

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $2x^2 + 6x + C$.

Câu 2. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

- A. $\int f(x) dx = F(x) + C$. B. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$.
C. $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x)$. D. $\left(\int f(x) dx\right)' = F'(x)$.

Câu 3. Tính tích phân

$$I = \int_0^2 (2x + 1) dx$$

- A. $I = 5$. B. $I = 6$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin x + 3 \cos x + x) dx = \frac{a + b\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi^2}{c} \quad (a, b, c \in \mathbb{Z})$$

Câu 4. Biết . Khi đó giá trị của $P = a + 2b + 3c$ là

- A. $P = 45$ B. $P = 60$ C. $P = 65$ D. $P = 70$

Câu 5. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng

- A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. B. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$. C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Câu 6. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 6x$, $x = 0$, $x = 1$. Tính S .

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây không phải là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $n = (-3; 1; -2)$. B. $n = (3; 1; 2)$ C. $n = (3; -1; 2)$ D. $n = (6; -2; 4)$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $n = (1; -2; 3)$.

- A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$ C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$ D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $u = (-2; 4; 5)$ là một vector chỉ phương?

- A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$.

Câu 11. Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

- A. $\frac{2}{6}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 12. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(A)$.

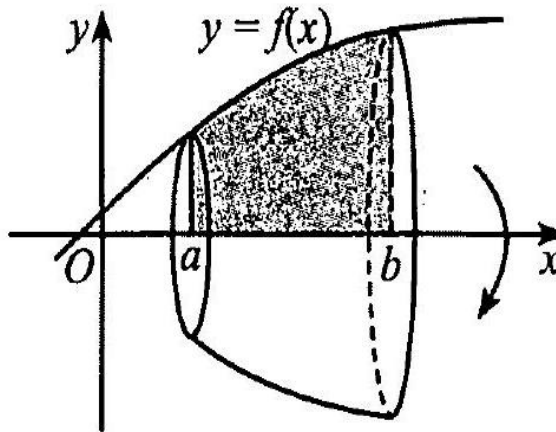
- A. 0,25. B. 0,65. C. 0,55. D. 0,5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1.** Cho hàm số $F(x) = x^3 - 2x + 1, x \in \mathbb{R}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.
a) Nếu hàm số $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $G(-1) = 3$ thì $G(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}$.
b) Nếu hàm số $H(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $H(1) = -3$ thì $H(x) = F(x) - 3, x \in \mathbb{R}$.

- c) Nếu hàm số $K(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $K(0)=0$ thì $K(x)=F(x)+1, x \in R$.
- d) Nếu hàm số $M(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $M(2)=4$ thì $M(x)=F(x)-1, x \in R$.

Câu 2. Cho vật thể tròn xoay như ở Hình 1.



Hình 1

- a) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và hai đường thẳng $x=a, x=b$ quay quanh trục Ox .
- b) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$ quay quanh trục Ox .
- c) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V=\pi \int_a^b f(x) dx$.
- d) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V=\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau:

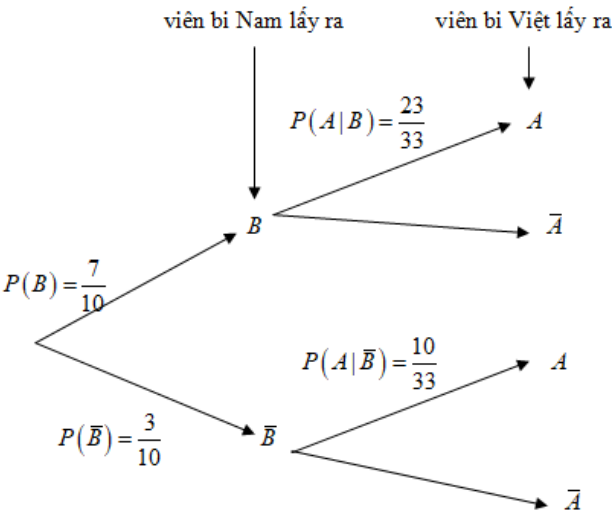
$$(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0, \quad (S_2): x^2 + y^2 - z^2 + 2x - y + 1 = 0,$$

$$(S_3): 2x^2 + 2y^2 = (x+y)^2 - z^2 + 2x - 1, \quad (S_4): (x+y)^2 = 2xy - z^2 - 1.$$

- a) (S_1) là phương trình của một mặt cầu.
- b) (S_2) là phương trình của một mặt cầu.
- c) (S_3) là phương trình của một mặt cầu.
- d) (S_4) không phải là phương trình của một mặt cầu.

Câu 4. Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

- a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.
- b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là

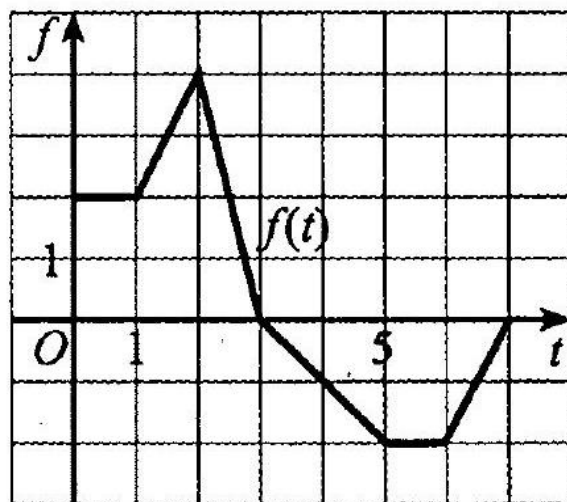


- c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.
- d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây keo (tính theo mét) sau khi trồng t năm. Biết rằng năm đầu tiên cây cao 1,5m, trong những năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{t}}$ (mét /năm). Sau bao nhiêu năm cây cao được 3m.

Câu 2. Cho $g(x) = \int_0^x f(t) dt, (0 \leq x \leq 7)$ trong đó $f(t)$ là hàm số có đồ thị như Hình 2 . Tính $g(3)$.



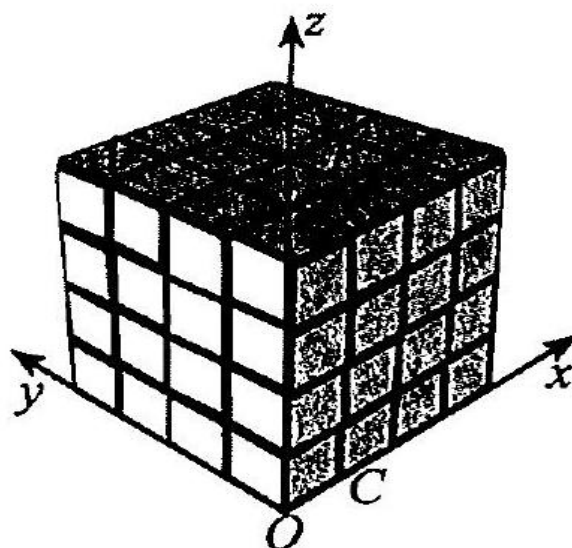
Hình 2

Câu 3. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật

$$v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \text{ (m/s)}$$

, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

Câu 4. Một khối rubic 4×4 được gắn với hệ toạ độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương nhỏ (Hình 4). Xét mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(0; 3; 4)$, $B(2; 1; 4)$ và $C(1; 0; 0)$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

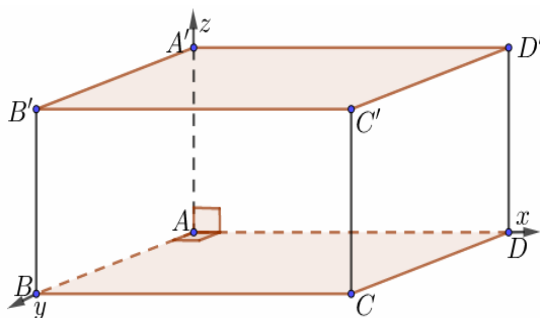


Hình 4

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0; 0; 0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động bay qua hai vị trí $A(-500; -250; 150)$, $B(-200; -200; 100)$. Khi máy

bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a; b; c)$. Giá trị của biểu thức $-3a - b - c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	C	B	B	C	B	B	A	D	C	C	B

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) Đ
d) S	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	2,73	7	25	71	3150	$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $2x^2 + 6x + C$.

Câu 2. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**.

- A. $\int f(x) dx = F(x) + C$. B. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$.
C. $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x)$. D. $\left(\int f(x) dx\right)' = F'(x)$.

Câu 3. Tính tích phân

$$I = \int_0^2 (2x+1) dx$$

- A. $I = 5$. B. $I = 6$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

Câu 4. Biết $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin x + 3 \cos x + x) dx = \frac{a+b\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi^2}{c}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Khi đó giá trị của $P = a + 2b + 3c$ là

- A. $P = 45$ B. $P = 60$ C. $P = 65$ D. $P = 70$

Lời giải

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin x + 3 \cos x + x) dx = \left(-2 \cos x + 3 \sin x + \frac{1}{2} x^2 \right) \Bigg|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{12 - 3\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi^2}{18}$$

$$\Rightarrow P = a + 2b + 3c = 60$$

Câu 5. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng

- A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. B. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$. C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Câu 6. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 6x$, $x = 0$, $x = 1$. Tính S .

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây không phải là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $n = (-3; 1; -2)$. B. $n = (3; 1; 2)$. C. $n = (3; -1; 2)$. D. $n = (6; -2; 4)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $n = (1; -2; 3)$.

- A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$. C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $u = (-2; 4; 5)$ là một vector chỉ phương?

- A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$.

Câu 11. Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

- A. $\frac{2}{6}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 12. Cho hai biến cố A và B , với $P(B)=0,8$, $P(A|B)=0,7$, $P(A|\bar{B})=0,45$. Tính $P(A)$.

A. 0,25. B. 0,65. C. 0,55. D. 0,5.

Lời giải

$$P(\bar{B})=1-P(B)=1-0,8=0,2$$

Công thức xác suất toàn phần

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B})=0,8.0,7+0,2.0,45=0,65$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $F(x)=x^3-2x+1, x \in R$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

a) Nếu hàm số $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $G(-1)=3$ thì $G(x)=F(x)-1, x \in R$.

b) Nếu hàm số $H(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $H(1)=-3$ thì $H(x)=F(x)-3, x \in R$.

c) Nếu hàm số $K(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $K(0)=0$ thì $K(x)=F(x)+1, x \in R$.

d) Nếu hàm số $M(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $M(2)=4$ thì $M(x)=F(x)-1, x \in R$.

GIẢI

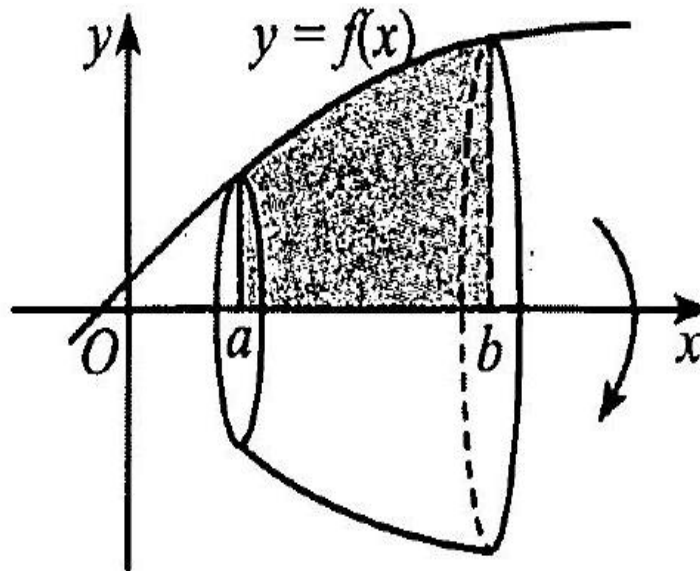
Vì $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên R nên $G(x)=F(x)+C$, với C là một hằng số. Mà $G(-1)=3$ nên ta có $G(-1)=F(-1)+C \Leftrightarrow 3=2+C \Leftrightarrow C=1$.

Vậy $G(x)=F(x)+1, x \in R$.

Tương tự, ta cũng có $H(x)=F(x)-3, K(x)=F(x)+1, M(x)=F(x)-1, x \in R$.

Đáp án: a) S, b) Đ, c) Đ, d) Đ.

Câu 2. Cho vật thể tròn xoay như ở Hình 1.



Hình 1

- a) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và hai đường thẳng $x=a, x=b$ quay quanh trục Ox .
- b) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$ quay quanh trục Ox .
- c) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V=\pi \int_a^b f(x) dx$.
- d) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V=\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	S	Đ	S	Đ

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau:

$$(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0, \quad (S_2): x^2 + y^2 - z^2 + 2x - y + 1 = 0,$$

$$(S_3): 2x^2 + 2y^2 = (x+y)^2 - z^2 + 2x - 1, \quad (S_4): (x+y)^2 = 2xy - z^2 - 1.$$

a) (S_1) là phương trình của một mặt cầu.

b) (S_2) là phương trình của một mặt cầu.

c) (S_3) là phương trình của một mặt cầu.

d) (S_4) không phải là phương trình của một mặt cầu.

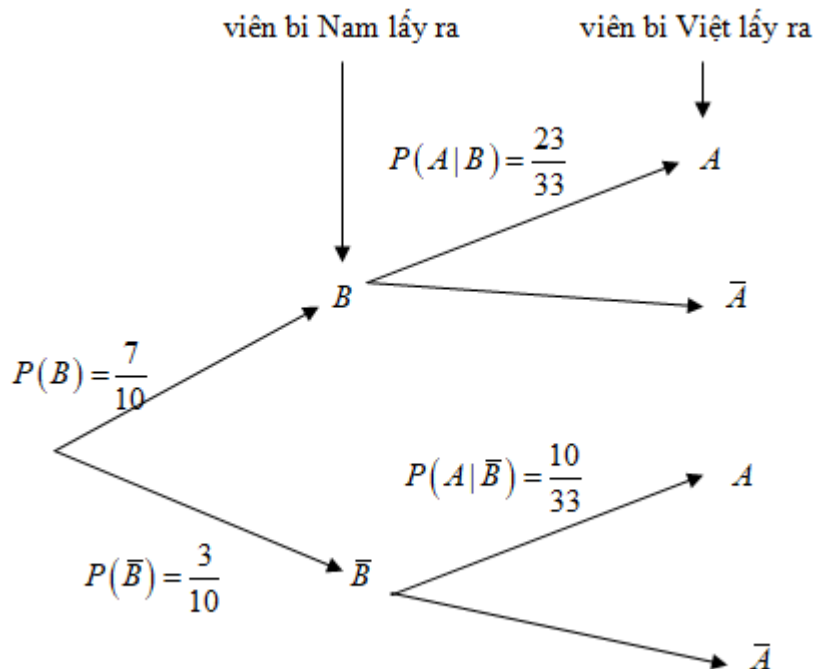
Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	Đ	S	S	Đ

Câu 4. Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.

b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

Gọi A là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu”

Gọi B là biến cố “bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu”

a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

b)

Ta có:

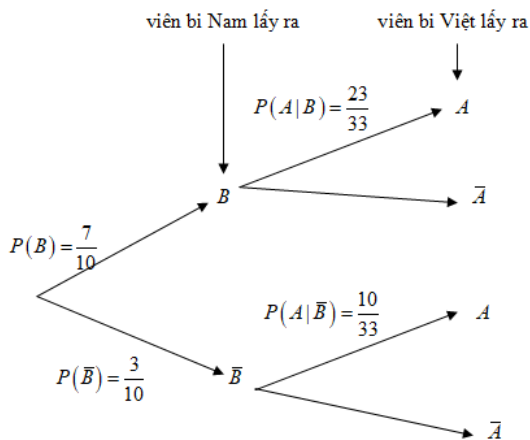
$$P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{70.69}{70.99} = \frac{23}{33}$$

$$P(A|\bar{B}) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{23}{33} = \frac{10}{33}$$

Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{7}{10} \cdot \frac{23}{33} + \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{33} = \frac{191}{330}$$

d)

A là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu” suy ra $\bar{A}$ là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu”

Ta có: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{191}{330} = \frac{139}{330}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây keo (tính theo mét) sau khi trồng t năm. Biết rằng năm đầu tiên cây cao 1,5m, trong những năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{t}}$ (mét /năm). Sau bao nhiêu năm cây cao được 3m.

Trả lời: 2,73

Lời giải

Ta có

$$h'(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{t}}$$

$$\Rightarrow h(t) = \int \frac{1}{\sqrt[4]{t}} dt = \int t^{-\frac{1}{4}} dt = \frac{t^{-\frac{1}{4}+1}}{-\frac{1}{4}+1} + C = \frac{4}{3} \sqrt[4]{t^3} + C$$

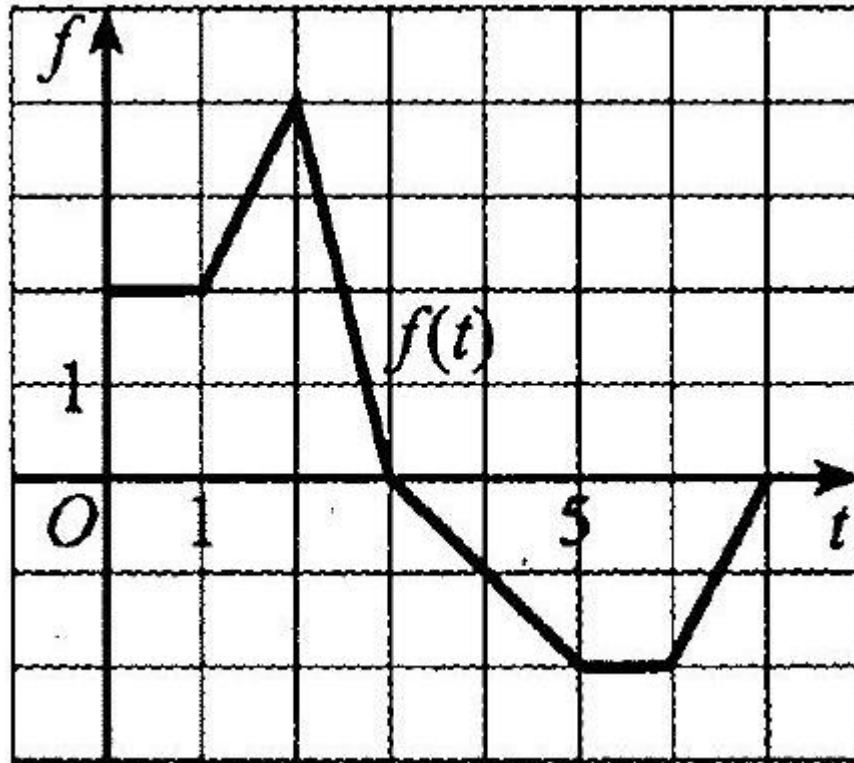
$$\Rightarrow h(t) = \frac{4}{3} \sqrt[4]{t^3} + C$$

năm đầu tiên cây cao 1m nên $h(1) = 1,5 \Leftrightarrow 1,5 = \frac{4}{3} \sqrt[4]{1} + C \Rightarrow C = \frac{1}{6}$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{4}{3} \sqrt[4]{t^3} + \frac{1}{6}$$

cây cao được 3m nên $h(t) = 3 \Leftrightarrow \frac{4}{3} \sqrt[4]{t^3} + \frac{1}{6} = 3 \Leftrightarrow \sqrt[4]{t^3} = \frac{17}{8} \Rightarrow t \approx 2,73$

Câu 2. Cho $g(x) = \int_0^x f(t) dt, (0 \leq x \leq 7)$ trong đó $f(t)$ là hàm số có đồ thị như Hình 2. Tính $g(3)$.



Hình 2

Trả lời: 7

Lời giải

Ta có: $g(3) = \int_0^3 f(t) dt = \int_0^1 f(t) dt + \int_1^2 f(t) dt + \int_2^3 f(t) dt$

$$= \int_0^1 2 dt + \int_1^2 2t dt + \int_2^3 (12-4t) dt$$

$$= 2t \Big|_0^1 + t^2 \Big|_1^2 + (12t - 2t^2) \Big|_2^3 = 7$$

Câu 3. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật

$$v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \text{ (m/s)}$$

, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

Trả lời: 25 (m/s)

Lời giải

Đáp án: 25 (m/s)

Ta có $v_B(t) = \int a \cdot dt = at + C$, $v_B(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) dt = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2 \right) \Big|_0^{25} = \frac{375}{2}.$$

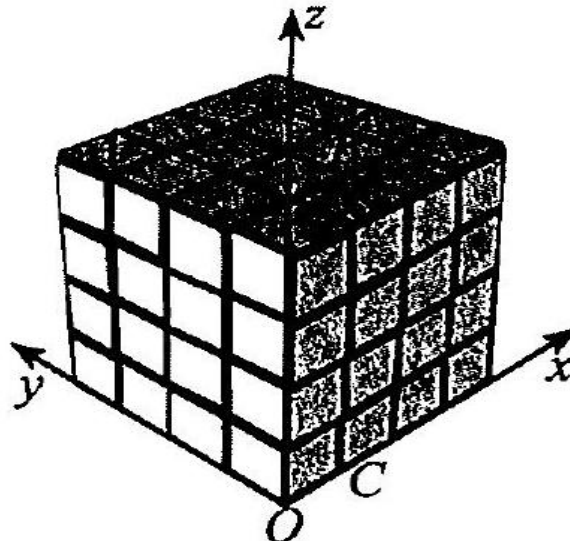
Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}.$$

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25 \text{ (m/s)}$.

Câu 4. Một khối rubik 4×4 được gắn với hệ toạ độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương nhỏ (Hình 4). Xét mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(0; 3; 4)$, $B(2; 1; 4)$ và $C(1; 0; 0)$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Hình 4

Trả lời: 71

Lời giải

Ta có: $\vec{AB} = (2; -2; 0)$, $\vec{AC} = (1; -3; -4)$ và $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (8; 8; -4)$. Suy ra mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; 2; -1)$. Mặt phẳng (Oxy) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (0; 0; 1)$.

Khi đó, $\cos((P), (Oxy)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + (-1) \cdot 1}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{3}$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng khoảng 71° . Đáp số: 71.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động bay qua hai vị trí $A(-500; -250; 150)$, $B(-200; -200; 100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a; b; c)$. Giá trị của biểu thức $-3a - b - c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Trả lời: 3150

Lời giải

Vector $\vec{AB} = (300; 50; -50)$ nên $\vec{u} = (6; 1; -1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

Phương trình đường thẳng AB là:

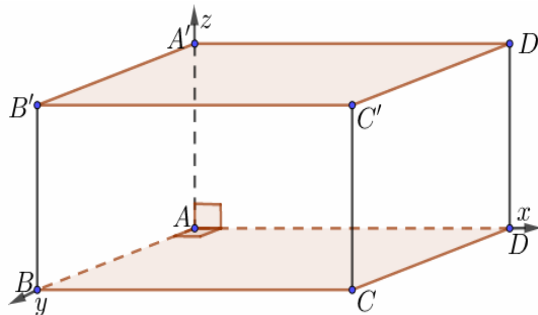
$$\frac{x+500}{6} = \frac{y+250}{1} = \frac{z-150}{-1}$$

Gọi H là hình chiếu của điểm O trên đường thẳng AB thì OH là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát. Khi đó, $H(6t - 500; t - 250; -t + 150)$. Ta có: $\vec{OH} \cdot \vec{u} = (6t - 500) \cdot 6 + t - 250 + (-t + 150) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-775}{9}$.

Suy ra tọa độ của vị trí máy bay khi đó là $\left(\frac{-3050}{3}; \frac{-3025}{9}; \frac{2125}{9}\right)$. Vậy $-3a - b - c = 3150$.

Đáp số: 3150.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 2. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Trả lời: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$

Lời giải

$A(0; 0; 0)$, $C'(2; 2; 2)$, tâm $(1; 1; 1)$ là trung điểm AC'

$$R = AI = \sqrt{3}$$

Pt mặt cầu là : $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$ Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>