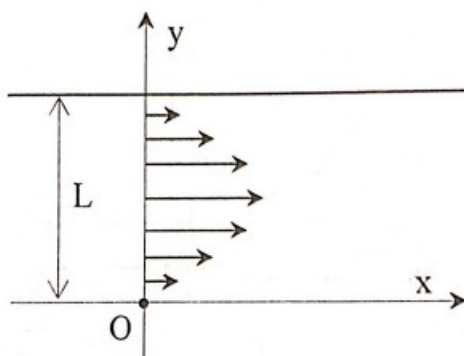


THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN – NINH THUẬN

Câu 1: (5 điểm)

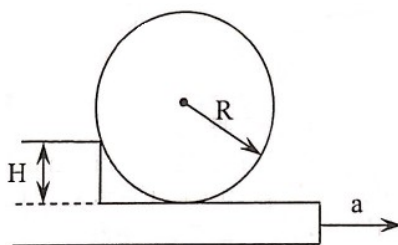
Một con thuyền bơi qua sông theo phương vuông góc với dòng chảy, với vận tốc không đổi là v_1 . Tại mọi nơi dòng chảy luôn song song với hai bờ, nhưng giá trị vận tốc của nó phụ thuộc vào khoảng cách đến bờ, được biểu diễn theo công thức: $v_2 = v_0 \sin \frac{\pi y}{L}$ (L : chiều rộng của con sông), v_0 và L là hằng số (hình 1). Hãy tìm:

- Giá trị vận tốc con thuyền tính trong hệ quy chiếu gắn với bờ sông.
- Xác định khoảng cách từ điểm O đến điểm thuyền cập bến ở bờ bên kia theo phương Ox



Câu 2: (5 điểm)

Một tấm ván nằm ngang có một bậc thang độ cao H . Trên tấm có một khối trụ bán kính $R > H$ có thể chuyển động tự do trên tấm ván và tựa vào bậc thang (Hình 2). Tấm ván chuyển động theo phương ngang với gia tốc a . Xác định gia tốc lớn nhất có thể được để hình trụ không nảy lên trên bậc thang. Bỏ qua ma sát.



Câu 3: (5 điểm)

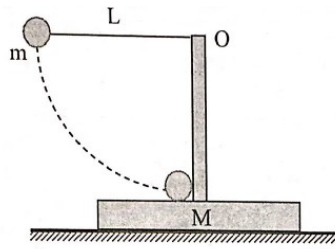
Thanh OA dài $l = 1\text{m}$, có khối lượng $m_1 = 2\text{kg}$ phân bố đều, một đầu gắn với bản lề O, đầu kia buộc vào s.

Câu 4: (5 điểm)

Dùng sợi dây mảnh dài L , khối lượng không đáng kể, để treo quả cầu nhỏ vào đầu trụ gỗ có đế đặt trên mặt bàn ngang như hình vẽ. Khối lượng quả cầu là m , khối lượng của trụ và đế là $M = 4m$. Cầm quả cầu kéo căng sợi dây theo phương ngang và thả nó rơi không vận tốc ban đầu. Coi va chạm giữa quả cầu và trụ hoàn toàn không đàn hồi.

1. Trong quá trình quả cầu rơi, đế gỗ không dịch chuyển. Hệ số ma sát giữa bàn và đế là μ .

- Tính vận tốc của hệ sau va chạm.
- Sau va chạm đế gỗ dịch chuyển được độ dài bao xa thì dừng lại?



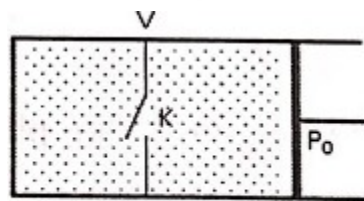
2. Trong quá trình quả cầu rơi xuống để đế gỗ không dịch chuyển thì hệ số ma sát nhỏ nhất là bao nhiêu? Hệ số ma sát nghỉ cực đại giữa đế và mặt bàn xuất hiện lớn nhất ứng với góc treo sợi dây so với phương nằm ngang là bao nhiêu?

Câu 5: (5 điểm)

Xilanh có tiết diện trong $S = 100\text{cm}^2$ cùng với pittông p và vách ngăn V làm bằng chất cách nhiệt (hình 3). Nắp K của vách mở khi áp suất bên phải lớn hơn áp suất bên trái.

Ban đầu phần bên trái của xilanh có chiều dài $l = 1,12\text{m}$ chứa $m_1 = 12\text{g}$ khí Hêli, phần bên phải cũng có chiều dài $l = 1,12\text{m}$ chứa $m_2 = 2\text{g}$ khí Hêli và nhiệt độ cả hai bên đều bằng $T_0 = 273\text{K}$. Ấn từ từ pittông sang trái, ngừng một chút khi nắp mở và đẩy pittông tới sát vách V.

Tìm công đã thực hiện biết áp suất không khí bên ngoài $P_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ nhiệt dung riêng đẳng tích và đẳng áp của Hêli bằng $C_v = 3,15 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{độ}$; $C_p = 5,25 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{độ}$. Bỏ qua mọi ma sát.

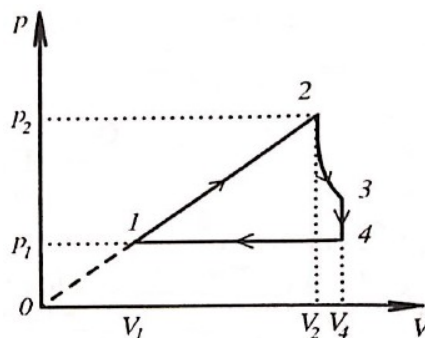


Hình 3

Câu 6: (5 điểm)

Cho một mol khí lý tưởng đơn nguyên tử biến đổi theo một chu trình thuận nghịch được biểu diễn trên đồ thị như hình vẽ trong đó đoạn thẳng 1-2 có đường kéo dài đi qua gốc tọa độ O và quá trình 2-3 là đoạn nhiệt. Biết $T_1 = 300\text{K}$, $p_2 = 3p_1$, $V_4 = 4V_1$

- Tính các nhiệt độ T_2, T_3, T_4
- Tính hiệu suất của chu trình.



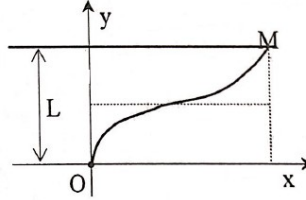
HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1:

a. Ta có: $v = v_1 + v_2 \Rightarrow v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$

Với $v_1 = v_y$; $v_2 = v_x = v_0 \cdot \sin \frac{\pi y}{L} \Rightarrow V = \sqrt{v_1^2 + v_0^2 \cdot \sin^2 \frac{\pi y}{L}}$

b. Xác định khoảng cách từ điểm O đến điểm thuyền cập bến ở bờ bên kia theo phương Ox



+ Theo Oy: $y = y_0 + v_y \cdot t = v_1 \cdot t \Rightarrow t = \frac{y}{v_1}$ (1)

+ Theo Ox: $dx = v_x \cdot dt = v_2 \cdot dt = v_0 \cdot \sin \frac{\pi y}{L} \cdot dt$

$$x = \int v_0 \cdot \sin \frac{\pi y}{L} \cdot dt = \int v_0 \cdot \sin \frac{\pi v_1 y}{L} \cdot dt = -\frac{v_0 L}{\pi v_1} \cdot \cos \frac{\pi v_1}{L} \cdot t + C$$

Điều kiện ban đầu: $x(0) = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{v_0 L}{\pi v_1} + C \Rightarrow C = \frac{v_0 L}{\pi v_1}$

Vậy: $x = \frac{v_0 L}{\pi v_1} \left(1 - \cos \frac{\pi v_1}{L} \cdot t \right) = \frac{2v_0 L}{\pi v_1} \cdot \sin^2 \frac{\pi v_1}{2L} \cdot t$

Phương trình quỹ đạo: $x = \frac{2v_0 L}{\pi v_1} \cdot \sin^2 \frac{\pi y}{2L}$

Khi sang đến bờ bên kia (tại M), ta có: $y = L \Rightarrow x = \frac{2v_0 L}{\pi v_1}$ là khoảng cách từ điểm xuất phát đến điểm cập bến theo Ox.

Câu 2:

- Chọn hệ quy chiếu gắn với ván đang chuyển động với gia tốc a.

+ Trọng lực P, phản lực N_1 tại mặt ván ngang.

+ Phản lực N_2 tại chỗ tiếp xúc với bậc, có phương xuyên tâm trụ, lực quán tính F_{qt}

- Giả sử khối trụ vẫn nằm yên trên tấm ván. Ta có: $P + N_1 + N_2 + F_{qt} = 0$

$\rightarrow N_1 + N_2 \cdot \sin \alpha = mg$; $N_2 \cos \alpha = ma$ với α là góc nhọn giữa phương N_2 và phương ngang.

$\rightarrow N_1 + ma \cdot \tan \alpha = mg$

Để khối trụ nằm yên ta có: $N_1 \geq 0$ hay $a \leq \frac{g}{\tan \alpha}$

Dễ thấy $\tan \alpha = \frac{R - H}{\sqrt{R^2 - (R - H)^2}}$

$$\rightarrow a \leq \frac{\sqrt{R^2 - (R - H)^2}}{R - H} g = \frac{\sqrt{H(2R - H)}}{R - H} g \quad (1)$$

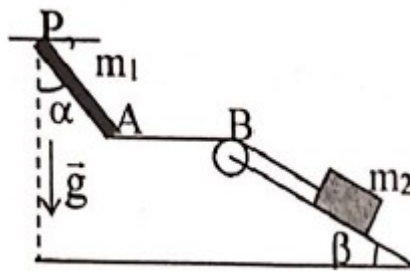
- Xét trục quay qua A chỗ tiếp xúc với bậc. Điều kiện để khối trụ có thể quay quanh A:

$$N_1 > 0 \text{ và } F_{qt} (R - H) \leq mg\sqrt{R^2 - (R - H)^2}$$

$$\text{Hay } a \leq \frac{\sqrt{H(2R - H)}}{R - H} g \quad (2)$$

$$\text{- Kết hợp (1) và (2) ta suy ra: } a_{\max} = \frac{\sqrt{H(2R - H)}}{R - H} g$$

Câu 3:



$$\begin{cases} \vec{Q} + \vec{P}_1 + \vec{T} = 0 \\ M_{P_1/O} = M_{T/O} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_x = T; Q_y = P_1 \\ P_1 \frac{1}{2} \sin \alpha = T_1 \cos \alpha \rightarrow T = \frac{P_1}{2} \Rightarrow Q_x = \frac{P_1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2} = \frac{P_1 \sqrt{5}}{2} = \frac{20\sqrt{5}}{2} = 22,36 \text{ N}$$

$$\text{Muốn hệ không cân bằng thì } \begin{cases} m_2 > 4,2 \text{ kg} \\ m_2 < 1,3 \text{ kg} \end{cases}$$

Câu 4:

a. Gọi vận tốc quả cầu trước và sau va chạm là v và v' :

$$v = \sqrt{2gL}$$

$$mv = (m + M)v' \Rightarrow v' = \frac{m}{m + M} \sqrt{2gL}$$

Sau va chạm dưới tác dụng của lực ma sát để gỗ chuyển động chậm dần đến khi dừng lại. Quãng đường để gỗ dịch chuyển được là x :

$$f_{ms} x = 0 - (m + M)^2 \frac{v^2}{2} \quad (1)$$

$$\text{Với } f_{ms} = \mu(m + M)g \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) cho: } x = \frac{m^2 L}{\mu(m + M)^2} = \frac{L}{25\mu}$$

$$\text{b. Gọi góc giữa phương ngang và dây treo là } \theta: mgL \sin \theta = \frac{mv^2}{2} \quad (3)$$

$$\text{Từ sơ đồ chịu lực: } T = mg \sin \theta = \frac{mv^2}{L} \quad (4)$$

$$f - T \cos \theta = 0 \quad (5)$$

$$N - T \sin \theta - Mg = 0 \quad (6)$$

$$\text{Khi để gỗ không dịch chuyển } f \leq \mu N \quad (7)$$

$$\text{Từ (3) tới (7): } \mu_{\min} = f(\theta) \text{ và } A = \frac{2M}{3m} = \frac{8}{3}$$

$$f(\theta) = \frac{\sin 2\theta}{a + 2\sin^2 \theta}$$

$$\text{Tìm cực đại hàm số: } f(\theta).f' = \frac{2 \cos 2\theta (A + 2\sin^2 \theta) - \sin 2\theta \cdot 4 \sin \theta \cdot \cos \theta}{(A + 2\sin^2 \theta)^2} = 0$$

Thay $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = 1 - 2\sin^2 \theta$ ta có:

$$\sin^2 \theta = \frac{A}{2(A+1)}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sqrt{\frac{A}{A(A+1)}} \sqrt{1 - \frac{A}{2(A+1)}} = \frac{\sqrt{A(A+2)}}{A+1}$$

$$f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{A(A+2)}} \text{ với } A = \frac{2M}{3m} = \frac{8}{3}$$

$$\mu_{\min} = f_{\max}(\theta) = \frac{3m}{2\sqrt{M^2 + 3mM}} = 0,283$$

$$\sin^2 \theta = \frac{8}{22} \Rightarrow \sin \theta = 0,6030 \Rightarrow \theta = 37^\circ 05'$$

Câu 5:

Lúc đầu áp suất khí bên trái $P_1 = \frac{m_1}{\mu} \cdot \frac{RT_0}{lS}$ lớn hơn áp suất bên phải vách: $P_2 = \frac{m_2}{\mu} \cdot \frac{RT_0}{lS}$

Khối khí bên phải bị nén đoạn nhiệt từ thể tích $V_0 = lS$ xuống V_1 , áp suất của nó tăng lên đến P_1 :

$$P_2 V_0^\gamma = P_1 V_1^\gamma \rightarrow V_1 = V_0 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_0 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (1)$$

$$\text{Khi đó nhiệt độ ở bên phải: } T_1 = \frac{P_1 V_1}{P_2 V_0} T_0 = T_0 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 559K \quad (2)$$

Sau khi nắp K mở hai khí hòa trộn vào nhau và có cùng nhiệt độ T_2 :

$$C_v m_1 (T_2 - T_0) = C_v m_2 (T_1 - T_0) \rightarrow T_2 = \frac{m_1 T_0 + m_2 T_1}{m_1 + m_2} = T_0 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left[1 + \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right] = 314K \quad (3)$$

Sau đó lượng khí $m = m_1 + m_2$ bị nén đoạn nhiệt từ thể tích $V = V_0 + V_1$ đến V_0 , nhiệt độ tăng từ T_2 đến T , ta có: $T \cdot V_0^{\gamma-1} = T_2 (V_0 + V_1)^{\gamma-1} \quad (4)$

Thay (1) và (3) vào (4) ta được:

$$T = T_2 \left(\frac{V_0 + V_1}{V_0} \right)^{\gamma-1} = \frac{m_1 \cdot T_0}{m_1 + m_2} \left[1 + \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^{\gamma} = 382K \quad (5)$$

Công do lực tác dụng lên pit tông và áp suất khí quyển P_0 thực hiện làm tăng nội năng của chất khí bị nén đoạn nhiệt: $A = A_1 + A_2 = \Delta U = C_V (m_1 + m_2)(T - T_0)$ (6). Với $A_1 = P_0 S l$

Thay (5) vào (6), rồi thay số vào ta được: $A_2 = 3678(J)$

Câu 6:

$$a. \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{p_2}{p_1} = 3V_1$$

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 9T_1 = 2700K$$

$$\text{Quá trình 2-3: } V_3 = V_4 = 4V_1; p_3 = p_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma} = p_2 \left(\frac{3}{4} \right)^{\frac{5}{3}} \approx 0,619.p_2$$

$$\Rightarrow p_3 \approx 1,857.p_1$$

$$\text{Quá trình 4-1: } T_4 = T_1 \frac{V_4}{V_1} = 4T_1 = 1200K$$

b. Quá trình 1-2:

$$\Delta U_{12} = C_V (T_2 - T_1) = 12RT_1$$

$$A_{12} = \frac{1}{2} (p_2 + p_1)(V_2 - V_1) = 4p_1 V_1 = 4RT_1$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = 16RT_1$$

$$\text{Quá trình 2-3: } A_{23} = -\Delta U_{23} = -C_V (T_3 - T_2) = 2,355.RT_1; Q_{23} = 0$$

Quá trình 3-4:

$$\Delta U_{34} = C_V (T_4 - T_3) = -5,145RT_1; A_{34} = 0$$

$$Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34} = -5,145RT_1$$

Quá trình 4-1 có:

$$\Delta U_{41} = C_V (T_1 - T_4) = -4,5RT_1$$

$$A_{41} = p_1 (V_1 - V_4) = -3RT_1$$

$$Q_{41} = \Delta U_{41} + A_{41} = -7,5RT_1$$

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = 3,355RT_1$$

Nhiệt lượng khí nhận là: $Q = Q_{12} = 16RT_1$

$$\text{Hiệu suất của chu trình: } H = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{3,355RT_1}{16RT_1} = 0,2097 \text{ hay } H \approx 21\%$$