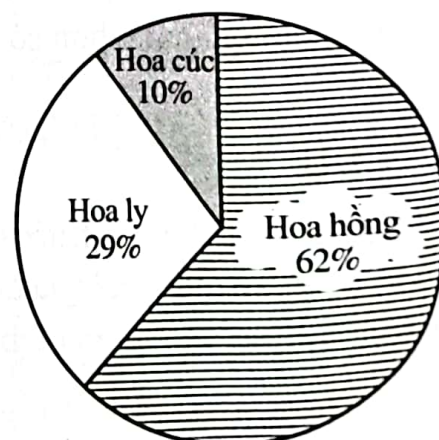
- Tên mười quốc gia thành viên ASEAN là dữ liệu định tính.
- Diện tích (đơn vị: km^2) của mười quốc gia đó là dữ liệu định lượng.

Ví dụ 3 Một công ty du lịch đã hỏi ý kiến của 205 khách quốc tế về 13 danh lam thắng cảnh nổi tiếng ở Hà Nội khi đi du lịch Việt Nam và nhận được kết quả là có 82 khách muốn đến Văn Miếu Quốc Tử Giám. Từ đó, công ty đưa ra kết luận rằng có 40% số khách quốc tế đến Việt Nam thích tham quan Văn Miếu Quốc Tử Giám. Theo em, công ty du lịch đưa ra kết luận như vậy có hợp lí không? Vì sao?

Giải

Kết luận mà công ty du lịch đưa ra là không hợp lí vì 205 khách quốc tế đó chỉ được hỏi về 13 danh lam thắng cảnh nổi tiếng ở Hà Nội không đảm bảo đại diện cho toàn bộ các danh lam thắng cảnh ở Việt Nam.

Ví dụ 4 Bạn Nam vẽ biểu đồ hình quạt tròn như **Hình 1** để biểu diễn tỉ lệ các loại hoa được trồng trên một thửa ruộng của gia đình gồm: hoa hồng, hoa ly, hoa cúc. Số liệu mà bạn Nam nêu ra trong biểu đồ hình quạt tròn ở **Hình 1** là đúng hay sai? Vì sao?



Hình 1

Giải

Số liệu mà bạn Nam nêu ra trong biểu đồ hình quạt tròn ở **Hình 1** là sai, vì $62\% + 29\% + 10\% > 100\%$.

C. BÀI TẬP

1. Sau khi tìm hiểu về những tỉnh/thành phố đông dân của Việt Nam năm 2020 trong sách *Niên giám Thống kê 2021*, NXB Thống kê, bạn Ngọc thu được những dữ liệu thống kê sau:

- Năm tỉnh/thành phố đông dân là: Thành phố Hồ Chí Minh; Hà Nội; Thanh Hoá; Nghệ An; Đồng Nai.
- Dân số (đơn vị: nghìn người) của năm tỉnh/thành phố đó lần lượt là: 9 227,6; 8 246,5; 3 664,9; 3 365,2; 3 177,4.

Hãy phân loại các dữ liệu đó dựa trên tiêu chí định tính, định lượng.

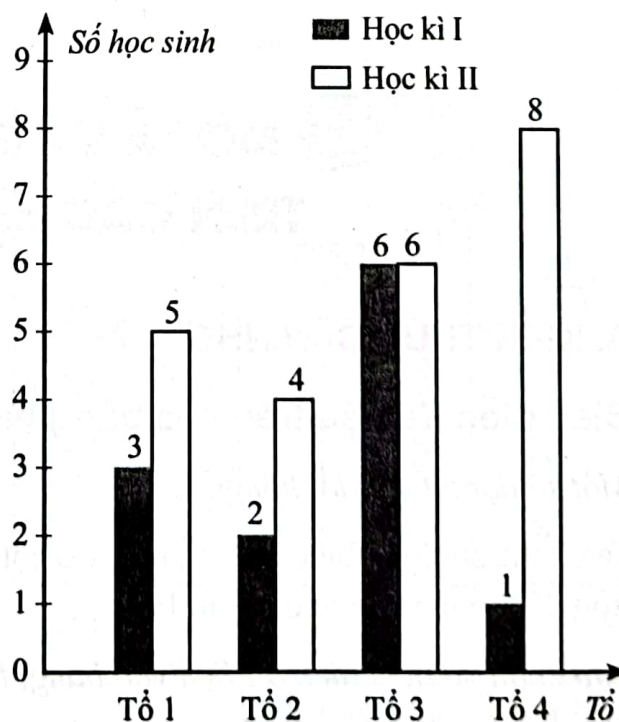
2. *Bảng 1* thống kê số lượng xe máy bán được (loại có giá chưa đến 50 triệu đồng/xe) và doanh thu mỗi ngày trong 4 ngày cuối tuần của một cửa hàng điện máy.

Ngày	Số xe	Doanh thu
Thứ Tư	8	230 triệu đồng
Thứ Năm	7	300 triệu đồng
Thứ Sáu	6	320 triệu đồng
Thứ Bảy	10	480 triệu đồng

Bảng 1

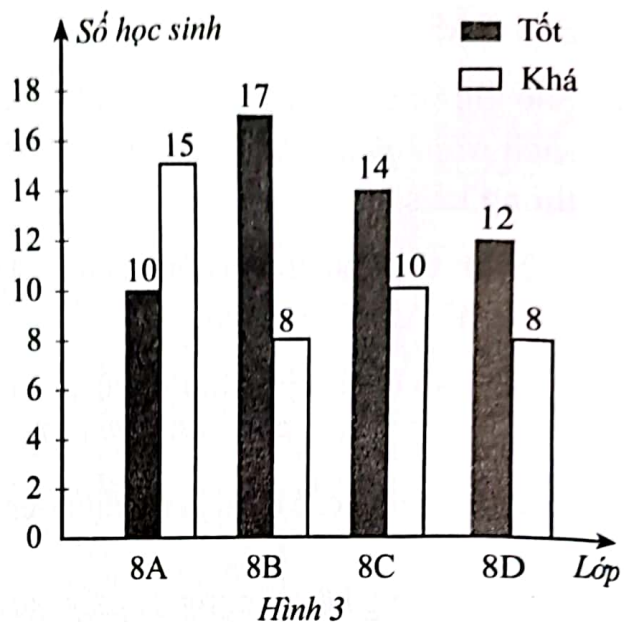
Theo em, các số liệu về doanh thu của cửa hàng trong ngày thứ Sáu nêu ra ở *Bảng 1* đã chính xác chưa? Vì sao?

3. Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3, Tổ 4 của lớp 8A đều có tổng số học sinh tham gia câu lạc bộ đàn piano ở Học kì I và Học kì II không ít hơn 8 học sinh. Anh Long phụ trách câu lạc bộ đã lập biểu đồ cột kép ở *Hình 2* biểu diễn số học sinh tham gia câu lạc bộ đàn piano ở Học kì I và Học kì II của mỗi tổ. Anh Long đã ghi nhầm số liệu của một tổ. Hỏi anh Long đã ghi nhầm số liệu của tổ nào trong biểu đồ cột kép ở *Hình 2*?



Hình 2

4. Bốn lớp 8A, 8B, 8C, 8D đều có tỉ số phần trăm số học sinh đạt mức Khá so với số học sinh đạt mức Tốt là lớn hơn 52%. Anh Linh khối trưởng đã lập biểu đồ cột kép ở Hình 3 thống kê số học sinh đạt mức Tốt và Khá của từng lớp 8A, 8B, 8C, 8D. Anh Linh đã ghi nhầm số liệu của một lớp trong biểu đồ cột kép ở Hình 3. Hỏi anh Linh đã ghi nhầm số liệu của lớp nào? Vì sao?



5. Bác Toàn đã trồng trong vườn các loại cây sau: cây ăn quả (cây cam, cây mít, cây nhãn, cây ổi, cây na); cây lấy tinh dầu (cây dừa, cây trầm, cây gấc); cây lấy gỗ nhanh, giá trị kinh tế cao (cây gỗ sưa, cây lim xanh, cây xoan đào, cây gỗ cẩm lai). Hãy giúp bác Toàn phân loại những cây đã trồng trong vườn theo những tiêu chí sau:

Loại cây	Tên cây
Cây ăn quả	?
Cây lấy tinh dầu	?
Cây lấy gỗ nhanh, giá trị kinh tế cao	?

MÔ TẢ VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU TRÊN CÁC BẢNG, BIỂU ĐỒ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Biểu diễn dữ liệu trên các bảng và biểu đồ thống kê

Một số dạng biểu đồ thống kê:

Ta có thể sử dụng biểu đồ cột, biểu đồ cột kép, biểu đồ đoạn thẳng, biểu đồ hình quạt tròn để mô tả và biểu diễn dữ liệu.

Lựa chọn và biểu diễn dữ liệu vào bảng, biểu đồ thích hợp:

– Để biểu diễn dữ liệu thống kê, ta cần lựa chọn bảng, biểu đồ thích hợp.

– Để có thể hoàn thiện được biểu đồ thống kê (hoặc bảng thống kê) đã lựa chọn, ta cần biểu diễn được dữ liệu vào biểu đồ (hoặc bảng) đó. Muốn vậy, ta cần biết cách xác định mỗi yếu tố của biểu đồ (hoặc bảng) thống kê đó.

Biểu diễn một tập dữ liệu theo những cách khác nhau

Đối với một tập dữ liệu, ta có thể:

- Biểu diễn tập dữ liệu đó theo những cách khác nhau vào bảng, biểu đồ thích hợp;
- Chuyển tập dữ liệu đó từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

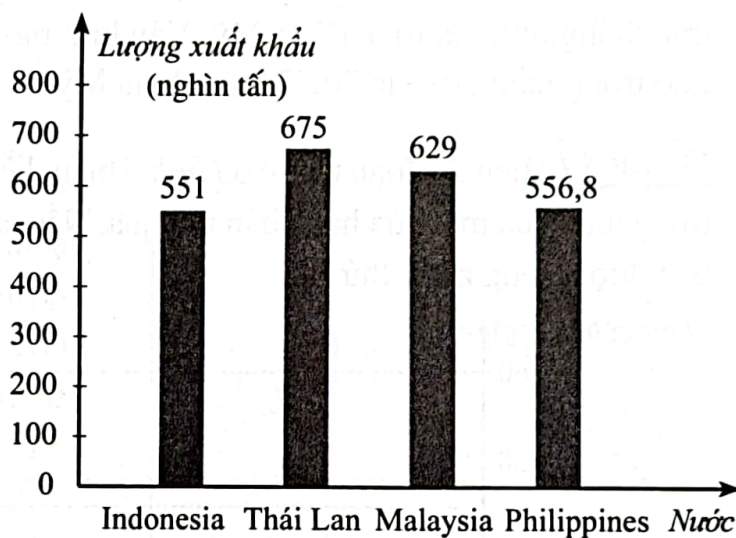
B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Biểu đồ cột ở Hình 4 biểu diễn lượng xuất khẩu thép của Việt Nam đến các thị trường Indonesia, Thái Lan, Malaysia, Philippines trong năm 2020. Nêu cách xác định lượng xuất khẩu thép của Việt Nam đến các thị trường Thái Lan và Philippines trong năm 2020.

Giải

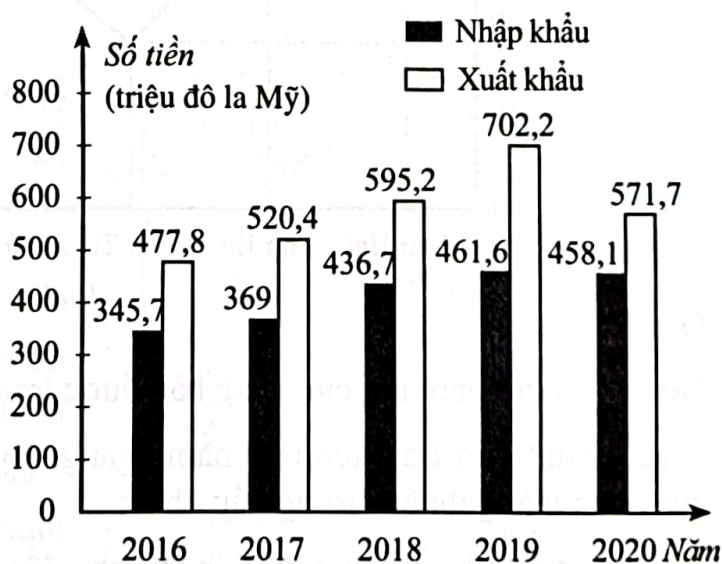
Nhìn vào các cột biểu diễn lượng xuất khẩu thép của Việt Nam đến các thị trường Thái Lan và Philippines trong năm 2020, ta thấy trên đỉnh các cột đó ghi các số lần lượt là 675 và 556,8, đơn vị tính ghi trên cột thẳng đứng là nghìn tấn. Vậy lượng xuất khẩu thép của Việt Nam đến các thị trường Thái Lan và Philippines trong năm 2020 lần lượt là 675 nghìn tấn và 556,8 nghìn tấn.

Ví dụ 2 Trong những năm gần đây, kim ngạch xuất nhập khẩu của Việt Nam với Lào luôn giữ vững đà tăng trưởng. Biểu đồ cột kép ở Hình 5 cho biết kim ngạch xuất nhập khẩu



(Nguồn: Báo cáo xuất nhập khẩu Việt Nam năm 2020, NXB Công thương năm 2021)

Hình 4



(Nguồn: Báo cáo của Bộ Công thương từ năm 2016 đến năm 2020)

Hình 5

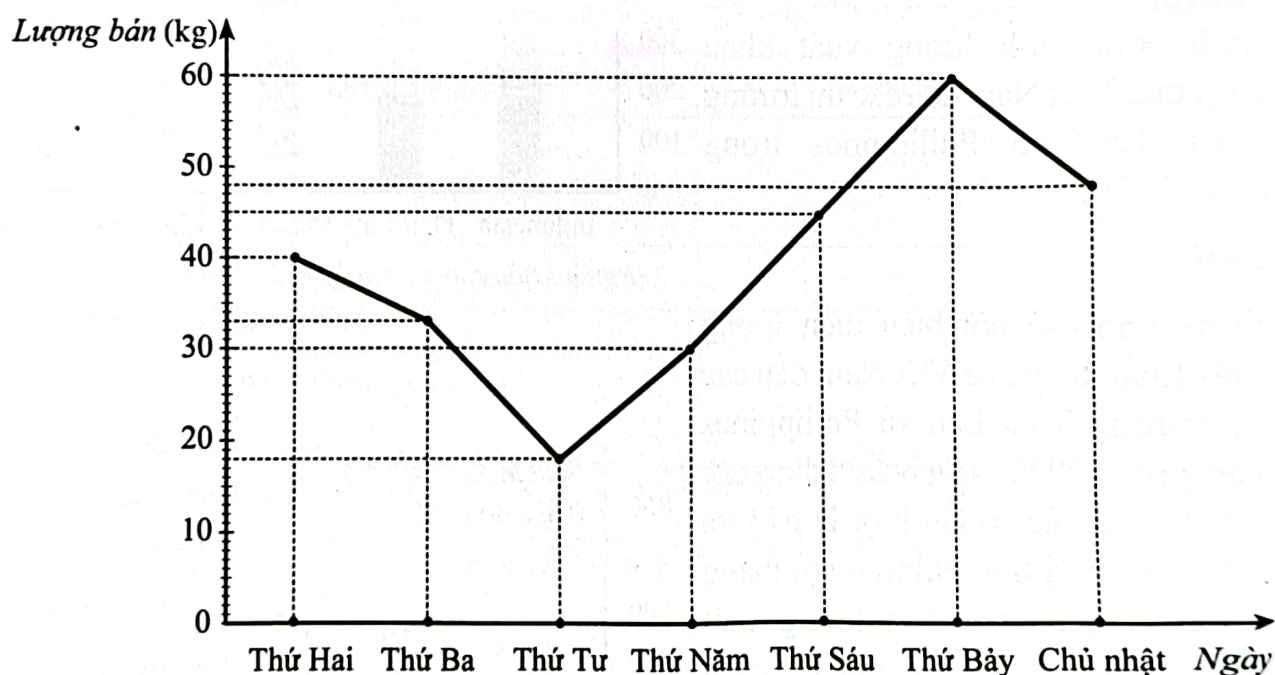
của Việt Nam với Lào trong giai đoạn 2016 – 2020. Nêu cách xác định kim ngạch xuất nhập khẩu của Việt Nam với Lào trong năm 2019.

Giải

– Nhìn vào cột (màu đen) biểu thị kim ngạch nhập khẩu hàng của Việt Nam với Lào trong năm 2019, ta thấy trên đỉnh cột (màu đen) ghi số 461,6 và đơn vị tính ghi trên trục thẳng đứng là triệu đô la Mỹ. Vậy kim ngạch nhập khẩu hàng của Việt Nam với Lào trong năm 2019 là 461,6 triệu đô la Mỹ.

– Nhìn vào cột (màu trắng) biểu thị kim ngạch xuất khẩu hàng của Việt Nam với Lào trong năm 2019, ta thấy trên đỉnh cột (màu trắng) ghi số 702,2 và đơn vị tính ghi trên trục thẳng đứng là triệu đô la Mỹ. Vậy kim ngạch xuất khẩu hàng của Việt Nam với Lào trong năm 2019 là 702,2 triệu đô la Mỹ.

Ví dụ 3 Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 6 biểu diễn số kilôgam rau bán được ở các ngày trong tuần của một cửa hàng bán rau quả. Nêu cách xác định số kilôgam rau của hàng bán được trong ngày thứ Ba.



Hình 6

Giải

Để biết số kilôgam rau của hàng bán được trong ngày thứ Ba, ta làm như sau:

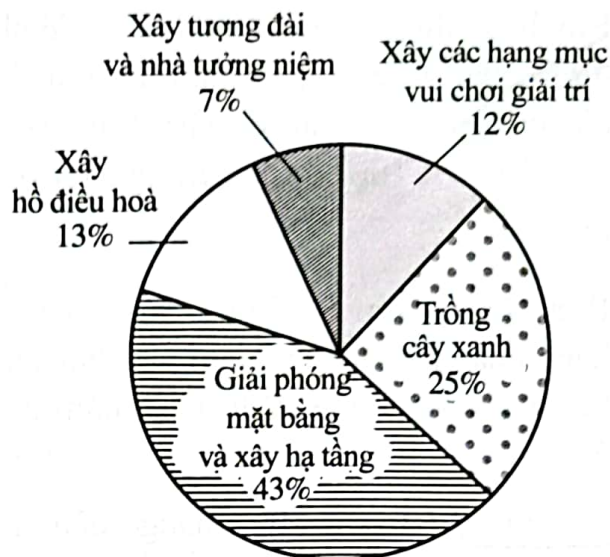
- Từ điểm “Thứ Ba” trên trục nằm ngang, dóng theo chiều thẳng đứng tới đầu mút của đoạn thẳng thuộc đường gấp khúc;
- Đi tiếp theo chiều ngang về bên trái cho đến khi gặp trục thẳng đứng;
- Đọc số ghi trên trục thẳng đứng.

Ta có: Số kilôgam rau của hàng bán được trong ngày thứ Ba là 33 kg.

Ví dụ 4 Biểu đồ hình quạt tròn ở *Hình 7* biểu diễn tỉ lệ ngân sách cấp cho dự án xây dựng một công viên của thành phố A. Hỏi ngân sách cho trồng cây xanh bằng bao nhiêu phần trăm tổng ngân sách dành cho dự án xây dựng công viên đó?

Giải

Từ biểu đồ hình quạt tròn ở *Hình 7*, ta có ngân sách cho trồng cây xanh bằng 25% so với tổng ngân sách dành cho dự án xây dựng công viên đó.



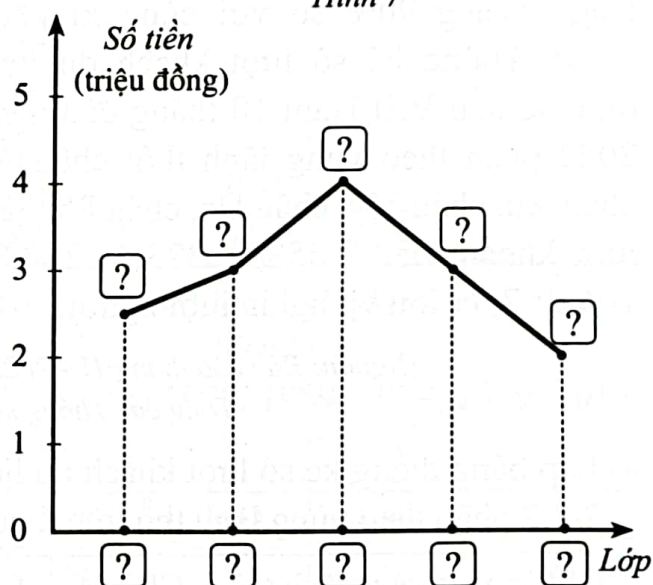
Hình 7

Ví dụ 5 Năm lớp khối 8 Trường Trung học cơ sở Hoàng Diệu tham gia hoạt động gây quỹ chương trình thiện nguyện “Trái tim cho em”. Tổng số tiền quyên góp của mỗi lớp 8A, 8B, 8C, 8D, 8E lần lượt như sau: 2,5; 3; 4; 3; 2 (đơn vị: triệu đồng). Hãy hoàn thiện biểu đồ ở *Hình 8* để nhận được biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số tiền quyên góp đã nêu của mỗi lớp 8A, 8B, 8C, 8D, 8E.

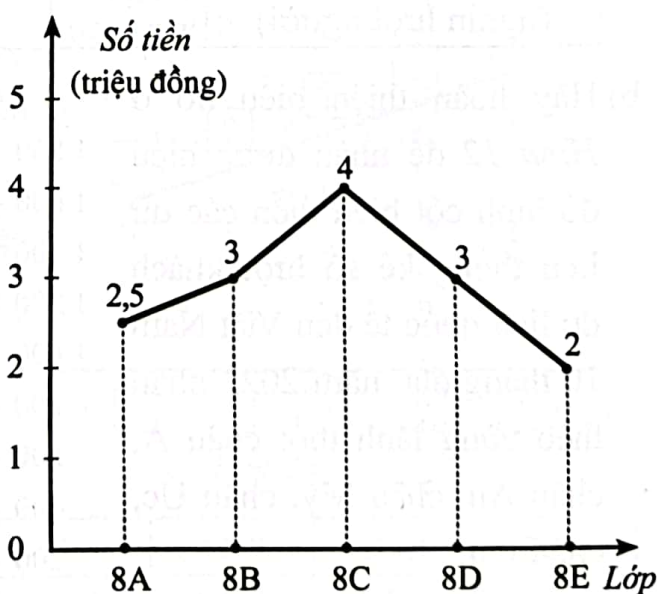
Giải

Biểu đồ đoạn thẳng ở *Hình 9* biểu diễn số tiền quyên góp đã nêu của mỗi lớp 8A, 8B, 8C, 8D, 8E.

Ví dụ 6 Một trong những đối thủ cạnh tranh thứ hạng với đoàn Việt Nam tại các cuộc thi Toán quốc tế (IMO) là Thái Lan. Năm 2021, Việt Nam xếp hạng thứ 14, Thái Lan xếp hạng thứ 16. Năm 2022, Việt Nam xếp hạng thứ 4, Thái Lan xếp hạng thứ 6. (Nguồn: <https://tuoitre.vn>)



Hình 8



Hình 9

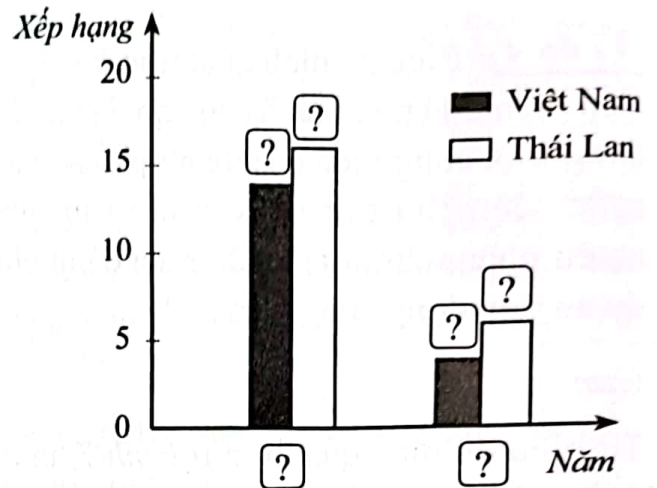
Hãy hoàn thiện biểu đồ ở Hình 10 để nhận được biểu đồ cột kép biểu diễn thứ hạng của hai đội Việt Nam và Thái Lan ở kì thi Toán quốc tế (IMO) các năm 2021, 2022.

Giải

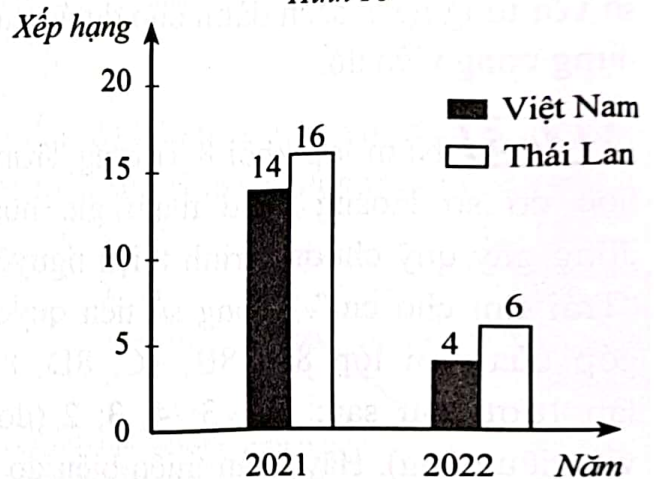
Biểu đồ cột kép ở Hình 11 biểu diễn thứ hạng của hai đội Việt Nam và Thái Lan ở kì thi Toán quốc tế (IMO) các năm 2021, 2022.

Ví dụ 7 Trong 10 tháng đầu năm 2022, lượng khách quốc tế đến Việt Nam tăng khoảng 90% so với cùng kì năm trước. Thống kê số lượt khách du lịch quốc tế đến Việt Nam 10 tháng đầu năm 2022 phân theo vùng lãnh thổ: châu Á, châu Âu, châu Mỹ, châu Úc, châu Phi lần lượt khoảng là: 1 658,6; 323,6; 260,8; 106,3; 7,9 (đơn vị: nghìn lượt người).

(Nguồn: Báo cáo tháng 11 - 2022,
Tổng cục Thống kê)



Hình 10

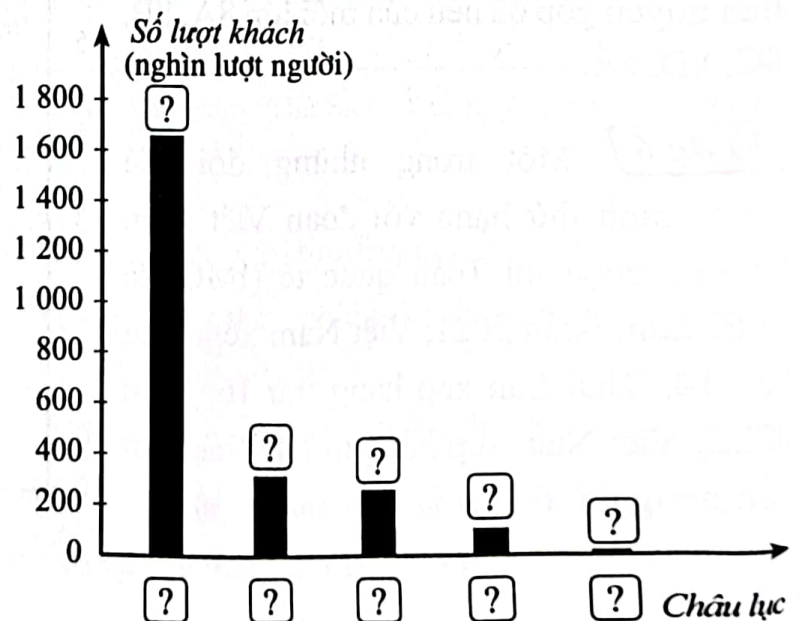


Hình 11

- a) Lập bảng thống kê số lượt khách du lịch quốc tế đến Việt Nam 10 tháng đầu năm 2022 phân theo vùng lãnh thổ trên theo mẫu sau:

Phân theo vùng lãnh thổ	Châu Á	Châu Âu	Châu Mỹ	Châu Úc	Châu Phi
Số lượt khách (nghìn lượt người)	?	?	?	?	?

- b) Hãy hoàn thiện biểu đồ ở Hình 12 để nhận được biểu đồ hình cột biểu diễn các dữ liệu thống kê số lượt khách du lịch quốc tế đến Việt Nam 10 tháng đầu năm 2022 phân theo vùng lãnh thổ: châu Á, châu Âu, châu Mỹ, châu Úc, châu Phi.



Hình 12

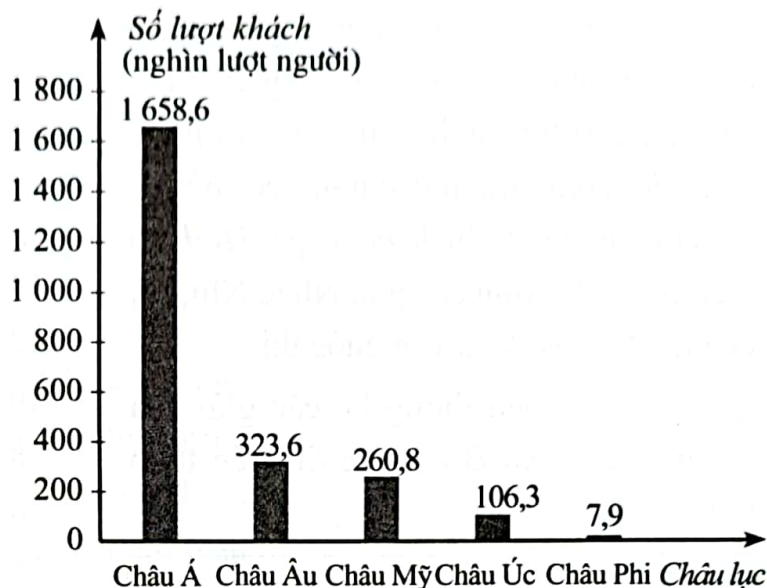
Giải

- a) Bảng thống kê số lượt khách du lịch quốc tế đến Việt Nam 10 tháng đầu năm 2022 phân theo vùng lãnh thổ châu Á, châu Âu, châu Mỹ, châu Úc, châu Phi như sau:

Phân theo vùng lãnh thổ	Châu Á	Châu Âu	Châu Mỹ	Châu Úc	Châu Phi
Số lượt khách (nghìn lượt người)	1 658,6	323,6	260,8	106,3	7,9

- b) Biểu đồ cột ở Hình 13 biểu diễn các dữ liệu thống kê số lượt khách du lịch quốc tế đến Việt Nam 10 tháng đầu năm 2022 phân theo các vùng lãnh thổ trên.

Ví dụ 8 Dân số của Việt Nam ở các năm 1979, 1989, 1999, 2009, 2019 lần lượt khoảng là: 54,7; 64,4; 76,3; 85,8; 96,2 (đơn vị: triệu người). (Nguồn: Tổng cục Thống kê)

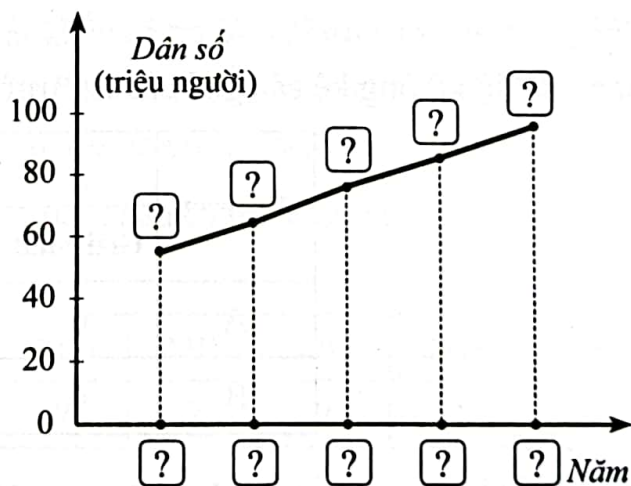


Hình 13

- a) Lập bảng thống kê dân số của Việt Nam ở các năm 1979, 1989, 1999, 2009, 2019 theo mẫu sau:

Năm	1979	1989	1999	2009	2019
Dân số (triệu người)	?	?	?	?	?

- b) Hãy hoàn thiện biểu đồ ở Hình 14 để nhận được biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn các dữ liệu thống kê dân số của Việt Nam ở các năm 1979, 1989, 1999, 2009, 2019.



Hình 14

Giải

- a) Bảng thống kê dân số của Việt Nam ở các năm 1979, 1989, 1999, 2009, 2019 như sau:

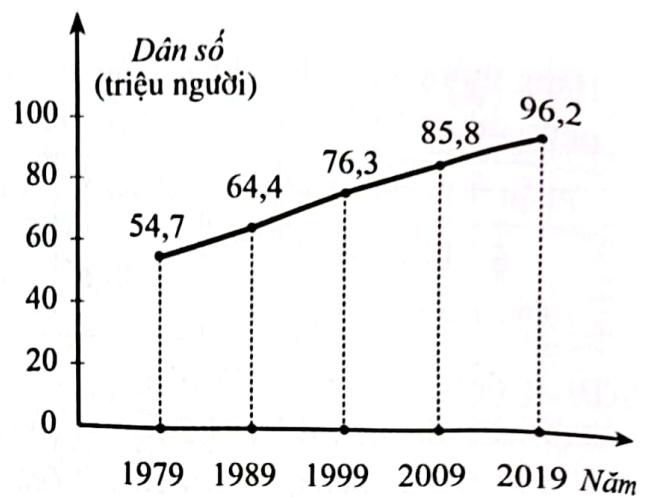
Năm	1979	1989	1999	2009	2019
Dân số (triệu người)	54,7	64,4	76,3	85,8	96,2

b) Biểu đồ đoạn thẳng ở *Hình 15* biểu diễn các dữ liệu thống kê dân số của Việt Nam ở các năm 1979, 1989, 1999, 2009, 2019.

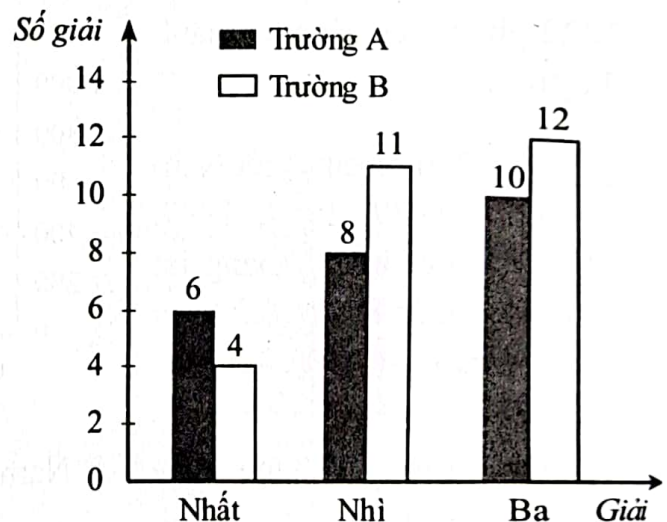
Ví dụ 9 Hai trường A và B tổ chức cuộc thi “Học sinh với An toàn thông tin năm 2022” nhằm tuyên truyền, cung cấp kiến thức, kỹ năng sử dụng Internet an toàn cho học sinh, giúp các em nhận diện và phòng, tránh các nguy cơ mất an toàn trên mạng. Biểu đồ cột kép ở *Hình 16* biểu diễn số lượng các giải Nhất, Nhì, Ba của hai trường A và B ở cuộc thi.

Lập bảng số liệu thống kê các giải của hai trường A và B ở cuộc thi trên theo mẫu sau:

Trường	Số giải		
	Giải Nhất	Giải Nhì	Giải Ba
A	?	?	?
B	?	?	?



Hình 15



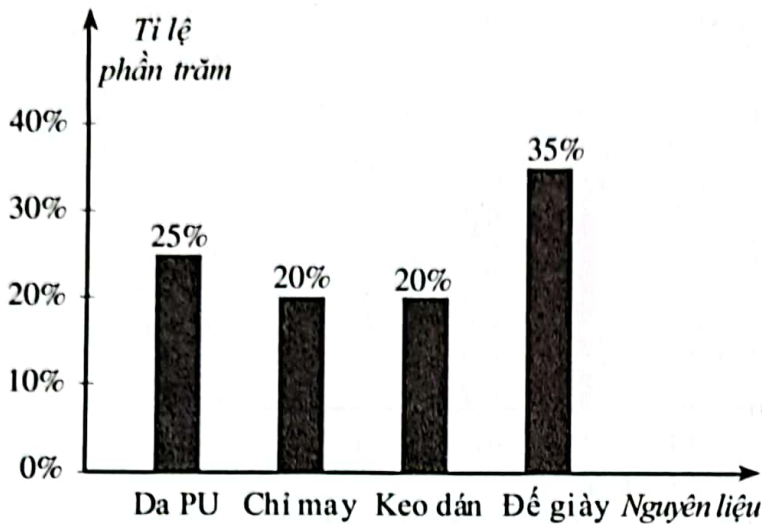
Hình 16

Giải

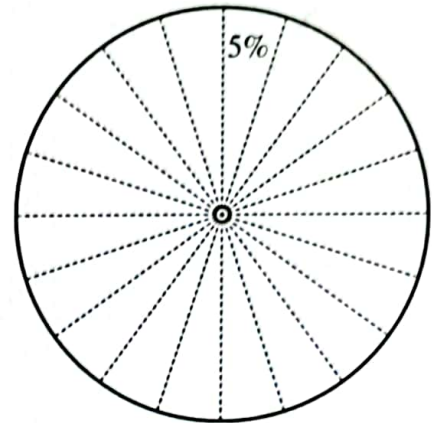
Bảng số liệu thống kê các giải của hai trường A và B ở cuộc thi trên như sau:

Trường	Số giải		
	Giải Nhất	Giải Nhì	Giải Ba
A	6	8	10
B	4	11	12

Ví dụ 10 Biểu đồ cột ở *Hình 17* biểu diễn tỉ lệ phần trăm các nguyên phụ liệu nhập khẩu trong năm 2022 của một công ty da giày. Hãy hoàn thiện *Hình 18* để nhận được biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn các dữ liệu thống kê đó. Biết rằng hình tròn biểu diễn dữ liệu ở *Hình 18* đã được chia sẵn thành các hình quạt, mỗi hình quạt ứng với 5%.



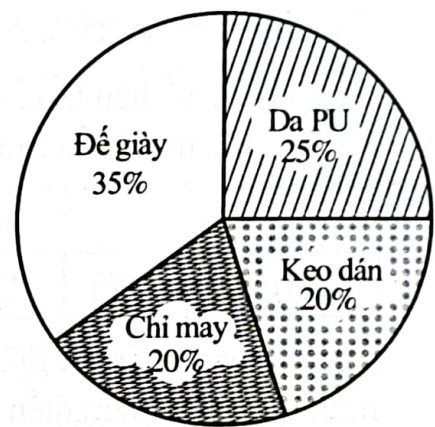
Hình 17



Hình 18

Giải

Do tỉ lệ phần trăm nguyên phụ liệu nhập khẩu của da PU là 25% nên ta tô cùng màu cho năm hình quạt chia sẵn liền nhau để biểu diễn tỉ lệ của da PU. Ta cũng làm tương tự đối với các tỉ lệ của các nguyên phụ liệu nhập khẩu còn lại. Biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 19 biểu diễn dữ liệu thống kê đã cho.



Hình 19

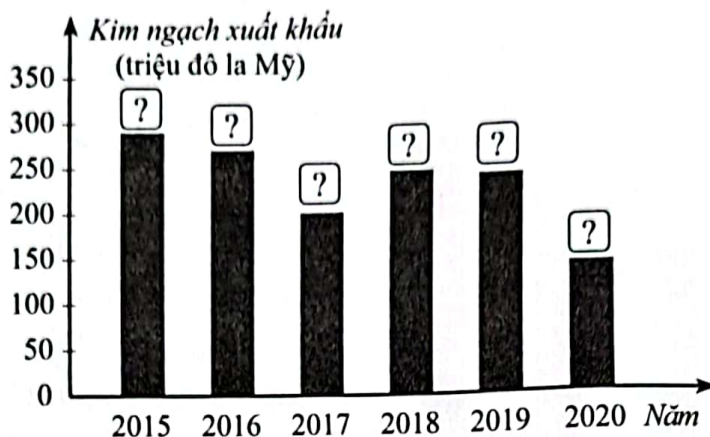
C. BÀI TẬP

6. Trong 6 năm liên tiếp từ năm 2015 đến năm 2020, EU là thị trường xuất khẩu hàng đầu của cá tra Việt Nam. Kim ngạch xuất khẩu cá tra Việt Nam vào thị trường EU ở các năm 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020 lần lượt là khoảng: 290; 270; 200; 245; 240; 140 (đơn vị: triệu đô la Mỹ). (Nguồn: Tổng cục Hải quan)

a) Lập bảng số liệu thống kê kim ngạch xuất khẩu cá tra Việt Nam ở các năm đó theo mẫu sau:

Năm	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Số tiền (triệu đô la Mỹ)	?	?	?	?	?	?

b) Hãy hoàn thiện biểu đồ ở Hình 20 để nhận được biểu đồ cột biểu diễn các số liệu thống kê kim ngạch xuất khẩu cá tra Việt Nam vào thị trường EU ở các năm 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020.



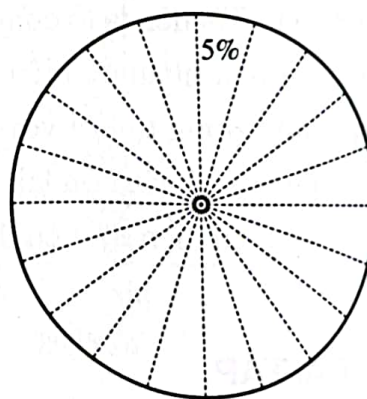
Hình 20

7. Trường Trung học cơ sở Bình Minh tổ chức giải thi đấu cờ vua thường niên cho bốn lớp học sinh khối 8. Kết quả dự đoán đội vô địch cho các lớp 8A, 8B, 8C, 8D lần lượt là: 50%, 25%, 20%, 5%.

a) Lập bảng số liệu thống kê tỉ lệ phần trăm dự đoán đội vô địch cho các lớp 8A, 8B, 8C, 8D theo mẫu sau:

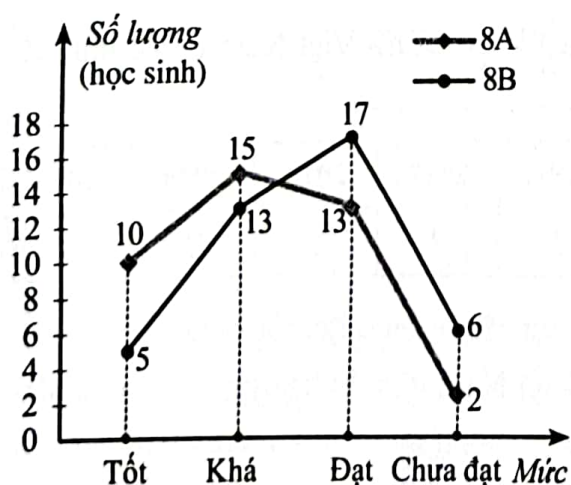
Lớp	8A	8B	8C	8D
Tỉ lệ dự đoán (%)	?	?	?	?

b) Hãy hoàn thiện Hình 21 để nhận được biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn các dữ liệu thống kê đó. Biết rằng hình tròn biểu diễn dữ liệu ở Hình 21 đã được chia sẵn thành các hình quạt, mỗi hình quạt ứng với 5%.

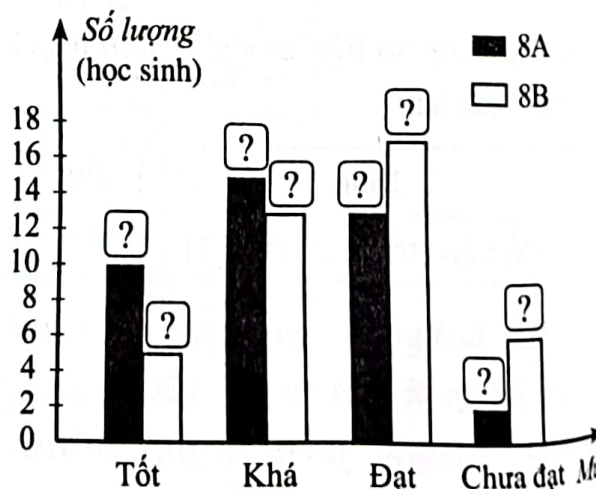


Hình 21

8. Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 22 biểu diễn số lượng học sinh đạt kết quả học tập Học kì I mức Tốt, Khá, Đạt, Chưa đạt của mỗi lớp 8A, 8B. Hãy hoàn thiện Hình 23 để nhận được biểu đồ cột kép biểu diễn các dữ liệu trong biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 22.



Hình 22



Hình 23

9. Biểu đồ
tỉ lệ cá
và Nhó
nghiep.
gỗ Nhó
theo mẫ

Nhóm

Tỉ lệ (%)

Ghi chú: 1
thống nhấ
kinh tế các
mềm hơn,
tương đối t

(Nguồn: Tờ

A. KIẾN THỨC

Để phát hiện vấn
được, ta cần:

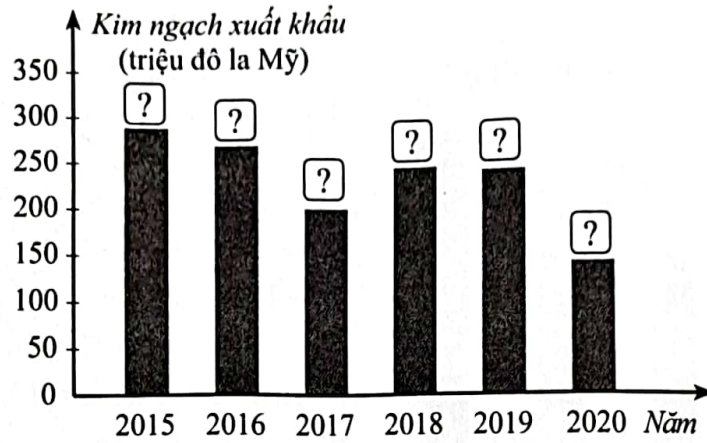
– Nhận biết được

– Thực hiện được

Để giải quyết vấn
ta cần thực hiện nh
số liệu đó.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Diện tích
được thống kê ở bả

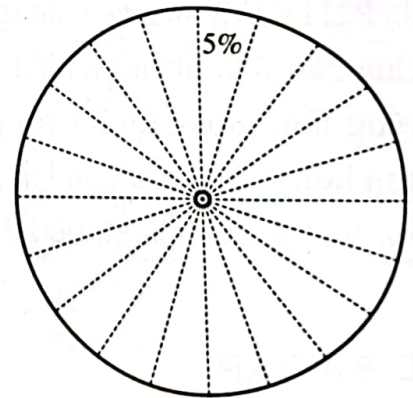


Hình 20

7. Trường Trung học cơ sở Bình Minh tổ chức giải thi đấu cờ vua thường niên cho bốn lớp học sinh khối 8. Kết quả dự đoán đội vô địch cho các lớp 8A, 8B, 8C, 8D lần lượt là: 50%, 25%, 20%, 5%.

a) Lập bảng số liệu thống kê tỉ lệ phần trăm dự đoán đội vô địch cho các lớp 8A, 8B, 8C, 8D theo mẫu sau:

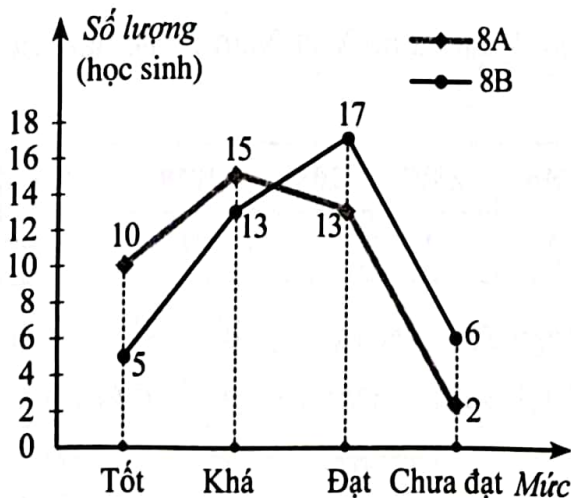
Lớp	8A	8B	8C	8D
Tỉ lệ dự đoán (%)	?	?	?	?



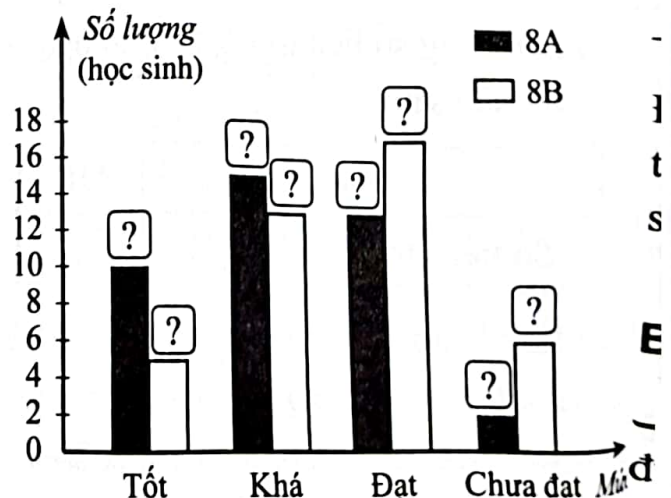
Hình 21

b) Hãy hoàn thiện Hình 21 để nhận được biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn các dữ liệu thống kê đó. Biết rằng hình tròn biểu diễn dữ liệu ở Hình 21 đã được chia sẵn thành các hình quạt, mỗi hình quạt ứng với 5%.

8. Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 22 biểu diễn số lượng học sinh đạt kết quả học tập Học kì I mức Tốt, Khá, Đạt, Chưa đạt của mỗi lớp 8A, 8B. Hãy hoàn thiện Hình 23 để nhận được biểu đồ cột kép biểu diễn các dữ liệu trong biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 22.



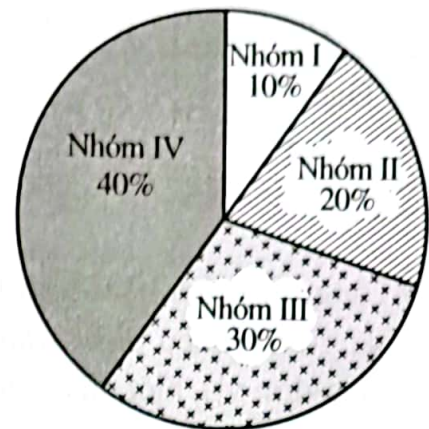
Hình 22



Hình 23

9. Biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 24 biểu diễn tỉ lệ các loại gỗ Nhóm I, Nhóm II, Nhóm III và Nhóm IV ở kho gỗ của một công ty lâm nghiệp. Lập bảng thống kê tỉ lệ của các loại gỗ Nhóm I, Nhóm II, Nhóm III và Nhóm IV theo mẫu sau:

Nhóm gỗ	Nhóm I	Nhóm II	Nhóm III	Nhóm IV
Tỉ lệ (%)	?	?	?	?



Hình 24

Ghi chú: Bảng phân loại nhóm gỗ theo tiêu chuẩn Việt Nam mới nhất hiện nay thống nhất trên cả nước như sau: *Nhóm I.* Nhóm gỗ quý hiếm, vân gỗ đẹp, giá trị kinh tế cao; *Nhóm II.* Nhóm gỗ nặng cứng, độ bền cao; *Nhóm III.* Nhóm gỗ nhẹ và mềm hơn, dẻo dai hơn, độ bền cao; *Nhóm IV.* Nhóm gỗ có màu tự nhiên, thơm, tương đối bền, dễ gia công.

(Nguồn: Tổng hợp từ Quyết định số 2198 - CNR của Bộ Nông nghiệp và Phát triển nông thôn)

§3 PHÂN TÍCH VÀ XỬ LÝ DỮ LIỆU THU ĐƯỢC Ở DẠNG BẢNG, BIỂU ĐỒ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Để phát hiện vấn đề (hoặc quy luật đơn giản) dựa trên phân tích và xử lý số liệu thu được, ta cần:

- Nhận biết được mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn;
- Thực hiện được tính toán và suy luận toán học.

Để giải quyết vấn đề đã được phát hiện (dựa trên phân tích và xử lý số liệu thu được), ta cần thực hiện những tính toán và suy luận trên cơ sở mối liên hệ toán học giữa các số liệu đó.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Diện tích của năm tỉnh Kon Tum, Gia Lai, Đắk Lắk, Đắk Nông và Lâm Đồng được thống kê ở bảng sau:

Tỉnh	Kon Tum	Gia Lai	Đắk Lắk	Đắk Nông	Lâm Đồng
Diện tích (km ²)	9 674	15 510	13 030	6 509	9 783

(Nguồn: <https://vi.wikipedia.org>)

- a) Tổng diện tích năm tỉnh Kon Tum, Gia Lai, Đắk Lắk, Đắk Nông và Lâm Đồng bằng bao nhiêu phần trăm diện tích miền Nam Việt Nam (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết diện tích miền Nam Việt Nam là 77 700 km²?
- b) Khẳng định diện tích tỉnh Đắk Nông bằng 63% diện tích tỉnh Lâm Đồng là đúng hay sai? Vì sao?

Giải

- a) Tổng diện tích năm tỉnh Kon Tum, Gia Lai, Đắk Lắk, Đắk Nông và Lâm Đồng là:

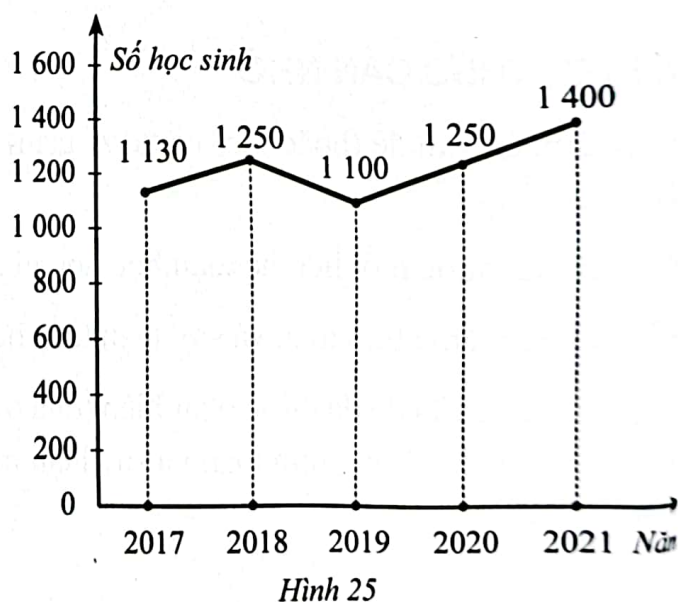
$$9\,674 + 15\,510 + 13\,030 + 6\,509 + 9\,783 = 54\,506 \text{ (km}^2\text{)}.$$

Vậy làm tròn kết quả đến hàng đơn vị thì tổng diện tích năm tỉnh Kon Tum, Gia Lai, Đắk Lắk, Đắk Nông và Lâm Đồng bằng $\frac{54\,506}{77\,700} \cdot 100\% \approx 70\%$ diện tích miền Nam Việt Nam.

- b) Ta có tỉ số phần trăm của 6 509 và 9 783 là $\frac{6\,509}{9\,783} \cdot 100\% \approx 66,5338\%$. Vậy khẳng định diện tích tỉnh Đắk Nông bằng 63% diện tích tỉnh Lâm Đồng là sai.

Ví dụ 2 Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 25 biểu diễn số học sinh của một trường trung học cơ sở trong giai đoạn từ năm 2017 đến năm 2021.

- a) Năm nào trường trung học cơ sở đó có số học sinh nhiều nhất? Năm nào trường trung học cơ sở đó có số học sinh ít nhất?
- b) Tính số học sinh trung bình các năm của trường trung học cơ sở đó tính từ năm 2017 đến năm 2021.



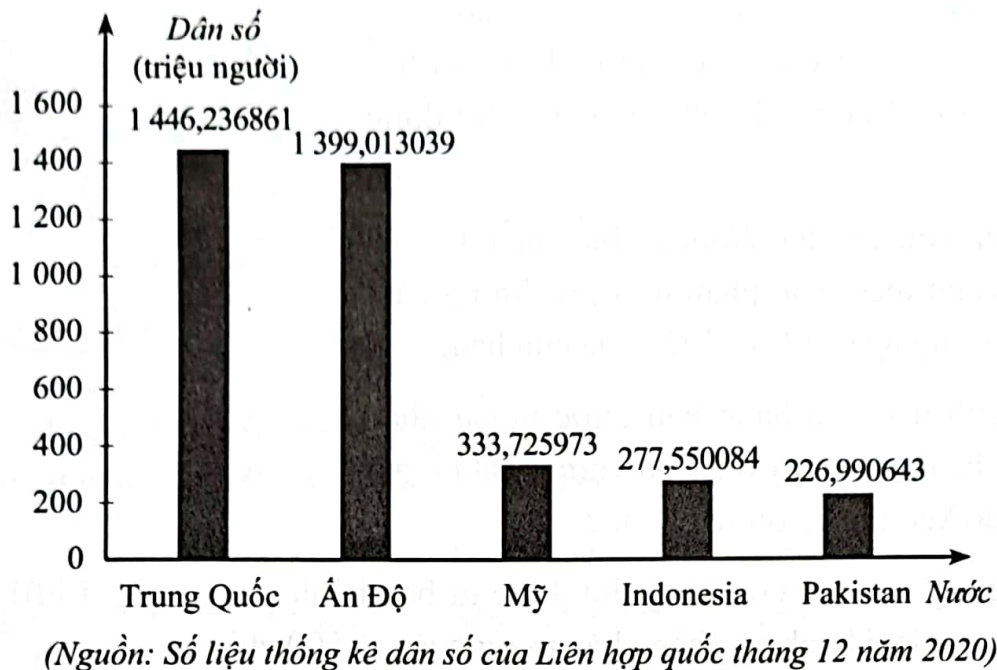
Giải

- a) Năm 2021, trường trung học cơ sở đó có số học sinh nhiều nhất. Năm 2019, trường trung học cơ sở đó có số học sinh ít nhất.

b) Số học sinh trung bình các năm tính từ năm 2017 đến năm 2021 là:

$$\frac{1\,130 + 1\,250 + 1\,100 + 1\,250 + 1\,400}{5} = 1\,226 \text{ (học sinh).}$$

Ví dụ 3 Biểu đồ cột ở Hình 26 cho biết một số nước có dân số đứng đầu thế giới (tính đến tháng 12 năm 2020):



Hình 26

- Trong các nước trên, dân số của nước có dân số cao nhất hơn dân số của nước có dân số thấp nhất là bao nhiêu người?
- Tính đến tháng 12 năm 2020, tổng dân số của hai nước Trung Quốc và Ấn Độ gấp bao nhiêu lần tổng dân số của ba nước Mỹ, Indonesia và Pakistan (làm tròn đến hàng phần mười)?

Giải

- Trong các nước đã nêu, dân số của nước có dân số cao nhất là Trung Quốc, dân số của nước có dân số thấp nhất là Pakistan. Vậy dân số của nước có dân số cao nhất hơn dân số của nước có dân số thấp nhất là:

$$1\,446,236\,861 - 226,990\,643 = 1\,219,246\,218 \text{ (triệu người).}$$

- Tổng dân số của hai nước Trung Quốc và Ấn Độ là:

$$1\,446,236\,861 + 1\,399,013\,039 = 2\,845,249\,900 \text{ (triệu người).}$$

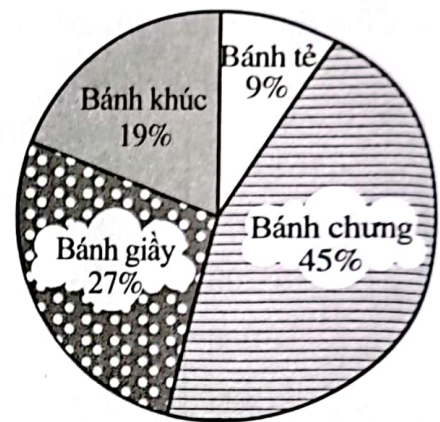
Tổng dân số của ba nước Mỹ, Indonesia và Pakistan là:

$$333,725\,973 + 277,550\,084 + 226,990\,643 = 838,266\,680 \text{ (triệu người).}$$

Vậy tính đến tháng 12 năm 2020, tổng dân số của hai nước Trung Quốc và Ấn Độ gấp tổng dân số của ba nước Mỹ, Indonesia và Pakistan (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) số lần là: $\frac{2\,845,2499}{838,2667} \approx 3,4$.

Ví dụ 4 Một cửa hàng bán các loại bánh truyền thống Việt Nam gồm: bánh chưng, bánh giầy, bánh khúc, bánh tẻ với các mức giá một chiếc lần lượt như sau: 55 000 đồng, 4 000 đồng, 13 000 đồng, 7 000 đồng.

Biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 27 biểu diễn kết quả thống kê (tính theo tỉ số phần trăm) số lượng bánh bán được trong ngày 14/01/2023 của cửa hàng.



Hình 27

- Loại bánh nào cửa hàng bán được nhiều nhất?
Em có thể đưa ra một lí do phù hợp nhất để giải thích cho kết quả đó được không?
- Tính lượng tiền mà cửa hàng thu được từ bán bánh trong ngày 14/01/2023, biết tổng số các loại bánh cửa hàng bán trong ngày là 500 chiếc.

Giải

- Trong ngày 14/01/2023, loại bánh cửa hàng bán được nhiều nhất là bánh chưng. Một lí do phù hợp nhất để giải thích cho kết quả đó là vì ngày 14/01/2023 giáp Tết Nguyên Đán và theo truyền thống Tết Nguyên Đán ở Việt Nam hầu hết các gia đình đều có bánh chưng.
- Số lượng bánh chưng, bánh giầy, bánh khúc, bánh tẻ bán được trong ngày 14/01/2023 của cửa hàng lần lượt là: $45\% \cdot 500 = 225$ (chiếc), $27\% \cdot 500 = 135$ (chiếc), $19\% \cdot 500 = 95$ (chiếc), $9\% \cdot 500 = 45$ (chiếc).

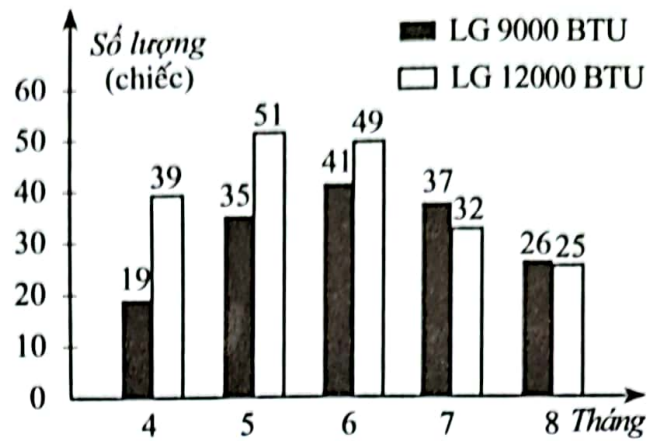
Lượng tiền mà cửa hàng thu được từ bán bánh trong ngày 14/01/2023 là:

$$225 \cdot 55\,000 + 135 \cdot 4\,000 + 95 \cdot 13\,000 + 45 \cdot 7\,000 = 14\,465\,000 \text{ (đồng)}.$$

Ví dụ 5 Biểu đồ cột kép ở Hình 28 biểu diễn số điều hoà LG 9000 BTU (giá 7,5 triệu đồng/chiếc) và điều hoà LG 12000 BTU (giá 9 triệu đồng/chiếc) được bán trong 5 tháng hè – thu (từ tháng 4 đến tháng 8) năm 2022 của một cửa hàng điện máy.

a) Cửa hàng đã bán tổng số điều hoà LG 9000 BTU trong các tháng 5, 6, 7 nhiều hơn tổng số điều hoà LG 9000 BTU đã bán trong tháng 4 và tháng 8 là bao nhiêu chiếc?

b) Từ tháng 4 đến tháng 8 năm 2022, cửa hàng thu được tổng số tiền từ bán điều hoà LG 9000 BTU bằng bao nhiêu phần trăm tổng số tiền từ bán điều hoà LG 12000 BTU (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hình 28

Giải

a) Cửa hàng đã bán tổng số điều hoà LG 9000 BTU trong các tháng 5, 6, 7 nhiều hơn tổng số điều hoà LG 9000 BTU đã bán trong tháng 4 và tháng 8 là:

$$(35 + 41 + 37) - (19 + 26) = 68 \text{ (chiếc)}.$$

b) Từ tháng 4 đến tháng 8, tổng số tiền cửa hàng thu được từ bán điều hoà LG 9000 BTU là: $(19 + 35 + 41 + 37 + 26) \cdot 7,5 = 1\,185$ (triệu đồng).

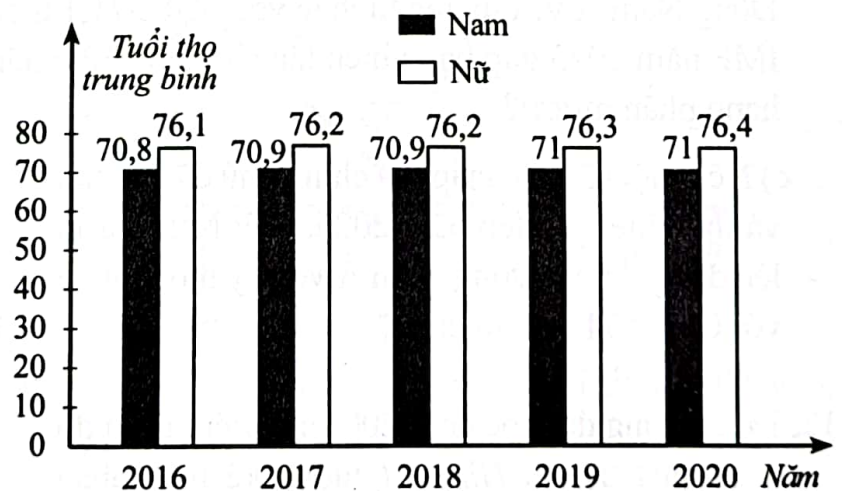
Từ tháng 4 đến tháng 8, tổng số tiền cửa hàng thu được từ bán điều hoà LG 12000 BTU là: $(39 + 51 + 49 + 32 + 25) \cdot 9 = 1\,764$ (triệu đồng).

Ta có tỉ số phần trăm của 1 185 và 1 764 là: $\frac{1\,185}{1\,764} \cdot 100\% \approx 67,2\%$.

Vậy từ tháng 4 đến tháng 8 năm 2022, cửa hàng thu được tổng số tiền từ bán điều hoà LG 9000 BTU bằng 67,2% tổng số tiền từ bán điều hoà LG 12000 BTU (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười).

C. BÀI TẬP

10. Biểu đồ cột kép ở Hình 29 cho biết tuổi thọ trung bình của nam và nữ người Việt Nam ở các năm 2016, 2017, 2018, 2019, 2020.



(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

Hình 29

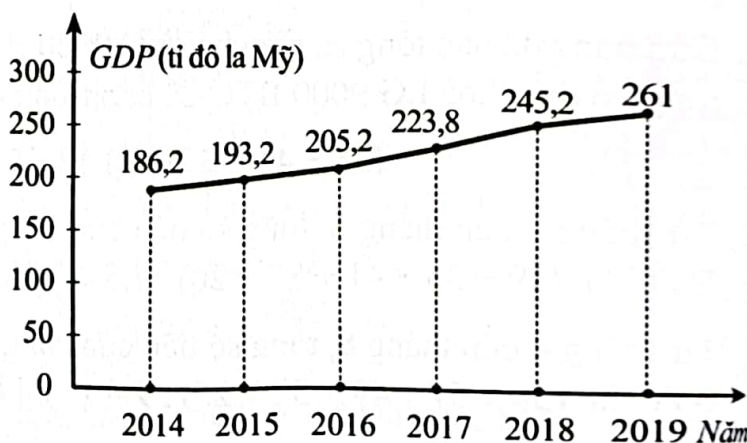
Trong giờ học nhóm, bạn Mai đã ghi lại số liệu ở *Hình 29* vào *Bảng 2* theo phâ công của nhóm như sau:

Năm	Nam	Nữ
2016	70,8	76,1
2017	70,9	76,2
2018	70,9	76,2
2019	72,0	76,3
2020	71,0	76,4

Bảng 2

Bạn Mai đã ghi nhầm số liệu vào một ô trong *Bảng 2*. Theo em, bạn Mai đã ghi nhầm số liệu nào?

11. Biểu đồ đoạn thẳng ở *Hình 30* biểu diễn tổng đóng góp GDP (tỉ đô la Mỹ) ở các lĩnh vực kinh tế (Dịch vụ, Nông nghiệp, Công nghiệp và Xây dựng) của Việt Nam từ năm 2014 đến năm 2019.



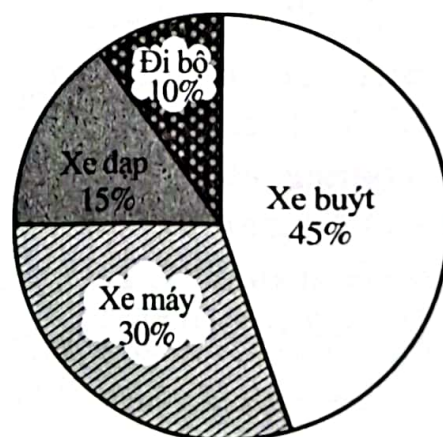
(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

Hình 30

- a) Dựa vào các dữ liệu đó, hãy cho biết GDP của năm cao nhất hơn GDP của năm thấp nhất là bao nhiêu tỉ đô la Mỹ.

- b) Theo dự báo của IMF, đến năm 2025, Việt Nam sẽ vươn lên đứng thứ ba Đông Nam Á về quy mô kinh tế với GDP 571,1 tỉ đô la Mỹ. Hỏi GDP dự báo của IMF năm 2025 gấp bao nhiêu lần so với GDP ở năm 2014 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

- c) Nêu một số giải pháp mà chính phủ đã đề xuất và thực hiện để đến năm 2025, Việt Nam vươn lên đứng thứ ba Đông Nam Á về quy mô kinh tế với GDP 571,1 tỉ đô la Mỹ.



Hình 31

12. Một trường đại học có 1 200 sinh viên. Biểu đồ hình quạt tròn ở *Hình 31* thống kê tỉ lệ phần trăm các loại phương tiện được sử dụng để đến trường của sinh viên.

a) Lập bảng thống kê số sinh viên sử dụng các phương tiện để đến trường theo mẫu sau:

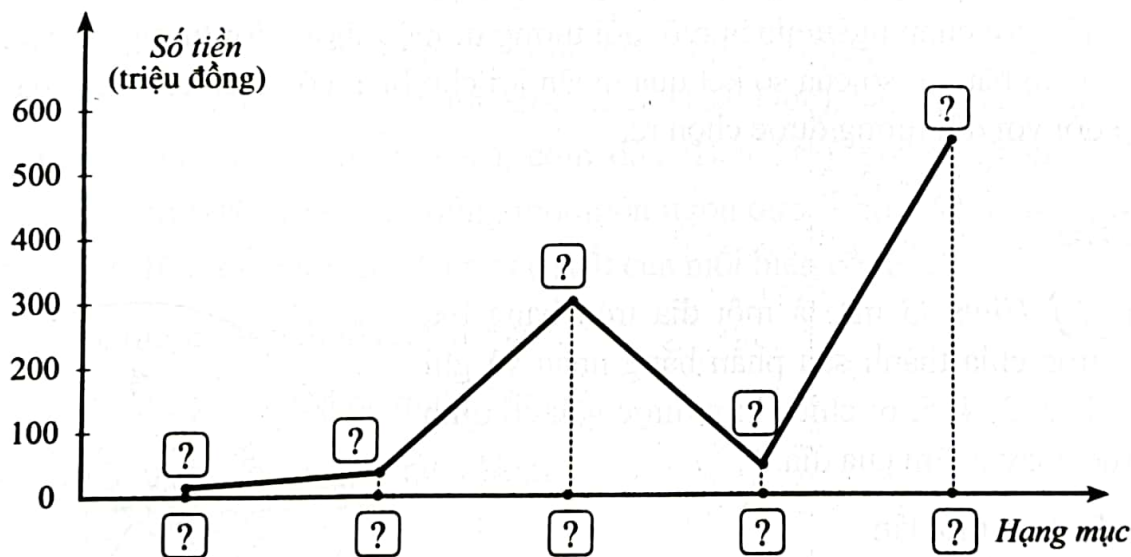
Phương tiện	Xe buýt	Xe máy	Xe đạp	Đi bộ
Số sinh viên	?	?	?	?

b) Công ty bảo vệ A đã trông giữ xe cho sinh viên nhà trường với giá một tháng là 30 000 đồng/chiếc xe máy và 15 000 đồng/chiếc xe đạp. Tính số tiền một tháng nhà trường phải trả cho công ty A.

13. Bác Long dự định xây một ngôi nhà mặt bằng 60 m^2 , cao 3 tầng. Số tiền cần phải chuẩn bị cho các hạng mục theo dự tính như sau:

Hạng mục	Dọn mặt bằng	Thiết kế	Thi công	Tư vấn, giám sát	Vật tư, vật liệu
Số tiền (triệu đồng)	15	36	300	45	550

a) Hãy hoàn thiện biểu đồ ở Hình 32 để nhận được biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số tiền bác Long cần phải chuẩn bị cho các hạng mục theo dự tính như trên.



Hình 32

b) Bác Long muốn tiết giảm chi phí cho các hạng mục: Thi công; Tư vấn, giám sát; Vật tư, vật liệu lần lượt là: 5%; 3%; 4%. Với tiết giảm chi phí cho các hạng mục như vậy, bác Long cần phải chuẩn bị bao nhiêu tiền để xây được ngôi nhà như dự kiến?

§4 XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN TRONG MỘT SỐ TRÒ CHƠI ĐƠN GIẢN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Xác suất của biến cố trong trò chơi tung đồng xu

Trong trò chơi tung đồng xu, ta có:

- Xác suất của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N” bằng $\frac{1}{2}$;
- Xác suất của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt S” bằng $\frac{1}{2}$.

Xác suất của biến cố trong trò chơi vòng quay số

Một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm n phần bằng nhau (n hình quạt bằng nhau) và ghi các số $1, 2, 3, 4, \dots, n$; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Khi quay đĩa tròn đó một lần, chiếc kim sẽ chỉ vào một trong n hình quạt đó, nếu k là số kết quả thuận lợi cho một biến cố thì xác suất của biến cố đó bằng $\frac{k}{n}$.

Xác suất của biến cố trong trò chơi chọn ngẫu nhiên một đối tượng từ một nhóm đối tượng

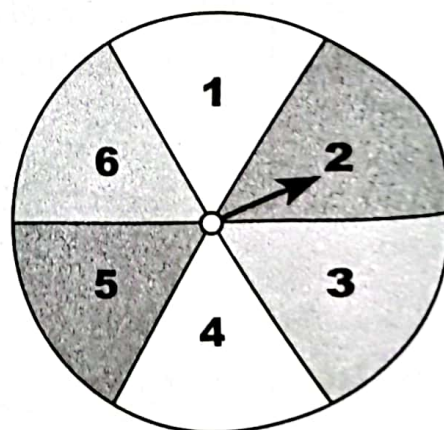
Trong trò chơi chọn ngẫu nhiên một đối tượng từ một nhóm đối tượng, xác suất của một biến cố bằng tỉ số của số kết quả thuận lợi cho biến cố và số các kết quả có thể xảy ra đối với đối tượng được chọn ra.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Hình 33 mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành sáu phần bằng nhau và ghi các số $1, 2, 3, 4, 5, 6$; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.

Quay đĩa tròn một lần.

- Viết tập hợp B gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số ghi ở hình quạt mà chiếc kim chỉ vào khi đĩa dừng lại.
- Xét biến cố “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chẵn và chia hết cho 3”. Nêu những kết quả thuận lợi cho biến cố đó.



Hình 33

- c) Tính xác suất của biến cố “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số lẻ và nhỏ hơn 5”.
- d) Tính xác suất của biến cố “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 4 dư 3”.

Giải

- a) Tập hợp B gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số ghi ở hình quạt mà chiếc kim chỉ vào khi đĩa dừng lại là: $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
- b) Có một kết quả thuận lợi cho biến cố “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chẵn và chia hết cho 3” là 6.
- c) Có hai kết quả thuận lợi cho biến cố “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số lẻ và nhỏ hơn 5” là 1 và 3. Vì thế, xác suất của biến cố “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số lẻ và nhỏ hơn 5” là $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
- d) Có một kết quả thuận lợi cho biến cố “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 4 dư 3” là 3. Vì thế, xác suất của biến cố “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 4 dư 3” là $\frac{1}{6}$.

Ví dụ 2 Nền ẩm thực Việt Nam đã được đánh giá cao trên thế giới. Những món ăn đặc sắc đã thu hút nhiều người sành ăn trong nước và quốc tế. 16 món ngon đến từ các tỉnh/thành phố được chọn ra như sau: phở Thìn (Hà Nội), bánh đa Ké (Bắc Ninh), bánh đậu xanh (Hải Dương), bún cá cay (Hải Phòng), gà đồi Yên Thế (Bắc Giang), nộm da trâu (Sơn La), thắng cố (Lào Cai), miến lươn (Nghệ An), cơm hến (Huế), cá mực nhảy (Hà Tĩnh), bánh mì (Hội An), sủi cảo (Sài Gòn), bánh canh Trảng Bàng (Tây Ninh), cá lóc nướng (Cần Thơ), cơm dừa (Bến Tre), gỏi cá (Kiên Giang); mỗi tỉnh/thành phố đã nêu chỉ có đúng một món ngon được chọn. Chọn ngẫu nhiên một món trong 16 món ngon đó. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- a) “Món ngon được chọn thuộc miền Bắc”;
- b) “Món ngon được chọn thuộc miền Trung”;
- c) “Món ngon được chọn thuộc miền Nam”.

Giải

- a) Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố “Món ngon được chọn thuộc miền Bắc” là: phở Thìn (Hà Nội), bánh đa Ké (Bắc Ninh), bánh đậu xanh (Hải Dương), bún cá cay (Hải Phòng), gà đồi Yên Thế (Bắc Giang), nộm da trâu (Sơn La), thắng cố (Lào Cai). Do đó, xác suất của biến cố “Món ngon được chọn thuộc miền Bắc” là $\frac{7}{16}$.

- b) Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố “Món ngon được chọn thuộc miền Trung” là: miền lươn (Nghệ An), cơm hến (Huế), cá mực nháy (Hà Tĩnh), bánh mì (Hội An). Do đó, xác suất của biến cố “Món ngon được chọn thuộc miền Trung” là $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.
- c) Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố “Món ngon được chọn thuộc miền Nam” là: sủi cảo (Sài Gòn), bánh canh Trảng Bàng (Tây Ninh), cá lóc nướng (Cần Thơ), cơm dừa (Bến Tre), gỏi cá (Kiên Giang). Do đó, xác suất của biến cố “Món ngon được chọn thuộc miền Nam” là $\frac{5}{16}$.

Ví dụ 3 Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số nhỏ hơn 80 và lớn hơn 60.

- a) Viết tập hợp A gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra và tính số phần tử của tập hợp đó.
- b) Tính xác suất của biến cố “Số tự nhiên được viết ra là số chia cho 3 và 4 đều dư 1”.
- c) Tính xác suất của biến cố “Số tự nhiên được viết ra có các chữ số hàng chục và hàng đơn vị đều là số chẵn”.

Giải

- a) Tập hợp A gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra là:

$A = \{61; 62; 63; \dots; 78; 79\}$. Do đó, số phần tử của tập hợp A là 19.

- b) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết ra là số chia cho 3 và 4 đều dư 1” là 61 và 73. Vì vậy, xác suất của biến cố đó là $\frac{2}{19}$.

- c) Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết ra có các chữ số hàng chục và hàng đơn vị đều là số chẵn” là: 62; 64; 66; 68. Vì vậy, xác suất của biến cố đó là $\frac{4}{19}$.

C. BÀI TẬP

14. Một hộp có 50 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 3, 5, ..., 97, 99; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- a) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số lớn hơn 3 và là ước của 50”;
- b) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 60 và là bội của 11”;
- c) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho cả 3 và 5”;
- d) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số và tổng hai chữ số đó là 7”

15. Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số lớn hơn 60 và nhỏ hơn 80. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:
- “Số tự nhiên được viết ra có chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị”;
 - “Số tự nhiên được viết ra có chữ số hàng chục gấp hai lần chữ số hàng đơn vị”.
16. Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có ba chữ số lớn hơn hoặc bằng 900.
- Tính số phần tử của tập hợp E gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra.
 - Tính xác suất của biến cố “Số tự nhiên được viết ra là bình phương của một số tự nhiên”.
17. Một đội học sinh tham gia cuộc thi sáng tạo thanh thiếu niên nhi đồng toàn quốc năm 2022 có 4 học sinh lớp 7 là: An, Bình, Chi, Minh và 5 học sinh lớp 8 là: Phương, Hà, Ngọc, Nam, Thư. Chọn ngẫu nhiên một thí sinh trong đội học sinh tham gia cuộc thi đó.
- Viết tập hợp A gồm các kết quả có thể xảy ra đối với thí sinh được chọn ra. Tính số phần tử của tập hợp A .
 - Tính xác suất của biến cố “Thí sinh được chọn ra là học sinh lớp 7”.
 - Tính xác suất của biến cố “Thí sinh được chọn ra là học sinh lớp 8”.
18. Cho tập hợp $A = \{1; 2\}$ và $B = \{3; 4; 5; 8\}$. Lập ra tất cả các số có hai chữ số $\overline{ab}$, trong đó $a \in A$ và $b \in B$.
- Có thể lập được bao nhiêu số $\overline{ab}$ như vậy?
 - Tính xác suất của biến cố “Số tự nhiên lập được là số chia hết cho 9”;
 - Tính xác suất của biến cố “Số tự nhiên lập được là số lớn hơn 14”.
19. Một hộp có chứa 10 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 đến 10 và 5 quả cầu màu đỏ được đánh số từ 11 đến 15. Lấy ngẫu nhiên một quả trong hộp. Tìm số phần tử của tập hợp E gồm các kết quả có thể xảy ra đối với quả cầu được chọn ra. Sau đó, tính xác suất của mỗi biến cố sau:
- “Quả cầu được chọn ra màu xanh”;
 - “Quả cầu được chọn ra ghi số chẵn”;
 - “Quả cầu được chọn ra màu đỏ và ghi số chẵn”;
 - “Quả cầu được chọn ra màu xanh hoặc ghi số lẻ”.



XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM CỦA MỘT BIẾN CỐ TRONG MỘT SỐ TRÒ CHƠI ĐƠN GIẢN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Xác suất thực nghiệm của một biến cố trong trò chơi tung đồng xu

– Xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N” khi tung đồng xu nhiều lần bằng

$$\frac{\text{Số lần xuất hiện mặt N}}{\text{Tổng số lần tung đồng xu}}$$

Xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt S” khi tung đồng xu nhiều lần bằng

$$\frac{\text{Số lần xuất hiện mặt S}}{\text{Tổng số lần tung đồng xu}}$$

– Trong trò chơi tung đồng xu, khi số lần tung ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N” (hoặc biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt S”) ngày càng gần với xác suất của biến cố đó.

Xác suất thực nghiệm của một biến cố trong trò chơi gieo xúc xắc

– Xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt k chấm ($k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 6$) khi gieo xúc xắc nhiều lần bằng

$$\frac{\text{Số lần xuất hiện mặt } k \text{ chấm}}{\text{Tổng số lần gieo xúc xắc}}$$

– Trong trò chơi gieo xúc xắc, khi số lần gieo xúc xắc ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của một biến cố ngày càng gần với xác suất của biến cố đó.

Xác suất thực nghiệm của một biến cố trong trò chơi chọn ngẫu nhiên một đối tượng từ một nhóm đối tượng

– Trong trò chơi chọn ngẫu nhiên một đối tượng từ một nhóm gồm k đối tượng sao cho khả năng được chọn ra của k đối tượng đó là như nhau, ta xét một đối tượng A trong nhóm đối tượng đó. Mỗi lần ta chọn ngẫu nhiên một đối tượng trong nhóm, ghi lại tên của đối tượng được chọn ra và bỏ lại đối tượng đó vào nhóm. Ta có định nghĩa sau

Xác suất thực nghiệm của biến cố “Đối tượng A được chọn ra” khi chọn đối tượng nhiều lần bằng

$$\frac{\text{Số lần đối tượng } A \text{ được chọn ra}}{\text{Tổng số lần chọn đối tượng}}$$

– Khi số lần lấy ra ngẫu nhiên một đối tượng ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố “Đối tượng lấy ra là đối tượng A ” ngày càng gần với xác suất của biến cố đó.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N” trong mỗi trường hợp sau:

- a) Tung một đồng xu 28 lần liên tiếp, có 17 lần xuất hiện mặt N;
- b) Tung một đồng xu 18 lần liên tiếp, có 11 lần xuất hiện mặt S.

Giải

- a) Xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N” là $\frac{17}{28}$.
- b) Khi tung một đồng xu 18 lần liên tiếp, có 11 lần xuất hiện mặt S nên mặt N xuất hiện 7 lần. Vì vậy, xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N” là $\frac{7}{18}$.

Ví dụ 2 Tìm khẳng định đúng:

- a) Trong trò chơi tung đồng xu, khi số lần tung đồng xu ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N” ngày càng gần với 0,5.
- b) Trong trò chơi tung đồng xu, khi số lần tung đồng xu ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt S” ngày càng gần với 0,4.

Giải

Khẳng định a) đúng.

Ví dụ 3

- a) Nếu gieo một xúc xắc 15 lần liên tiếp, có 7 lần xuất hiện mặt 2 chấm thì xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 2 chấm” bằng bao nhiêu?
- b) Nếu gieo một xúc xắc 26 lần liên tiếp, có 9 lần xuất hiện mặt 3 chấm thì xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 3 chấm” bằng bao nhiêu?

Giải

- a) Nếu gieo một xúc xắc 15 lần liên tiếp, có 7 lần xuất hiện mặt 2 chấm thì xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 2 chấm” bằng $\frac{7}{15}$.
- b) Nếu gieo một xúc xắc 26 lần liên tiếp, có 9 lần xuất hiện mặt 3 chấm thì xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 3 chấm” bằng $\frac{9}{26}$.

Ví dụ 4 Một hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng tím và 1 quả bóng vàng; các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Mỗi lần bạn Hà lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào hộp. Trong 32 lần lấy liên tiếp, có 5 lần lấy được quả bóng màu xanh, 7 lần lấy được quả bóng màu đỏ, 9 lần lấy được quả bóng màu vàng. Trong trò chơi trên, tìm xác suất thực nghiệm của biến cố “Quả bóng lấy ra là quả bóng màu tím”.

Giải

Khi lấy bóng 32 lần liên tiếp, do quả bóng màu xanh xuất hiện 5 lần, quả bóng màu đỏ xuất hiện 7 lần và quả bóng màu vàng xuất hiện 9 lần nên quả bóng màu tím xuất hiện số lần là $32 - (5 + 7 + 9) = 11$ lần. Vậy xác suất thực nghiệm của biến cố “Quả bóng lấy ra là quả bóng màu tím” là $\frac{11}{32}$.

Ví dụ 5 Một hộp có 9 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên chẵn lớn hơn 16 và nhỏ hơn 36, hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ trong hộp, ghi lại số của thẻ được lấy ra và bỏ lại thẻ đó vào hộp. Sau 25 lần lấy thẻ liên tiếp, thẻ ghi số 22 được lấy ra 6 lần. Tìm xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số 22” trong trò chơi trên.

Giải

Khi lấy thẻ 25 lần liên tiếp, do thẻ ghi số 22 được lấy ra 6 lần nên xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số 22” là $\frac{6}{25}$.

Ví dụ 6 Nêu mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt có số chấm là số chia hết cho 5” với xác suất của biến cố đó khi số lần gieo xúc xắc càng lớn.

Giải

Có 1 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt có số chấm số chia hết cho 5” là 5. Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{1}{6}$. Do đó, khi số lần gieo xúc xắc ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc mặt có số chấm là số chia hết cho 5” ngày càng gần với $\frac{1}{6}$.

C. BÀI TẬP

20. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt S” trong mỗi trường hợp sau:
- Tung một đồng xu 45 lần liên tiếp, có 29 lần xuất hiện mặt S;
 - Tung một đồng xu 32 lần liên tiếp, có 17 lần xuất hiện mặt N.
21. Khi gieo ngẫu nhiên một xúc xắc 24 lần liên tiếp, bạn An kiểm đếm được mặt 1 chấm xuất hiện 7 lần, mặt 2 chấm xuất hiện 5 lần. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố:
- “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 1 chấm”;
 - “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 2 chấm”.
22. Xét đối tượng A từ một nhóm gồm k đối tượng trong trò chơi chọn ngẫu nhiên một đối tượng từ một nhóm đối tượng. Khi số lần lấy ngẫu nhiên một đối tượng ngày càng lớn thì xác suất thực nghiệm của biến cố “Đối tượng được lấy ra là đối tượng A ” ngày càng gần với số thực nào?
23. Một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên lẻ nhỏ hơn 40, hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ trong hộp, ghi lại số của thẻ được lấy ra và bỏ lại thẻ đó vào hộp.
- Sau 40 lần lấy thẻ liên tiếp, tính xác suất thực nghiệm của mỗi biến cố sau:
 - “Thẻ lấy ra ghi số chia hết cho 23”;
 - “Thẻ lấy ra ghi số lớn hơn 11 và là bình phương của một số tự nhiên”.
 - Nêu mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số nhỏ hơn 15 và chia hết cho 7” với xác suất của biến cố đó khi số lần lấy thẻ ngày càng lớn.
24. Một hộp có 50 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, ..., 50; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ trong hộp, ghi lại số của thẻ được lấy ra và bỏ lại thẻ đó vào hộp.
- Sau 30 lần lấy thẻ liên tiếp, tính xác suất thực nghiệm của mỗi biến cố sau:
 - “Thẻ lấy ra ghi số 10”;
 - “Thẻ lấy ra ghi số 29”;
 - “Thẻ lấy ra ghi số 45”.
 - Sau 20 lần lấy thẻ liên tiếp, tính xác suất thực nghiệm của mỗi biến cố sau:
 - “Thẻ lấy ra ghi số là lập phương của một số tự nhiên lớn hơn 2”;
 - “Số xuất hiện trên thẻ được lấy ra chia cho 3, 4, 5 đều có số dư là 1”.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

25. Bảng 3 thống kê số lượng học sinh tham gia phong trào thể dục thể thao của từng lớp ở khối lớp 8 của một trường trung học cơ sở. Biết sĩ số của mỗi lớp đều là 40 học sinh. Số liệu nào trong Bảng 3 là không hợp lý?

Lớp	Sĩ số	Số học sinh tham gia
8A	40	39
8B	40	40
8C	40	38
8D	40	41

Bảng 3

- A. 41. B. 38. C. 40. D. 39.
26. Trong hộp có 11 viên bi gồm 2 viên bi màu xanh, 4 viên bi màu đỏ, 5 viên bi màu vàng; các viên bi có hình dạng và kích thước giống hệt nhau. Chọn ngẫu nhiên một viên bi. Xác suất của biến cố “Viên bi được chọn có màu vàng” bằng
- A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{6}{11}$.
27. Nếu tung một đồng xu 25 lần liên tiếp, có 12 lần xuất hiện mặt S thì xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt N” bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{12}{25}$. B. $\frac{13}{25}$. C. $\frac{12}{13}$. D. $\frac{25}{13}$.
28. Sau khi tìm hiểu các tài liệu về các động vật quý hiếm ở tỉnh Thừa Thiên Huế có tên trong Sách đỏ Việt Nam 1996 và Nghị quyết 48-2002/NQ-CP, bạn Toàn lựa chọn danh mục 11 động vật với mức độ quý hiếm như sau: Báo gấm (E), Chó dơi (R), Cóc gai mắt (T), Cu li lớn (V), Cu li nhỏ (V), Dơi chó tai ngắn (R), Dơi lá quạt (R),Ếch xanh (T),Ếch vạch (T), Rắn hổ mang chúa (E), Sơn dương (E).
Hãy nêu tên những động vật trên theo phân loại mức độ quý hiếm như mẫu sau:

Mức độ quý hiếm	Tên động vật
E	?
R	?
T	?
V	?

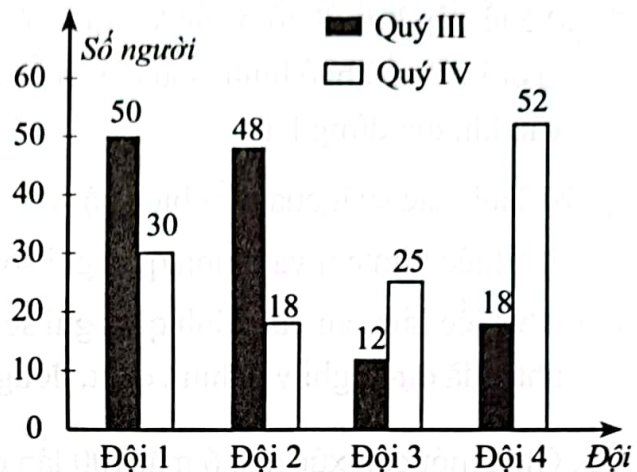
Ghi chú: Các tiêu chuẩn đánh giá tình trạng các loài đưa vào Sách đỏ Việt Nam do IUCN đề xuất như sau:

- Endangered (E): Đang nguy cấp (đang bị đe dọa tuyệt chủng);
- Rare (R): Hiếm (có thể sẽ nguy cấp);
- Threatened (T): Bị đe dọa;
- Vulnerable (V): Sẽ nguy cấp (có thể bị đe dọa tuyệt chủng).

29. Biểu đồ cột kép trong Hình 34 biểu diễn số công nhân xếp loại Tốt trong Quý III, Quý IV của bốn đội sản xuất ở công ty Phú Bình.

a) So sánh tổng số công nhân xếp loại Tốt trong Quý III và tổng số công nhân xếp loại Tốt trong Quý IV của công ty đó.

b) Công ty đã thưởng cho mỗi công nhân xếp loại Tốt trong Quý III là 800 000 đồng và mỗi công nhân xếp loại Tốt trong Quý IV là 1 000 000 đồng. Tính tỉ số phần trăm số tiền của Quý III và số tiền của Quý IV mà công ty đã thưởng cho công nhân.

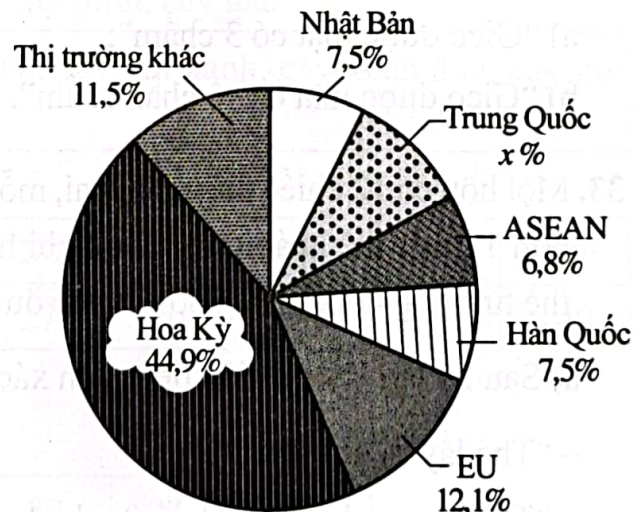


Hình 34

30. Biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 35 biểu diễn cơ cấu thị trường xuất khẩu máy móc và phụ tùng năm 2020 của Việt Nam (tính theo tỉ số phần trăm).

a) Tính giá trị của x .

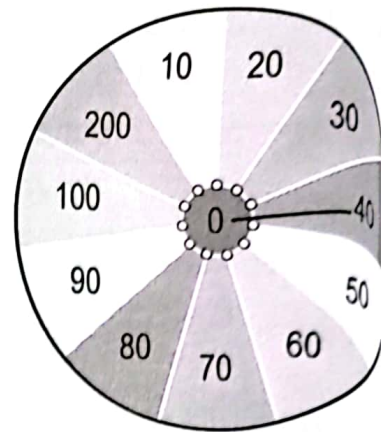
b) Xuất khẩu máy móc và phụ tùng năm 2020 của Việt Nam đến thị trường Hoa Kỳ gấp bao nhiêu lần đến thị trường Nhật Bản (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



(Nguồn: Báo cáo xuất nhập khẩu Việt Nam năm 2020 – Bộ Công Thương)

Hình 35

31. Nhân dịp tết cổ truyền, lớp 8B tổ chức trò chơi “Vòng quay may mắn”, trong đó chiếc đĩa hình tròn được chia thành 11 phần bằng nhau và ghi các số 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa (Hình 36). Quay đĩa tròn một lần:



Hình 36

a) Viết tập hợp B gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số ghi ở hình quạt mà chiếc kim chỉ vào khi đĩa dừng lại.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia hết cho cả 5 và 14”;
- “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số có thể phân tích thành tổng của hai số khác nhau đã được ghi vào hình quạt, đồng thời có một số lớn hơn 75”.

32. Gieo một con xúc xắc 6 mặt 100 lần được kết quả như sau:

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần xuất hiện	16	14	19	15	17	19

Hãy tính xác suất thực nghiệm của mỗi biến cố sau:

- a) “Gieo được mặt có 3 chấm”;
- b) “Gieo được mặt có số chẵn chấm”.

33. Một hộp có 12 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên nhỏ hơn 12, hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ trong hộp, ghi lại số của thẻ được lấy ra và bỏ lại thẻ đó vào hộp.

a) Sau 25 lần lấy thẻ liên tiếp, tính xác suất thực nghiệm của mỗi biến cố sau:

- “Thẻ lấy ra ghi số 8”;
- “Thẻ lấy ra ghi số lớn hơn 9, nhỏ hơn 12 và không phải là số nguyên tố”;
- “Thẻ lấy ra ghi số là lập phương của một số tự nhiên”.

b) Nêu mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số chia hết cho 9” với xác suất của biến cố đó khi số lần lấy thẻ ngày càng lớn.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

- Tên năm tỉnh/thành phố là dữ liệu định tính.
– Dân số (đơn vị: nghìn người) của năm tỉnh/thành phố đó là dữ liệu định lượng.
- Ngày thứ Sáu, cửa hàng bán được 6 xe, mỗi xe có giá chưa đến 50 triệu đồng, do đó doanh thu cửa hàng bán trong ngày thứ Sáu chưa đến 300 triệu đồng. Vậy trong hai số liệu của ngày thứ Sáu là số xe 6 và doanh thu của cửa hàng 320 triệu đồng nêu ra ở *Bảng 1* có ít nhất một số liệu là không hợp lí.
- Từ biểu đồ cột kép ở *Hình 2* ta thấy tổng số học sinh tham gia câu lạc bộ đàn piano ở Học kì I và Học kì II của Tổ 1, Tổ 2, Tổ 3, Tổ 4 lần lượt là: 8 học sinh, 6 học sinh, 12 học sinh, 9 học sinh. Vậy trong biểu đồ cột kép ở *Hình 2*, anh Long đã ghi nhầm số liệu của Tổ 2.
- Anh Linh đã ghi nhầm số liệu của lớp 8B.

5.

Loại cây	Tên cây
Cây ăn quả	Cây cam, cây mít, cây nhãn, cây ổi, cây na
Cây lấy tinh dầu	Cây dừa, cây trà, cây gấc
Cây lấy gỗ nhanh, giá trị kinh tế cao	Cây gỗ sưa, cây lim xanh, cây xoan đào, cây gỗ cẩm lai

6. a)

Năm	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Số tiền (triệu đô la Mỹ)	290	270	200	245	240	140

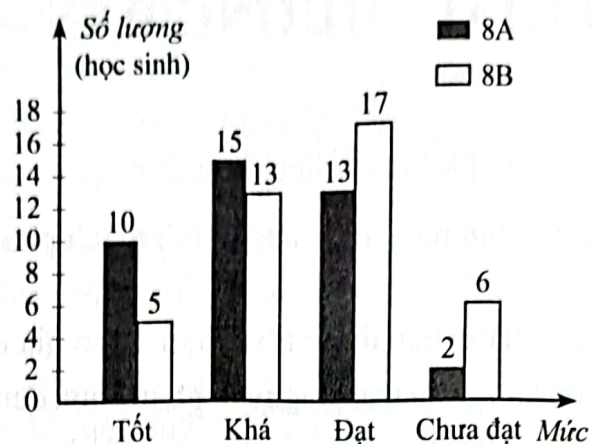
b) Học sinh tự làm.

7. a)

Lớp	8A	8B	8C	8D
Tỉ lệ dự đoán (%)	50%	25%	20%	5%

b) Học sinh tự làm.

8.



9.

Nhóm gỗ	Nhóm I	Nhóm II	Nhóm III	Nhóm IV
Tỉ lệ (%)	10%	20%	30%	40%

10. Bạn Mai đã ghi nhầm số liệu về tuổi thọ trung bình của nam giới ở Việt Nam năm 2019, số liệu đúng phải là 71 tuổi.

11. a) $261 - 186,2 = 74,8$ (ti đô la Mỹ). b) $\frac{571,1}{186,2} \approx 3,1$.

c) Học sinh tự nêu.

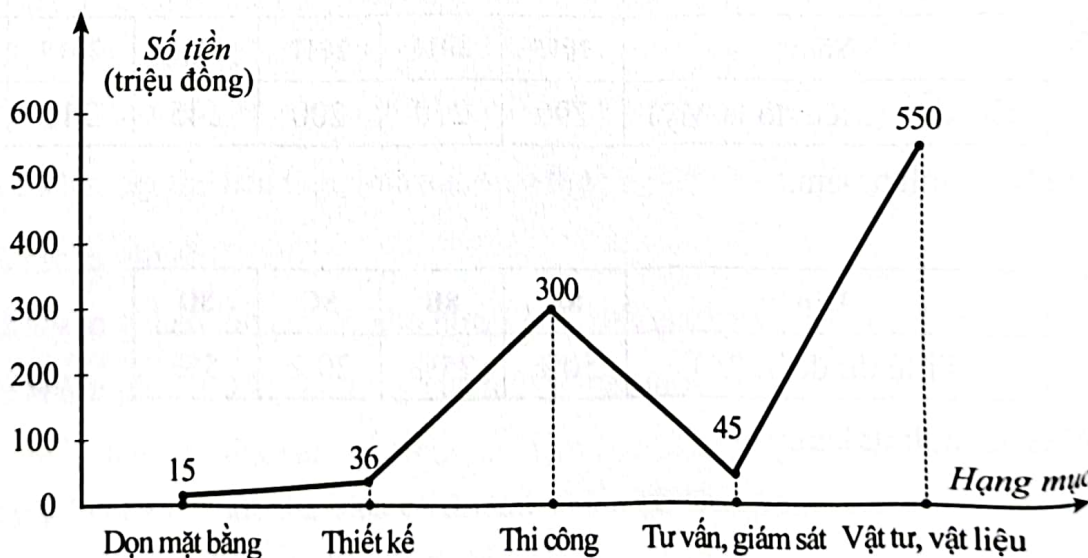
12. a)

Phương tiện	Xe buýt	Xe máy	Xe đạp	Đi bộ
Số sinh viên	540	360	180	120

b) Số tiền một tháng nhà trường phải trả cho công ty A là:

$$360 \cdot 30\,000 + 180 \cdot 15\,000 = 13\,500\,000 \text{ (đồng)}.$$

13. a)



b) Số tiền dự kiến ban đầu để xây được ngôi nhà là:

$$15 + 36 + 300 + 45 + 550 = 946 \text{ (triệu đồng)}.$$

Tổng số tiền tiết giảm chi phí cho các hạng mục: Thi công; Tư vấn, giám sát; Vật tư, vật liệu là: $5\% \cdot 300 + 3\% \cdot 45 + 4\% \cdot 550 = 38,35$ (triệu đồng).

Với tiết giảm chi phí cho tất cả các hạng mục như trên, Bác Long cần phải chuẩn bị số tiền để xây được ngôi nhà như dự kiến là: $946 - 38,35 = 907,65$ (triệu đồng).

14. a) Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất trên thẻ được rút ra là số lớn hơn 3 và là ước của 50” là: 5; 25. Do đó, có hai kết quả thuận lợi cho biến cố đó. Vì vậy, xác suất của biến cố đó là $\frac{2}{50} = \frac{1}{25}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 60 và là bội của 11” là: 11; 33; 55. Do đó, có ba kết quả thuận lợi cho biến cố đó. Vì vậy, xác suất của biến cố đó là $\frac{3}{50}$.

c) Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho cả 3 và 5” là: 15; 45; 75. Do đó, có ba kết quả thuận lợi cho biến cố đó. Vì vậy, xác suất của biến cố đó là $\frac{3}{50}$.

d) Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số và tổng hai chữ số đó là 7” là: 25; 43; 61. Do đó, có ba kết quả thuận lợi cho biến cố đó. Vì vậy, xác suất của biến cố đó là $\frac{3}{50}$.

15. a) Số các số tự nhiên có hai chữ số lớn hơn 60 và nhỏ hơn 80 là 19 và các số đó là: 61, 62, 63, ..., 78, 79. Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết ra có chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị” là: 61, 62, 63, 64, 65, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76. Do đó, có mười hai kết quả thuận lợi cho biến cố đó. Vì vậy, xác suất của biến cố đó là $\frac{12}{19}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết ra có chữ số hàng chục gấp hai lần chữ số hàng đơn vị” là: 63. Do đó, có một kết quả thuận lợi cho biến cố đó. Vì vậy, xác suất của biến cố đó là $\frac{1}{19}$.

16. a) $E = \{900; 901; 902; \dots; 998; 999\}$. Số phần tử của tập hợp E là 100.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết ra là bình phương của một số tự nhiên” là: 900; 961. Do đó, có hai kết quả thuận lợi cho biến cố đó, vậy, xác suất của biến cố đó là $\frac{2}{100} = \frac{1}{50}$.

17. a) $A = \{\text{An; Bình; Chi; Minh; Phương; Hà; Ngọc; Nam; Thu}\}$. Tập hợp A có 9 phần tử.

b) $\frac{4}{9}$.

c) $\frac{5}{9}$.

18. a) Các số có hai chữ số $\overline{ab}$ ($a \in A$ và $b \in B$) lập được là: 13; 14; 15; 18; 23; 25; 28. Do đó, có tất cả 8 số lập được.

b) $\frac{1}{8}$.

c) $\frac{3}{4}$.

19. Số phần tử của tập hợp E là 15.

a) $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

b) $\frac{7}{15}$.

c) $\frac{2}{15}$.

d) $\frac{13}{15}$.

20. a) $\frac{29}{45}$.

b) $\frac{15}{32}$.

21. a) $\frac{7}{24}$.

b) $\frac{5}{24}$.

22. $\frac{1}{k}$.

23. a) Ta có số tự nhiên lẻ nhỏ hơn 40 và chia hết cho 23 là 23. Số tự nhiên lẻ lớn hơn 11, nhỏ hơn 40 và là bình phương của một số tự nhiên là 25. Giả sử sau 40 lần thẻ liên tiếp, có 7 lần lấy ra được thẻ ghi số chia hết cho 23 và 12 lần lấy ra được thẻ ghi số là bình phương của một số tự nhiên thì:

– Xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số chia hết cho 23” là $\frac{7}{40}$.

– Xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số lớn hơn 11 và là bình phương của một số tự nhiên” là $\frac{12}{40} = \frac{3}{10}$.

b) Xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số nhỏ hơn 15 và chia hết cho 23” ngày càng gần với xác suất của biến cố đó khi số lần lấy thẻ ngày càng lớn.

24. a) Giả sử sau 30 lần lấy thẻ liên tiếp có: 7 lần lấy ra được thẻ ghi số 10; 13 lần lấy ra được thẻ ghi số 29; 6 lần lấy ra được thẻ ghi số 45 thì:

- Xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số 10” là $\frac{7}{30}$;
- Xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số 29” là $\frac{13}{30}$;
- Xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số 45” là $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$.

b) Ta có: số tự nhiên nhỏ hơn 50 là lập phương của một số tự nhiên lớn hơn 2 là 27; số tự nhiên nhỏ hơn 50 và chia cho 3, 4, 5 đều có số dư là 1 là 1. Giả sử sau 20 lần lấy thẻ liên tiếp, có 9 lần lấy ra được thẻ ghi số là lập phương của một số tự nhiên lớn hơn 2 và 11 lần lấy ra được thẻ ghi số chia cho 3, 4, 5 đều có số dư là 1 thì:

- Xác suất thực nghiệm của biến cố “Thẻ lấy ra ghi số là lập phương của một số tự nhiên lớn hơn 2” là $\frac{9}{20}$;
- Xác suất thực nghiệm của biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được lấy ra chia cho 3, 4, 5 đều có số dư là 1” là $\frac{11}{20}$

25. A.

26. C.

27. B.

28.

Mức độ quý hiếm	Tên động vật
E	Báo gấm, Rắn hổ mang chúa, Sơn dương
R	Chồn dơi, Dơi chó tai ngắn, Dơi lá quạt
T	Cóc gai mắt, Éch xanh, Éch vạch
V	Cu li lớn, Cu li nhỏ

29 a) Tổng số công nhân xếp loại Tốt trong Quý III là: $50 + 48 + 12 + 18 = 128$ (người) và tổng số công nhân xếp loại Tốt trong Quý IV là: $30 + 18 + 25 + 52 = 125$ (người). Vậy tổng số công nhân xếp loại Tốt trong Quý III nhiều hơn tổng số công nhân xếp loại Tốt trong Quý IV.

b) Công ty đã thưởng cho mỗi công nhân trong Quý III, Quý IV số tiền lần lượt $128 \cdot 800\,000 = 102\,400\,000$ (đồng), $125 \cdot 1\,000\,000 = 125\,000\,000$ (đồng).

Tỉ số phần trăm của 102 400 000 và 125 000 000 là: $\frac{102\,400\,000}{125\,000\,000} \cdot 100\% = 81,92\%$

Vậy tỉ số phần trăm số tiền của Quý III và số tiền của Quý IV mà công ty đã thưởng cho công nhân là 81,92%.

30. a) $x = 9,7$.

b) Ta có tỉ số của 44,9 và 7,5 là $\frac{44,9}{7,5} \approx 5,987$. Vậy xuất khẩu máy móc và phụ tùng năm 2020 của Việt Nam đến thị trường Hoa Kỳ gấp 6 lần đến thị trường Nhật Bản (làm tròn đến hàng đơn vị).

31. a) $B = \{10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 100; 200\}$. Tập B có 11 phần tử.

b) – Có một kết quả thuận lợi cho biến cố “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số hết cho cả 5 và 14” là: 70. Vì vậy, xác suất của biến cố đó là $\frac{1}{11}$.

– Có hai kết quả thuận lợi cho biến cố “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số có phân tích thành tổng của hai số khác nhau đã được ghi vào hình quạt, đồng thời một số lớn hơn 75” là: 90; 100. Vì vậy, xác suất của biến cố đó là $\frac{2}{11}$.

32. a) $\frac{19}{100}$.

b) $\frac{48}{100} = \frac{12}{25}$.

33. Học sinh tự giải.

Chương VII

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

§1 PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Mở đầu về phương trình một ẩn

- Một phương trình với ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó vế trái $A(x)$ và vế phải $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x .
- Nếu hai vế của phương trình (ẩn x) nhận cùng một giá trị khi $x = a$ thì số a gọi là một nghiệm của phương trình đó.
- Khi bài toán yêu cầu giải một phương trình, ta phải tìm tất cả các nghiệm của phương trình đó.

Phương trình bậc nhất một ẩn

- Phương trình dạng $ax + b = 0$, với a, b là hai số đã cho và $a \neq 0$ được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

- Phương trình $ax + b = 0$ (với $a \neq 0$) được giải như sau:

$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x = \frac{-b}{a}.$$

- Phương trình $ax + b = 0$ (với $a \neq 0$) luôn có nghiệm duy nhất $x = \frac{-b}{a}$.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Kiểm tra xem số nào là nghiệm của phương trình tương ứng sau đây.

a) $x - 9 = 5 - x$ với $x = 7, x = -2$.

b) $5x + 14 = -2x$ với $x = -2, x = -\frac{14}{3}$.

c) $x^2 + x - 2 = 0$ với $x = 2, x = -4, x = 1$.

Giải

a) – Với $x = 7$, tính giá trị mỗi vế của phương trình ta có:

$$x - 9 = 7 - 9 = -2; \quad 5 - x = 5 - 7 = -2.$$

Do đó $x = 7$ là nghiệm của phương trình $x - 9 = 5 - x$.

– Với $x = -2$, tính giá trị mỗi vế của phương trình ta có:

$$x - 9 = -2 - 9 = -11; \quad 5 - x = 5 - (-2) = 7.$$

Với $x = -2$, giá trị của vế trái khác vế phải. Vậy $x = -2$ không là nghiệm của phương trình $x - 9 = 5 - x$.

b) Làm tương tự, ta có trong hai giá trị $x = -2$ và $x = -\frac{14}{3}$ thì $x = -2$ là nghiệm của phương trình $5x + 14 = -2x$.

c) Làm tương tự, ta có trong ba giá trị $x = 2$, $x = -4$, $x = 1$ thì $x = 1$ là nghiệm của phương trình $x^2 + x - 2 = 0$.

Ví dụ 2 Bạn An và bạn Bình cùng giải phương trình $2x + 15 = 19 + x$.

– Bạn An làm như sau:

$$2x + 15 = 19 + x$$

$$2x + x = 19 - 15$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{4}{3}$.

– Bạn Bình làm như sau:

$$2x + 15 = 19 + x$$

$$2x + x = 19 + 15$$

$$3x = 34$$

$$x = \frac{34}{3}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{34}{3}$.

Hỏi bạn nào giải đúng, bạn nào giải chưa đúng? Tìm chỗ chưa đúng trong lời giải mỗi bạn và giải lại cho đúng.

Giải

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của phương trình, ta phải đổi dấu số đó. Vì vậy, lời giải của An và Bình đều sai ở bước thứ hai. Cách giải đúng như sau

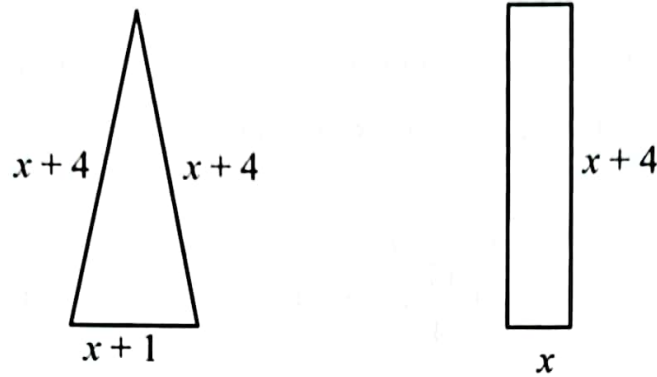
$$2x + 15 = 19 + x$$

$$2x - x = 19 - 15$$

$$x = 4.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 4$.

Ví dụ 3 Hình tam giác cân và hình chữ nhật ở Hình 1 có cùng chu vi. Viết phương trình biểu thị sự bằng nhau của chu vi hình tam giác cân, hình chữ nhật đó và tìm x .



Hình 1

Giải

Chu vi hình tam giác cân là: $2(x + 4) + x + 1 = 3x + 9$.

Chu vi hình chữ nhật là: $2(x + x + 4) = 4x + 8$.

Phương trình biểu thị sự bằng nhau của chu vi hình tam giác cân, hình chữ nhật đã cho là: $3x + 9 = 4x + 8$.

Giải phương trình:

$$3x + 9 = 4x + 8$$

$$3x - 4x = 8 - 9$$

$$x = 1.$$

Vậy $x = 1$.

C. BÀI TẬP

1. Kiểm tra xem số nào là nghiệm của phương trình tương ứng sau đây.

a) $6,36 - 5,3x = 0$ với $x = -1,5$; $x = 1,2$. b) $-\frac{5}{9}x + 1 = \frac{2}{3}x - 10$ với $x = 6$; $x = 9$.

c) $11 - 2x = x - 1$ với $x = -4$; $x = 4$ d) $3x + 1 = 7x - 11$ với $x = -2$; $x = 3$.

2. Tìm giá trị của t để mỗi phương trình có nghiệm tương ứng:

a) $3x + t = 0$ có nghiệm $x = -2$;

b) $7x - t = 0$ có nghiệm $x = -1$;

c) $\frac{1}{3}x + t = 0$ có nghiệm $x = \frac{1}{2}$.

3. Cho hai phương trình ẩn x :

$$3(x - k) + k + 1 = 0 \quad (1)$$

$$5x = 4(2x - k) \quad (2)$$

a) Xác định giá trị của k , biết phương trình (1) nhận $x = 5$ làm nghiệm.

b) Giải phương trình (2) với giá trị của k tìm được ở câu a.

4. Giải các phương trình:

a) $11x + 197 = 0$;

b) $\frac{17}{4}x - 5 = 0$;

c) $-3x - 1 = 3$;

d) $11 - 6x = -x + 2$;

e) $3,4(x + 2) - 2x = 5,5$;

f) $5x + 7 = 2(x - 1)$.

5. Giải các phương trình:

a) $\frac{2x}{15} - \frac{15 - 2x}{10} = \frac{7}{6}$;

b) $\frac{x}{20} - \frac{x + 10}{25} = 2$;

c) $\frac{2x - 37}{3} = -4x + 5$;

d) $\frac{3(3x + 1) + 2}{2} - 3 = \frac{2(5x + 1)}{3} - \frac{3x + 1}{6}$.

6. Cho hai phương trình:

$$3(x - 1) = 2x \quad (1)$$

$$|x - 1| = 2 \quad (2)$$

a) Chứng tỏ hai phương trình có nghiệm chung $x = 3$.

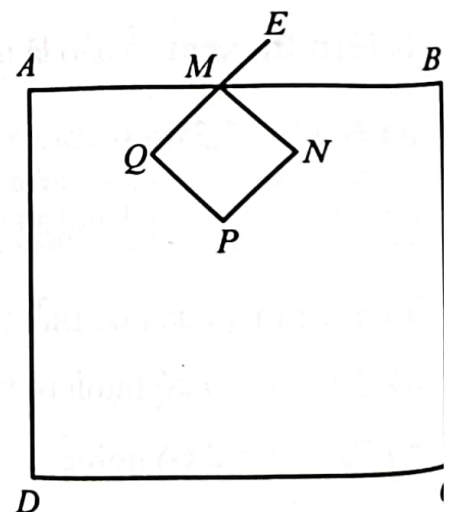
b) Chứng tỏ $x = -1$ là nghiệm của phương trình (2) nhưng không là nghiệm của phương trình (1).

7. Cho $A = \frac{3x - 1}{4}$; $B = \frac{7 - 4x}{5}$. Tìm giá trị của x để:

a) $A = B$;

b) $A - B = 2$.

8. Người ta dùng một đoạn dây thép và uốn nó thành hai hình vuông $ABCD$, $MNPQ$ như Hình 2. Độ dài cạnh hình vuông $MNPQ$ là x (cm). Độ dài cạnh hình vuông $ABCD$ hơn ba lần độ dài cạnh hình vuông $MNPQ$ là 3 cm. Sau khi uốn xong còn thừa đoạn dây thép ME dài 2 cm. Tìm x , biết độ dài đoạn dây thép đã dùng là 62 cm.



Hình 2

§2 ỨNG DỤNG CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Trong thực tế, nhiều đại lượng biến đổi phụ thuộc lẫn nhau. Nếu kí hiệu một trong các đại lượng đó là x thì các đại lượng khác có thể biểu diễn dưới dạng một biểu thức của biến x .

Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình như sau:

– *Bước 1.* Lập phương trình

- + Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số
- + Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết
- + Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng

– *Bước 2.* Giải phương trình

– *Bước 3.* Kết luận

- + Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn, nghiệm nào không thoả mãn điều kiện của ẩn
- + Đưa ra câu trả lời cho bài toán.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Cạnh thị trong học sinh có chiều hướng gia tăng. Lớp 8A có 40 học sinh, trong đó $\frac{2}{7}$ số học sinh nam và $\frac{1}{4}$ số học sinh nữ không bị cạnh thị. Biết tổng số học sinh nam và học sinh nữ không bị cạnh thị là 11. Tính số học sinh nam của lớp 8A.

Giải

Gọi số học sinh nam của lớp 8A là x (học sinh). Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*, x < 40$.

Khi đó, số học sinh nam không bị cạnh thị là $\frac{2}{7}x$ (học sinh).

Số học sinh nữ không bị cạnh thị là $\frac{1}{4}(40 - x)$ (học sinh).

Theo giả thiết, ta có phương trình: $\frac{2}{7}x + \frac{1}{4}(40 - x) = 11$.

Giải phương trình:

$$\frac{2}{7}x + \frac{1}{4}(40 - x) = 11$$

$$8x + 7(40 - x) = 308$$

$$8x + 280 - 7x = 308$$

$$x = 308 - 280$$

$$x = 28.$$

Giá trị $x = 28$ thoả mãn điều kiện của ẩn. Vậy số học sinh nam của lớp 8A là 28.

Ví dụ 2 Một số tự nhiên có hai chữ số, chữ số hàng đơn vị gấp ba lần chữ số hàng chục. Nếu viết thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số đó thì được một số mới lớn hơn số ban đầu là 180. Tìm số ban đầu.

Giải

Gọi chữ số hàng chục của số tự nhiên ban đầu là x ($x \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$). Khi đó, chữ số hàng đơn vị của số tự nhiên ban đầu là $3x$. Suy ra số tự nhiên ban đầu là: $10x + 3x = 13x$.

Viết thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số của số tự nhiên ban đầu ta được số mới là: $100x + 3x = 103x$.

Theo đề bài, số mới lớn hơn số ban đầu là 180 nên ta có phương trình: $103x = 13x + 180$.

Giải phương trình:

$$103x = 13x + 180$$

$$103x - 13x = 180$$

$$90x = 180$$

$$x = 2.$$

Giá trị $x = 2$ thoả mãn điều kiện của ẩn. Vậy số tự nhiên có hai chữ số ban đầu là 26.

Ví dụ 3 Hiện nay tuổi bố gấp 3 lần tuổi con. Khi tuổi con bằng tuổi bố hiện nay thì lúc đó tổng số tuổi của hai bố con là 112. Tính tuổi bố, tuổi con hiện nay.

Giải

Gọi tuổi con hiện nay là x ($x \in \mathbb{N}^*$). Khi đó, tuổi bố hiện nay là $3x$. Suy ra bố hơn con $2x$ (tuổi). Do đó, khi tuổi con là $3x$ (bằng tuổi bố hiện nay) thì tuổi bố là $5x$. Theo giả thiết, ta có phương trình: $3x + 5x = 112$.

Giải phương trình:

$$3x + 5x = 112$$

$$8x = 112$$

$$x = 14.$$

Giá trị $x = 14$ thoả mãn điều kiện của ẩn. Vậy hiện nay tuổi con là 14, tuổi bố là 42.

Ví dụ 4 Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật với chu vi là 34 m. Nếu tăng chiều rộng thêm 2 m và giảm chiều dài đi 1 m thì diện tích mảnh vườn đó tăng thêm 11 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu.

Giải

Ta có nửa chu vi của mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu là: $34 : 2 = 17 \text{ (m)}$.

Gọi chiều dài mảnh vườn ban đầu là $x \text{ (m)}$, $0 < x < 17$. Khi đó chiều rộng mảnh vườn ban đầu là $17 - x \text{ (m)}$. Suy ra: chiều rộng của mảnh vườn đó khi tăng thêm 2 m là $17 - x + 2 = 19 - x \text{ (m)}$; chiều dài của mảnh vườn đó khi giảm đi 1 m là $x - 1 \text{ (m)}$.

Diện tích của mảnh vườn ban đầu là: $x(17 - x) \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích của mảnh vườn sau khi tăng chiều rộng thêm 2 m và giảm chiều dài đi 1 m là: $(19 - x)(x - 1) \text{ (m}^2\text{)}$.

Theo giả thiết, ta có phương trình: $(19 - x)(x - 1) - x(17 - x) = 11$.

Giải phương trình:

$$(19 - x)(x - 1) - x(17 - x) = 11$$

$$19x - 19 - x^2 + x - 17x + x^2 = 11$$

$$3x - 19 = 11$$

$$3x = 11 + 19$$

$$3x = 30$$

$$x = 10.$$

Giá trị $x = 10$ thoả mãn điều kiện của ẩn. Vậy chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ban đầu lần lượt là 10 m, 7 m.

Ví dụ 5 Một ca nô đi xuôi dòng trên một khúc sông từ A đến B hết 1 giờ 30 phút và đi ngược dòng từ B về A hết 2 giờ, biết tốc độ dòng nước là 3 km/h. Tính tốc độ riêng của ca nô và chiều dài khúc sông AB .

Giải

Đổi 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ.

Gọi tốc độ riêng của ca nô là x (km/h), $x > 3$. Khi đó: tốc độ của ca nô lúc xuôi dòng là $x + 3$ (km/h); tốc độ của ca nô lúc ngược dòng là $x - 3$ (km/h).

Vì chiều dài quãng đường khi đi và khi về của ca nô như nhau nên ta có phương trình:
 $1,5(x + 3) = 2(x - 3)$.

Giải phương trình:

$$1,5(x + 3) = 2(x - 3)$$

$$1,5x + 4,5 = 2x - 6$$

$$1,5x - 2x = -4,5 - 6$$

$$-0,5x = -10,5$$

$$x = 21.$$

Giá trị $x = 21$ thỏa mãn điều kiện của ẩn. Vậy tốc độ riêng của ca nô là 21 km/h, chiều dài khúc sông AB là $2 \cdot (21 - 3) = 36$ (km).

Ví dụ 6 Một dung dịch chứa 15% muối. Nếu pha thêm 300 g nước thì được dung dịch chứa 6% muối. Hỏi khối lượng dung dịch ban đầu là bao nhiêu?

Giải

Gọi khối lượng dung dịch ban đầu là x (g), $x > 0$. Khi đó, khối lượng muối trong dung dịch ban đầu là $x \cdot 15\%$ (g). Khối lượng dung dịch sau khi pha thêm 300 g nước là $x + 300$ (g). Khối lượng muối trong dung dịch sau khi pha thêm nước là $(x + 300) \cdot 6\%$ (g).

Vì trước và sau khi pha thêm nước, lượng muối không đổi nên ta có phương trình:
 $(x + 300) \cdot 6\% = x \cdot 15\%$.

Giải phương trình:

$$(x + 300) \cdot 6\% = x \cdot 15\%$$

$$6x + 1\,800 = 15x$$

$$1\,800 = 15x - 6x$$

$$1\,800 = 9x$$

$$x = 200.$$

Giá trị $x = 200$ thoả mãn điều kiện của ẩn. Vậy khối lượng dung dịch ban đầu là 200 g.

C. BÀI TẬP

9. Tổng của hai số bằng 51. Tìm hai số đó, biết $\frac{2}{5}$ số thứ nhất bằng $\frac{1}{6}$ số thứ hai.
10. Tuổi bố hiện nay gấp 2,4 lần tuổi con. 5 năm trước đây, tuổi bố gấp $\frac{11}{4}$ lần tuổi con. Tính tuổi bố, tuổi con hiện nay.
11. Tìm một số tự nhiên có 5 chữ số, biết nếu viết thêm 1 vào bên phải số đó thì được một số gấp 3 lần nếu viết thêm 1 vào bên trái số đó.
12. Hai xe đi từ A đến B : tốc độ trung bình của xe thứ nhất là 40 km/h, tốc độ trung bình của xe thứ hai là 25 km/h. Để đi hết quãng đường AB , xe thứ nhất cần ít thời gian hơn xe thứ hai là 1 giờ 30 phút. Tính chiều dài quãng đường AB .
13. Anh An đi xe máy từ Hà Nội về Thái Bình với tốc độ trung bình là 45 km/h. Chị Phương đi xe máy từ Thái Bình lên Hà Nội với tốc độ trung bình là 30 km/h cũng trên tuyến đường mà anh An đã đi. Hỏi sau mấy giờ hai anh chị gặp nhau? Biết anh An và chị Phương bắt đầu đi vào cùng một thời điểm và quãng đường Hà Nội – Thái Bình dài 110 km.
- 14*. Một người đi xe máy từ A đến B với tốc độ trung bình là 40 km/h, đi được 15 phút người đó gặp một ô tô đi từ B đến A với tốc độ trung bình là 50 km/h. Ô tô đến A nghỉ 15 phút rồi trở về B với vận tốc không đổi và gặp người đi xe máy cách B là 20 km. Tính chiều dài quãng đường AB .

15. Trong hội thi STEM của một trường trung học cơ sở, ban tổ chức đưa ra quy tắc chấm thi cho bài thi gồm 30 câu hỏi như sau: Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được 5 điểm, nếu trả lời không đúng thì không được điểm, nếu không trả lời thì được 1 điểm. Một học sinh làm bài thi và có số câu trả lời đúng gấp 3 lần số câu trả lời không đúng, kết quả đạt 85 điểm. Hỏi bài thi của học sinh đó có bao nhiêu câu trả lời đúng? Bao nhiêu câu trả lời không đúng? Bao nhiêu câu không trả lời?
16. Để đánh bắt đủ lượng cá theo kế hoạch, một hợp tác xã dự định trung bình mỗi tuần đánh bắt được 20 tấn cá. Nhưng do đánh bắt được vượt mức 6 tấn cá/tuần nên chẳng những hợp tác xã đó đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần mà còn vượt mức đã dự định là 10 tấn cá. Tính lượng cá cần đánh bắt theo kế hoạch của hợp tác xã đó.
17. Một tổ sản xuất của công ty may Đức Long được giao may một số áo sơ mi để xuất khẩu trong 20 ngày. Khi thực hiện, tổ sản xuất đó đã tăng năng suất 20% nên sau 18 ngày không những đã xong số áo đó mà còn may thêm được 24 áo nữa. Tính số áo sơ mi mà tổ đó đã may được trên thực tế.
18. Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{1}{4}$ độ dài cạnh đáy tương ứng. Nếu tăng chiều cao đó thêm 2 m và giảm độ dài cạnh đáy tương ứng 2 m thì diện tích tam giác tăng thêm $2,5 \text{ m}^2$. Tính chiều cao và độ dài cạnh đáy tương ứng của tam giác ban đầu.
19. Một đàn ngỗng trời đang bay, chợt một con ngỗng khác bay ngang qua kêu: “Chào trăm bạn”. Con ngỗng đầu đàn đáp: “Chúng tôi không đúng 100. Số chúng tôi hiện có cộng thêm số hiện có và $\frac{1}{2}$ số hiện có và $\frac{1}{4}$ số hiện có và cả bạn vào nữa mới đủ 100”. Hỏi đàn ngỗng (không tính con ngỗng bay ngang qua) có bao nhiêu con?

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VII

20. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

- A. $x^2 - 4 = 0$. B. $5x - 2 = 0$. C. $(x - 2)(x - 3) = 0$. D. $x^3 - 8 = 0$.

21. Nghiệm của phương trình $3x - 4 = 0$ là

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = \frac{-3}{4}$. C. $x = \frac{-4}{3}$. D. $x = \frac{4}{3}$.

22. Nghiệm của phương trình $4x + 3 = 0$ là

- A. $x = \frac{-3}{4}$. B. $x = \frac{3}{4}$. C. $x = \frac{4}{3}$. D. $x = \frac{-4}{3}$.

23. Phương trình nào sau đây nhận $x = -1$ làm nghiệm?

- A. $\frac{2x + 4}{5} = 0$. B. $-\frac{1}{3}x + 3 = 0$.
C. $\sqrt{2}x + \sqrt{2} = 0$. D. $-|x| + \frac{1}{4} = 0$.

24. Giải các phương trình sau:

- a) $0,1x - 5 = 0,2 - x$; b) $\frac{2x - 5}{3} = \frac{2 - x}{6}$; c) $\sqrt{3}x - 1 = x - 3$.

25. Giải các phương trình sau:

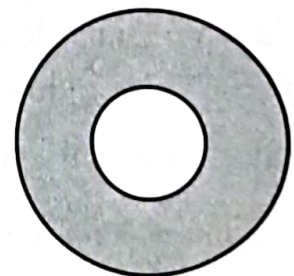
- a) $1,5(x - 5) + 11 = 7(x - 8) - 50,5$;
b) $\frac{x - 4}{5} + \frac{3x - 2}{10} - x = \frac{2x - 5}{3} - \frac{7x + 2}{6}$;
c) $\frac{x + 1}{3} - \frac{3(2x + 1)}{4} - \frac{5x + 3}{6} = x + \frac{7}{12}$.

26. Ga Nam Định cách ga Hà Nội 87 km. Một tàu hoả xuất phát từ ga Hà Nội đi đến ga Sài Gòn, 2 giờ sau một tàu hoả khác xuất phát từ ga Nam Định cũng đi đến ga Sài Gòn. Sau $3\frac{2}{5}$ giờ tính từ khi tàu thứ nhất khởi hành ở ga Hà Nội thì hai tàu gặp nhau. Tính tốc độ trung bình của mỗi tàu, biết ga Nam Định nằm trên tuyến đường sắt nối ga Hà Nội với ga Sài Gòn và tốc độ trung bình của tàu thứ nhất lớn hơn tốc độ trung bình của tàu thứ hai là 5 km/h.

27. Có hai dung dịch acid cùng loại có nồng độ acid lần lượt là 45% và 25%. Tính khối lượng mỗi dung dịch acid đem trộn để được 5 kg dung dịch có nồng độ acid là 33%.

28. Có hai loại dung dịch muối I và muối II. Người ta hoà 200 g dung dịch muối I với 300 g dung dịch muối II thì được dung dịch có nồng độ muối là 33%. Tính nồng độ muối trong mỗi dung dịch I và II, biết rằng nồng độ muối trong dung dịch I lớn hơn nồng độ muối trong dung dịch II là 20%.
29. Một tổ may dự định mỗi ngày may 30 bộ quần áo. Nhưng do tăng năng suất, mỗi ngày may thêm được 8 bộ quần áo nên chẳng những tổ may đó đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 2 ngày mà còn may vượt mức 20 bộ quần áo. Hỏi số bộ quần áo tổ may đó dự định may theo kế hoạch là bao nhiêu?
30. Một bể nước có dung tích 1 250 l. Một người thợ cho một vòi nước lạnh chảy vào bể, mỗi phút chảy được 30 l, rồi khoá vòi nước lạnh và cho vòi nước nóng chảy vào bể, mỗi phút chảy được 40 l cho đến khi bể đầy nước. Tính thời gian mỗi vòi chảy vào bể, biết hai vòi chảy tổng cộng trong 35 phút.
31. Ở siêu thị điện máy gần nhà bác Kiên, một máy tính được bán với giá 10,5 triệu đồng chưa kể thuế giá trị gia tăng (VAT). Bác Kiên mua chiếc máy tính đó cùng một bộ loa và phải trả tổng cộng 12,65 triệu đồng, trong đó đã tính cả 10% thuế VAT. Hỏi giá tiền của bộ loa (không kể thuế VAT) là bao nhiêu?
32. Anh Ngọc đi xe máy, trong tháng 1 dùng hết 20 l xăng, tháng 2 dùng hết 15 l xăng, cả hai tháng mua hết 740 000 đồng tiền xăng. Biết giá xăng ở tháng 2 giảm hơn giá xăng ở tháng 1 là 2 000 đồng/l. Tính giá của 1 l xăng ở tháng 1.
33. Diện tích hình thang bằng 140 cm^2 , chiều cao bằng 8 cm. Tìm độ dài hai cạnh đáy, biết chúng hơn kém nhau 15 cm.
34. Một tam giác vuông có độ dài cạnh nhỏ nhất là 5 cm, cạnh huyền có độ dài lớn hơn độ dài cạnh góc vuông còn lại là 1 cm. Tính độ dài cạnh huyền của tam giác vuông đó.

35. Bạn Đức chơi trò ném đồng xu vào trong vòng tròn như Hình 3:



Hình 3

- Lượt chơi thứ nhất (ném đồng xu 2 lần): một đồng xu rơi vào phần trong (hình tròn màu trắng), một đồng xu rơi vào phần ngoài (hình vành khăn màu đen); tổng số điểm đạt được là 17 (điểm).
- Lượt chơi thứ hai (ném đồng xu 5 lần): hai đồng xu rơi vào phần trong, ba đồng xu rơi vào phần ngoài; tổng số điểm đạt được là 41 (điểm).

Tính số điểm ấn định cho phần trong, phần ngoài.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

1. a) $x = 1, 2$. b) $x = 9$. c) $x = 4$. d) $x = 3$.
2. a) Thay $x = -2$, ta được $3 \cdot (-2) + t = 0$, suy ra $t = 6$.
b) Thay $x = -1$, ta được $7 \cdot (-1) - t = 0$, suy ra $t = -7$.
c) Thay $x = \frac{1}{2}$, ta được $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + t = 0$, suy ra $t = -\frac{1}{6}$.
3. a) Do (1) nhận $x = 5$ làm nghiệm nên $3(5 - k) + k + 1 = 0$ hay $15 - 3k + k + 1 = 0$.
Từ đó tìm được $k = 8$.
b) Với $k = 8$ phương trình (2) trở thành $5x = 4(2x - 8)$ hay $5x = 8x - 32$ hay $3x = 32$. Từ đó, $x = \frac{32}{3}$.
4. a) $x = -\frac{197}{11}$. b) $x = \frac{20}{17}$. c) $x = \frac{-4}{3}$.
d) $x = \frac{9}{5}$. e) $x = -\frac{13}{14}$. f) $x = -3$.
5. a) $x = 8$. b) $x = 240$. c) $x = \frac{26}{7}$. d) $x = 0,6$.
6. a) Thay $x = 3$ vào các phương trình (1) và (2) thấy thoả mãn nên $x = 3$ là nghiệm chung của hai phương trình.
b) Thay $x = -1$ vào phương trình (2) thấy thoả mãn nên $x = -1$ là nghiệm của phương trình (2). Khi $x = -1$, vế trái của (1) bằng -6 khác vế phải của (1) bằng -2 nên $x = -1$ không là nghiệm của phương trình (1).
7. a) $x = \frac{33}{31}$. b) $x = 2\frac{11}{31}$.
8. Theo đề bài ta có: độ dài cạnh hình vuông $MNPQ$ là x cm; độ dài cạnh hình vuông $ABCD$ là $(3x + 3)$ cm. Từ đó ta có phương trình: $4x + 4 \cdot (3x + 3) + 2 = 62$. Giải phương trình ta tìm được $x = 3$.

9. Gọi số thứ nhất là x , số thứ hai sẽ là $51 - x$. Ta có phương trình: $\frac{2}{5}x = \frac{1}{6}(51 - x)$.
Giải phương trình tìm được $x = 15$. Vậy số thứ nhất là 15, số thứ hai là 36.
10. Gọi tuổi con hiện nay là x ($x \in \mathbb{N}^*$). Tuổi bố hiện nay là $2,4x$. Do đó, 5 năm trước tuổi con là $x - 5$, tuổi bố là $2,4x - 5$. Ta có phương trình: $2,4x - 5 = \frac{11}{4}(x - 5)$.
Giải phương trình tìm được $x = 25$ (thoả mãn điều kiện). Vậy hiện nay tuổi con là 25 tuổi, tuổi bố là 60 tuổi.
11. Gọi số tự nhiên cần tìm là x ($x \in \mathbb{N}$, $10\,000 \leq x \leq 99\,999$). Viết thêm 1 vào bên phải số tự nhiên cần tìm ta được số $10x + 1$; viết thêm 1 vào bên trái số cần tìm ta được số $100\,000 + x$. Ta có phương trình: $10x + 1 = 3(100\,000 + x)$.
Giải phương trình tìm được $x = 42\,857$ (thoả mãn điều kiện). Vậy số tự nhiên cần tìm là 42 857.
12. Đổi 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ. Gọi chiều dài quãng đường AB là x (km), $x > 0$. Thời gian xe thứ nhất đi hết quãng đường AB là $\frac{x}{40}$ (giờ). Thời gian xe thứ hai đi hết quãng đường AB là $\frac{x}{25}$ (giờ). Ta có phương trình: $\frac{x}{25} - \frac{x}{40} = 1,5$. Giải phương trình ta tìm được $x = 100$ (thoả mãn điều kiện). Vậy chiều dài quãng đường AB là 100 km.
13. Gọi thời gian từ lúc xuất phát đến khi hai anh chị gặp nhau là x (giờ), $x > 0$. Quãng đường anh An đi được là $45x$ (km). Quãng đường chị Phương đi được là $30x$ (km). Theo đề bài, ta có phương trình: $45x + 30x = 110$ hay $75x = 110$. Do đó, $x = 1\frac{7}{15}$ (thoả mãn điều kiện). Vậy sau $1\frac{7}{15}$ giờ hay 1 giờ 28 phút thì hai người gặp nhau.
- 14*. Đổi 15 phút = $\frac{1}{4}$ giờ. Gọi C và D lần lượt là nơi ô tô gặp người đi xe máy lần thứ nhất và lần thứ hai. Gọi chiều dài quãng đường CD là x (km), $x > 0$. Chiều dài quãng đường AC là $40 \cdot \frac{1}{4} = 10$ (km). Thời gian người đi xe máy đi

từ C đến D là $\frac{x}{40}$ (giờ). Thời gian đó, ô tô đi đoạn CA, AD và nghỉ 15 phút. Do đó,

ta có phương trình: $\frac{x}{40} = \frac{10 + 10 + x}{50} + \frac{1}{4}$. Giải phương trình tìm được $x = 130$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy quãng đường AB dài là: $10 + 130 + 20 = 160$ (km).

15. Gọi x là số câu trả lời không đúng ($x \in \mathbb{N}^*, x \leq 30$). Khi đó, số câu trả lời đúng là $3x$, số câu không trả lời là $30 - x - 3x = 30 - 4x$. Ta có phương trình: $5 \cdot 3x + (30 - 4x) = 85$. Giải phương trình ta tìm được $x = 5$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy số câu trả lời không đúng là 5, số câu trả lời đúng là $5 \cdot 3 = 15$, số câu không trả lời là $30 - 5 - 15 = 10$.

16. Gọi lượng cá cần đánh bắt theo kế hoạch của hợp tác xã đó là x tấn, $x > 0$. Khi đó, thời gian dự định để đánh bắt được đủ lượng cá theo kế hoạch của hợp tác xã đó là $\frac{x}{20}$ (tuần). Thời gian đánh bắt trên thực tế của hợp tác xã đó là $\frac{x + 10}{26}$ (tuần). Ta có phương trình: $\frac{x}{20} = \frac{x + 10}{26} + 1$. Giải phương trình, ta tìm được $x = 120$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy lượng cá cần đánh bắt theo kế hoạch của hợp tác xã đó là 120 tấn.

17. Gọi số áo sơ mi tổ đó đã may được trên thực tế là x chiếc ($x \in \mathbb{N}^*, x > 24$). Trên thực tế, một ngày tổ may được $\frac{x}{18}$ chiếc. Theo kế hoạch, số áo sơ mi tổ cần may là $x - 24$ chiếc, một ngày cần may được $\frac{x - 24}{20}$ chiếc. Ta có phương trình: $\frac{x}{18} = \frac{x - 24}{20} \cdot 120\%$. Giải phương trình được $x = 324$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy số áo sơ mi tổ đã may được trên thực tế là 324 chiếc.

18. Gọi x (m) là chiều cao của tam giác ban đầu ($x > 0$). Khi đó, độ dài cạnh đáy tương ứng là $4x$ (m) và diện tích tam giác ban đầu là: $(x \cdot 4x) : 2 = 2x^2$ (m²). Khi tăng chiều cao đó thêm 2 m và giảm độ dài cạnh đáy tương ứng 2 m thì chiều cao mới là $x + 2$ (m), độ dài cạnh đáy tương ứng là $4x - 2$ (m) và diện tích tam giác lúc đó là: $(x + 2)(4x - 2) : 2 = (x + 2)(2x - 1) = 2x^2 + 3x - 2$ (m²). Vì diện tích tam giác tăng thêm 2,5 m², nên ta có phương trình: $(2x^2 + 3x - 2) - 2x^2 = 2,5$. Giải phương trình tìm được $x = 1,5$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy tam giác ban đầu có chiều cao là 1,5 m và độ dài cạnh đáy tương ứng là 6 m.

19. Gọi số con ngỗng của đàn ngỗng (không tính con bay ngang qua) là x (con ngỗng),

$x \in \mathbb{N}^*$ và $x < 100$. Theo đề bài, ta có phương trình: $x + x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1 = 100$.

Giải phương trình ta được $x = 36$ (thoả mãn điều kiện). Vậy đàn ngỗng (không tính con ngỗng bay ngang qua) có 36 con.

20. B.

21. D.

22. A.

23. C.

24. a) $x = \frac{52}{11}$.

b) $x = \frac{12}{5}$.

c) $x = \frac{-2}{\sqrt{3}-1}$.

25. a) $x = 20$.

b) Phương trình không có nghiệm.

c) $x = -\frac{1}{2}$.

26. Gọi tốc độ trung bình của tàu thứ nhất là x (km/h), $x > 5$. Khi đó, tốc độ trung bình của tàu thứ hai là $x - 5$ (km/h). Đòi $3\frac{2}{5}$ giờ = 3,4 giờ. Khi hai tàu gặp nhau, tàu thứ nhất đã đi được quãng đường là $3,4 \cdot x$ (km), tàu thứ hai đi được quãng đường là $(3,4 - 2) \cdot (x - 5)$ (km). Ta có phương trình: $3,4 \cdot x - (3,4 - 2) \cdot (x - 5) = 87$. Giải phương trình tìm được $x = 40$ (thoả mãn điều kiện). Vậy tốc độ trung bình của tàu thứ nhất là 40 km/h, của tàu thứ hai là 35 km/h.

27. Gọi khối lượng dung dịch acid có nồng độ 45% đem trộn là x (kg), $0 < x < 5$. Khi đó, khối lượng dung dịch acid có nồng độ 25% đem trộn sẽ là $5 - x$ (kg). Ta có phương trình: $[x \cdot 45\% + (5 - x) \cdot 25\%]: 5 = 33\%$. Giải phương trình tìm được $x = 2$ (thoả mãn điều kiện). Vậy khối lượng dung dịch acid có nồng độ 45% đem trộn là 2 kg, khối lượng dung dịch acid có nồng độ 25% đem trộn là 3 kg.

28. Gọi nồng độ muối của dung dịch I là $x\%$, $20 < x < 100$. Nồng độ muối của dung dịch II là $x\% - 20\%$. Ta có phương trình: $[200 \cdot x\% + 300 \cdot (x\% - 20\%)] : (200 + 300) = 33\%$. Giải phương trình tìm được $x = 45$ (thoả mãn điều kiện). Vậy nồng độ muối của dung dịch I là 45%, của dung dịch II là 25%.

29. Gọi số bộ quần áo tổ may dự định may là x bộ quần áo (x nguyên dương) thì số ngày dự định may là $\frac{x}{30}$ (ngày). Thực tế mỗi ngày may được $30 + 8 = 38$ bộ quần áo, cả đợt may được $x + 20$ bộ quần áo nên số ngày thực tế làm là $\frac{x + 20}{38}$ (ngày). Do tổ may hoàn thành sớm hơn kế hoạch 2 ngày, ta có phương trình:

$$\frac{x}{30} - \frac{x+20}{38} = 2. \text{ Giải phương trình tìm được } x = 360 \text{ (thoả mãn điều kiện).}$$

Vậy tổ may dự định may 360 bộ quần áo.

30. Gọi thời gian vòi nước lạnh chảy vào bể là x (phút), $x > 0$. Thời gian vòi nước nóng chảy vào bể là $35 - x$ (phút). Ta có phương trình $30x + 40(35 - x) = 1\,250$. Giải phương trình tìm được $x = 15$ (thoả mãn điều kiện). Vậy vòi nước lạnh chảy trong 15 phút, vòi nước nóng chảy trong 20 phút.
31. Gọi x (triệu đồng) là giá tiền không kể thuế VAT của bộ loa, $x > 0$. Số tiền (không kể thuế VAT) của máy tính và bộ loa là $10,5 + x$ (triệu đồng). Số tiền phải trả thuế VAT là $(10,5 + x) \cdot 10\%$ (triệu đồng). Tổng số tiền bác Kiên phải trả là 12,65 triệu đồng, nên ta có phương trình: $10,5 + x + (10,5 + x) \cdot 10\% = 12,65$. Giải phương trình tìm được $x = 1$ (thoả mãn điều kiện). Vậy giá tiền không kể thuế VAT của bộ loa là 1 triệu đồng.
32. Gọi giá 1 / xăng ở tháng 1 là x (đồng), $x > 2\,000$. Giá 1 / xăng ở tháng 2 là $x - 2\,000$ (đồng). Ta có phương trình: $20 \cdot x + 15 \cdot (x - 2\,000) = 740\,000$. Giải phương trình tìm được $x = 22\,000$ (thoả mãn điều kiện). Vậy giá 1 / xăng ở tháng 1 là 22 000 đồng.
33. Gọi độ dài đáy nhỏ là x (cm), $x > 0$. Khi đó, độ dài đáy lớn là $x + 15$ (cm). Ta có phương trình: $[(x + x + 15) \cdot 8] : 2 = 140$. Giải phương trình tìm được $x = 10$ (thoả mãn điều kiện). Vậy độ dài đáy nhỏ là 10 cm, độ dài đáy lớn là 25 cm.
34. Gọi độ dài cạnh huyền là x (cm), $x > 5$. Độ dài cạnh góc vuông còn lại là $x - 1$ (cm). Áp dụng định lí Pythagore, ta có phương trình: $(x - 1)^2 + 5^2 = x^2$. Giải phương trình tìm được $x = 13$ (thoả mãn điều kiện). Vậy độ dài cạnh huyền là 13 cm.
35. Gọi số điểm ấn định cho phần trong là x (điểm), $0 < x < 17$. Số điểm ấn định cho phần ngoài là $17 - x$ (điểm). Ta có phương trình: $2 \cdot x + 3 \cdot (17 - x) = 41$. Giải phương trình tìm được $x = 10$. Vậy số điểm ấn định cho phần trong là 10 điểm, số điểm ấn định cho phần ngoài là 7 điểm.

Chương VIII

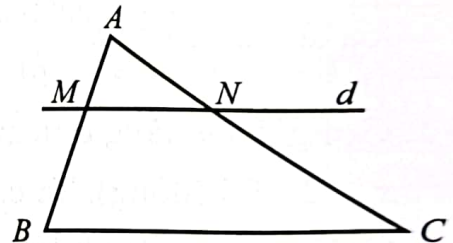
TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG. HÌNH ĐỒNG DẠNG

§1 ĐỊNH LÝ THALÈS TRONG TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Đoạn thẳng tỉ lệ: Hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng MN và PQ nếu có tỉ lệ thức $\frac{AB}{CD} = \frac{MN}{PQ}$.

Định lý Thalès: Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



Hình 1

Trong Hình 1, nếu $MN \parallel BC$ thì:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}; \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}; \frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}.$$

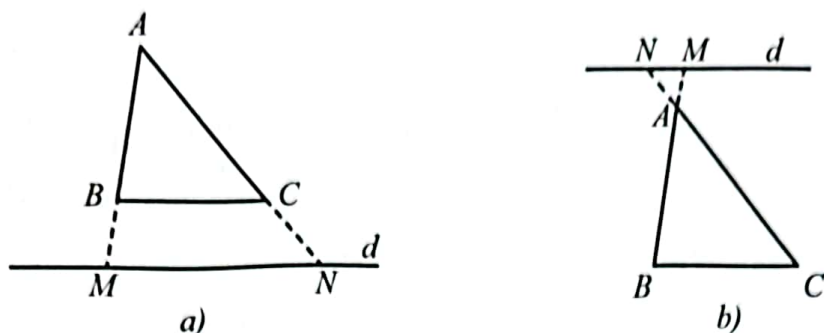
Định lý Thalès đảo: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

Trong Hình 1, nếu có một trong ba tỉ lệ thức $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$; $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$; $\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}$ thì ta có $MN \parallel BC$.

Hệ quả của định lý Thalès: Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

Trong Hình 1, nếu $MN \parallel BC$ thì $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} (*)$.

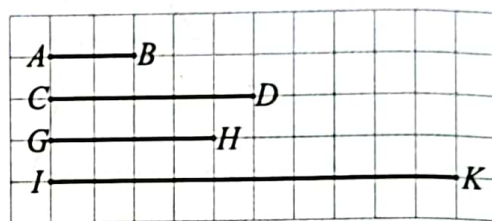
Chú ý: Hệ quả trên vẫn đúng cho trường hợp đường thẳng d song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại. Chẳng hạn, ta cũng có dãy tỉ số bằng nhau (*) trong Hình 2a và Hình 2b.



Hình 2

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Quan sát các đoạn thẳng AB , CD , GH , IK nằm trên lưới ô vuông ở Hình 3. Chứng tỏ rằng: Hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng GH và IK .



Hình 3

Giải

Gọi độ dài cạnh của mỗi ô vuông nhỏ (của lưới ô vuông) là a .

Khi đó, ta có: $AB = 2a$, $CD = 5a$, $GH = 4a$, $IK = 10a$.

$$\text{Do đó: } \frac{AB}{CD} = \frac{2a}{5a} = \frac{2}{5}; \quad \frac{GH}{IK} = \frac{4a}{10a} = \frac{2}{5}.$$

Suy ra $\frac{AB}{CD} = \frac{GH}{IK}$. Vậy hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng GH và IK .

Ví dụ 2 Cho tam giác ABC , lấy D trên cạnh AB , E trên cạnh AC sao cho $DE \parallel BC$.

Chứng minh:

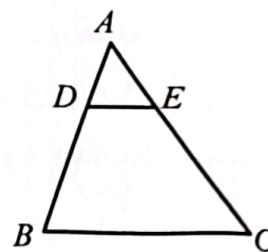
$$\text{a) } \frac{AD + 2DB}{2DB} = \frac{AE + 2EC}{2EC};$$

$$\text{b) } \frac{AD - 3DB}{DA} = \frac{AE - 3EC}{AE}.$$

Giải. (Hình 4)

a) Do $DE \parallel BC$ nên theo định lí Thalès, ta có: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (1).

Suy ra $\frac{AD}{2DB} + 1 = \frac{AE}{2EC} + 1$ hay $\frac{AD + 2DB}{2DB} = \frac{AE + 2EC}{2EC}$.

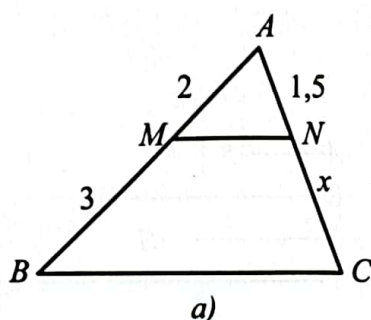


Hình 4

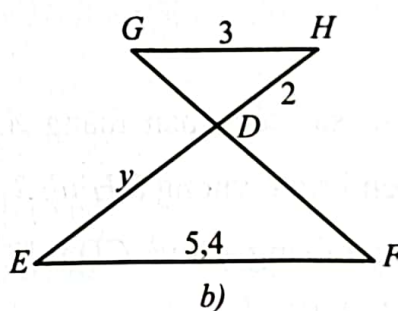
b) Từ (1) ta có: $\frac{DB}{DA} = \frac{EC}{AE}$ hay $\frac{3DB}{DA} = \frac{3EC}{AE}$. Suy ra $1 - \frac{3DB}{DA} = 1 - \frac{3EC}{AE}$.

Vậy $\frac{AD - 3DB}{DA} = \frac{AE - 3EC}{AE}$.

Ví dụ 3 Tính các độ dài x, y ở các hình 5a, 5b biết $MN \parallel BC$, $GH \parallel EF$:



a)



b)

Hình 5

Giải

a) Do $MN \parallel BC$ nên theo định lí Thalès: $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ hay $\frac{2}{3} = \frac{1,5}{x}$. Suy ra $x = 2,25$.

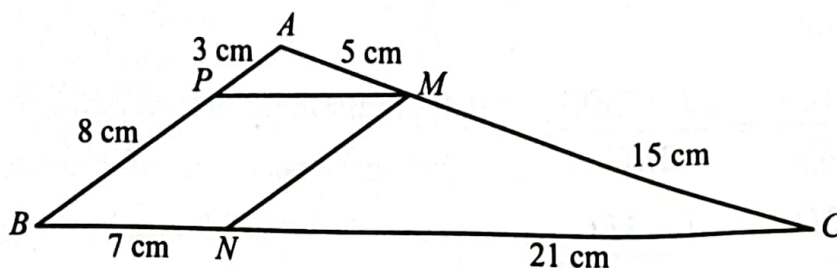
b) Do $GH \parallel EF$ nên theo hệ quả của định lí Thalès: $\frac{DH}{DE} = \frac{GH}{EF}$ hay $\frac{2}{y} = \frac{3}{5,4}$.
Suy ra $y = 3,6$.

Ví dụ 4 Tam giác ABC ở Hình 6 có P, M, N lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC, BC với $AP = 3$ cm, $PB = 8$ cm, $AM = 5$ cm, $MC = 15$ cm, $BN = 7$ cm, $NC = 21$ cm.

Hỏi các cặp đường thẳng sau đây có song song với nhau không? Vì sao?

a) PM và BC .

b) MN và AB .



Hình 6

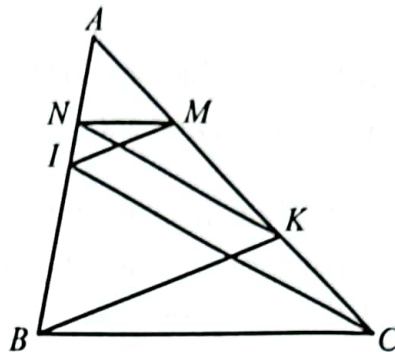
Giải

a) Ta có $\frac{AP}{PB} \neq \frac{AM}{MC}$ vì $\frac{3}{8} \neq \frac{5}{15}$. Do đó, PM không song song với BC .

b) Ta có $\frac{MC}{AM} = \frac{NC}{BN}$ vì $\frac{15}{5} = \frac{21}{7}$. Do đó, theo định lý Thalès đảo, ta có $MN \parallel AB$.

Ví dụ 5 Cho tam giác ABC (Hình 7).

Lấy hai điểm I, K lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Đường thẳng qua I song song với BK cắt AC tại M . Đường thẳng qua K song song với CI cắt AB tại N . Chứng minh: $MN \parallel BC$.



Hình 7

Giải

Do $IM \parallel BK$ và $KN \parallel CI$ nên $\frac{AI}{AB} = \frac{AM}{AK}$ và $\frac{AN}{AI} = \frac{AK}{AC}$.

Suy ra $\frac{AI}{AB} \cdot \frac{AN}{AI} = \frac{AM}{AK} \cdot \frac{AK}{AC}$ hay $\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC}$.

Do đó $MN \parallel BC$ (định lý Thalès đảo).

C. BÀI TẬP

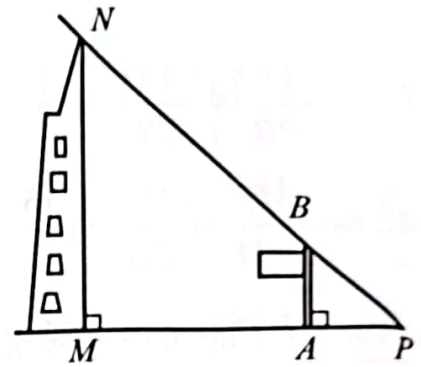
1. Cho các đoạn thẳng $AB = 6$ cm, $CD = 4$ cm, $PQ = 8$ cm, $EF = 10$ cm, $MN = 25$ cm, $RS = 15$ cm. Tìm phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

- Hai đoạn thẳng AB và PQ tỉ lệ với hai đoạn thẳng EF và RS .
- Hai đoạn thẳng AB và RS tỉ lệ với hai đoạn thẳng EF và MN .
- Hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng PQ và EF .

2. Cho các đoạn thẳng $EF = 6$ cm, $GH = 3$ cm, $IK = 5$ cm, $MN = x$ cm. Tìm x để hai đoạn thẳng EF và GH tỉ lệ với hai đoạn thẳng IK và MN .

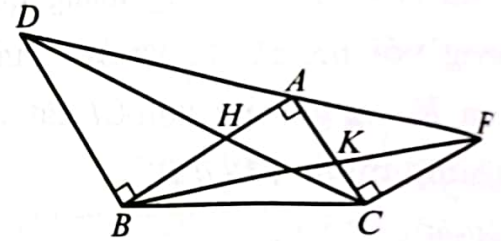
3. Cho tam giác ABC . Một đường thẳng d song song với BC và cắt các cạnh AB, AC của tam giác đó lần lượt tại M, N với $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và $AN + AC = 16$ cm. Tính AN .

4. Toà nhà Bitexco Financial (hay tháp tài chính Bitexco) được xây dựng tại trung tâm Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh. Toà nhà có 68 tầng (không kể các tầng hầm). Biết rằng khi toà nhà có bóng MP in trên mặt đất dài 47,5 m, thì cùng thời điểm đó một cột cờ AB cao 12 m có bóng AP in trên mặt đất dài 2,12 m (Hình 8). Tính chiều cao MN của toà nhà theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hình 8

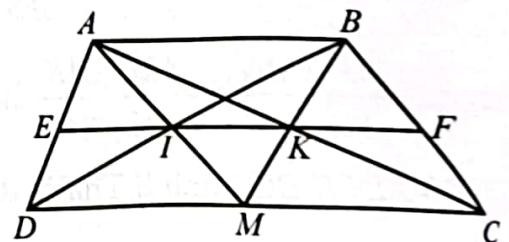
5. Cho tam giác ABC vuông ở A . Vẽ ra phía ngoài tam giác đó các tam giác BAD vuông cân ở B , ACF vuông cân ở C . Gọi H là giao điểm của AB và DC , K là giao điểm của AC và BF (Hình 9). Chứng minh:



Hình 9

- a) $AH = AK$;
b) $AH^2 = AK^2 = HB \cdot KC$.

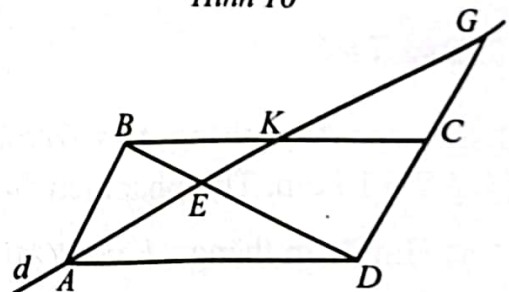
6. Trong Hình 10, cho biết $ABCD$ là hình thang, $AB \parallel CD$ ($AB < CD$); M là trung điểm của DC ; AM cắt BD ở I ; BM cắt AC ở K ; IK cắt AD , BC lần lượt ở E , F . Chứng minh:



Hình 10

- a) $IK \parallel AB$; b) $EI = IK = KF$.

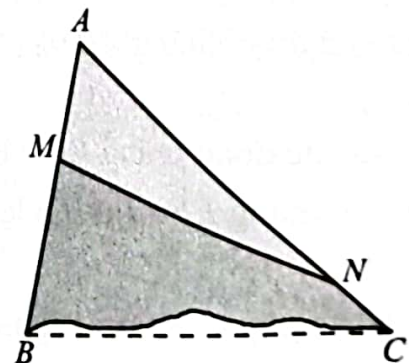
7. Cho $ABCD$ là hình bình hành. Một đường thẳng d đi qua A cắt BD , BC , DC lần lượt tại E , K , G (Hình 11). Chứng minh:



Hình 11

- a) $AE^2 = EK \cdot EG$; b) $\frac{1}{AE} = \frac{1}{AK} + \frac{1}{AG}$.

8. An có một mảnh bìa có dạng hình tam giác ABC nhưng bị rách. An muốn cắt bỏ phần bị rách với vết cắt là đoạn thẳng MN . Tính diện tích tứ giác $MNCB$ theo diện tích tam giác ABC , biết $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$ và $\frac{NC}{NA} = \frac{1}{5}$ (Hình 12).



Hình 12

- 9*. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao AH . Trên AH , AB , AC lần lượt lấy các điểm D , E , F sao cho $\widehat{EDC} = \widehat{FDB} = 90^\circ$. Chứng minh: $EF \parallel BC$.

§2 ỨNG DỤNG CỦA ĐỊNH LÍ THALÈS TRONG TAM GIÁC

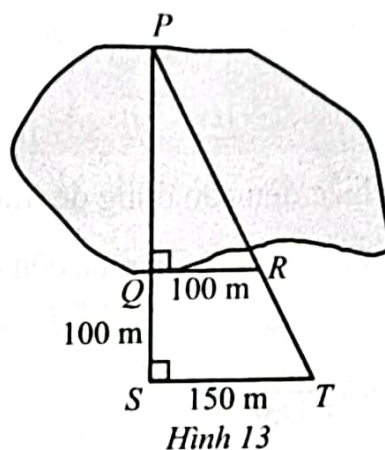
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định lí Thalès có ứng dụng trong thực tế khá phong phú. Bằng cách sử dụng định lí Thalès, ta có thể ước lượng được khoảng cách giữa hai vị trí khi không thể đo đạc trực tiếp hoặc ước lượng chiều cao của vật.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Bác Lan làm công tác địa chính. Để ước lượng chiều rộng của một cái hồ, bác đã làm như sau (Hình 13):

- Chọn các vị trí P, Q, R, S, T thoả mãn QR và ST cùng vuông góc với PS ;
- Đo độ dài các đoạn QR, QS và ST được các số đo như trên Hình 13.



Sau khi làm như trên, hỏi bác Lan đã ước lượng được chiều rộng của hồ (đoạn PQ) dài bao nhiêu mét? Vì sao?

Giải

Ta có $\widehat{PQR} = \widehat{PST} = 90^\circ$ nên $QR \parallel ST$. Do $QR \parallel ST$ nên theo hệ quả của định lí Thalès:

$$\frac{PQ}{PS} = \frac{QR}{ST} \text{ hay } \frac{PQ}{PQ + 100} = \frac{100}{150} = \frac{2}{3}. \text{ Suy ra } PQ = 200.$$

Vậy chiều rộng của hồ (đoạn PQ) là 200 m.

Ví dụ 2 Một ao sen có dạng hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) với $AB = 35$ m, $CD = 56$ m. Người ta chọn một vị trí E ở trên bờ AD sao cho $AE = \frac{3}{4}ED$ và bắc một cây cầu EF song song với hai bờ AB, CD ($F \in BC$). Để mọi người có thể đi trên cầu buổi tối ngắm sen, người ta căng đèn trang trí dọc theo cây cầu đó với khoảng cách giữa hai chiếc đèn liên tiếp là 2 m và cả hai đầu cầu đều có đèn. Tính số tiền cần dùng để mua đèn trang trí cho cây cầu đó, biết giá mỗi chiếc đèn là 15 000 đồng.

Giải. (Hình 14)

Gọi M là giao điểm của AC và EF . Vì $AE = \frac{3}{4}ED$

$$\text{nên } \frac{AE}{3} = \frac{ED}{4} = \frac{AE + ED}{3+4} = \frac{AD}{7} \text{ hay } AE = \frac{3}{7}AD.$$

Vì $ME \parallel CD$ nên theo hệ quả của định lý Thalès ta có

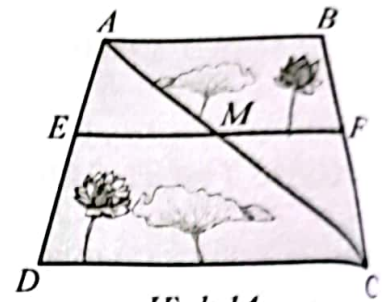
$$\frac{AE}{AD} = \frac{EM}{CD} \text{ hay } \frac{ME}{56} = \frac{3}{7}. \text{ Suy ra } ME = 24 \text{ m.}$$

$$\text{Vì } MF \parallel AB, ME \parallel CD \text{ nên } \frac{CF}{CB} = \frac{MF}{AB} = \frac{CM}{CA} = \frac{DE}{DA} \text{ suy ra } \frac{MF}{35} = \frac{4}{7} \text{ hay } MF = 20 \text{ m.}$$

Ta có $EF = ME + MF$ suy ra $EF = 44 \text{ m.}$

Số chiếc đèn cần dùng để trang trí dọc theo cây cầu EF là: $(44 : 2) + 1 = 23.$

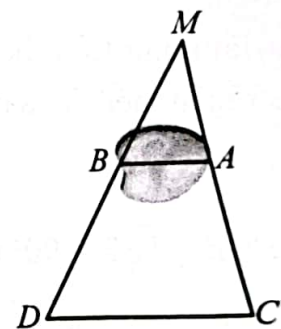
Số tiền cần dùng để mua đèn trang trí cho cây cầu đó là: $15\,000 \cdot 23 = 345\,000$ (đồng).



Hình 14

C. BÀI TẬP

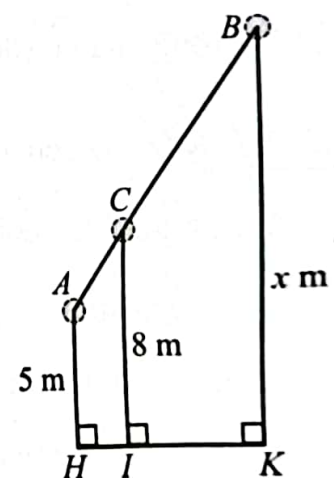
10. Trong công viên có một đèo đất có dạng hình tam giác MCD được mô tả như Hình 15. Giữa hai điểm A, B là một hồ nước sâu và một con đường đi bộ giữa C và D . Bạn An đi từ C đến D với tốc độ 100 m/phút trong thời gian 2 phút 42 giây. Tính độ dài AB , biết $AB \parallel CD$ và $MB = \frac{4}{5}BD$.



Hình 15

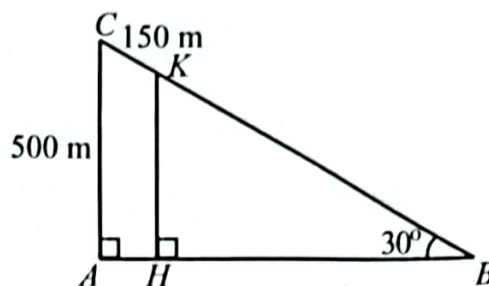
11. Ở một nhà máy, người ta dùng một băng chuyền để chuyển nguyên vật liệu. Ba vòng quay A, B, C của băng chuyền đặt cách mặt đất ở các độ cao lần lượt là $AH = 5 \text{ (m)}$, $CI = 8 \text{ (m)}$, $BK = x \text{ (m)}$ (Hình 16).

Tính x , biết $AC = \frac{2}{5}CB$.



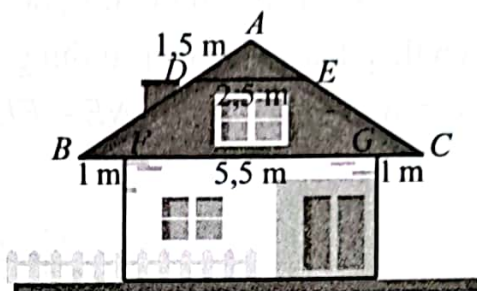
Hình 16

12. Một con dốc có độ nghiêng 30° so với mặt đất bằng phẳng. Đỉnh con dốc có độ cao CA là 500 m (Hình 17). Một người di chuyển trên dốc, khi đến vị trí K , cách đỉnh dốc 150 m thì người đó đang ở độ cao KH bằng bao nhiêu?



Hình 17

13. Một ngôi nhà có thiết kế mái như Hình 18 và có các số đo như sau: $AD = 1,5$ m, $DE = 2,5$ m, $BF = CG = 1$ m, $FG = 5,5$ m. Tính chiều dài AB của mái nhà, biết $DE \parallel BC$.



Hình 18

§3 ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa: Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác đó.

Tính chất: Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh đó.

B. VÍ DỤ

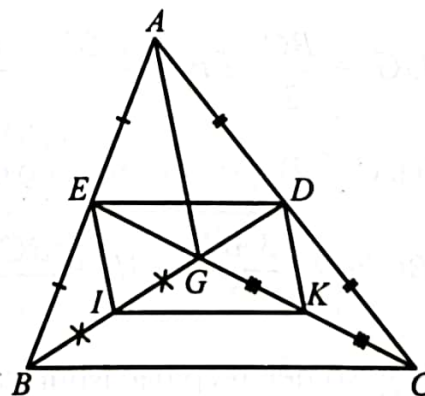
Ví dụ 1 Cho tam giác ABC , các đường trung tuyến BD , CE cắt nhau ở G . Gọi I , K lần lượt là trung điểm của GB , GC . Chứng minh:

a) $DE \parallel IK$, $DE = IK$;

b) $DE + IK = BC$, $EI + DK = AG$.

Giải. (Hình 19)

a) Ta có: DE , IK lần lượt là đường trung bình của tam giác ABC , GBC . Do đó: $DE \parallel BC$, $DE = \frac{BC}{2}$; $IK \parallel BC$, $IK = \frac{BC}{2}$. Suy ra $DE \parallel IK$, $DE = IK$.

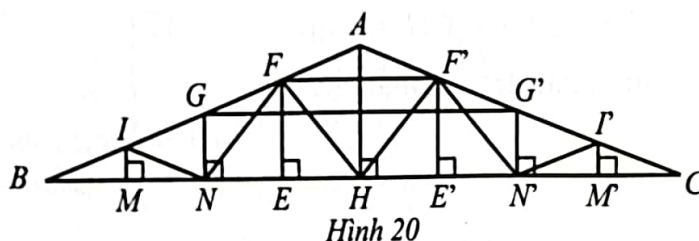


Hình 19

b) Ta có: $DE = \frac{BC}{2}$, $IK = \frac{BC}{2}$ (chứng minh trên).

Suy ra $DE + IK = BC$. Lại có EI , DK lần lượt là đường trung bình của tam giác ABG và AGC nên $EI = \frac{AG}{2}$; $DK = \frac{AG}{2}$. Suy ra $EI + DK = AG$.

Ví dụ 2 Bác Minh dự định hàn các thanh thép IM , GN , FE , AH , $F'E'$, $G'N'$, $I'M'$, FF' , GG' và BC cho khung đỡ mái tôn ngôi nhà của mình như ở Hình 20. Tính số tiền thép bác Minh cần sử dụng, biết giá thép là 68 000 đồng một mét và $AH = 1,5$ m, $BC = 8$ m, $BM = MN = NE = EH = HE' = E'N' = N'M' = M'C$.



Giải

Ta có GN , IM lần lượt là đường trung bình của tam giác AHB , GNB do đó $GN = \frac{AH}{2}$;

$$IM = \frac{GN}{2} \text{ hay } GN = \frac{AH}{2}; IM = \frac{AH}{4}.$$

Xét tam giác AHB có $\widehat{BEF} = \widehat{BHA} = 90^\circ$ nên $EF \parallel HA$. Do đó, theo định lý Thalès,

$$\text{ta có: } \frac{FE}{AH} = \frac{BE}{BH} = \frac{3}{4} \text{ hay } FE = \frac{3}{4} AH.$$

$$\text{Từ đó suy ra: } IM + GN + FE = \frac{AH}{4} + \frac{AH}{2} + \frac{3AH}{4} = \frac{3AH}{2} \quad (1).$$

$$\text{Tương tự, ta có: } I'M' + G'N' + F'E' = \frac{AH}{4} + \frac{AH}{2} + \frac{3AH}{4} = \frac{3AH}{2} \quad (2).$$

Lại có GG' , FF' lần lượt là đường trung bình của tam giác ABC , AGG' , do đó

$$GG' = \frac{BC}{2}; FF' = \frac{GG'}{2} = \frac{BC}{4} \quad (3).$$

Từ (1), (2), (3), ta có tổng độ dài các đoạn IM , GN , FE , AH , $F'E'$, $G'N'$, $I'M'$, FF' , GG' ,

$$BC \text{ là: } 2 \cdot \frac{3AH}{2} + AH + \frac{BC}{4} + \frac{BC}{2} + BC = 4AH + \frac{7BC}{4} = 4 \cdot 1,5 + \frac{7 \cdot 8}{4} = 20 \text{ (m)}.$$

Vậy số tiền thép bác Minh cần sử dụng là: $68\,000 \cdot 20 = 1\,360\,000$ (đồng).

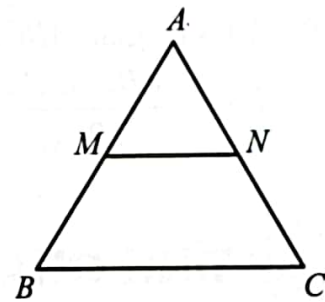
C. BÀI TẬP

14. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

- a) Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng một phần ba cạnh đó.
- b) Trong một tam giác chỉ có một đường trung bình.
- c) Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh tam giác đó.
- d) Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối từ một đỉnh đến trung điểm của cạnh đối diện.

15. Hình 21 cho biết cạnh của tam giác đều ABC bằng 6 cm; M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC . Chỉ ra phát biểu sai trong các phát biểu sau:

- a) Tam giác AMN là tam giác đều.
- b) Hình thang $BMNC$ là hình thang cân.
- c) Chu vi tứ giác $BMNC$ bằng hai phần ba chu vi tam giác ABC .
- d) Độ dài đường trung bình MN bằng 2 cm.



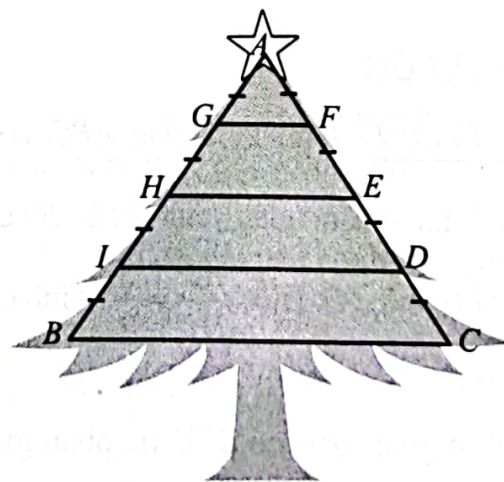
Hình 21

16. Cho tam giác ABC cân tại A , có M là trung điểm của BC . Kẻ tia Mx song song với AC cắt AB tại E và tia My song song với AB cắt AC tại F . Chứng minh:

- a) EF là đường trung bình của tam giác ABC ;
- b) AM là đường trung trực của EF .

17. Để làm cây thông Noel, người ta hàn một khung sắt có dạng hình tam giác cân ABC ($AB = AC = 2$ m) cùng các thanh sắt nằm ngang GF, HE, ID, BC và sau đó gắn cây thông như Hình 22. Tính số tiền sắt cần sử dụng để làm cây thông Noel đó.

Biết giá một mét sắt là 55 000 đồng và $AG = GH = HI = IB, CD = DE = EF = FA$, thanh GF dài 0,2 m.



Hình 22

18. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Kẻ CH vuông góc với BD ($H \in BD$). Gọi I, K, M lần lượt là trung điểm của BH, CH, AD . Chứng minh:

a) Tứ giác $IKDM$ là hình bình hành;

b) Gọi N là giao điểm của IM và AH . Hỏi IN có thể là đường trung bình của tam giác HAB không? Vì sao?

19*. Cho tứ giác $ABCD$ có $AD = BC$. Đường thẳng đi qua trung điểm M và N lần lượt của các cạnh AB và CD cắt các đường thẳng AD và BC lần lượt tại E và F . Chứng minh: $\widehat{AEM} = \widehat{MFB}$.

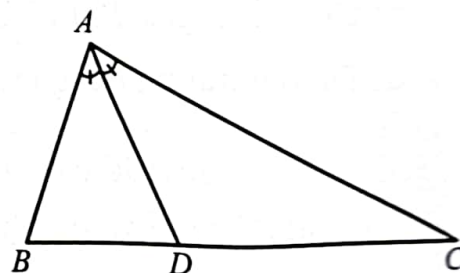
20*. Cho tứ giác $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Chứng minh: $MN \leq \frac{AB + DC}{2}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

§4 TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

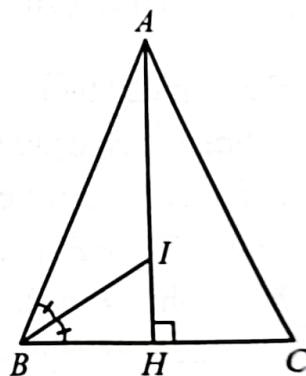
Chẳng hạn, tam giác ABC ở Hình 23 có AD là đường phân giác ($D \in BC$), suy ra: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.



Hình 23

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Cho tam giác ABC có $AB = AC = 9$ cm và tia phân giác của góc B cắt đường cao AH ở I (Hình 24). Biết $\frac{AI}{IH} = \frac{3}{2}$. Tính chu vi tam giác ABC .



Hình 24

Giải

Tam giác ABH có BI là tia phân giác của góc B nên $\frac{BA}{BH} = \frac{IA}{IH} = \frac{3}{2}$.

Suy ra $BH = \frac{2}{3} BA = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6$ (cm).

Do tam giác ABC cân ở A nên đường cao AH cũng là đường trung tuyến. Do đó, $HB = HC$ suy ra $BC = 2BH = 2 \cdot 6 = 12$ (cm).

Vậy chu vi tam giác ABC là: $AB + AC + BC = 9 + 9 + 12 = 30$ (cm).

Ví dụ 2 Cho tam giác ABC vuông tại A và có đường phân giác BD ($D \in AC$). Biết $AD = 3$ cm, $DC = 5$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng AB , BC .

Giải. (Hình 25)

Tam giác ABC có BD là tia phân giác của góc B

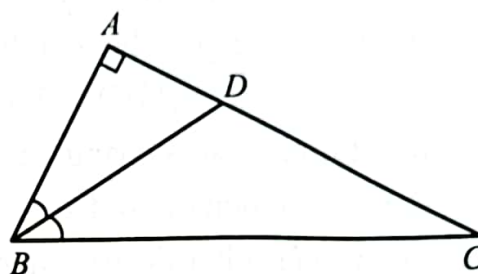
nên $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC} = \frac{3}{5}$. Do đó $\frac{AB}{3} = \frac{BC}{5} = k$

($k \in \mathbb{R}, k > 0$). Suy ra: $AB = 3k$, $BC = 5k$.

Tam giác ABC vuông tại A nên $BC^2 = AB^2 + AC^2$

hay $(5k)^2 = (3k)^2 + (5 + 3)^2$, suy ra $k = 2$.

Từ đó ta có: $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm.



Hình 25

C. BÀI TẬP

21. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 8$ cm, $AC = 6$ cm, có hai đường phân giác AD , BE cắt nhau tại O . Tính:

- Độ dài các đoạn thẳng AE , EC ;
- Khoảng cách từ O đến đường thẳng AC ;
- Độ dài đường phân giác AD (theo đơn vị centimet và làm tròn kết quả đến hàng phần mười);
- Diện tích tam giác DOE .

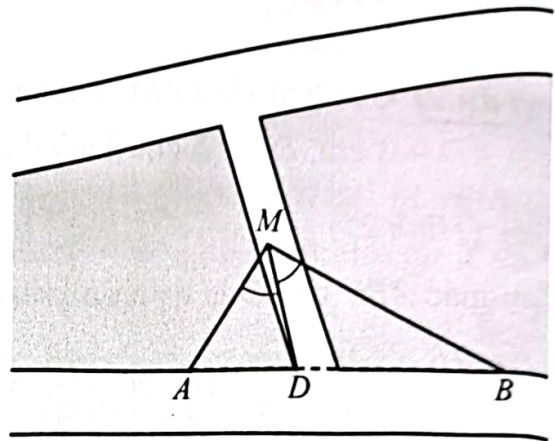
22. Cho tam giác ABC có chu vi bằng 74 cm. Đường phân giác của góc A chia cạnh BC thành hai đoạn BD và DC tỉ lệ với 2 và 3, đường phân giác của góc C chia cạnh AB thành hai đoạn EB và EA tỉ lệ với 4 và 5. Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC .

23. Cho hình bình hành $ABCD$. Đường phân giác của góc A cắt BD tại E , đường phân giác của góc B cắt AC tại F . Chứng minh:

- $\frac{BE}{ED} = \frac{AF}{FC}$;
- $EF \parallel AB$.

24. Cho tam giác ABC có đường phân giác AD và $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm. Đường trung trực của đoạn AD cắt cạnh AC tại E . Tính độ dài của đoạn thẳng DE .

25. Một người đứng ở vị trí M trên cây cầu bắc qua con kênh quan sát ba điểm thẳng hàng A, B, D lần lượt là chân hai cột đèn trồng ở bờ kênh và chân cầu (Hình 26). Người đó nhận thấy góc nhìn đến hai điểm A, D thì bằng góc nhìn đến hai điểm B, D , tức là $\widehat{AMD} = \widehat{BMD}$. Người đó muốn ước lượng tỉ số khoảng cách từ vị trí M đang đứng đến điểm A và đến điểm B mà không cần phải đo trực tiếp hai khoảng cách đó. Hỏi có thể ước lượng tỉ số đó được hay không?



Hình 26

§5 TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa

Tam giác $A'B'C'$ gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu:

$$\widehat{A'} = \widehat{A}, \widehat{B'} = \widehat{B}, \widehat{C'} = \widehat{C}; \quad \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}.$$

Kí hiệu là $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$.

Tỉ số các cạnh tương ứng $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = k$ gọi là tỉ số đồng dạng.

Tính chất

– Mỗi tam giác đồng dạng với chính nó.

Nếu $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ thì $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$.

Nếu $\Delta A''B''C'' \sim \Delta A'B'C'$ và $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ thì $\Delta A''B''C'' \sim \Delta ABC$.

– Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh thứ ba thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Cho hai tam giác vuông cân ABC và MNP , có $\widehat{A} = \widehat{M} = 90^\circ$. Tam giác ABC có đồng dạng với tam giác MNP không? Vì sao?

Giải

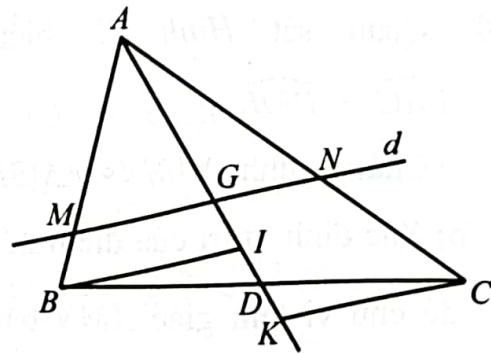
Gọi độ dài cạnh góc vuông của tam giác vuông cân ABC là a và độ dài cạnh góc vuông của tam giác vuông cân MNP là b (a, b cùng đơn vị đo).

Khi đó: $AB = a, AC = a, BC = a\sqrt{2}$ và $MN = b, MP = b, NP = b\sqrt{2}$.

Ta có: $\widehat{A} = \widehat{M}, \widehat{B} = \widehat{N}, \widehat{C} = \widehat{P}$ và $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} (= \frac{a}{b})$.

Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle MNP$.

Ví dụ 2 Cho tam giác ABC , D là điểm tùy ý trên cạnh BC . Đường thẳng d cắt các cạnh AB, AD, AC lần lượt tại M, G, N . Các đường thẳng BI, CK cùng song song với d (Hình 27). Quan sát Hình 27 và sử dụng kí hiệu đồng dạng để viết ba cặp tam giác đồng dạng.



Hình 27

Giải

Ta có: $MG \parallel BI, GN \parallel KC, BI \parallel CK$. Suy ra ba cặp tam giác đồng dạng là:

$\triangle AMG \sim \triangle ABI, \triangle AGN \sim \triangle AKC, \triangle BID \sim \triangle CKD$.

Ví dụ 3 Cho $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ và $\frac{\widehat{A'}}{9} = \frac{\widehat{B'}}{5} = \frac{\widehat{C'}}{4}$. Tính các góc của tam giác ABC .

Giải

Do $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ nên $\widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{C} = \widehat{C'}$. Mặt khác $\frac{\widehat{A'}}{9} = \frac{\widehat{B'}}{5} = \frac{\widehat{C'}}{4}$.

Suy ra $\frac{\widehat{A}}{9} = \frac{\widehat{B}}{5} = \frac{\widehat{C}}{4} = \frac{\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}}{9 + 5 + 4} = \frac{180^\circ}{18} = 10^\circ$.

Vậy $\widehat{A} = 90^\circ, \widehat{B} = 50^\circ, \widehat{C} = 40^\circ$.



C. BÀI TẬP

26. Tìm khẳng định sai:

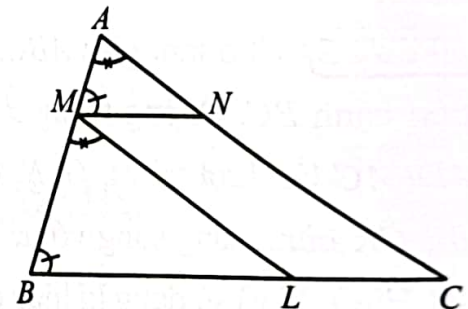
- Nếu $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ thì $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$.
- Nếu $\Delta A''B''C'' \sim \Delta A'B'C'$ và $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ thì $\widehat{A} = \widehat{A''}$, $\widehat{B} = \widehat{B''}$, $\widehat{C} = \widehat{C''}$.
- Nếu $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ thì chu vi tam giác ABC bằng nửa chu vi tam giác $A'B'C'$.
- Nếu $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ thì $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$.

27. Cho $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ với tỉ số đồng dạng là 3. Tính các cạnh AB , BC , CA , biết

$$\frac{A'B'}{3} = \frac{B'C'}{7} = \frac{A'C'}{5} \text{ và } A'B' + B'C' + C'A' = 30 \text{ (cm)}.$$

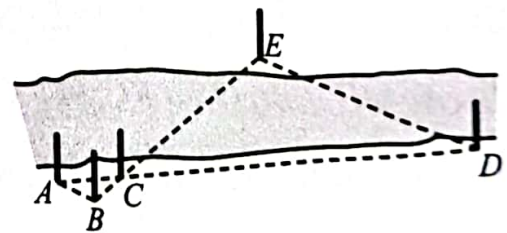
28. Quan sát Hình 28 biết $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$,
 $\widehat{BAC} = \widehat{BML}$.

- Chứng minh: $\Delta AMN \sim \Delta MBL$.
- Xác định vị trí của điểm M trên cạnh AB để chu vi tam giác AMN bằng $\frac{2}{3}$ chu vi tam giác ABC .



Hình 28

29. Để đo khoảng cách giữa hai địa điểm D, E ở hai bên bờ của một con sông, người ta chọn các vị trí A, B, C ở cùng một bên bờ với điểm D và đo được $AB = 2 \text{ m}$, $AC = 3 \text{ m}$, $CD = 15 \text{ m}$ (Hình 29). Giả sử $\Delta ABC \sim \Delta DEC$. Tính khoảng cách DE .



Hình 29

30. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a . Lấy điểm E thuộc cạnh BC , điểm F thuộc cạnh AD sao cho $CE = AF$. Các đường thẳng AE, BF cắt đường thẳng DC lần lượt tại M và N . Các đường thẳng NA, MB cắt nhau tại K .

- Chứng minh: $\Delta KAB \sim \Delta KNM$; $\Delta CEM \sim \Delta DAM$; $\Delta NFD \sim \Delta NBC$.
- So sánh CM , DN và AB^2 .
- Các điểm E, F lấy ở vị trí nào trên các cạnh BC, AD thì MN có độ dài nhỏ nhất?

§6 TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Trường hợp đồng dạng thứ nhất: cạnh - cạnh - cạnh

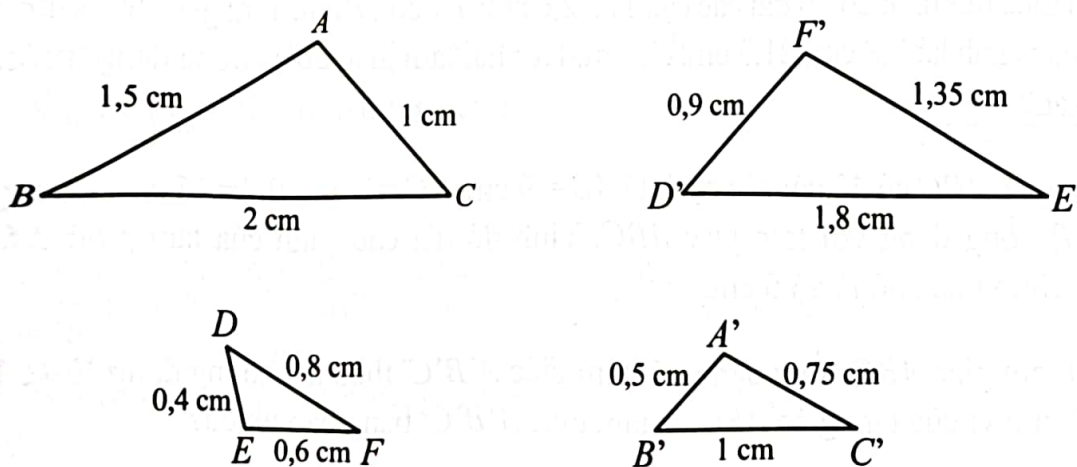
Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

Áp dụng trường hợp đồng dạng thứ nhất của tam giác vào tam giác vuông

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Quan sát Hình 30 và chỉ ra hai cặp tam giác đồng dạng:



Hình 30

Giải

- Xét hai tam giác ACB và $A'B'C'$, ta có: $\frac{AC}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{A'C'}$ (vì $\frac{1}{0,5} = \frac{2}{1} = \frac{1,5}{0,75}$).

Suy ra $\triangle ACB \sim \triangle A'B'C'$.

- Xét hai tam giác DEF và $D'E'F'$, ta có: $\frac{DE}{D'E'} = \frac{DF}{D'F'} = \frac{EF}{E'F'}$ (vì $\frac{0,4}{0,9} = \frac{0,8}{1,8} = \frac{0,6}{1,35}$).

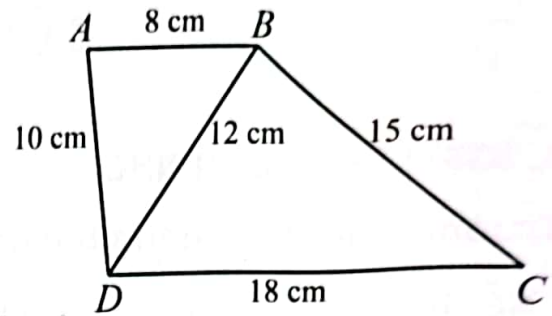
Suy ra $\triangle DEF \sim \triangle D'E'F'$.

Ví dụ 2 Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = 8 \text{ cm}$, $BC = 15 \text{ cm}$, $CD = 18 \text{ cm}$, $AD = 10 \text{ cm}$, $BD = 12 \text{ cm}$. Chứng minh:

a) $\triangle ABD \sim \triangle BDC$;

b) Tứ giác $ABCD$ là hình thang.

Giải. (Hình 31)



Hình 31

a) Ta có: $\frac{AB}{BD} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, $\frac{BD}{DC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$, $\frac{AD}{BC} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

Xét hai tam giác ABD và BDC , ta có: $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} = \frac{AD}{BC}$. Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.

b) Do $\triangle ABD \sim \triangle BDC$ nên $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$. Mà $\widehat{ABD}$, $\widehat{BDC}$ ở vị trí so le trong suy ra $AB \parallel CD$. Vậy tứ giác $ABCD$ là hình thang.

C. BÀI TẬP

31. Tam giác thứ nhất có độ dài các cạnh là: 2,6 cm; 7,1 cm; 8 cm. Tam giác thứ hai có độ dài các cạnh là: 7,8 cm; 21,3 cm; 24 cm. Hỏi hai tam giác đó có đồng dạng không? Vì sao?

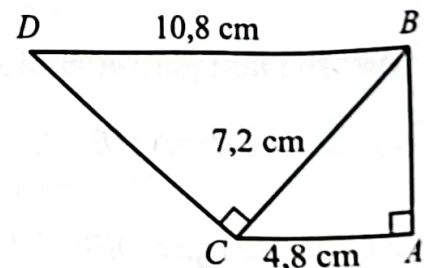
32. Tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB = 9 \text{ cm}$, $AC = 7 \text{ cm}$, $BC = 15 \text{ cm}$. Tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC . Tính độ dài các cạnh của tam giác MNP , biết chu vi của nó là 46,5 cm.

33. Biết tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng là k . Hỏi tỉ số chu vi của tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ bằng bao nhiêu?

34. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = 27 \text{ cm}$, $BC = 9 \text{ cm}$, $BD = 8 \text{ cm}$, $AD = 24 \text{ cm}$ và $DB^2 = AD \cdot CD$. Hỏi DB có thể là tia phân giác của góc ADC hay không? Vì sao?

35. Cho tam giác IKH và tam giác $I'K'H'$ có $\widehat{IKH} = 90^\circ$, $\widehat{KHI} = 60^\circ$, $\widehat{I'K'H'} = 90^\circ$, $\widehat{K'I'H'} = 30^\circ$. Chứng minh: $\triangle I'K'H' \sim \triangle IKH$.

36. Quan sát Hình 32 có $\widehat{BAC} = 90^\circ$, $\widehat{BCD} = 90^\circ$, $DB = 10,8 \text{ cm}$, $BC = 7,2 \text{ cm}$ và $CA = 4,8 \text{ cm}$. Chứng minh: $\triangle DBC \sim \triangle BCA$.



Hình 32



TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI CỦA TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Trường hợp đồng dạng thứ hai: cạnh - góc - cạnh

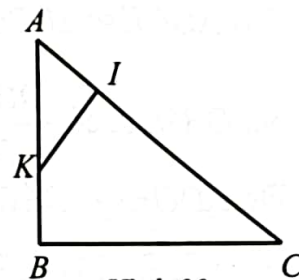
Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng.

Áp dụng trường hợp đồng dạng thứ hai của tam giác vào tam giác vuông

Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Quan sát Hình 33, biết rằng: $AI = 2$ cm; $AK = 3,2$ cm; $AB = 5$ cm; $AC = 8$ cm. Chứng minh $\triangle AIK \sim \triangle ABC$ và tính tỉ số đồng dạng.



Hình 33

Giải

Ta có: $\frac{AI}{AB} = \frac{2}{5} = 0,4$; $\frac{AK}{AC} = \frac{3,2}{8} = 0,4$. Suy ra: $\frac{AI}{AB} = \frac{AK}{AC}$.

Xét hai tam giác AIK và ABC , ta có: $\frac{AI}{AB} = \frac{AK}{AC}$ và $\widehat{KAI} = \widehat{BAC}$.

Suy ra $\triangle AIK \sim \triangle ABC$ và tỉ số đồng dạng là $k = 0,4$.

Ví dụ 2 Cho tam giác ABC cân tại A và O là trung điểm của BC . Lấy điểm D tùy ý

trên cạnh AB và điểm E trên cạnh AC sao cho $CE = \frac{OB^2}{BD}$. Chứng minh:

a) $\triangle OCE \sim \triangle DBO$;

b) $\triangle DOE \sim \triangle DBO$;

c) O cách đều ba đường thẳng DB , DE , EC .

Giải. (Hình 34)

a) Từ $CE = \frac{OB^2}{BD}$ suy ra $\frac{CE}{OB} = \frac{OB}{BD}$ (*).

Xét hai tam giác OCE và DBO , ta có: $\frac{CE}{OB} = \frac{OC}{BD}$

(do (*) và $OC = OB$), $\widehat{C} = \widehat{B}$. Suy ra $\triangle OCE \sim \triangle DBO$.

b) Ta có:

$$\widehat{O}_3 + \widehat{DOE} + \widehat{EOC} = 180^\circ \text{ (do } B, O, C \text{ thẳng hàng);}$$

$$\widehat{E}_2 + \widehat{C} + \widehat{EOC} = 180^\circ \text{ (tổng ba góc của tam giác).}$$

$$\text{Suy ra: } \widehat{O}_3 + \widehat{DOE} = \widehat{E}_2 + \widehat{C}. \text{ Mà } \widehat{O}_3 = \widehat{E}_2 \text{ (vì } \triangle OCE \sim \triangle DBO) \text{ nên } \widehat{DOE} = \widehat{C}.$$

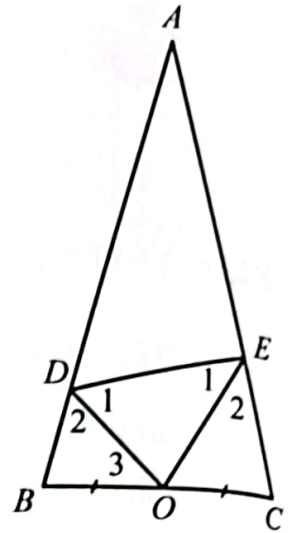
$$\text{Lại có } \widehat{C} = \widehat{B} \text{ nên } \widehat{DOE} = \widehat{B}.$$

Do $\triangle OCE \sim \triangle DBO$ và $OC = OB$ nên $\frac{DO}{DB} = \frac{OE}{OC} = \frac{OE}{OB}$. Xét hai tam giác DOE

và DBO , ta có $\frac{DO}{DB} = \frac{OE}{OB}$ và $\widehat{DOE} = \widehat{B}$ nên $\triangle DOE \sim \triangle DBO$.

c) Do $\triangle DOE \sim \triangle DBO$ và $\triangle OCE \sim \triangle DBO$ nên $\triangle DOE \sim \triangle OCE$.

Do đó: $\widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$, $\widehat{E}_1 = \widehat{E}_2$. Suy ra O cách đều các đường thẳng DB , DE , EC .



Hình 34

Ví dụ 3 Cho Hình 35, chứng minh:

a) $\triangle BAE \sim \triangle EDC$;

b) $\widehat{BEC} = 90^\circ$.

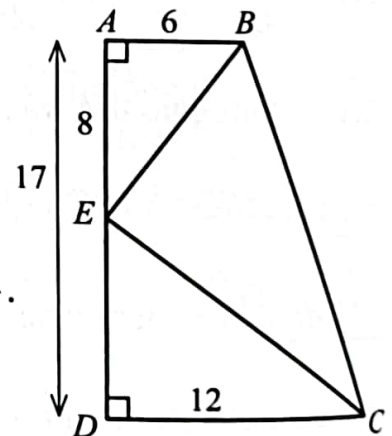
Giải

a) Ta có $\frac{AB}{DE} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ (vì $DE = 17 - 8 = 9$); $\frac{AE}{DC} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{DE} = \frac{AE}{DC}.$$

Xét hai tam giác BAE và EDC ta có: $\frac{AB}{DE} = \frac{AE}{DC}$ và $\widehat{BAE} = \widehat{EDC} = 90^\circ$.

Do đó $\triangle BAE \sim \triangle EDC$.



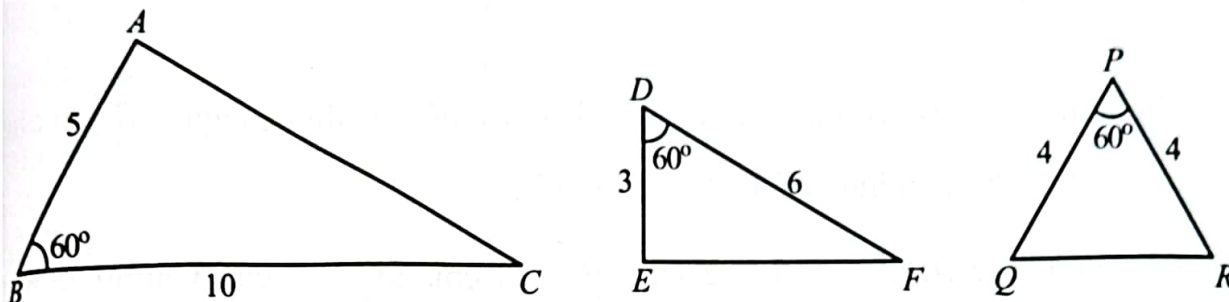
Hình 35

b) Do $\triangle BAE \sim \triangle EDC$ nên $\widehat{AEB} = \widehat{ECD}$.

Suy ra: $\widehat{AEB} + \widehat{DEC} = \widehat{ECD} + \widehat{DEC} = 90^\circ$. Từ đó, ta có $\widehat{BEC} = 90^\circ$.

C. BÀI TẬP

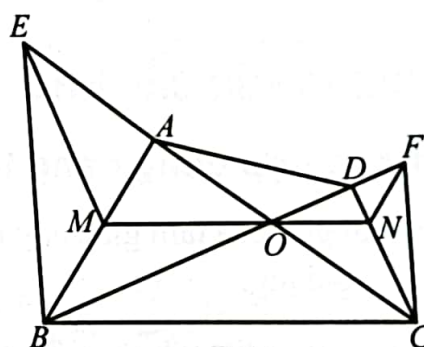
37. Quan sát Hình 36 và chỉ ra một cặp tam giác đồng dạng:



Hình 36

38. Cho tam giác ABC có $AB = 12$ cm, $AC = 18$ cm, $BC = 27$ cm. Điểm D thuộc cạnh BC sao cho $CD = 12$ cm. Tính độ dài AD .

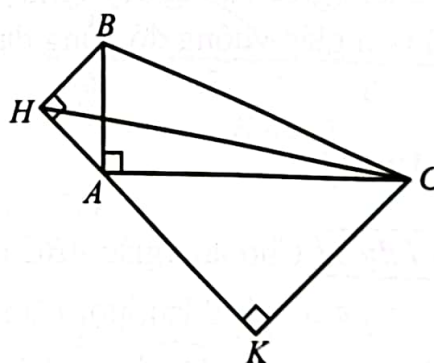
39. Trong Hình 37, cho O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của tứ giác $ABCD$. Kẻ một đường thẳng tùy ý đi qua O và cắt cạnh AB tại M , CD tại N . Đường thẳng qua M song song với CD cắt AC tại E và đường thẳng qua N song song với AB cắt BD tại F . Chứng minh:



Hình 37

a) $\triangle OBE \sim \triangle OFC$; b) $BE \parallel CF$.

40. Hình 38 cho biết tam giác ABC vuông ở A , $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm. Tam giác HAB vuông cân tại H , tam giác KAC vuông cân tại K . Các cặp tam giác sau có đồng dạng với nhau không? Vì sao?



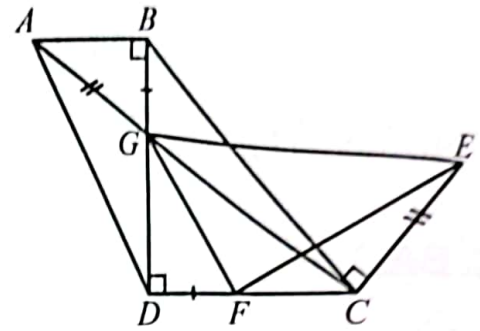
Hình 38

a) Tam giác HAB và tam giác KAC .

b) Tam giác HKC và tam giác BAC .

41. Hình thang $ABCD$ ở Hình 39 có $AB \parallel CD$, $AB < CD$, $\widehat{ABD} = 90^\circ$. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại G . Điểm E nằm trên đường

vuông góc với AC tại C thoả mãn $CE = AG$ và đoạn thẳng GE không cắt đường thẳng CD . Điểm F nằm trên đoạn thẳng DC và $DF = GB$. Chứng minh:



Hình 39

a) $\triangle FDG \sim \triangle ECG$;

b) $\triangle GDC \sim \triangle GFE$;

c) $\widehat{GFE} = 90^\circ$.

42*. Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB = 3AC$ và điểm D thuộc cạnh AB sao cho $AD = 2DB$. Chứng minh: $\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 45^\circ$.

43*. Cho tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm. Chứng minh: $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} + 2\widehat{BCA}$.

§ TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA CỦA TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Trường hợp đồng dạng thứ ba: góc - góc

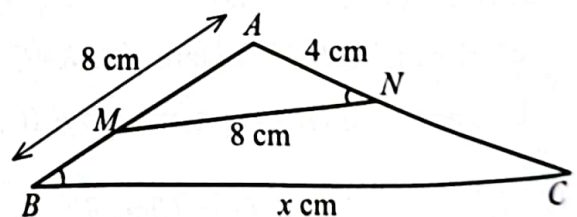
Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

Áp dụng trường hợp đồng dạng thứ ba của tam giác vào tam giác vuông

Nếu tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1 Cho tam giác ABC có $AB = 8$ cm, $BC = x$ cm. M, N lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC sao cho $\widehat{ANM} = \widehat{ABC}$, $AN = 4$ cm và $MN = 8$ cm (Hình 40).



Hình 40

a) Chứng minh $\triangle ANM \sim \triangle ABC$.

b) Tìm x .

Giải

a) Ta có $\widehat{ANM} = \widehat{ABC}$ và $\widehat{NAM} = \widehat{BAC}$, suy ra $\triangle ANM \sim \triangle ABC$.

b) Vì $\triangle ANM \sim \triangle ABC$ nên $\frac{AN}{BA} = \frac{MN}{CB}$ hay $\frac{4}{8} = \frac{8}{x}$. Vậy $x = 16$.

Ví dụ 2 Cho tam giác ABC vuông ở A có D là điểm nằm giữa A và C . Gọi E là điểm thuộc đường thẳng BD sao cho $\widehat{CED} = 90^\circ$. Chứng minh:

a) $\triangle ADB \sim \triangle EDC$; b) $\triangle ADE \sim \triangle BDC$.

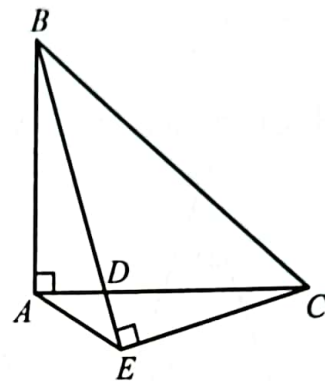
Giải. (Hình 41)

a) Xét hai tam giác ADB và EDC , ta có:

$$\widehat{A} = \widehat{E} \text{ và } \widehat{BDA} = \widehat{CDE} \text{ (hai góc đối đỉnh).}$$

Do đó $\triangle ADB \sim \triangle EDC$.

b) Vì $\triangle ADB \sim \triangle EDC$ nên $\frac{DA}{DE} = \frac{DB}{DC}$ hay $\frac{DA}{DB} = \frac{DE}{DC}$. Mà $\widehat{ADE} = \widehat{BDC}$ (hai góc đối đỉnh) nên suy ra $\triangle ADE \sim \triangle BDC$.



Hình 41

Ví dụ 3 Cho Hình 42.

a) Chứng minh $\triangle EAB \sim \triangle BCD$.

b) Tính CD, DE (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Giải

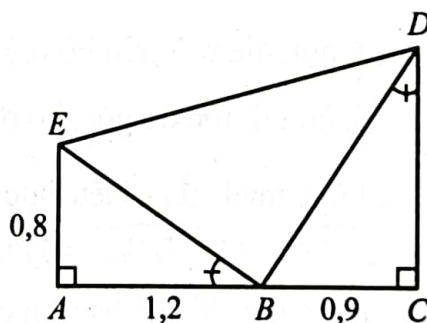
a) Xét hai tam giác EAB và BCD , ta có:

$$\widehat{EAB} = \widehat{DCB} = 90^\circ, \widehat{EBA} = \widehat{BDC}. \text{ Do đó } \triangle EAB \sim \triangle BCD.$$

b) Do $\triangle EAB \sim \triangle BCD$ nên $\frac{AE}{BC} = \frac{AB}{CD}$ hay $\frac{0,8}{0,9} = \frac{1,2}{CD}$. Suy ra $CD = 1,35 \approx 1,4$.

Ta có $\triangle EAB \sim \triangle BCD$ nên $\widehat{AEB} = \widehat{CBD}$.

Suy ra $\widehat{EBA} + \widehat{CBD} = \widehat{EBA} + \widehat{AEB} = 90^\circ$. Do đó $\widehat{EBD} = 90^\circ$.



Hình 42

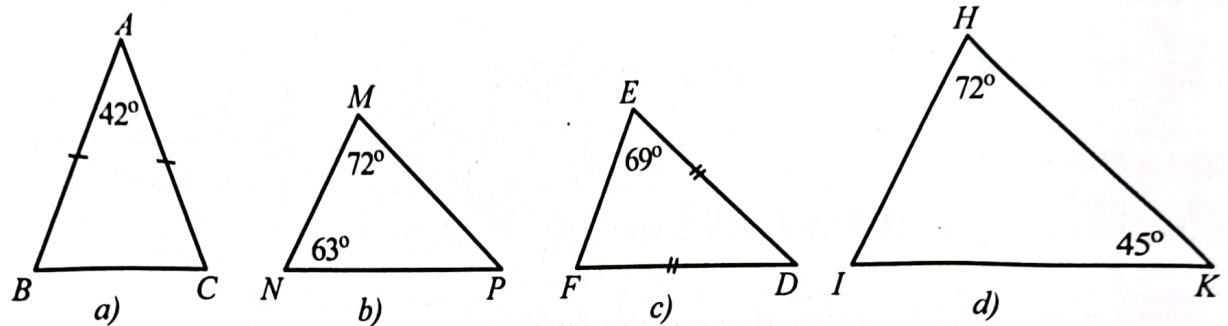
Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác vuông EBD , ta có: $ED^2 = EB^2 + BD^2$.

Suy ra $ED^2 = 0,8^2 + 1,2^2 + 0,9^2 + 1,35^2 = 4,7125$ hay $DE = \sqrt{4,7125} \approx 2,2$.

Vậy $CD \approx 1,4$ và $DE \approx 2,2$.

C. BÀI TẬP

44. Quan sát Hình 43 và chỉ ra hai cặp tam giác đồng dạng:



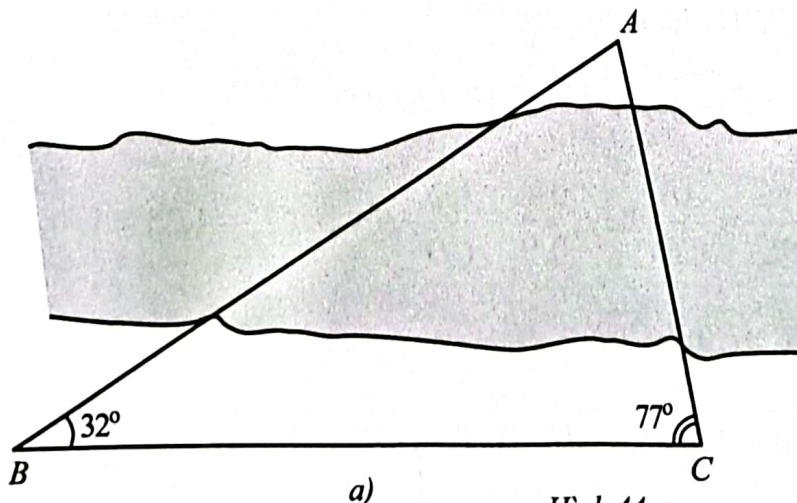
Hình 43

45. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $AB = 4$ cm, $DB = 6$ cm và $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$. Tính độ dài CD .

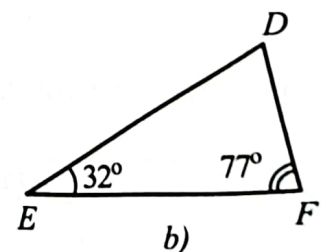
46. Bác An cần đo khoảng cách AC , với A, C nằm ở hai bên bờ của một hồ nước (Hình 44a). Bác An đã tiến hành đo như sau:

- Chọn điểm B trên bờ (có điểm C) sao cho $BC = 20$ (m);
- Dùng thước đo góc, đo được các góc $\widehat{ABC} = 32^\circ$, $\widehat{ACB} = 77^\circ$.

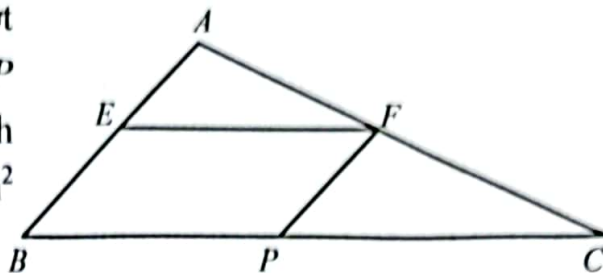
Chứng minh rằng: Nếu thực hiện vẽ trên giấy một tam giác DEF sao cho $EF = 10$ (cm), $\widehat{DEF} = 32^\circ$, $\widehat{DFE} = 77^\circ$ (Hình 44b); Đo độ dài đoạn DF và giả sử $DF = a$ (cm) thì độ dài AC mà bác An cần đo là $2a$ (m).



Hình 44



47. Cho tam giác ABC . Lấy E, F, P lần lượt thuộc AB, AC, BC sao cho tứ giác $BEFP$ là hình bình hành (Hình 45). Biết diện tích tam giác AEF và CFP lần lượt bằng 16 cm^2 và 25 cm^2 .



Hình 45

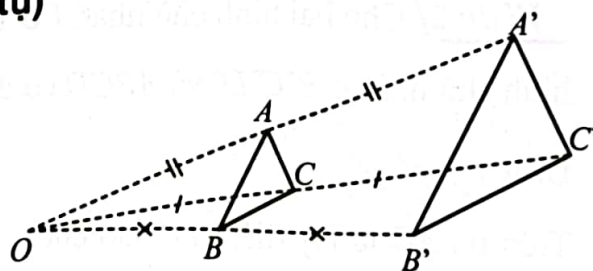
- a) Hãy chỉ ra ba cặp tam giác đồng dạng.
b) Tính diện tích tam giác ABC .
48. Cho hình bình hành $ABCD$ ($AC > BD$). Từ C kẻ CE vuông góc với AB (E thuộc đường thẳng AB), CF vuông góc với AD (F thuộc đường thẳng AD). Chứng minh: $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$.
49. Cho hình vuông $ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo, lấy G trên cạnh BC , H trên cạnh CD sao cho $\widehat{GOH} = 45^\circ$. Gọi M là trung điểm của AB . Chứng minh:
a) $\triangle HOD \sim \triangle OGB$;
b) $MG \parallel AH$.

§9 HÌNH ĐỒNG DẠNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

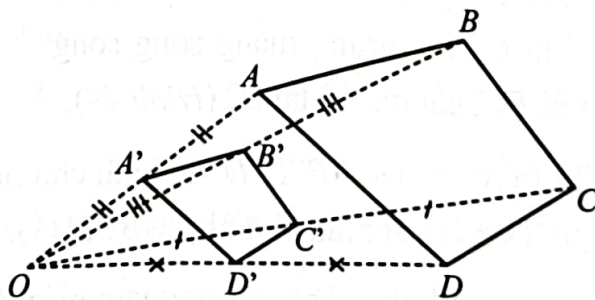
Hình đồng dạng phối cảnh (hình vị tự)

– Từ điểm O , “phóng to” hai lần tam giác ABC , ta sẽ nhận được tam giác $A'B'C'$ (Hình 46). Tam giác $A'B'C'$ gọi là đồng dạng phối cảnh (hay vị tự) với tam giác ABC , điểm O gọi là tâm đồng dạng phối cảnh, tỉ số $k = \frac{A'B'}{AB} = 2$ gọi là tỉ số vị tự.



Hình 46

– Từ điểm O , “thu nhỏ” hai lần tứ giác $ABCD$, ta sẽ nhận được tứ giác $A'B'C'D'$ (Hình 47). Tứ giác $A'B'C'D'$ gọi là đồng dạng phối cảnh (hay vị tự) với tứ giác $ABCD$, điểm O gọi là tâm đồng dạng phối cảnh, tỉ số $k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{2}$ gọi là tỉ số vị tự.



Hình 47

– Bằng cách “phóng to” (nếu tỉ số vị tự $k > 1$) hay “thu nhỏ” (nếu tỉ số vị tự $k < 1$) hình $\mathcal{H}$, ta sẽ nhận được hình $\mathcal{H}'$ đồng dạng phối cảnh (hay vị tự) với hình $\mathcal{H}$.

Hình đồng dạng

– Nếu có thể đặt hình $\mathcal{H}$ chồng khít lên hình $\mathcal{H}'$ thì ta nói hai hình $\mathcal{H}$ và $\mathcal{H}'$ là bằng nhau (hay còn gọi là hình $\mathcal{H}$ bằng hình $\mathcal{H}'$).

– Hình $\mathcal{H}'$ đồng dạng với hình $\mathcal{H}$ nếu hình $\mathcal{H}'$ bằng một hình nào đó đồng dạng phối cảnh với hình $\mathcal{H}$.

B. VÍ DỤ

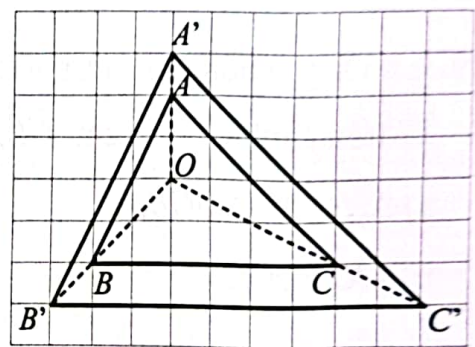
Ví dụ 1 Cho biết hai tam giác $A'B'C'$ và ABC ở Hình 48 có đồng dạng phối cảnh hay không? Nếu có, hãy chỉ ra tâm đồng dạng phối cảnh.

Giải

Ta thấy ba đường thẳng AA' , BB' , CC' cùng đi

qua điểm O và $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = \frac{3}{2}$.

Vậy hai tam giác $A'B'C'$ và ABC ở Hình 48 là đồng dạng phối cảnh và điểm O là tâm đồng dạng phối cảnh.

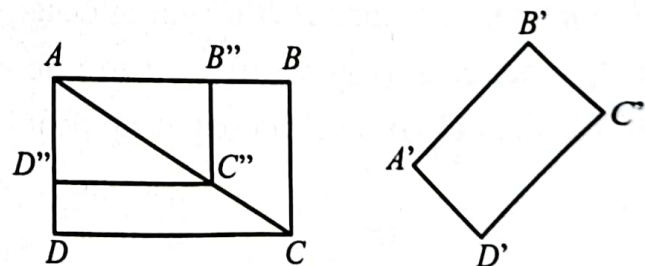


Hình 48

Ví dụ 2 Cho hai hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và $ABCD$ sao cho $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}$. Hỏi hai hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và $ABCD$ có đồng dạng hay không? Vì sao?

Giải

Trên tia AD ta lấy điểm D'' sao cho $AD'' = A'D'$. Qua D'' kẻ đường thẳng song song với DC , cắt tia AC tại C'' . Qua C'' kẻ đường thẳng song song với BC , cắt tia AB tại B'' (Hình 49).



Hình 49

Ta thấy tứ giác $AB''C''D''$ là hình chữ nhật và hình chữ nhật $AB''C''D''$ là đồng dạng phối cảnh với hình chữ nhật $ABCD$ (1).

Áp dụng định lý Thalès trong tam giác ABC với $B''C'' \parallel BC$, ta có: $\frac{AB''}{AB} = \frac{AC''}{AC}$.

Mặt khác, áp dụng định lí Thalès trong tam giác ACD với $C'D'' \parallel CD$, ta có:

$$\frac{AC''}{AC} = \frac{AD''}{AD}. \text{ Do đó } \frac{AB''}{AB} = \frac{AD''}{AD} = \frac{A'D'}{AD} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'}{AB}. \text{ Suy ra } AB'' = A'B'.$$

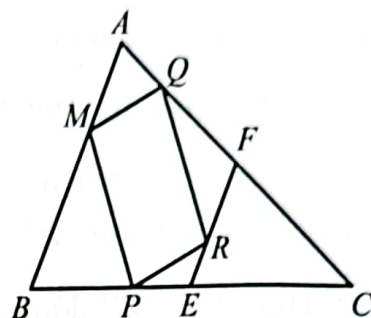
Vì $AB'' = A'B'$ và $AD'' = A'D'$ nên hình chữ nhật $AB''C'D''$ bằng hình chữ nhật $A'B'C'D'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra hai hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và $ABCD$ đồng dạng.

C. BÀI TẬP

50. Cho tam giác ABC có E, F lần lượt là trung điểm của BC, AC . Các điểm M, P, R, Q lần lượt nằm trên AB, BE, EF, FA sao cho

$$\frac{BM}{MA} = \frac{QF}{QA} = \frac{RF}{RE} = \frac{BP}{PE} = 1,8 \text{ (Hình 50)}.$$



Hình 50

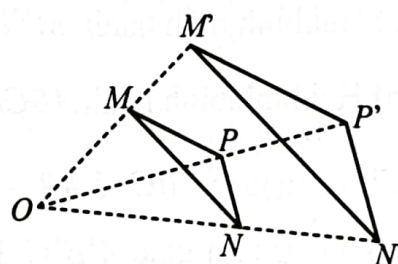
Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- Hai đoạn thẳng EF và AB đồng dạng phối cảnh, điểm C là tâm đồng dạng phối cảnh.
- Hai đoạn thẳng MP và AE đồng dạng phối cảnh, điểm B là tâm đồng dạng phối cảnh và $\frac{BM}{BA} = \frac{BP}{BE} = \frac{3}{5}$.
- Hai đoạn thẳng PR và BF đồng dạng phối cảnh, điểm E là tâm đồng dạng phối cảnh.

51. Cho điểm O nằm ngoài tam giác MNP . Trên

các tia OM, ON, OP ta lần lượt lấy các điểm

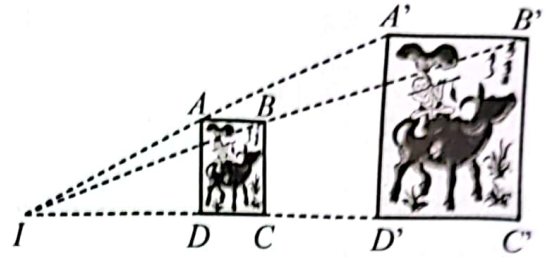
$$M', N', P' \text{ sao cho } \frac{OM'}{OM} = \frac{ON'}{ON} = \frac{OP'}{OP} = \frac{5}{3} \text{ (Hình 51)}.$$



Hình 51

- Tam giác $M'N'P'$ có đồng dạng phối cảnh với tam giác MNP hay không? Nếu có, hãy chỉ ra tâm đồng dạng phối cảnh.
- Hãy chỉ ra đoạn thẳng AB sao cho hai đoạn thẳng AB và MP đồng dạng phối cảnh, điểm O là tâm đồng dạng phối cảnh và $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{OP} = \frac{1}{4}$.

52. Quan sát Hình 52, biết các điểm A, B, C, D lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng IA', IB', IC', ID' .



Hình 52

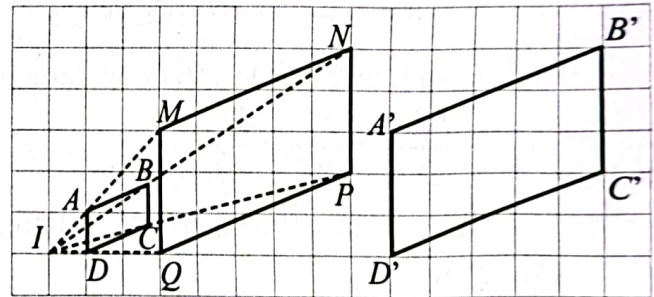
a) Cho biết hai tứ giác $ABCD$ và $A'B'C'D'$ có đồng dạng phối cảnh hay không? Nếu có, hãy chỉ ra tâm đồng dạng phối cảnh.

b) Tứ giác $A'B'C'D'$ có là hình chữ nhật hay không, nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật? Vì sao?

53. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- Hai hình đồng dạng phối cảnh (hay vị tự) không là hai hình đồng dạng.
- Nếu điểm O là tâm đồng dạng phối cảnh của hai đoạn thẳng AB và $A'B'$ đồng dạng phối cảnh thì $AB \parallel A'B'$.
- Hình $\mathcal{H}'$ gọi là đồng dạng với hình $\mathcal{H}$ nếu hình $\mathcal{H}'$ bằng một hình nào đó đồng dạng phối cảnh với hình $\mathcal{H}$.

54. Trong Hình 53, các điểm A, B, C, D lần lượt là các điểm nằm trên các đoạn thẳng IM, IN, IP, IQ sao cho $\frac{IA}{IM} = \frac{IB}{IN} = \frac{IC}{IP} = \frac{ID}{IQ} = \frac{1}{3}$. Quan sát Hình 53 và cho biết:



Hình 53

- Hai hình bình hành $MNPQ$ và $A'B'C'D'$ có bằng nhau hay không;
- Hai hình bình hành $ABCD$ và $A'B'C'D'$ có đồng dạng hay không.

55. Cho tam giác ABC có $AB = 13, BC = 14, CA = 15$. Cho D, E là hai điểm phân biệt.

a) Giả sử tam giác $A'B'C'$ là hình đồng dạng phối cảnh của tam giác ABC với điểm D là tâm đồng dạng phối cảnh, tỉ số $\frac{A'B'}{AB} = \frac{4}{5}$. Tìm độ dài các cạnh của tam giác $A'B'C'$.

b) Giả sử tam giác $A''B''C''$ là hình đồng dạng phối cảnh của tam giác ABC với điểm E là tâm đồng dạng phối cảnh, tỉ số $\frac{A''B''}{AB} = \frac{4}{5}$. Tìm độ dài các cạnh của tam giác $A''B''C''$.

c) Chứng minh diện tích tam giác $A'B'C'$ bằng diện tích tam giác $A''B''C''$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VIII

56. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB và AC thoả mãn

$$MN \parallel BC \text{ và } \frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}. \text{ Tỉ số } \frac{NC}{AN} \text{ bằng}$$

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{3}{5}$.

57. Cho hai tam giác MNP và $M'N'P'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Nếu $\widehat{M} = \widehat{M'}$ và $\widehat{N} = \widehat{P'}$ thì $\triangle MNP \sim \triangle M'N'P'$.

B. Nếu $\widehat{M} = \widehat{N'}$ và $\widehat{N} = \widehat{P'}$ thì $\triangle MNP \sim \triangle M'N'P'$.

C. Nếu $\widehat{M} = \widehat{P'}$ và $\widehat{N} = \widehat{M'}$ thì $\triangle MNP \sim \triangle M'N'P'$.

D. Nếu $\widehat{M} = \widehat{M'}$ và $\widehat{P} = \widehat{P'}$ thì $\triangle MNP \sim \triangle M'N'P'$.

58. Nếu $\triangle MNP \sim \triangle DEG$ thì

A. $\frac{MN}{MP} = \frac{DE}{DG}$.

B. $\frac{MN}{MP} = \frac{DE}{EG}$.

C. $\frac{MN}{MP} = \frac{DG}{EG}$.

D. $\frac{MN}{MP} = \frac{EG}{DE}$.

59. Cho $\triangle MNP \sim \triangle M'N'P'$ và $\widehat{M} = 30^\circ$, $\widehat{N'} = 40^\circ$. Số đo góc P là:

A. 30° .

B. 40° .

C. 70° .

D. 110° .

60. Hình 54 cho biết $A'B' = 4$, $A'O = 3$, $AO = 6$, $OB = x$, $AB = y$.

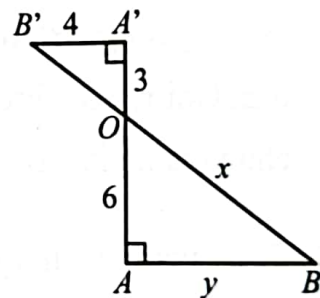
Giá trị của biểu thức $x + y$ là:

A. 22.

B. 18.

C. 20.

D. 16.



Hình 54

61. Cho tam giác ABC có $DE \parallel BC$ (Hình 55).

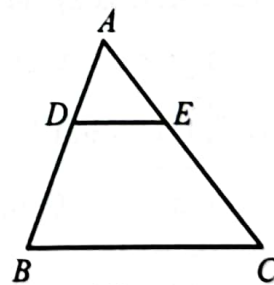
Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\frac{AD}{AB} + \frac{CA}{CE} = 1$.

B. $\frac{AB}{AD} + \frac{CE}{CA} = 1$.

C. $\frac{AD}{AB} + \frac{CE}{CA} = 1$.

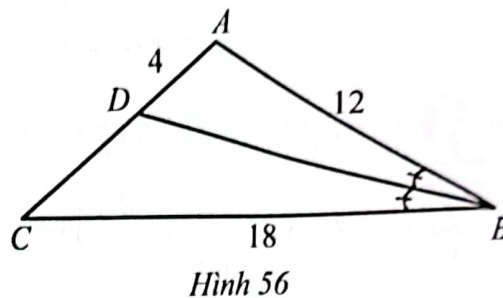
D. $\frac{AC}{AB} + \frac{CE}{CA} = 1$.



Hình 55

62. Cho tam giác ABC có BD là đường phân giác của góc ABC (Hình 56). Độ dài DC là:

A. 6. B. 9.
C. 5. D. 8.

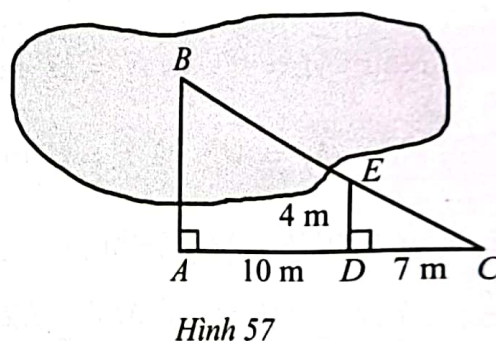


63. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ theo tỉ số đồng dạng k , $\triangle MNP \sim \triangle DEF$ theo tỉ số đồng dạng q . Khi đó, $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ theo tỉ số đồng dạng là:

A. $k + q$. B. kq . C. $\frac{q}{k}$. D. $\frac{k}{q}$.

64. Để đo khoảng cách AB , trong đó điểm B không tới được, người ta tiến hành đo bằng cách lấy các điểm C, D, E sao cho $AD = 10$ m, $CD = 7$ m, $DE = 4$ m (Hình 57). Khi đó, khoảng cách AB (tính theo đơn vị mét và làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

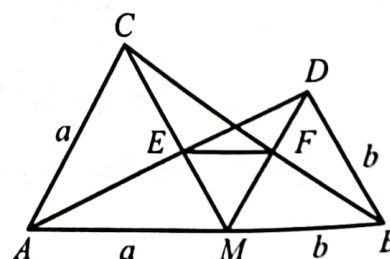
A. 9,3 m. B. 9,4 m.
C. 9,6 m. D. 9,7 m.



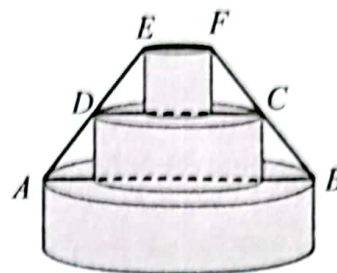
65. Cho tam giác ABC , điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Đường thẳng qua M song song với AC cắt AB ở D . Đường thẳng qua M song song với AB cắt AC ở E . Gọi x, y lần lượt là chu vi tam giác DBM và tam giác ECM . Tính $x + 2y$, biết chu vi tam giác ABC bằng 30 cm.

66. Cho điểm M thuộc đoạn thẳng AB , với $MA = a$, $MB = b$. Vẽ hai tam giác đều AMC và BMD ; gọi E là giao điểm của AD và CM , F là giao điểm của DM và BC (Hình 58).

a) Chứng minh $EF \parallel AB$.
b) Tính ME, MF theo a, b .

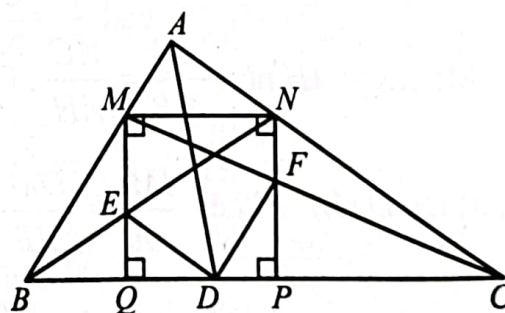


67. Một chiếc kệ bày hoa quả có ba tầng được thiết kế như Hình 59. Tầng đáy có đường kính AB là 32 cm. Tầng giữa có đường kính CD nhỏ hơn đường kính tầng đáy là 12 cm. Tính độ dài đường kính tầng trên cùng EF , biết $EF \parallel AB$; D, C lần lượt là trung điểm của EA và FB .



Hình 59

68. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, điểm I thuộc cạnh BC và IM, IN lần lượt là đường phân giác của các góc AIC và AIB . Chứng minh: $AN \cdot BI \cdot CM = BN \cdot IC \cdot AM$.
69. Cho tam giác ABC cân tại A , $AB = 10$ cm, $BC = 12$ cm. Gọi I là giao điểm của các đường phân giác của tam giác ABC . Tính độ dài AI .
70. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao BD và CE cắt nhau tại H . Chứng minh:
- $\triangle EBH \sim \triangle DCH, \triangle ADE \sim \triangle ABC$;
 - DB là tia phân giác của góc EDI , với I là giao điểm của AH và BC .
71. Cho hình thang $ABCD$, $AB \parallel CD$, $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$, $\frac{AB}{BD} = \frac{2}{5}$. Tính diện tích tam giác BDC , biết diện tích tam giác ABD là $44,8 \text{ cm}^2$.
72. Cho hình bình hành $ABCD$ ($AC > BD$). Vẽ CE vuông góc với đường thẳng AB tại E , CF vuông góc với đường thẳng AD tại F , BH vuông góc với đường thẳng AC tại H . Chứng minh:
- $\triangle ABH \sim \triangle ACE; \triangle CBH \sim \triangle ACF$.
 - $BH^2 = HK \cdot HQ$, biết tia BH cắt đường thẳng CD tại Q ; cắt cạnh AD tại K .



Hình 60

73. Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường phân giác AD . Vẽ hình vuông $MNPQ$ ở đó M thuộc cạnh AB , N thuộc cạnh AC , P và Q thuộc cạnh BC . Gọi E và F lần lượt là giao điểm của BN và MQ ; CM và NP (Hình 60). Chứng minh:
- DE song song với AC ;
 - $DE = DF$.

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

1. Phát biểu b) đúng.

2. $x = 2,5$.

3. Do $MN \parallel BC$ nên $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$. Do đó $\frac{AN}{1} = \frac{AC}{3} = \frac{AN + AC}{1 + 3} = \frac{16}{4} = 4$.

Suy ra $AN = 4$ cm.

4. Do $MN \parallel AB$ nên $\frac{AB}{MN} = \frac{AP}{MP}$ hay $\frac{12}{MN} = \frac{2,12}{47,5}$. Suy ra $MN = \frac{12 \cdot 47,5}{2,12} \approx 269$.

Vậy chiều cao MN của toà nhà là 269 m.

5. a) Đặt $AB = c$, $AC = b$. Vì $BD \parallel AC$ (cùng vuông góc với AB) và $BD = AB$ nên

$$\frac{AH}{HB} = \frac{AC}{BD} = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}. \text{ Suy ra } \frac{AH}{AH + HB} = \frac{b}{b + c} \text{ hay } \frac{AH}{AB} = \frac{b}{b + c}.$$

$$\text{Do đó } AH = \frac{bc}{b + c} \quad (1).$$

Tương tự, ta có $AB \parallel CF$ (cùng vuông góc với AC) và $CF = AC$ nên

$$\frac{AK}{KC} = \frac{AB}{CF} = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b}. \text{ Suy ra } \frac{AK}{KC + AK} = \frac{c}{b + c} \text{ hay } \frac{AK}{AC} = \frac{c}{b + c}.$$

$$\text{Do đó } AK = \frac{bc}{b + c} \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) suy ra: } AH = AK.$$

$$\text{b) Từ } \frac{AH}{HB} = \frac{AC}{BD} = \frac{b}{c} \text{ và } \frac{AK}{KC} = \frac{AB}{CF} = \frac{c}{b}. \text{ Ta có } \frac{AH}{HB} = \frac{KC}{AK}.$$

$$\text{Mà } AK = AH \text{ nên } \frac{AH}{HB} = \frac{KC}{AH}. \text{ Do đó } AH^2 = AK^2 = BH \cdot KC.$$

6. a) Do $DM \parallel AB$ nên $\frac{IM}{IA} = \frac{DM}{AB} = \frac{MC}{AB} \quad (1)$ (do $DM = MC$).

$$\text{Mặt khác, do } MC \parallel AB \text{ nên } \frac{MK}{KB} = \frac{MC}{AB} \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) suy ra } \frac{IM}{IA} = \frac{MK}{KB}.$$

Vì thế $IK \parallel AB$ (định lí Thalès đảo).

b) Áp dụng định lí Thalès lần lượt cho các tam giác ADM với $EI \parallel DM$, tam giác MAB với $IK \parallel AB$ và tam giác BMC với $KF \parallel MC$, ta có: $\frac{EI}{DM} = \frac{AI}{AM} = \frac{BK}{BM} = \frac{KF}{MC}$.

Suy ra $EI = KF$ (do $DM = MC$). Mặt khác, áp dụng định lí Thalès lần lượt cho các tam giác ADM với $EI \parallel DM$ và tam giác AMC với $IK \parallel MC$, ta có:

$$\frac{EI}{DM} = \frac{AI}{AM} = \frac{IK}{MC}.$$

Suy ra $EI = IK$ (do $DM = MC$). Do $EI = KF$ và $EI = IK$ nên $EI = IK = KF$.

7. a) Do $AD \parallel BK$, $AB \parallel DG$ nên theo hệ quả của định lí Thalès, ta có:

$$\frac{EK}{AE} = \frac{EB}{ED} = \frac{AE}{EG} \text{ hay } \frac{EK}{AE} = \frac{AE}{EG}, \text{ tức là } AE^2 = EK \cdot EG.$$

$$\text{b) Ta có: } \frac{AE}{AK} = \frac{DE}{DB}; \frac{AE}{AG} = \frac{BE}{BD} \text{ nên } \frac{AE}{AK} + \frac{AE}{AG} = \frac{DE}{DB} + \frac{BE}{BD} = \frac{BD}{BD} = 1.$$

$$\text{Suy ra: } AE \left(\frac{1}{AK} + \frac{1}{AG} \right) = 1. \text{ Vậy } \frac{1}{AE} = \frac{1}{AK} + \frac{1}{AG}.$$

8. (Hình 61). Kẻ đường cao MH của tam giác AMN và đường cao BK của tam giác ABC .

$$\text{Do } MH \parallel BK \text{ nên } \frac{MH}{BK} = \frac{AM}{AB}.$$

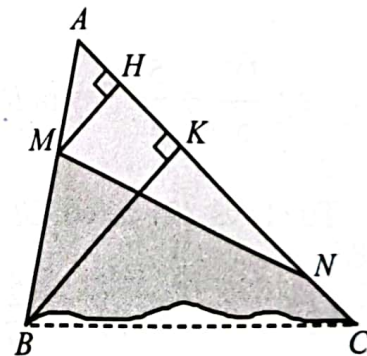
$$\text{Ta có } \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{(AN \cdot MH) : 2}{(AC \cdot BK) : 2} = \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AM}{AB} \quad (1).$$

$$\text{Do } \frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}, \frac{NC}{NA} = \frac{1}{5} \text{ nên } \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}, \frac{AN}{AC} = \frac{5}{6} \quad (2).$$

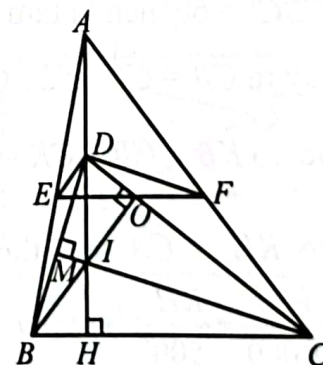
$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \text{ hay } S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle AMN}.$$

Từ đó dễ thấy diện tích phần bị cắt bỏ bằng $\frac{2}{3} S_{\triangle ABC}$.

9*. (Hình 62). Kẻ $BO \perp CD$, $CM \perp BD$, BO cắt CM tại I , suy ra D là trực tâm của tam giác BIC hay $DI \perp BC$. Mặt khác, $AH \perp BC$ suy ra I, D, A thẳng hàng.



Hình 61



Hình 62

Do $DE \parallel BI$ và $DF \parallel IC$ nên $\frac{AI}{AD} = \frac{AB}{AE}$ và $\frac{AI}{AD} = \frac{AC}{AF}$ suy ra $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF}$.

Do đó $EF \parallel BC$ (định lý Thalès đảo).

10. Do $MB = \frac{4}{5}BD$ nên $MB = \frac{4}{9}MD$. Do $AB \parallel CD$ nên theo hệ quả của định lý Thalès,

ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{MB}{MD} = \frac{4}{9}$ hay $AB = \frac{4}{9}CD$. Mặt khác, $CD = 100 \cdot \frac{27}{10} = 270$ (m).

Vậy độ dài AB là: $\frac{4}{9} \cdot 270 = 120$ (m).

11. (Hình 63). Do $AC = \frac{2}{5}CB$ nên $AC = \frac{2}{7}AB$. Gọi

N là giao điểm của AK và CI . Do $CN \parallel BK$ nên

theo hệ quả của định lý Thalès, ta có: $\frac{AC}{AB} = \frac{CN}{BK}$

hay $\frac{CN}{x} = \frac{2}{7}$. Suy ra $CN = \frac{2}{7}x$ (1). Tương tự, do

$IN \parallel AH, CN \parallel BK$ nên $\frac{IN}{AH} = \frac{IK}{KH} = \frac{NK}{KA} = \frac{CB}{BA} = \frac{5}{7}$

hay $\frac{IN}{5} = \frac{5}{7}$. Suy ra $IN = 5 \cdot \frac{5}{7} = \frac{25}{7}$ (m) (2).

Từ (1) và (2) ta có: $CI = CN + IN = \frac{2}{7}x + \frac{25}{7}$.

Lại có $CI = 8$ (m) nên $\frac{2}{7}x + \frac{25}{7} = 8$. Vậy $x = 15,5$.

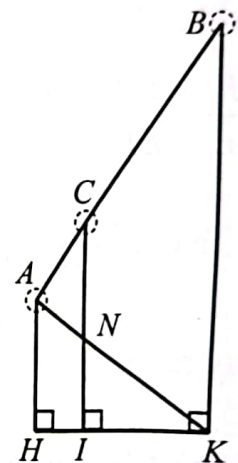
12. (Hình 64). Trên tia đối của tia AC lấy C' sao cho $AC' = AC$. Khi đó $\triangle ACB = \triangle AC'B$ (c.g.c) nên $BC = BC'$. Tam giác BCC' có $BC = BC'$ và $\widehat{CBC'} = 60^\circ$ nên là tam giác đều.

Suy ra $CB = CC' = 2 \cdot CA = 2 \cdot 500 = 1\,000$ (m).

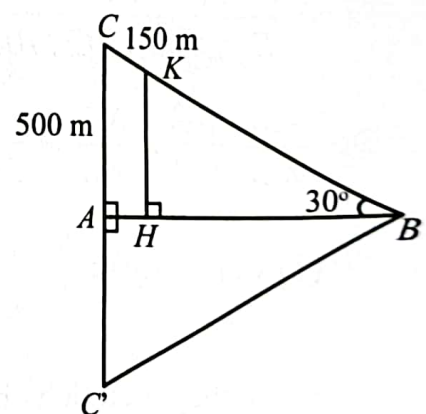
Do đó $KB = CB - CK = 1\,000 - 150 = 850$ (m).

Do $KH \parallel CA$ nên theo hệ quả của định lý Thalès, ta có: $\frac{KB}{CB} = \frac{KH}{CA}$ hay

$\frac{850}{1\,000} = \frac{KH}{500}$. Suy ra $KH = 425$ m.



Hình 63



Hình 64

13. Ta có $BC = BF + FG + GC = 7,5$ m. Do $DE \parallel BC$ nên theo hệ quả của định lí

Thalès, ta có: $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ hay $\frac{1,5}{AB} = \frac{2,5}{7,5}$. Suy ra $AB = 4,5$ m.

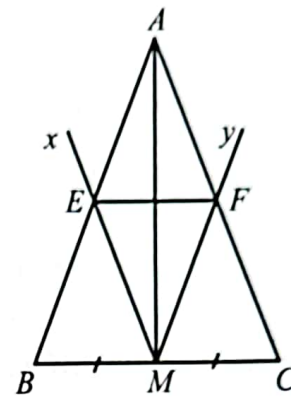
14. Phát biểu c) đúng.

15. Phát biểu c), d) sai.

16. (Hình 65).

a) Vì M là trung điểm của BC , $ME \parallel AC$, $MF \parallel AB$ nên E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC . Do đó, EF là đường trung bình của tam giác ABC .

b) Ta có $AE = \frac{AB}{2}$, $AF = \frac{AC}{2}$ và $AB = AC$ suy ra $AE = AF$ (1). Lại có ME, MF là các đường trung bình của tam giác ABC nên $ME = \frac{AC}{2}$, $MF = \frac{AB}{2}$. Mà $AB = AC$ suy ra $ME = MF$ (2). Từ (1) và (2) suy ra AM là đường trung trực của EF .



Hình 65

17. Vì GF là đường trung bình của tam giác AHE nên $HE = 2GF = 2 \cdot 0,2 = 0,4$ (m).

Vì HE là đường trung bình của tam giác ABC nên $BC = 2HE = 2 \cdot 0,4 = 0,8$ (m).

Ta có $\frac{AI}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{4}$ nên theo định lí Thalès đảo $ID \parallel BC$, từ đó: $\frac{ID}{BC} = \frac{AI}{AB} = \frac{3}{4}$.

Suy ra $ID = \frac{3}{4}BC = \frac{3}{4} \cdot 0,8 = 0,6$ (m). Số tiền cần trả để hoàn thành cây thông Noel

đó là: $(0,2 + 0,4 + 0,6 + 0,8 + 2 + 2) \cdot 55\,000 = 330\,000$ (đồng).

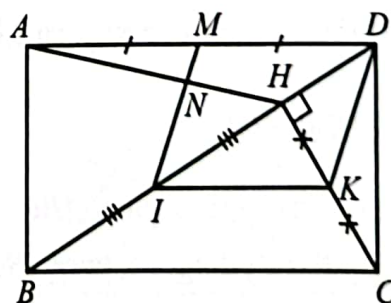
18. (Hình 66).

a) I, K lần lượt là trung điểm của BH, CH nên

$IK = \frac{BC}{2}$, $IK \parallel BC$. Vì $IK \parallel BC$ và $MD \parallel BC$

nên $IK \parallel MD$ (1). Vì $IK = \frac{BC}{2}$, $MD = \frac{BC}{2}$ nên $IK = MD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $IKDM$ là hình bình hành.

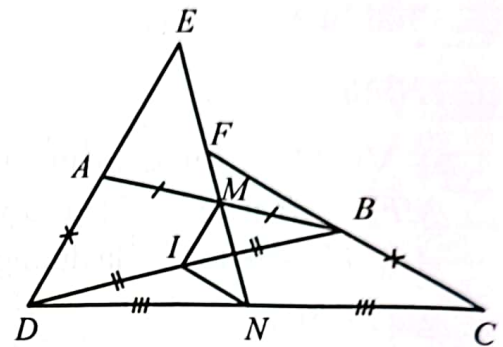


Hình 66

b) Nếu IN là đường trung bình của tam giác HAB thì $IN \parallel AB$. Suy ra $IM \parallel AB$. Mà $MA = MD$, suy ra I là trung điểm của BD (3). Mặt khác theo giả thiết, I là trung điểm của HB (4). Từ (3) và (4) suy ra vô lí. Vậy IN không thể là đường trung bình của tam giác HAB .

19*. (Hình 67). Lấy I là trung điểm của BD .

Do MI, NI lần lượt là các đường trung bình của tam giác ABD và BDC nên $MI = \frac{AD}{2}, MI \parallel AD, NI = \frac{BC}{2}; NI \parallel BC$. Mà $AD = BC$ nên $MI = NI$, suy ra tam giác IMN cân ở I .



Hình 67

Do đó $\widehat{IMN} = \widehat{INM}$. Lại có $\widehat{IMN} = \widehat{AEM}$

(hai góc đồng vị, $IM \parallel AE$). Suy ra $\widehat{INM} = \widehat{AEM}$. Mặt khác $\widehat{INM} = \widehat{MFB}$

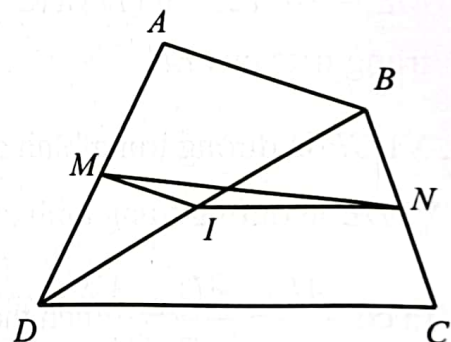
(hai góc so le trong, $IN \parallel FB$). Suy ra $\widehat{AEM} = \widehat{MFB}$.

20*. (Hình 68). Lấy I là trung điểm của BD .

Khi đó, ta có MI, NI lần lượt là các đường trung bình của tam giác ABD và BDC nên

$$MI = \frac{AB}{2}, NI = \frac{CD}{2}.$$

$$\text{Do đó } MI + NI = \frac{AB + CD}{2} \quad (1).$$



Hình 68

– Nếu I không thuộc MN ta có $MN < MI + NI$ (bất đẳng thức tam giác).

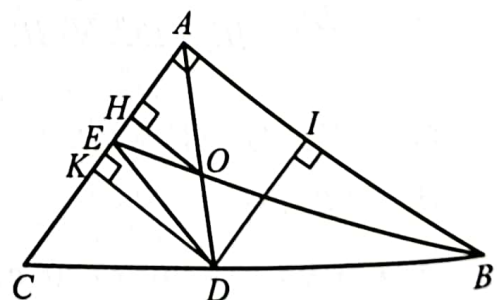
– Nếu I thuộc MN ta có $MN = MI + NI$.

Tức là, ta luôn có $MN \leq MI + NI$ (2). Từ (1), (2) suy ra $MN \leq \frac{AB + CD}{2}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi I thuộc MN , khi đó $AB \parallel CD$.

21. (Hình 69).

a) Tam giác vuông ABC vuông tại A nên theo định lý Pythagore, ta có: $BC^2 = AC^2 + AB^2 = 100$, suy ra $BC = 10$ (cm).



Hình 69

Vì BE là phân giác nên $\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

Suy ra $\frac{AE}{4} = \frac{EC}{5} = \frac{AE+EC}{4+5} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. Vậy $AE = \frac{8}{3}$ cm; $EC = \frac{10}{3}$ cm.

b) Kẻ OH vuông góc với AC tại H , $OH \perp AC$, $BA \perp AC$ nên $OH \parallel AB$.

Suy ra $\frac{OH}{AB} = \frac{OE}{EB}$ (1). Tam giác AEB có AO là phân giác nên $\frac{EO}{OB} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}$.

Suy ra $\frac{EO}{EB} = \frac{1}{4}$ (2). Từ (1) và (2) ta có $\frac{OH}{AB} = \frac{1}{4}$, suy ra $OH = 2$ cm.

c) Kẻ $DK \perp AC$, $DI \perp AB$. Khi đó, tứ giác $AKDI$ có ba góc vuông và đường chéo AD là đường phân giác của góc KAI nên tứ giác $AKDI$ là hình vuông.

Suy ra $DK = DI$. Ta có $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ADB}$ nên $\frac{AC \cdot AB}{2} = \frac{AC \cdot DK}{2} + \frac{AB \cdot DI}{2}$

hay $AC \cdot AB = AC \cdot DK + AB \cdot DI = (AB + AC) \cdot DK$ (do $DK = DI$). Từ đó,

ta có: $DK = \frac{AB \cdot AC}{AB + AC} = \frac{8 \cdot 6}{8 + 6} = \frac{24}{7}$. Tứ giác $AKDI$ là hình vuông nên

$AD = DK\sqrt{2}$. Do đó $AD = \frac{24\sqrt{2}}{7} \approx 4,8$ (cm).

d) Ta có: $S_{\triangle BAC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ (cm²). Suy ra $\frac{S_{\triangle BCE}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{EC}{AC} = \frac{10}{3} : 6 = \frac{5}{9}$.

Do đó $S_{\triangle BCE} = \frac{5}{9} \cdot 24 = \frac{40}{3}$ (cm²). Tương tự: $\frac{S_{\triangle DBE}}{S_{\triangle BEC}} = \frac{DB}{BC} = \frac{4}{7}$.

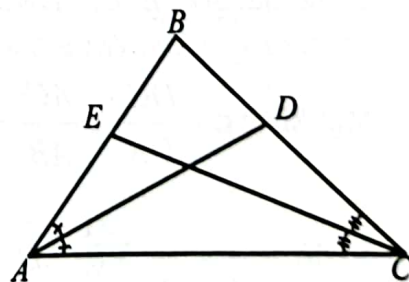
Suy ra $S_{\triangle DBE} = \frac{160}{21}$ (cm²).

Mà $\frac{S_{\triangle DOE}}{S_{\triangle DBE}} = \frac{OE}{BE} = \frac{1}{4}$ suy ra $S_{\triangle DOE} = \frac{1}{4} \cdot \frac{160}{21} = \frac{40}{21}$ (cm²).

22. (Hình 70). Ta có:

$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{2}{3}$, suy ra $\frac{AB}{2} = \frac{AC}{3}$ (1);

$\frac{BC}{AC} = \frac{EB}{EA} = \frac{4}{5}$, suy ra $\frac{BC}{4} = \frac{AC}{5}$ (2).



Hình 70

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{AB}{10} = \frac{BC}{12} = \frac{AC}{15}$.

Do đó: $\frac{AB}{10} = \frac{BC}{12} = \frac{AC}{15} = \frac{AB+BC+AC}{10+12+15} = \frac{74}{37} = 2$.

Vậy: $AB = 20$ cm, $BC = 24$ cm, $AC = 30$ cm.

23. (Hình 71).

a) Tam giác ABD có AE là đường phân giác

của góc A nên $\frac{BE}{ED} = \frac{AB}{AD}$ (1).

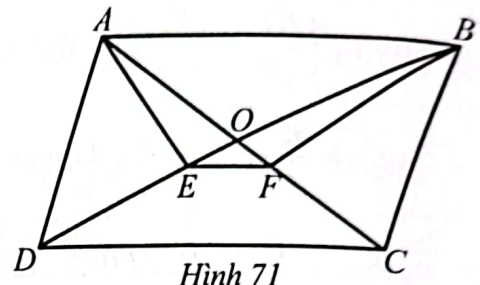
Tam giác ABC có BF là đường phân giác của

góc B nên $\frac{AF}{FC} = \frac{AB}{BC}$ (2).

Vì $AD = BC$ nên từ (1) và (2) suy ra $\frac{BE}{ED} = \frac{AF}{FC}$.

b) Ta có: $\frac{BE}{ED} = \frac{AF}{FC}$ suy ra $\frac{BE+ED}{ED} = \frac{AF+FC}{FC}$ hay $\frac{BD}{ED} = \frac{AC}{FC}$ hay

$\frac{2OD}{ED} = \frac{2OC}{FC}$, suy ra $\frac{OD}{ED} = \frac{OC}{FC}$. Do đó $EF \parallel CD$ hay $EF \parallel AB$.

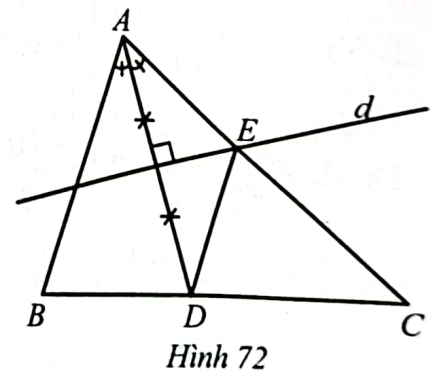


24. (Hình 72). Đường trung trực của đoạn AD cắt

AC tại E nên tam giác AED cân tại E . Do đó

$\widehat{EDA} = \widehat{EAD}$. Mà $\widehat{EAD} = \widehat{DAB}$ (AD là đường phân giác của tam giác ABC), suy ra:

$\widehat{EDA} = \widehat{DAB}$.



Lại có hai góc $\widehat{EDA}$, $\widehat{DAB}$ ở vị trí so le trong nên $DE \parallel AB$. Do đó: $\frac{ED}{AB} = \frac{DC}{BC}$.

Mặt khác do $\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ nên $\frac{DC}{DC+DB} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$. Suy ra $\frac{DC}{BC} = \frac{3}{5}$,

do đó $\frac{ED}{AB} = \frac{3}{5}$. Vậy $ED = \frac{3}{5} \cdot 6 = 3,6$ (cm).

15. Từ giả thiết ta có $\widehat{AMD} = \widehat{BMD}$, suy ra MD là phân giác của góc AMB . Do đó $\frac{MA}{MB} = \frac{DA}{DB}$. Vậy người đó có thể ước lượng được tỉ số khoảng cách từ vị trí M đang đứng đến điểm A và đến điểm B mà không cần phải đo trực tiếp hai khoảng cách đó bằng cách đo các khoảng cách DA, DB và tính $\frac{DA}{DB}$.

16. Khẳng định c) sai.

17. Do $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ với tỉ số đồng dạng là 3 nên $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = 3$ hay $AB = 3A'B', BC = 3B'C', CA = 3C'A'$ (1).

Mặt khác: $\frac{A'B'}{3} = \frac{B'C'}{7} = \frac{A'C'}{5} = \frac{A'B' + B'C' + A'C'}{15} = \frac{30}{15} = 2$.

Suy ra $A'B' = 6 \text{ cm}, B'C' = 14 \text{ cm}, C'A' = 10 \text{ cm}$ (2).

Từ (1) và (2), ta có: $AB = 18 \text{ cm}, BC = 42 \text{ cm}, CA = 30 \text{ cm}$.

28. a) Vì $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ nên $MN \parallel BC$. Do đó $\triangle AMN \sim \triangle ABC$ (1). Vì $\widehat{BAC} = \widehat{BML}$ nên $ML \parallel AC$. Do đó $\triangle MBL \sim \triangle ABC$ (2). Từ (1), (2) ta có $\triangle AMN \sim \triangle MBL$.

b) Giả sử $\triangle AMN \sim \triangle ABC$ với tỉ số đồng dạng k , ta có: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k$.

Suy ra $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{AM + AN + MN}{AB + AC + BC} = k$ hay $\frac{\text{Chu vi tam giác } AMN}{\text{Chu vi tam giác } ABC} = k$.

Do đó, để chu vi tam giác AMN bằng $\frac{2}{3}$ chu vi tam giác ABC thì $AM = \frac{2}{3}AB$.

Ngược lại, dễ thấy nếu $AM = \frac{2}{3}AB$ thì chu vi tam giác AMN bằng $\frac{2}{3}$ chu vi tam giác ABC .

Vậy vị trí của điểm M trên cạnh AB để chu vi tam giác AMN bằng $\frac{2}{3}$ chu vi tam giác ABC là $AM = \frac{2}{3}AB$.

29. Vì $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ nên $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC}$ hay $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DC}$. Suy ra $\frac{2}{3} = \frac{DE}{15}$.

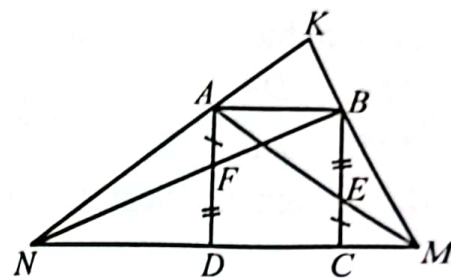
Vậy $DE = 10 \text{ m}$.

30. (Hình 73).

a) Vì $AB \parallel MN$ nên $\triangle KAB \sim \triangle KNM$.

Vì $CE \parallel AD$ nên $\triangle CEM \sim \triangle DAM$.

Vì $DF \parallel BC$ nên $\triangle NFD \sim \triangle NBC$.



Hình 73

b) Vì $\triangle CEM \sim \triangle BEA$ nên $\frac{CM}{BA} = \frac{CE}{BE}$ (1).

Vì $\triangle NDF \sim \triangle BAF$ nên $\frac{AF}{FD} = \frac{BA}{DN}$ (2).

Từ (1), (2) và $CE = AF, BE = DF$, ta có $\frac{CM}{BA} = \frac{CE}{BE} = \frac{AF}{FD} = \frac{BA}{DN}$.

Do đó $CM \cdot DN = AB^2$.

c) Ta có $(CM - DN)^2 \geq 0$, suy ra $(CM + DN)^2 \geq 4CM \cdot DN$ hay $CM + DN \geq 2\sqrt{CM \cdot DN} = 2AB$. Do đó $MN = DN + CD + CM \geq 3AB$ (vì $AB = CD$). Vậy MN có độ dài nhỏ nhất bằng $3AB$. Dấu “=” xảy ra khi $CM = DN = a$ hay E, F lần lượt là trung điểm của BC và AD .

31. Ta có: $\frac{2,6}{7,8} = \frac{7,1}{21,3} = \frac{8}{24}$. Vậy hai tam giác đã cho đồng dạng.

32. Giả sử tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số k .

Suy ra: $\frac{MN}{9} = \frac{MP}{7} = \frac{NP}{15} = k$.

Mặt khác, chu vi tam giác MNP là 46,5 cm nên ta có: $9k + 7k + 15k = 46,5$.

Từ đó $k = 1,5$, suy ra: $MN = 9 \cdot 1,5 = 13,5$ (cm); $MP = 7 \cdot 1,5 = 10,5$ (cm);

$NP = 15 \cdot 1,5 = 22,5$ (cm). Vậy độ dài các cạnh MN, MP, NP của tam giác MNP lần lượt là: 13,5 cm; 10,5 cm; 22,5 cm.

33. Do tam giác ABC đồng dạng với tam giác $A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng là k nên

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k. \text{ Suy ra } \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = \frac{AB + BC + CA}{A'B' + B'C' + C'A'} = k.$$

Vậy tỉ số chu vi của tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ bằng k .

Ta có: $\frac{AB}{CB} = \frac{27}{9}$, $\frac{AD}{BD} = \frac{24}{8}$; $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{CD}$. Suy ra $\frac{AB}{CB} = \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{CD}$. Do đó

$\triangle BAD \sim \triangle CBD$. Từ đó ta có $\widehat{ADB} = \widehat{BDC}$. Vậy DB là tia phân giác của góc ADC .

Do tam giác IKH có $\widehat{IKH} = 90^\circ$, $\widehat{KHI} = 60^\circ$ nên $HI = 2HK$. Gọi a là độ dài cạnh HK , khi đó ta có $HI = 2a$, $KI = \sqrt{3}a$. Tương tự, tam giác $I'K'H'$ có độ dài các cạnh

$K'H'$, $I'H'$, $I'K'$ lần lượt là: b , $2b$, $\sqrt{3}b$. Suy ra $\frac{I'K'}{IK} = \frac{K'H'}{KH} = \frac{I'H'}{IH}$.

Do đó $\triangle I'K'H' \sim \triangle IKH$.

6. Nhận thấy: $\frac{DB}{CB} = \frac{10,8}{7,2} = \frac{3}{2}$, $\frac{BC}{CA} = \frac{7,2}{4,8} = \frac{3}{2}$. Từ đó ta có: tam giác DBC vuông

tại đỉnh C , tam giác BCA vuông tại đỉnh A và $\frac{DB}{CB} = \frac{BC}{CA}$ (vì cùng bằng $\frac{3}{2}$). Suy ra $\triangle DBC \sim \triangle BCA$.

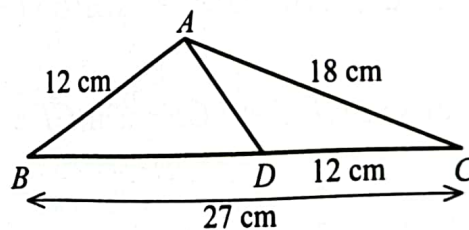
37. $\triangle ABC \sim \triangle EDF$.

38. (Hình 74).

Do $\frac{AC}{DC} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$, $\frac{CB}{CA} = \frac{27}{18} = \frac{3}{2}$.

Suy ra $\frac{AC}{DC} = \frac{CB}{CA}$. Mà $\widehat{ACB} = \widehat{ACD}$

nên $\triangle ACB \sim \triangle DCA$. Do đó $\frac{AC}{DC} = \frac{AB}{AD}$ hay $\frac{18}{12} = \frac{12}{AD}$. Vậy $AD = 8$ cm.



Hình 74

39. a) Do $MB \parallel NF$ nên theo định lý Thalès ta có $\frac{OB}{OF} = \frac{OM}{ON}$ (1).

Tương tự $NC \parallel ME$ suy ra $\frac{OE}{OC} = \frac{OM}{ON}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{OB}{OF} = \frac{OE}{OC}$. Mà $\widehat{BOE} = \widehat{FOC}$ (hai góc đối đỉnh), suy ra $\triangle OBE \sim \triangle OFC$.

b) Theo câu a, ta có $\triangle OBE \sim \triangle OFC$ nên $\widehat{EBO} = \widehat{FCO}$. Mà hai góc $\widehat{EBO}$ và $\widehat{FCO}$ ở vị trí so le trong nên suy ra $BE \parallel CF$.

40. a) Tam giác HAB vuông cân tại H và $AB = 5$ cm nên $HA = HB = \frac{5}{\sqrt{2}}$ cm.
 Tam giác KAC vuông cân tại K và $AC = 12$ cm nên $KA = KC = \frac{12}{\sqrt{2}}$ cm.

Do $\widehat{AHB} = \widehat{AKC}$ và $\frac{HA}{KA} = \frac{HB}{KC} = \frac{5}{12}$ nên $\triangle HAB \sim \triangle KAC$.

b) Tam giác HKC vuông tại K và có hai cạnh góc vuông là $HK = \frac{17}{\sqrt{2}}$ cm,
 $KC = \frac{12}{\sqrt{2}}$ cm. Tam giác BAC vuông tại A và có hai cạnh góc vuông là $AB = 5$ cm,
 $AC = 12$ cm. Từ đó, dễ thấy tam giác HKC không đồng dạng với tam giác BAC .

41. a) Do $AB \parallel CD$ nên $\frac{BG}{AG} = \frac{GD}{GC}$. Mặt khác $AG = CE$, $BG = DF$ nên $\frac{DF}{CE} = \frac{GD}{GC}$.

Mà $\widehat{GDF} = \widehat{GCE}$ nên $\triangle FDG \sim \triangle ECG$.

b) Vì $\triangle FDG \sim \triangle ECG$ nên $\widehat{DGF} = \widehat{CGE}$ và $\frac{DG}{GF} = \frac{GC}{GE}$.

Từ đó, ta có $\triangle GDC \sim \triangle GFE$ vì $\frac{DG}{GF} = \frac{GC}{GE}$ và $\widehat{DGC} = \widehat{FGE}$.

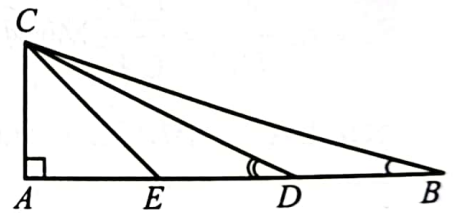
c) Vì $\triangle GDC \sim \triangle GFE$ nên $\widehat{GFE} = \widehat{GDC} = 90^\circ$.

42*. (Hình 75).

Gọi E là trung điểm của AD . Đặt $AE = x$, $AC = x$.

Có $AE = ED = DB$, $AB = 3AC$ nên $ED = x$, $EB = 2x$

và $CE = x\sqrt{2}$.



Hình 75

Xét hai tam giác EDC và ECB , ta có: $\widehat{CED} = \widehat{CEB}$.

và $\frac{ED}{EC} = \frac{EC}{EB}$, suy ra $\triangle EDC \sim \triangle ECB$. Do đó $\widehat{ECD} = \widehat{EBC}$.

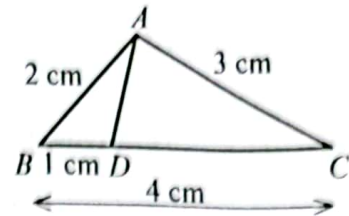
Vì vậy $\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = \widehat{EDC} + \widehat{ECD} = \widehat{AEC}$.

Mặt khác, do tam giác AEC là tam giác vuông cân nên $\widehat{AEC} = 45^\circ$.

Vậy $\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 45^\circ$.

3*. (Hình 76).

Trên đoạn thẳng BC lấy điểm D sao cho $BD = 1$ cm, suy ra $CD = BC - BD = 3$ cm. Tam giác ADC có $CD = CA = 3$ cm nên là tam giác cân tại C , do đó $\widehat{DAC} = \widehat{ADC}$ (1).



Hình 76

Xét hai tam giác ABD và CBA , ta có: $\widehat{DBA} = \widehat{ABC}$, $\frac{BD}{BA} = \frac{AB}{CB} = \frac{1}{2}$

nên $\triangle ABD \sim \triangle CBA$. Do đó $\widehat{BAD} = \widehat{BCA}$ (2). Từ (1) và (2), ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{BAD} + \widehat{DAC} = \widehat{BCA} + \widehat{ADC} = \widehat{BCA} + \widehat{BAD} + \widehat{ABD} = \widehat{ABC} + 2\widehat{BCA}.$$

$$\text{Vậy } \widehat{BAC} = \widehat{ABC} + 2\widehat{BCA}.$$

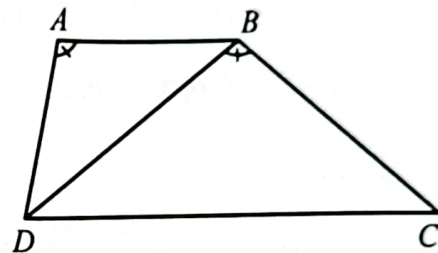
44. Ta có $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ và $\triangle MNP \sim \triangle HIK$.

45. (Hình 77).

Ta có: $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$ (giả thiết), $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ (hai góc so le trong). Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.

Do đó ta có $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC}$, tức là $CD = \frac{BD^2}{AB}$.

$$\text{Từ đó: } CD = \frac{6^2}{4} = 9 \text{ (cm).}$$



Hình 77

46. Ta có $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ suy ra $\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ hay $\frac{2000}{10} = \frac{AC}{a}$.

$$\text{Do đó } AC = 200a \text{ (cm)} = 2a \text{ (m).}$$

47. a) Ba cặp tam giác đồng dạng là:

$$\triangle AEF \sim \triangle ABC, \triangle FPC \sim \triangle ABC, \triangle AEF \sim \triangle FPC.$$

b) Ta có $\triangle AEF \sim \triangle ABC$, $\triangle FPC \sim \triangle ABC$ nên $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{EF}{BC}\right)^2$ suy ra

$$\sqrt{\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}} = \frac{EF}{BC} \quad (1). \text{ Tương tự } \sqrt{\frac{S_{\triangle FPC}}{S_{\triangle ABC}}} = \frac{CP}{BC} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $\sqrt{\frac{S_{\Delta EBF}}{S_{\Delta ABC}}} + \sqrt{\frac{S_{\Delta FPC}}{S_{\Delta ABC}}} = \frac{EF}{BC} + \frac{CP}{BC} = \frac{BP}{BC} + \frac{CP}{BC} = 1$.

Suy ra: $\left(\sqrt{\frac{S_{\Delta EBF}}{S_{\Delta ABC}}} + \sqrt{\frac{S_{\Delta FPC}}{S_{\Delta ABC}}}\right)^2 = 1$ hay $\left(\sqrt{\frac{16}{S_{\Delta ABC}}} + \sqrt{\frac{25}{S_{\Delta ABC}}}\right)^2 = 1$. Từ đó ta có diện

tích tam giác ABC bằng 81 cm^2 .

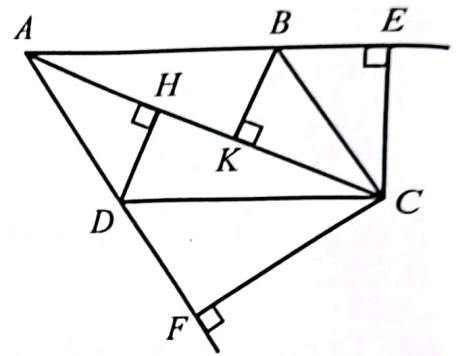
48. (Hình 78).

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của D, B trên đường thẳng AC . Ta có $\Delta AHD \sim \Delta AFC$

suy ra $\frac{AD}{AC} = \frac{AH}{AF}$ hay $AD \cdot AF = AC \cdot AH$ (1).

Tương tự $\Delta AKB \sim \Delta AEC$ suy ra $\frac{AB}{AC} = \frac{AK}{AE}$

hay $AB \cdot AE = AC \cdot AK$ (2).



Hình 78

Vì $\Delta ABK = \Delta CDH$ (cạnh huyền – góc nhọn) nên $AK = HC$. Từ đó, cộng (1) và (2) theo vế ta được: $AD \cdot AF + AB \cdot AE = AC \cdot (AH + AK) = AC \cdot (AH + HC) = AC^2$.

49. (Hình 79).

a) Ta có: $\widehat{CDB} = \widehat{CBD} = 45^\circ$. Mặt khác:

$$\widehat{DOH} + \widehat{BOG} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ;$$

$$\widehat{BOG} + \widehat{BGO} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$

Suy ra $\widehat{DOH} = \widehat{BGO}$, do đó $\Delta HOD \sim \Delta OGB$.

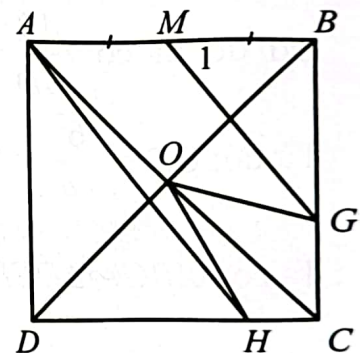
b) Theo câu a, ta có $\Delta HOD \sim \Delta OGB$, suy ra $\frac{HD}{OB} = \frac{OD}{GB}$.

Đặt $MB = a, AD = 2a$ suy ra $HD \cdot GB = OB \cdot OD = a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = 2a^2 = AD \cdot BM$.

Vì $HD \cdot GB = AD \cdot BM$ nên $\frac{HD}{AD} = \frac{BM}{GB}$. Suy ra $\Delta BMG \sim \Delta DHA$.

Do đó $\widehat{M_1} = \widehat{AHD}$, mà $\widehat{AHD} = \widehat{BAH}$ (hai góc so le trong, $AB \parallel CD$).

Suy ra $\widehat{M_1} = \widehat{BAH}$. Mà $\widehat{M_1}$ và $\widehat{BAH}$ ở vị trí đồng vị nên $AH \parallel MG$.



Hình 79

0. Ta có $\frac{BM}{MA} = \frac{9}{5}$ suy ra $\frac{BM}{BA} = \frac{9}{14}$. Vậy khẳng định b) sai.

1. a) Tam giác $MN'P'$ đồng dạng phối cảnh với tam giác MNP và O là tâm đồng dạng phối cảnh.

b) Gọi KH là đường trung bình của tam giác MOP ($K \in OM, H \in OP$).

Lấy A, B lần lượt là trung điểm của OK, OH .

Khi đó, hai đoạn thẳng AB và MP đồng dạng phối cảnh, điểm O là tâm đồng dạng phối cảnh và $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{OP} = \frac{1}{4}$.

52. a) Tứ giác $ABCD$ và $A'B'C'D'$ đồng dạng phối cảnh và I là tâm đồng dạng phối cảnh.

b) Ta có: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{AD}{A'D'} = \frac{1}{2}$ và $AB = CD, AD = BC$. Suy ra $A'B' = C'D', A'D' = B'C'$. Do đó, tứ giác $A'B'C'D'$ là hình bình hành. Mặt khác, $AB \parallel A'B'$ và $BC \parallel B'C'$ nên $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC} = 90^\circ$. Do đó, tứ giác $A'B'C'D'$ là hình chữ nhật.

53. Khẳng định c) đúng.

54. a) Quan sát Hình 53, ta thấy hai hình bình hành $MNPQ$ và $A'B'C'D'$ bằng nhau.

b) Hai hình bình hành $ABCD$ và $MNPQ$ đồng dạng phối cảnh và I là tâm đồng dạng phối cảnh. Mặt khác, hai hình bình hành $MNPQ$ và $A'B'C'D'$ bằng nhau. Do đó, hình bình hành $ABCD$ đồng dạng với hình bình hành $A'B'C'D'$.

55. a) $A'B' = \frac{4 \cdot 13}{5} = 10,4; B'C' = \frac{4 \cdot 14}{5} = 11,2; C'A' = \frac{4 \cdot 15}{5} = 12.$

b) $A''B'' = \frac{4 \cdot 13}{5} = 10,4; B''C'' = \frac{4 \cdot 14}{5} = 11,2; C''A'' = \frac{4 \cdot 15}{5} = 12.$

c) Ta có $\Delta A'B'C' = \Delta A''B''C''$ (c.c.c), suy ra diện tích tam giác $A'B'C'$ bằng diện tích tam giác $A''B''C''$.

56. C.

57. D.

58. A.

59. D.

60. B.

61. C.

62. A.

63. D.

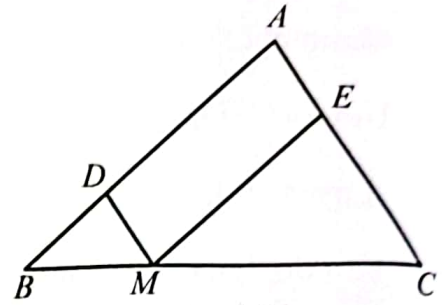
64. D.

65. (Hình 80).

Ta có $\triangle BDM \sim \triangle BAC$.

$$\text{Do đó } \frac{BD}{AB} = \frac{BM}{BC} = \frac{DM}{AC} = \frac{BD+BM+DM}{AB+BC+CA} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra chu vi tam giác DBM bằng một phần ba chu vi tam giác ABC . Vì thế chu vi tam giác DBM bằng 10 cm. Tương tự, chu vi tam giác ECM bằng 20 cm.

Vậy $x + 2y = 50$ (cm).

Hình 80

66. a) Ta có $\widehat{DMB} = \widehat{CAM} = 60^\circ$, $\widehat{DBM} = \widehat{CMA} = 60^\circ$. Suy ra $MD \parallel AC$, $DB \parallel CM$.

Do $MD \parallel AC$ nên $\frac{EC}{EM} = \frac{AC}{DM} = \frac{a}{b}$ (theo định lý Thalès). Tương tự, do $DB \parallel CM$

nên $\frac{CF}{FB} = \frac{CM}{DB} = \frac{a}{b}$. Từ đó, ta có: $\frac{EC}{EM} = \frac{CF}{FB} = \frac{a}{b}$ nên $EF \parallel MB$ hay $EF \parallel AB$.

b) Từ $EF \parallel AB$ suy ra tam giác EMF là tam giác đều.

Từ đó, ta có: $\frac{EC}{CM} = \frac{EF}{MB} = \frac{EC+EF}{CM+MB} = \frac{a}{a+b}$. Suy ra $EF = \frac{ab}{a+b}$. Vì tam giác

MEF là tam giác đều nên $ME = MF = EF = \frac{ab}{a+b}$.

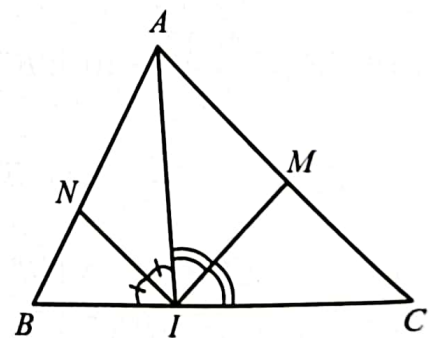
67. $EF = 8$ cm.

68. (Hình 81). Áp dụng tính chất đường phân giác vào các tam giác ABI , AIC , ta có:

$$\frac{AN}{NB} = \frac{AI}{BI}; \frac{CM}{MA} = \frac{IC}{AI}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{BI}{IC} \cdot \frac{AN}{NB} \cdot \frac{CM}{MA} = \frac{BI}{IC} \cdot \frac{AI}{BI} \cdot \frac{IC}{AI} = 1.$$

Do đó: $AN \cdot BI \cdot CM = BN \cdot IC \cdot AM$.



Hình 81

69. (Hình 82).

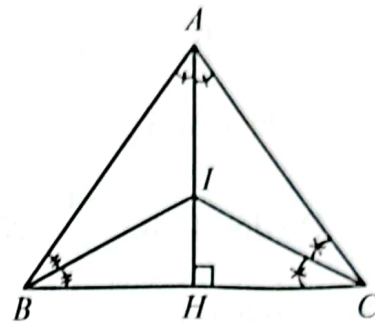
Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng AI và BC . Do tam giác ABC cân tại A nên đường phân giác AI cũng là đường cao, đường trung tuyến.

Do đó $BH = \frac{BC}{2} = 6$ cm. Tam giác AHB vuông

tại H nên $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 10^2 - 6^2 = 64$,

suy ra $AH = 8$ cm. Ta có $\frac{AI}{IH} = \frac{AB}{BH}$ suy ra $\frac{AI}{AI + IH} = \frac{AB}{AB + BH}$ hay

$$\frac{AI}{8} = \frac{10}{10 + 6} = \frac{5}{8}. \text{ Vậy } AI = 5 \text{ cm.}$$



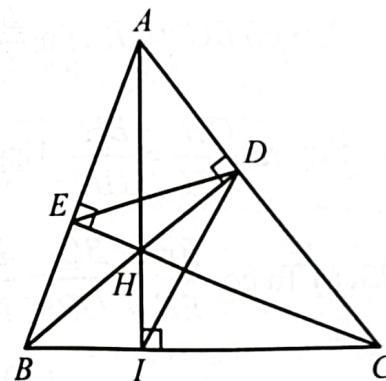
Hình 82

70. (Hình 83).

a) Vì các tam giác EBH và DCH đều là các tam giác vuông và $\widehat{EHB} = \widehat{DHC}$ (hai góc đối đỉnh) nên $\triangle EBH \sim \triangle DCH$. Tương tự, ta có các tam giác ABD và ACE là các tam giác vuông và $\widehat{BAD} = \widehat{CAE}$ nên $\triangle ABD \sim \triangle ACE$. Suy ra

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} \text{ hay } \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}. \text{ Mà } \widehat{BAC} = \widehat{DAE}$$

suy ra $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.



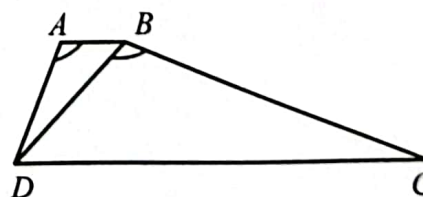
Hình 83

b) Do $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ nên $\widehat{ADE} = \widehat{CBA}$ (1). Tương tự cách chứng minh ở câu a, ta có $\triangle CDI \sim \triangle CBA$ nên $\widehat{CDI} = \widehat{CBA}$ (2). Từ (1) và (2), ta có $\widehat{ADE} = \widehat{CDI}$.

Do đó $90^\circ - \widehat{ADE} = 90^\circ - \widehat{CDI}$ hay $\widehat{EDB} = \widehat{BDI}$. Vậy DB là đường phân giác của góc EDI .

71. (Hình 84).

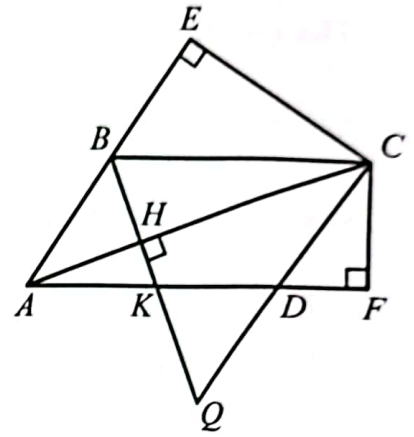
Có $\triangle ABD \sim \triangle BDC$ do $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$; $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$. Do đó, tỉ số diện tích tam giác ABD và diện tích tam giác BDC bằng bình phương của tỉ số đồng dạng.



Hình 84

Do đó: $44,8 = \frac{4}{25} \cdot S_{\Delta BCD}$ hay $S_{\Delta BCD} = 44,8 : \frac{4}{25} = 11,2 \cdot 25 = 280 \text{ (cm}^2\text{)}.$

a) Ta có hai tam giác ABH và ACE đều là các tam giác vuông và $\widehat{BAH} = \widehat{EAC}$. Suy ra $\triangle ABH \sim \triangle ACE$. Hai tam giác CBH và ACF đều là các tam giác vuông và $\widehat{BCH} = \widehat{CAF}$, suy ra $\triangle CBH \sim \triangle ACF$.



b) Do $AB \parallel CQ$ nên $\frac{QH}{BH} = \frac{CH}{AH}$.

Lại có $BC \parallel AK$ nên $\frac{BH}{HK} = \frac{CH}{AH}$.

Suy ra $\frac{QH}{BH} = \frac{BH}{HK}$. Hay $BH^2 = HK \cdot HQ$.

73. a) Ta có $\frac{BE}{EN} = \frac{BQ}{QP} = \frac{BQ}{MQ} = \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ suy ra $DE \parallel NC$ hay $DE \parallel AC$.

b) Do $DE \parallel AC$ nên $\frac{DE}{CN} = \frac{BD}{BC}$ hay $DE = \frac{BD}{BC} \cdot CN$.

Tương tự: $DF = \frac{CD}{BC} \cdot BM$. Suy ra $\frac{DE}{DF} = \frac{BD}{CD} \cdot \frac{CN}{BM}$.

Mặt khác, $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$ và $\frac{CN}{BM} = \frac{AC}{AB}$ nên $\frac{DE}{DF} = 1$ hay $DE = DF$.

	<i>Trang</i>
CHƯƠNG VI. MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT	3
§1. Thu thập và phân loại dữ liệu	3
§2. Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng, biểu đồ	6
§3. Phân tích và xử lý dữ liệu thu được ở dạng bảng, biểu đồ	15
§4. Xác suất của biến cố ngẫu nhiên trong một số trò chơi đơn giản	22
§5. Xác suất thực nghiệm của một biến cố trong một số trò chơi đơn giản	26
Bài tập cuối chương VI	30
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	33
CHƯƠNG VII. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN	39
§1. Phương trình bậc nhất một ẩn	39
§2. Ứng dụng của phương trình bậc nhất một ẩn	43
Bài tập cuối chương VII	49
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	51

CHƯƠNG VIII. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG. HÌNH ĐỒNG DẠNG 56

§1. Định lí Thalès trong tam giác	56
§2. Ứng dụng của định lí Thalès trong tam giác	61
§3. Đường trung bình của tam giác	63
§4. Tính chất đường phân giác của tam giác	66
§5. Tam giác đồng dạng	68
§6. Trường hợp đồng dạng thứ nhất của tam giác	71
§7. Trường hợp đồng dạng thứ hai của tam giác	73
§8. Trường hợp đồng dạng thứ ba của tam giác	76
§9. Hình đồng dạng	79
Bài tập cuối chương VIII	83
Lời giải – Hướng dẫn – Đáp số	86