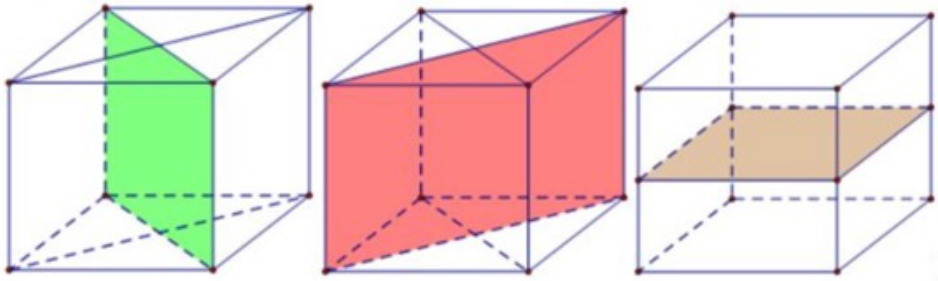
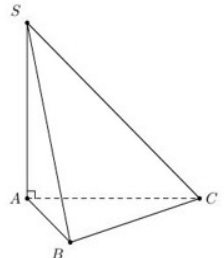
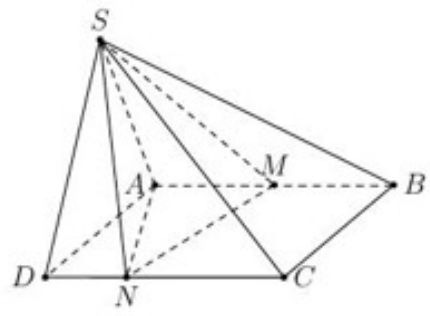


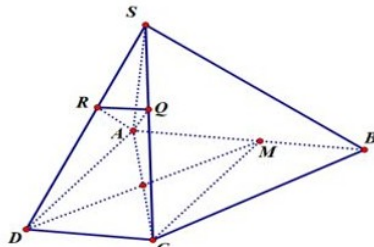
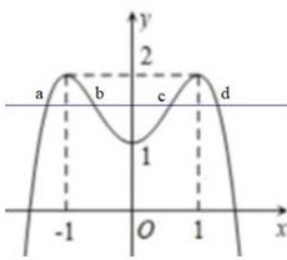
ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ HSG TOÁN 12 LẦN 1, NĂM HỌC 2021 – 2022

Mã đề 720		Mã đề 721		Mã đề 722		Mã đề 723		Mã đề 724	
Câu 1	B	Câu 1	A	Câu 1	A	Câu 1	B	Câu 1	D
Câu 2	A	Câu 2	A	Câu 2	C	Câu 2	C	Câu 2	A
Câu 3	D	Câu 3	D	Câu 3	A	Câu 3	A	Câu 3	C
Câu 4	B	Câu 4	C	Câu 4	A	Câu 4	C	Câu 4	C
Câu 5	D	Câu 5	A	Câu 5	C	Câu 5	B	Câu 5	B
Câu 6	A	Câu 6	A	Câu 6	A	Câu 6	B	Câu 6	B
Câu 7	B	Câu 7	A	Câu 7	C	Câu 7	A	Câu 7	B
Câu 8	D	Câu 8	A	Câu 8	C	Câu 8	A	Câu 8	D
Câu 9	C	Câu 9	C	Câu 9	B	Câu 9	B	Câu 9	D
Câu 10	A	Câu 10	B	Câu 10	B	Câu 10	A	Câu 10	B
Câu 11	C	Câu 11	A	Câu 11	D	Câu 11	D	Câu 11	A
Câu 12	C	Câu 12	C	Câu 12	D	Câu 12	A	Câu 12	B
Câu 13	C	Câu 13	D	Câu 13	B	Câu 13	D	Câu 13	D
Câu 14	A	Câu 14	B	Câu 14	C	Câu 14	C	Câu 14	A
Câu 15	D	Câu 15	B	Câu 15	C	Câu 15	A	Câu 15	A
Câu 16	B	Câu 16	B	Câu 16	A	Câu 16	B	Câu 16	D
Câu 17	A	Câu 17	B	Câu 17	A	Câu 17	A	Câu 17	B
Câu 18	D	Câu 18	C	Câu 18	A	Câu 18	C	Câu 18	A
Câu 19	A	Câu 19	C	Câu 19	D	Câu 19	A	Câu 19	C
Câu 20	A	Câu 20	C	Câu 20	D	Câu 20	C	Câu 20	C
Câu 21	A	Câu 21	D	Câu 21	A	Câu 21	D	Câu 21	B
Câu 22	C	Câu 22	B	Câu 22	C	Câu 22	B	Câu 22	A
Câu 23	A	Câu 23	C	Câu 23	D	Câu 23	A	Câu 23	C
Câu 24	C	Câu 24	C	Câu 24	A	Câu 24	C	Câu 24	A
Câu 25	A	Câu 25	D	Câu 25	B	Câu 25	C	Câu 25	D
Câu 26	C	Câu 26	D	Câu 26	D	Câu 26	D	Câu 26	A
Câu 27	A	Câu 27	D	Câu 27	D	Câu 27	C	Câu 27	C
Câu 28	C	Câu 28	B	Câu 28	A	Câu 28	A	Câu 28	D
Câu 29	D	Câu 29	A	Câu 29	D	Câu 29	B	Câu 29	C
Câu 30	C	Câu 30	B	Câu 30	C	Câu 30	D	Câu 30	A
Câu 31	B	Câu 31	D	Câu 31	B	Câu 31	C	Câu 31	B
Câu 32	D	Câu 32	B	Câu 32	D	Câu 32	B	Câu 32	B
Câu 33	A	Câu 33	A	Câu 33	B	Câu 33	C	Câu 33	B
Câu 34	A	Câu 34	C	Câu 34	C	Câu 34	D	Câu 34	C
Câu 35	B	Câu 35	A	Câu 35	A	Câu 35	B	Câu 35	B
Câu 36	C	Câu 36	B	Câu 36	B	Câu 36	D	Câu 36	D
Câu 37	A	Câu 37	D	Câu 37	D	Câu 37	D	Câu 37	C
Câu 38	B	Câu 38	D	Câu 38	A	Câu 38	D	Câu 38	D
Câu 39	C	Câu 39	A	Câu 39	B	Câu 39	A	Câu 39	C
Câu 40	D	Câu 40	D	Câu 40	B	Câu 40	C	Câu 40	C
Câu 41	C	Câu 41	B	Câu 41	C	Câu 41	B	Câu 41	A
Câu 42	B	Câu 42	A	Câu 42	C	Câu 42	D	Câu 42	B
Câu 43	D	Câu 43	C	Câu 43	D	Câu 43	C	Câu 43	B
Câu 44	C	Câu 44	A	Câu 44	B	Câu 44	B	Câu 44	A
Câu 45	A	Câu 45	D	Câu 45	D	Câu 45	B	Câu 45	D
Câu 46	D	Câu 46	D	Câu 46	C	Câu 46	D	Câu 46	D
Câu 47	C	Câu 47	C	Câu 47	B	Câu 47	D	Câu 47	D
Câu 48	A	Câu 48	C	Câu 48	C	Câu 48	D	Câu 48	B
Câu 49	A	Câu 49	B	Câu 49	A	Câu 49	A	Câu 49	D
Câu 50	A	Câu 50	C	Câu 50	D	Câu 50	C	Câu 50	C

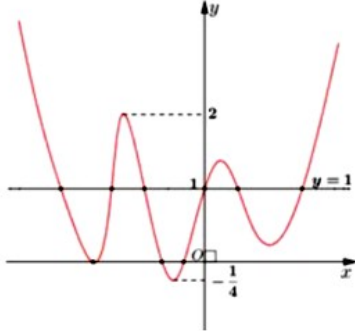
720	721	722	723	724	LỜI GIẢI CHI TIẾT
1	2	3	6	18	Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vậy tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
2	16	21	12	11	Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là C_{41}^5 .
3	10	9	15	24	Ta có $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow 4 = -2 + 2d \Leftrightarrow d = 3$.
4	17	24	23	22	Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$
5	4	2	22	21	Vì $f'(x) > 0, \forall x \in (0;1)$.
6	19	5	8	14	Ta có: $f'(x) = x(x^2 - x)(x - 2) = x^2(x - 1)(x - 2)$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$; $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x = 1, x = 2$ và không đổi dấu khi qua $x = 0$. Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là $x = 1$ và $x = 2$.
7	18	7	24	4	Ta có: $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \notin [2;4] \\ x = -1 \notin [2;4] \end{cases}$ mà $\begin{cases} f(2) = 7 \\ f(4) = 57 \end{cases} \Rightarrow \min_{[2;4]} y = 7$.
8	13	13	19	17	Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$, do đó đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
9	3	19	20	19	
10	9	8	4	6	Ta có $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot d(A, (A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'} = \frac{1}{3}V$
11	20	14	2	7	
12	14	6	9	16	Thay $x = 1$ vào 2 vế ta được $1 = (2 \cdot 1 - 1)^{2021} = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2021}$
13	12	15	14	1	Ta có $u_5 + u_7 = u_3 + 2d + u_7 = u_3 + u_9 = 2021$
14	8	25	5	13	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} = 2 \Rightarrow$ tập xác định $x \neq 2$. Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Rightarrow y' < 0, \forall x \in D$. Vậy khẳng định đúng là $y' < 0 \forall x \neq 2$.
15	24	10	18	25	Ta có $AD \perp SA$, nếu $AD \perp SC$ thì $AD \perp AC$ (không đúng với mọi hình thoi). Nên chọn $AD \perp SC$
16	15	17	25	23	Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x) > 0$ trên các khoảng $(-1;1)$ và $(4;+\infty)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng đó
17	25	23	16	5	Ta có: $y' = -4x^3 + 4mx; y'' = -12x^2 + 4m$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Rightarrow y'(0) = 0$. Thỏa mãn $\forall m$. Mặt khác để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Rightarrow y''(0) > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

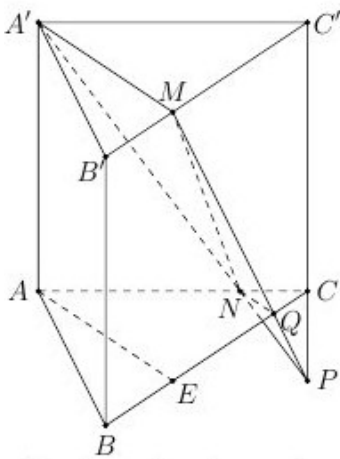
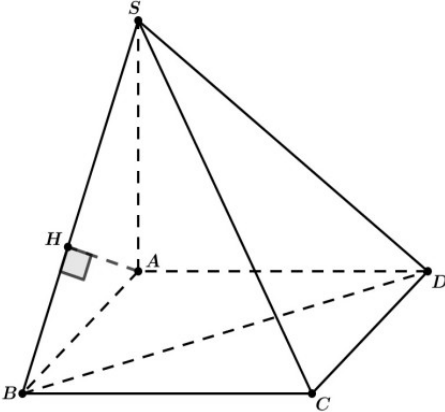
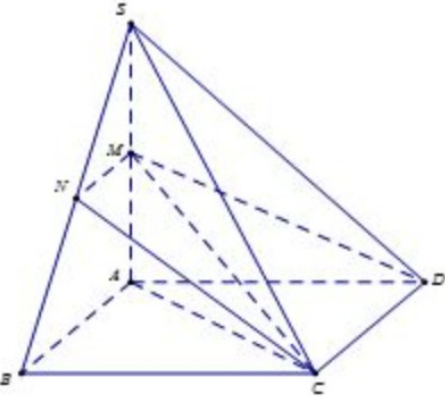
18	21	11	1	12	Dựa vào đồ thị hàm số ta có $M = 4; m = -6$. Do đó $M - m = 10$.
19	22	20	13	20	Điều kiện: $\begin{cases} x - 7 \geq 0 \\ x^2 + 3x - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \neq -4 \Leftrightarrow x \geq 7 \Rightarrow \\ x \neq 1 \end{cases}$ Tập xác định: $D = [7; +\infty)$. Ta thấy, hàm số liên tục trên nửa khoảng $[7; +\infty)$ nên đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận đứng.
20	5	4	7	2	$\frac{1}{2} f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 4(*)$. Số nghiệm phương trình (*) bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x), y = 4$. Dựa vào bảng biến thiên ta có (*) có 2 nghiệm phân biệt.
21	1	18	3	10	Đồ thị trên là của hàm bậc ba với hệ số $a > 0$ và đi qua điểm $(1; -1)$ nên chọn $y = x^3 - 3x + 1$
22	11	16	10	3	 Lăng trụ đứng có đáy là hình thoi có tất cả 3 mặt phẳng đối xứng (Hình vẽ).
23	6	12	11	9	Trong tam giác SAB vuông tại A ta có $\tan \angle SBA = \frac{SA}{AB} \Leftrightarrow SA = AB \cdot \tan \angle SBA = a \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (đvtt)  Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{12}$ (đvtt).
24	23	22	17	8	Gọi d là chiều cao của hình bình hành $ABCD$.  Ta có: $S_{ABCD} = S_{\triangle ADN} + S_{\triangle ANM} + S_{\triangle MBCN} \Leftrightarrow AB \cdot d = \frac{1}{2} \cdot DN \cdot d + \frac{1}{2} \cdot AM \cdot d + S_{\triangle MBCN}$ $\Leftrightarrow S_{\triangle MBCN} = AB \cdot d - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot AB \cdot d - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d \Leftrightarrow S_{\triangle MBCN} = \frac{7}{12} S_{ABCD}$. Vậy thể tích khối chóp $S.MBCN$ là

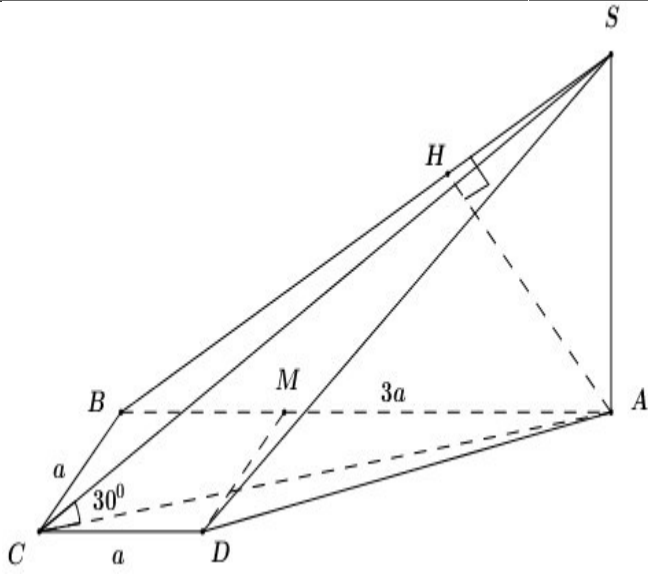
					$V_{S.MBCN} = \frac{1}{3}.S_{MBCN}.h = \frac{1}{3}.\frac{7}{12}.S_{ABCD}.h = \frac{7}{12}.\left(\frac{1}{3}.S_{ABCD}.h\right) = \frac{7}{12}.48 = 28 \text{ (đvtt)}.$										
25	7	1	21	15	Ta có: $\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB).$ Do đó $V_{C.OAB} = \frac{1}{3}.S_{OAB}.OC = \frac{1}{6}.OA.OB.OC = \frac{1}{6}.3.4.10 = 20cm^3.$										
26	30	48	43	48	Đặt $t = \cos x$, với $x \in [0; 2\pi]$ ta có $t \in [-1; 1]$ và: + Nếu $t \in (-1; 1]$ thì tương ứng mỗi giá trị của t ta được 2 giá trị của $x \in [0; 2\pi]$. + Nếu $t = -1$ thì ta chỉ được duy nhất giá trị $x = \pi \in [0; 2\pi]$. Phương trình viết lại: $f(t) = -2m + 3(1)$ Trường hợp 1. $m > \frac{3}{2}$ thì (1) vô nghiệm nên phương trình đã cho vô nghiệm. Trường hợp 2. $m = \frac{3}{2}$, khi đó (1) viết về $f(t) = 0 \Leftrightarrow f(t) = 0$, từ đồ thị có thể thấy phương trình thu được có đúng 1 nghiệm duy nhất trên $(-1; 1]$, ta có điều kiện: $\begin{cases} -2m + 3 < 3 \\ 2m - 3 \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1. \text{ Kết hợp lại ta được } 1 \leq m < \frac{3}{2}.$										
27	29	49	37	36	Không gian mẫu là $C_{24}^4 = 10626$. Vì đa giác đã cho đều nên nó nội tiếp đường tròn. Do đa giác có 24 đỉnh nên có 12 đường chéo là đường kính của đường tròn. Mỗi hình chữ nhật là tứ giác có hai đường chéo là đường kính của đường tròn. Do đó số hình chữ nhật là $C_{12}^2 = 66$. Trong 66 hình chữ nhật nói trên có 6 hình vuông nên số hình chữ nhật không phải hình vuông là 60 Vậy xác suất cần tìm là $\frac{60}{10626} = \frac{10}{1771}$.										
28	34	40	38	38	Mỗi cách xếp 10 học sinh vào 10 chiếc ghế là một hoán vị của 10 phần tử, vì vậy số phần tử của không gian mẫu là: $W = 10! = 3628800$. Gọi A là biến cố: “Tổng số thứ tự của các học sinh ngồi đối diện nhau là bằng nhau”. Giả sử số vị trí của 10 học sinh trên là $u_1, u_2, \dots, u_{10}$. Theo tính chất của cặp số cộng, ta có các cặp số có tổng sau đây: $u_1 + u_{10} = u_2 + u_9 = u_3 + u_8 = u_4 + u_7 = u_5 + u_6$ <table><tr><td>10 cách</td><td>8 cách</td><td>6 cách</td><td>4 cách</td><td>2 cách</td></tr><tr><td>1 cách</td><td>1 cách</td><td>1 cách</td><td>1 cách</td><td>1 cách</td></tr></table> Theo cách này có $A = 10.8.6.4.2 = 3840$ Do đó xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{3840}{3628800} = \frac{1}{945}$.	10 cách	8 cách	6 cách	4 cách	2 cách	1 cách	1 cách	1 cách	1 cách	1 cách
10 cách	8 cách	6 cách	4 cách	2 cách											
1 cách	1 cách	1 cách	1 cách	1 cách											
29	32	31	36	33											

					Gọi M là trung điểm AB, ta thấy ngay $AMCD$ là hình vuông. $MBCD$ là hình bình hành. Suy ra $BC \parallel DM$ mà $DM \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp (SAC)$ để chứng minh $DC \perp (SAD)$. 																					
					Trong tam giác vuông SAD vuông tại A vẽ đường cao AR như hình ta có $AR \perp (SDC)$ và $AR = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$. Trong tam giác vuông SAC vuông tại A vẽ đường cao AQ như hình ta có $AQ \perp (SBC)$ và $AQ = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = a$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là góc giữa AR và AQ chính là góc $\angle RAQ = \alpha$. Tam giác ARQ vuông tại R có $\cos \alpha = \frac{AR}{AQ} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.																					
30	38	37	30	35	Ta có: $y' = f'(x^2) \cdot 2x = 2x(x^2)^2(x^2 - 9)(x^2 - 4)^2 = 2x^5(x^2 - 9)(x^2 - 4)^2$ Ta có bảng xét dấu của y' như sau: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>0</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>g'</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr></table> Từ đó suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.	x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$	g'	$-$	0	$+$	0	$-$									
x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$																					
g'	$-$	0	$+$	0	$-$																					
31	49	50	48	29	Ta có $y' = \frac{m^2 - 4}{(-2x + m)^2}$. Để hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thì $\begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ \frac{m}{2} \notin \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-2; 2) \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-2; 1].$ Suy ra có các số nguyên thỏa mãn là $\{-1; 0; 1\}$.																					
32	31	33	47	46	$h(x) = f(x) - \frac{3}{2}x$, $h'(x) = f'(x) - \frac{3}{2}$, $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{3}{2}$ (1) Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của hai đường $y = f'(x)$ và $y = \frac{3}{2}$. 																					
					Ta có bảng biến thiên sau: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td>d</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$h'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td></tr><tr><td>$h(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	a	b	c	d	$+\infty$	$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$h(x)$						
x	$-\infty$	a	b	c	d	$+\infty$																				
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0																				
$h(x)$																										

					Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $h(x) = f(x) - \frac{3}{2}x$ có 2 điểm cực tiểu.
33	39	29	45	34	Ta có: $y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}$ TH1: $m=1 \Rightarrow y=1$ loại TH2: $m > 1$ $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{1+m}{2} + \frac{2+m}{3} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m=5 \text{ (thỏa mãn)}$ TH3: $m < 1$ $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{2+m}{3} + \frac{1+m}{2} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m=5 \text{ (loại)}$ Vậy $m=5$ thỏa mãn.
34	33	47	32	31	Nhận xét : Tiếp tuyến tại M cắt hai tiệm cận lần lượt tại A và B thì M là trung điểm của đoạn AB Phương trình tiệm cận đứng $x=2$, phương trình tiệm cận ngang $y=2$ Gọi $M\left(a; \frac{2a-3}{a-2}\right)$ là tiếp điểm của tt cần tìm . Gọi A là giao của tiếp tuyến với tiệm cận đứng $\Rightarrow A\left(2; \frac{2a-2}{a-2}\right)$, B là giao của tiếp tuyến với tiệm cận ngang $\Rightarrow B(2a-2; 2)$. $AB = \sqrt{(2a-4)^2 + \left(\frac{-2}{a-2}\right)^2} \geq 2\sqrt{2}$ AB nhỏ nhất khi $(2a-4)^2 = \left(\frac{-2}{a-2}\right)^2 \Leftrightarrow (a-2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=1 \end{cases}$ Vậy $\min AB = 2\sqrt{2}$
35	35	41	40	27	Dựa vào đồ thị ta nhận thấy $3f(x)+1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $\frac{f^3(x)+3f^2(x)+4f(x)+2}{\sqrt{3f(x)+1}} = 3f(x)+2$ $\Leftrightarrow f^3(x)+3f^2(x)+3f(x)+1+f(x)+1 = \sqrt{3f(x)+1}(3f(x)+1+1)$ $\Leftrightarrow [f(x)+1]^3 + [f(x)+1] = [\sqrt{3f(x)+1}]^3 + \sqrt{3f(x)+1} \quad (1).$ Xét hàm số $f(t) = t^3 + t$ với $t \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow f(x)+1 = \sqrt{3f(x)+1} \Leftrightarrow f^2(x)+2f(x)+1 = 3f(x)+1$. $\Leftrightarrow f^2(x) - f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=0 \\ f(x)=1 \end{cases}.$

					 Dựa vào hình vẽ ta suy ra phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm và phương trình $f(x)=1$ có 6 nghiệm (các nghiệm này không trùng các nghiệm của phương trình $f(x)=0$). Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm.
36	26	36	35	32	Nhìn vào đồ thị ta có: + $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a > 0$. + Đồ thị hàm số giao trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d > 0$. Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ Theo viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{3a} \end{cases}$ Dựa vào đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị $x_1 < 0 < x_2 \left(x_1 < x_2 \right) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$ Vậy có 2 số dương $\Rightarrow$ chọn C.
37	46	46	27	41	Từ đồ thị của hàm số ta suy ra: Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow cd > 0(1)$ Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0(2)$ Từ (1),(2) suy ra $ad > 0$. Giao điểm với trục hoành $x = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0$. Vậy ta có $ab < 0$ và $ad > 0$.
38	27	39	49	44	

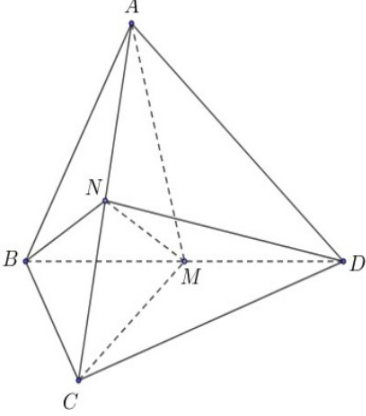
					Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt các mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ theo các giao tuyến song song nên Q là giao điểm của đường thẳng qua N song song với $A'M$ với cạnh BC. Kéo dài các đường $A'N, MQ$ và $C'C$ đồng quy tại cùng một điểm P (3 mặt phẳng cắt nhau theo 3 giao tuyến đồng quy). Như vậy khối đa diện cần tính thể tích là một khối chóp cắt. Ta có $C'M = \frac{2}{3}B'C' = 2a. S_1 = S_{\Delta A'C'M} = \frac{1}{2}A'C'.C'M.\sin 60^0 = \frac{1}{2}.3a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}.$ Gọi E là điểm trên cạnh BC sao cho $EC = 2EB$ thì $A'M \parallel AE$ nên $\frac{CQ}{CE} = \frac{CN}{CA} = \frac{1}{4} \Rightarrow CQ = \frac{1}{4}CE = \frac{1}{4}C'M = \frac{1}{2}a.$ Diện tích tam giác CNQ là $S_2 = S_{\Delta CNQ} = \frac{1}{2}CQ.CN.\sin 60^0 = \frac{1}{2}.\frac{a}{2}.\frac{3a}{4}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{32}.$ Vậy $V_{CNQ.C'A'M} = \frac{CC'}{3}(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1S_2}) = \frac{63\sqrt{3}a^3}{32}$	
39	28	43	42	40	$ABCD$ là hình chữ nhật nên $BD = 2a$, ta có $AD \parallel (SBC)$ nên suy ra $d[D, (SBC)] = d[A, (SBC)] = AH$ với $AH \perp SB$. Tam giác SAB vuông cân tại A nên H là trung điểm của SB suy ra $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ Vậy $\sin \widehat{BDB}, (SBC) = \frac{d[D, (SBC)]}{BD} = \frac{d[A, (SBC)]}{BD} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{4}$	
40	36	38	41	47		

					Ta có $V_{S.MNCD} = V_{S.MCD} + V_{S.MNC}$ $+ \frac{V_{S.MCD}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SC}{SC} \cdot \frac{SD}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.MCD} = \frac{1}{2} V_{S.ACD} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD}.$ $+ \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.MNC} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD}.$ $\Rightarrow V_{S.MNCD} = V_{S.MCD} + V_{S.MNC} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} + \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{3}{8} V_{S.ABCD}.$ $\Rightarrow V_{MNABCD} = V_{S.ABCD} - V_{S.MNCD} = V_{S.ABCD} - \frac{3}{8} V_{S.ABCD} = \frac{5}{8} V_{S.ABCD}.$ $\text{Do đó } \frac{V_{S.MNCD}}{V_{MNABCD}} = \frac{\frac{3}{8} V_{S.ABCD}}{\frac{5}{8} V_{S.ABCD}} = \frac{3}{5}.$
41	50	30	29	45	Số đường thẳng tạo thành từ 20 điểm trên là $C_{20}^2 = 190$. Có C_{190}^3 cách chọn 3 đường thẳng trong 190 đường thẳng trên, từ mỗi đỉnh có 19 đường thẳng đồng quy, do đó có $20C_{19}^3$ bộ 3 đường thẳng không tạo thành tam giác. Vậy có $C_{190}^3 - 20C_{19}^3 = 1105800$ tam giác thỏa mãn.
42	40	27	50	50	 Vì $AM = \frac{2}{3} AB = 2a \Rightarrow BM = a = CD \Rightarrow BCDM$ là hình vuông cạnh a, do đó $DM \parallel BC$. Khi đó ta có $DM \parallel (SBC) \Rightarrow SB$ nên $d(SB; DM) = d(DM; (SBC)) = d(M; (SBC))$. Ta có $AM \cap (SBC) = B$ nên $\frac{d(M; (SBC))}{d(A; (SBC))} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow d(M; (SBC)) = \frac{1}{3} d(A; (SBC)).$ Trong (SAB) kẻ $AH \perp SB (H \in SB)$ ta có: $\begin{cases} BC \perp AB (gt) \\ BC \perp SA (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

					$\begin{cases} AH \perp BC \text{ (cmt)} \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH$ Ta có: $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$. $\Rightarrow \angle(SC; (ABCD)) = \angle(SC; AC) = \angle SCA = 30^0$. Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông ABC ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{9a^2 + a^2} = a\sqrt{10}$. Xét tam giác vuông SAC có $SA = AC \cdot \tan 30^0 = a\sqrt{10} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{30}}{3}$. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAB có: $AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{30}}{3} \cdot 3a}{\sqrt{\frac{10a^2}{3} + 9a^2}} = \frac{3a\sqrt{370}}{37}$ Vậy $d(SB; DM) = \frac{1}{3} AH = \frac{a\sqrt{370}}{37}$.												
43	42	35	44	43	Để hàm số $g(x) = f(x)$ có đúng 5 điểm cực trị thì hàm số $y = f(x)$ phải có 2 điểm cực trị dương $\Rightarrow$ Phương trình $f'(x) = 0$ phải có 2 nghiệm bội lẻ dương phân biệt. Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nghiệm bội 3)} \\ x^2 + (4m - 5)x + m^2 - 7m + 6 = 0 (*) \end{cases}$ Do đó phương trình (*) cần phải có 1 nghiệm bội lẻ dương khác 1. Ta có: $\Delta = (4m - 5)^2 - 4(m^2 - 7m + 6) = 16m^2 - 40m + 25 - 4m^2 + 28m - 24 = 12m^2 - 12m + 1$. Để (*) có 1 nghiệm bội lẻ dương khác 1 thì: $\begin{cases} \Delta = 12m^2 - 12m + 1 > 0 \\ P = m^2 - 7m + 6 \leq 0 \\ 1 + 4m - 5 + m^2 - 7m + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{3 + \sqrt{6}}{6} \\ m < \frac{3 - \sqrt{6}}{6} \\ 1 \leq m \leq 6 \\ m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 < m \leq 6 \\ m \neq 2 \end{cases}$ Thử lại ta thấy $m = 6$ không thỏa mãn. Vậy có 3 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.												
44	43	42	28	42	Ta có $y = f(1 - x) + \frac{x^3}{2} - x \Rightarrow y' = -f'(1 - x) + x - 1$. Đặt $t = 1 - x$. Khi đó ta có $y' = -f'(t) - t = 0 \Leftrightarrow f'(t) = -t$ Vẽ đồ thị hàm số $y = -t$ và $y = f'(t)$ trên cùng mặt phẳng tọa độ ta thấy: $f'(t) = -t \Leftrightarrow t = -3, t = 1, t = 3.$ Bảng xét dấu <table><tr><td>t</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$-f'(t) - t$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table> Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng	t	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$	$-f'(t) - t$	$-$	0	$+$	0	$+$
t	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$												
$-f'(t) - t$	$-$	0	$+$	0	$+$												

					$\begin{cases} t < -3 \\ 1 < t < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x < -3 \\ 1 < 1-x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ -2 < x < 0 \end{cases}$ Vậy chọn $(-2; 0)$
45	44	44	26	37	Đặt $t = x^3 + 2x \Rightarrow t' = x^2 + 2 > 0, \forall x \Rightarrow t(x)$ đồng biến trên $[-1; 1]$. $\forall x \in [-1; 1] \Rightarrow t(-1) \leq t \leq t(1) \Leftrightarrow -3 \leq t \leq 3$. Suy ra $-6 \leq f(t) \leq 5$ Như vậy khi đó $g(t) = f(t) + 3f(m)$ $\Rightarrow \text{Max} g(t) = \text{Max} \{ 5 + 3f(m) ; -6 + 3f(m) \}$ $= \frac{ 5 + 3f(m) - 6 + 3f(m) + 5 + 3f(m) + 6 - 3f(m) }{2}$ $= \frac{ 6f(m) - 1 + 11}{2} = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} f(m) = 1 \\ f(m) = -\frac{2}{3} \end{cases}$ $+ f(m) = 1$ có 5 nghiệm phân biệt $m \in [-4; 4]$; $+ f(m) = -\frac{2}{3}$ có 6 nghiệm phân biệt $m \in [-4; 4]$. Vậy có 11 giá trị m thỏa mãn.
46	45	32	46	49	Để thấy $\exists \lim_{x \rightarrow -\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1} + 2021}{\sqrt{x^2 - 2mx + m + 2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} + \frac{2021}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2m}{x} + \frac{m+2}{x^2}}} = 0.$ Suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang có phương trình $y = 0$. Để đồ thị hàm số có đúng ba đường tiệm cận thì phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt $x_1 > x_2 \geq 1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) \geq 0 \\ x_1 - 1 + x_2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 - 2m + 1 \geq 0 \\ 2m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3 \Leftrightarrow m = 3$ Thử lại ta thấy không thỏa mãn. Vậy không có giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.
47	41	34	33	39	Nhận thấy $-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}$ không là nghiệm của phương trình: $-12x^4 - 22x^3 - x^2 + 10x + 3 = (x+1)(2x+1)(3x+1)(m+2 x)(1).$ Nên $(1) \Rightarrow m + 2 x = \frac{-12x^4 - 22x^3 - x^2 + 10x + 3}{(x+1)(2x+1)(3x+1)} = -2x + \frac{11x^2 + 12x + 3}{(x+1)(2x+1)(3x+1)}.$ $\Leftrightarrow m = -2 x - 2x + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{3x+1}.$ Xét hàm số $f(x) = -2 x - 2x + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{3x+1}$ trên $\mathbb{R} \setminus \left\{-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$. Ta có:

					$f'(x) = \frac{-2x}{ x } - 2 - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{2}{(2x+1)^2} - \frac{3}{(3x+1)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3} \right\}$ Bảng biến thiên <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$-\frac{1}{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>y'</td><td></td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr> <td>y</td><td>0 $\nearrow$ $-\infty$</td><td>$+\infty$ $\nearrow$ $-\infty$</td><td>$+\infty$ $\nearrow$ $-\infty$</td><td>$+\infty$ $\nearrow$ $-\infty$</td><td></td></tr> </table> Từ bảng biến thiên ta thấy, phương trình $m = f(x)$ có 3 nghiệm phân biệt trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ -1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3} \right\}$ khi và chỉ khi $m \geq 0$. Mặt khác: $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2020; 2020] \end{cases} \Rightarrow m \in \{0; 1; \dots; 2020\}$. Vậy có 2021 giá trị m cần tìm.	x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$	y'		-	-	-	-	y	0 $\nearrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\nearrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\nearrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\nearrow$ $-\infty$	
x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$																		
y'		-	-	-	-																		
y	0 $\nearrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\nearrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\nearrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\nearrow$ $-\infty$																			
48	47	45	39	26	Dựa vào BBT ta có $\frac{a}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}b$ (1), $\frac{-c}{b} = 3 \Rightarrow c = -3b$ (2) $y' < 0 \Leftrightarrow ac + b < 0$ (3) Thế (1), (2) vào (3), ta được: $-\frac{3}{2}b^2 + b < 0 \Leftrightarrow -3b^2 + 2b < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b > \frac{2}{3} \\ b < 0 \end{cases}$																		
49	48	28	34	28	Dựng hình chữ nhật $ABNC \Rightarrow (\overline{AM}, BN) = (\overline{AM}, AC) = 60^\circ$ Ta có $\begin{cases} AB \perp AM \\ AB \perp BN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB \perp AM \\ AB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACM)$ $V_{ABNM} = V_{MABC} = \frac{1}{3} AB \cdot S_{ACM} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AM \sin \angle CAM = \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot x \cdot y \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} xy$ $V_{ABNM} = \frac{\sqrt{3}}{2} xy \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(x+y)^2}{4} = 8\sqrt{3}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = y = 4$. Khi đó $AM = BN = AC = 4$ Lại có $AB \parallel CN \Rightarrow CN \perp (AMC) \Rightarrow CN \perp CM \Rightarrow MN^2 = CM^2 + CN^2$ Mặt khác $\angle MAC = 60^\circ$ hoặc $\angle MAC = 120^\circ$ Trường hợp 1: $\angle MAC = 60^\circ \Rightarrow \triangle AMC$ đều $\Rightarrow CM = 4 \Rightarrow MN = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$ Trường hợp 2: $\angle MAC = 120^\circ$ $\Rightarrow CM = \sqrt{AM^2 + AC^2 - 2AM \cdot AC \cos 120^\circ} = \sqrt{48} \Rightarrow MN = \sqrt{48 + 6^2} = 2\sqrt{21}$																		

50	37	26	31	30	Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD, AC. Đặt $BD = 2x, AC = 2y$ ($x, y > 0$) Ta có $CM \perp BD, AM \perp BD \Rightarrow BD \perp (AMC)$. Ta có $MA = MC = \sqrt{1 - x^2}$, $MN = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, $S_{AMN} = \frac{1}{2} MN \cdot AC = \frac{1}{2} y \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot DS \cdot S_{AMC} = \frac{1}{3} \cdot 2x \cdot y \sqrt{1 - x^2 - y^2} = \frac{2}{3} \sqrt{x^2 \cdot y^2 \cdot (1 - x^2 - y^2)}$ $\leq \frac{2}{3} \sqrt{\frac{(x^2 + y^2 + 1 - x^2 - y^2)^3}{27}} \Rightarrow V_{ABCD} \leq \frac{2\sqrt{3}}{27}. \text{ Vậy } \text{Max} V_{ABCD} = \frac{2\sqrt{3}}{27}$
----	----	----	----	----	---