



Chương

Bài 3.

TÍCH CỦA MỘT VECTƠ VỚI MỘT SỐ

C

Luyện tập

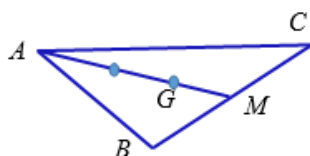
A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Cho $\triangle ABC$ với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó đẳng thức nào đúng?

- A. $\vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{GM}$. B. $\vec{AG} = -\frac{1}{3}\vec{AM}$. C. $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM}$. D. $\vec{AG} = -\frac{2}{3}\vec{AM}$.

👉 Lời giải

Chọn C



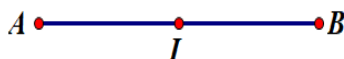
Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM}$

» Câu 2. Cho đoạn thẳng AB có trung điểm I . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0}$. B. $\vec{IA} = \vec{IB}$. C. $\vec{IA} = \vec{BI}$. D. $\vec{IA} = \frac{1}{2}\vec{AB}$.

👉 Lời giải

Chọn C



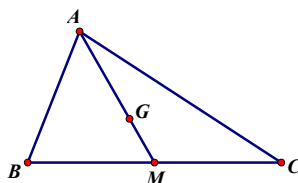
Do I là trung điểm AB nên $\vec{AI} = \vec{IB}$ và hai vectơ $\vec{AI}$ và $\vec{IB}$ cùng hướng nên $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB}$

» Câu 3. Cho tam giác $\triangle ABC$ với trung tuyến AM và trọng tâm G . Tìm số thực k thỏa mãn $\vec{GA} = k\vec{GM}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -2 . D. 2 .

👉 Lời giải

Chọn C



Vì $\vec{GA} = -2\vec{GM}$, $\vec{GA}$ và $\vec{GM}$ ngược hướng nên $\vec{GA} = -2\vec{GM}$. Vậy $k = -2$.

» Câu 4. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB và $\vec{IA} = k\vec{AB}$ thì giá trị của k bằng



A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 3.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có k và $\vec{AI} = k\vec{AB}$, $k = \frac{5}{8}$ ngược hướng. Vậy $k = 1$

» **Câu 5.** Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm nằm trên đoạn AB sao cho $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AB}$. Phát biểu nào sau đây là đúng:

A. $\vec{AM} = -\frac{1}{4}\vec{AB}$

B. $\vec{MA} = \frac{1}{3}\vec{MB}$

C. $\vec{MB} = \frac{3}{4}\vec{BA}$

D. $\vec{MB} = -3\vec{MA}$

👉 **Lời giải**

Chọn D



Vì $\vec{AM}$ cùng hướng $\vec{AB}$ mà $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AB}$ nên $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AB}$

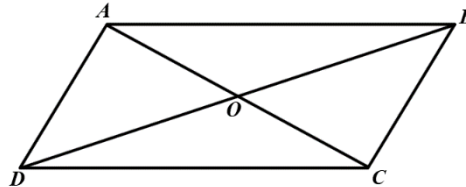
Vì $\vec{MA}$ ngược hướng $\vec{MB}$ mà $\vec{MA} = \frac{1}{3}\vec{MB}$ nên $\vec{MA} = -\frac{1}{3}\vec{MB}$

Vì $\vec{MB}$ ngược hướng $\vec{AB}$ mà $\vec{MB} = \frac{3}{4}\vec{AB}$ nên $\vec{MB} = -\frac{3}{4}\vec{BA}$

Vì $\vec{MB}$ ngược hướng $\vec{MA}$ mà $\vec{MB} = 3\vec{MA}$ nên $\vec{MB} = -3\vec{MA}$

$$\vec{AB} = \vec{AM} + \frac{1}{2}\vec{BC}$$

» **Câu 6.** Cho hình bình hành BC . tâm O . Chọn khẳng định đúng?



A. $\vec{AB} = \vec{AM} + \frac{1}{2}\vec{BC}$

B. $\vec{AB} = \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{AM}$

C. $\vec{AB} = \vec{BC} - \frac{1}{2}\vec{AM}$

D. $\vec{AB} = \vec{AM} - \frac{1}{2}\vec{BC}$

👉 **Lời giải**

Chọn C

Có $\vec{AO}, \vec{CA}$ ngược hướng và $|\vec{AO}| = \frac{1}{2}|\vec{CA}|$ nên $\vec{AO} = -\frac{1}{2}\vec{CA}$

» **Câu 7.** Gọi $\vec{a}$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $\vec{b}$ của tam giác đều $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$

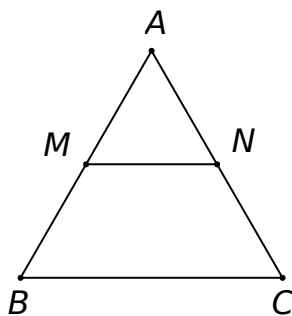
B. $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$

C. $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$

D. $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$

👉 **Lời giải**

Chọn D



Ta có $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$ là đường trung bình của tam giác $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$.

Do đó $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$

» Câu 8. Cho điểm $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$ nằm giữa hai điểm $\vec{MA} = 2\vec{MB}$ và $\vec{MB} = -\frac{1}{3}\vec{AB}$,

$2\vec{MA} + \vec{MB} = 0$, $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $\vec{AM}, \vec{AB}$. B. $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $2a\sqrt{3}$.

👉 **Lời giải**

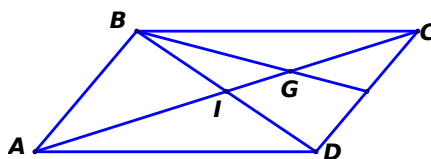
Chọn D

Do điểm $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$ nằm giữa hai điểm $\vec{MA} = 2\vec{MB}$ và $\vec{MB} = -\frac{1}{3}\vec{AB}$ nên D ngược hướng.

$\vec{BC}, \vec{DC} = 2\vec{DB} \vec{AD} = m\vec{AB} + n\vec{AC} \frac{m}{n}$

Vậy: $\frac{1}{3}$.

» Câu 9. Cho hình bình hành tâm $\vec{n} = \frac{-5}{2}\vec{a} + 5\vec{b}$ tâm $\vec{m} = \vec{a} - 2\vec{b} = \frac{-2}{5}\left(\frac{-5}{2}\vec{a} + 5\vec{b}\right) = \frac{-2}{5}\vec{n}$; $\vec{m}$ là trọng tâm tam giác $\vec{n}$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?



- A. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$. B. $|\vec{BA} + \vec{BC}| = |\vec{DA} + \vec{DC}|$.
C. $\vec{BA} + \vec{DA} = \vec{BC} + \vec{DC}$. D. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = 0$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

+ Có là G là trọng tâm tam giác BCD nên áp dụng tính chất trọng tâm ta có $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$ nên A đúng.

+ $|\vec{BA} + \vec{BC}| = |\vec{BD}| = BD; |\vec{DA} + \vec{DC}| = |\vec{DB}| = DB$ nên B đúng.

+ Áp dụng tính chất trung điểm ta có $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = 0$ nên D đúng.



+ Có $\vec{BA} + \vec{DA} = \vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$; $\vec{BC} + \vec{DC} = \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ nên C sai.

» Câu 10. Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh BC sao cho $CM = 2MB$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\vec{AM} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

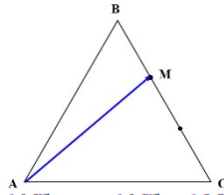
B. $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

C. $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

D. $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$

👉 Lời giải

Chọn C



$$\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{BM} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{1}{3}(\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

Ta có

» Câu 11. Biết tam giác ABC có AM là đường trung tuyến và G là trọng tâm. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\vec{GM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

B. $\vec{GM} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$

C. $\vec{GM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$

D. $\vec{GM} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

👉 Lời giải

Chọn B

Ta có: M là trung điểm BC nên với điểm G là trọng tâm, ta có:

$$\vec{GM} = \frac{1}{3}\vec{AM} \Leftrightarrow \vec{GM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{2}$$

$$\vec{GM} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$$

hay

» Câu 12. Cho ba điểm M, N, P được xác định như hình vẽ dưới đây. Khi đó véc tơ $\vec{MN}$ bằng



A. $4\vec{MP}$

B. $\vec{ABCD}$

C. $\vec{O}$

D. $\vec{M, N}$

👉 Lời giải

Chọn C

Ta có OA và CD là các véc tơ cùng hướng và $\vec{MN} = a\vec{AB} + b\vec{AD}$ $a+b$ $a+b=1$.

$$\text{Vậy } a+b = \frac{1}{2}$$

» Câu 13. Cho AG và điểm M . Gọi AB lần lượt là hai điểm thỏa mãn $4\vec{AM} = \vec{MB}$ và $\vec{CI}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{CA}, \vec{CB}$

B. $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{3}\vec{CB}$

C. $\vec{CI} = \frac{2}{5}\vec{CA} + \frac{1}{6}\vec{CB}$

D. $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{CB}$



Lời giải

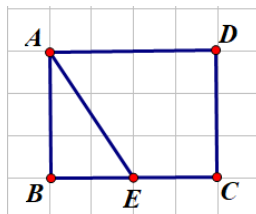
Chọn C

$$\text{Ta có } \vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{6}\vec{CB}.$$

- » Câu 14. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có E là trung điểm BC . Khi đó $\vec{BA} + 2\vec{EC}$ bằng
- A. $\vec{DB}$. B. $\vec{AC}$. C. $\vec{BD}$. D. $\vec{DE}$.

Lời giải

Chọn C

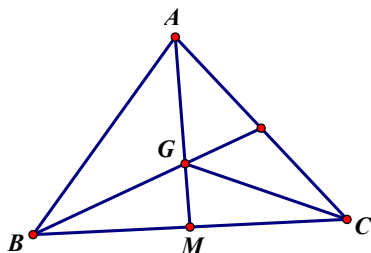


$$\text{Ta có: } \vec{BA} + 2\vec{EC} = \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD}.$$

- » Câu 15. Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ với G là trọng tâm. Tính $|\vec{GB} + \vec{GC}|$
- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC .

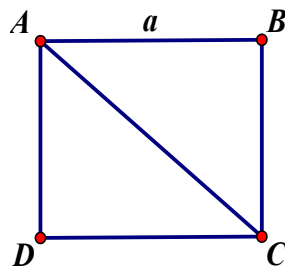
$$\text{Ta có: } \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0 \Rightarrow \vec{GB} + \vec{GC} = -\vec{GA}$$

$$\Rightarrow |\vec{GB} + \vec{GC}| = |-\vec{GA}| = GA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

- » Câu 16. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a . Độ dài của vector $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$ bằng
- A. $3a$. B. $2a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có } \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = (\vec{AB} + \vec{AD}) + \vec{AC} = \vec{AC} + \vec{AC} = 2\vec{AC}.$$



Suy ra $|\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}| = |\vec{2AC}| = 2a\sqrt{2}$.

- » Câu 17. Cho đoạn thẳng AB và điểm I sao cho $3\vec{AI} = 5\vec{IB}$. Tìm k biết $\vec{AI} = k\vec{AB}$
- A. $k = \frac{5}{8}$. B. $k = 1$. C. $k = \frac{5}{3}$. D. $k = \frac{3}{5}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

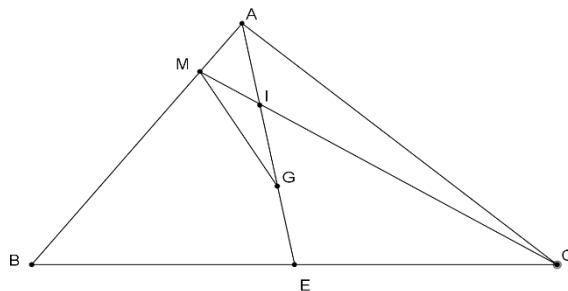
Ta có $3\vec{AI} = 5\vec{IB} \Leftrightarrow 3\vec{AI} = 5(\vec{AB} - \vec{AI}) \Leftrightarrow \vec{AI} = \frac{5}{8}\vec{AB} \Rightarrow k = \frac{5}{8}$.

- » Câu 18. Cho $\triangle ABC$ có E là trung điểm BC , trọng tâm G . Gọi I là trung điểm AG , M thuộc AB sao cho $4\vec{AM} = \vec{MB}$. Phân tích $\vec{CI}$ theo $\vec{CA}, \vec{CB}$.

- A. $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{3}\vec{CB}$. B. $\vec{CI} = \frac{2}{5}\vec{CA} + \frac{1}{6}\vec{CB}$.
- C. $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{CB}$. D. $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{6}\vec{CB}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D



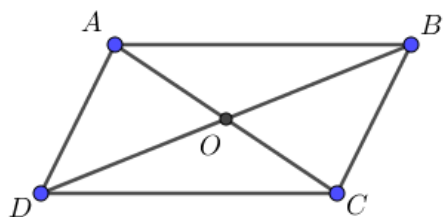
Ta có $\vec{CI} = \vec{CA} + \vec{AI} = \vec{CA} + \frac{1}{6}(\vec{AB} + \vec{AC})$
 $= \vec{CA} + \frac{1}{6}(\vec{CB} - \vec{CA}) - \frac{1}{6}\vec{CA} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{6}\vec{CB}$.

- » Câu 19. Cho hình bình hành $ABCD$, biểu diễn $\vec{DC}$ theo $\vec{AC}$ và $\vec{BD}$.

- A. $\vec{DC} = \frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{BD}$. B. $\vec{DC} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \vec{BD}$.
- C. $\vec{DC} = \frac{3}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{BD}$. D. $\vec{DC} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{BD}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D



Ta có: $\vec{DC} = \vec{DO} + \vec{OC} = \frac{1}{2}\vec{DB} + \frac{1}{2}\vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{BD}$.



» **Câu 20.** Cho tam giác ABC . Lấy điểm N thuộc cạnh BC sao cho $NB = \frac{5}{6}BC$. Hãy phân tích $\vec{AN}$ theo các vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$.

A. $\vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

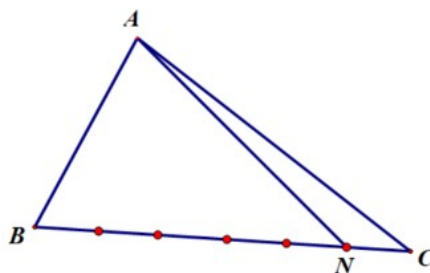
B. $\vec{AN} = \frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{5}{6}\vec{AC}$

C. $\vec{AN} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{5}{6}\vec{AC}$

D. $\vec{AN} = -\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{5}{6}\vec{AC}$

👉 **Lời giải**

Chọn C



Ta có N thuộc cạnh BC sao cho $MB = \frac{5}{6}BC \Rightarrow CN = \frac{1}{6}CB$
 $\vec{AN} = \vec{AC} + \vec{CN} = \vec{AC} + \frac{1}{6}\vec{CB} = \vec{AC} + \frac{1}{6}(\vec{AB} - \vec{AC}) = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{5}{6}\vec{AC}$.

Vậy $\vec{AN} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{5}{6}\vec{AC}$

» **Câu 21.** Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Phân tích $\vec{AB}$ theo hai vectơ $\vec{BN}$ và $\vec{CP}$

A. $\vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{BN} - \frac{4}{3}\vec{CP}$

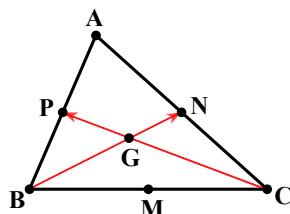
B. $\vec{AB} = -\frac{4}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CP}$

C. $\vec{AB} = \frac{4}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CP}$

D. $\vec{AB} = -\frac{4}{3}\vec{BN} + \frac{2}{3}\vec{CP}$

👉 **Lời giải**

Chọn B



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có $\vec{AB} = \vec{GB} - \vec{GA} = 2\vec{GB} + \vec{GC}$

Mà $\vec{GB} = -\frac{2}{3}\vec{BN}; \vec{GC} = -\frac{2}{3}\vec{CP}$

Do đó $\vec{AB} = -\frac{4}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CP}$



» **Câu 22.** Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AB và CD sao cho $AM = 2BM$, $CD = 2CN$. Giả sử $\vec{BN} = a\vec{BA} + b\vec{BC}$ và $\vec{MN} = c\vec{BA} + d\vec{BC}$. Tính tổng $S = a + b + c + d$?

A. $S = \frac{1}{2}$.

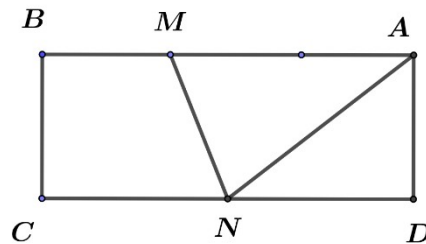
B. $S = \frac{8}{3}$.

C. $S = \frac{7}{6}$.

D. $S = \frac{5}{3}$.

👉 **Lời giải**

Chọn B



Ta có:

$$\vec{BN} = \vec{BC} + \vec{CN} = \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{CD} = \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{BA} = \frac{1}{2}\vec{BA} + \vec{BC} \Rightarrow a = \frac{1}{2}; b = 1$$

$$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AN} = \frac{2}{3}\vec{BA} + \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD}) = \frac{2}{3}\vec{BA} + \frac{1}{2}(\vec{AB} + 2\vec{AD})$$

$$= \frac{2}{3}\vec{BA} + \frac{1}{2}(-\vec{BA} + 2\vec{BC}) = \frac{2}{3}\vec{BA} - \frac{1}{2}\vec{BA} + \vec{BC} = \frac{1}{6}\vec{BA} + \vec{BC} \Rightarrow c = \frac{1}{6}; d = 1$$

Vậy $S = \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{6} + 1 = \frac{8}{3}$.

» **Câu 23.** Cho tam giác ABC . Gọi D, E lần lượt là các điểm thỏa mãn: $\vec{AE} = \frac{1}{4}\vec{AC}$, $\vec{BD} = \frac{3}{4}\vec{BC}$. Gọi BE cắt AD tại K . Tỉ số $\frac{AK}{AD}$ bằng

A. $\frac{4}{13}$.

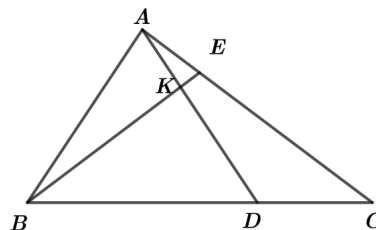
B. $\frac{5}{11}$.

C. $\frac{4}{11}$.

D. $\frac{5}{13}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A



Vì $\vec{AE} = \frac{1}{4}\vec{AC} \Rightarrow \vec{BE} = \frac{1}{4}\vec{BC} + \frac{3}{4}\vec{BA}$ (1)

Giả sử $\vec{AK} = x\vec{AD} \Rightarrow \vec{BK} = x\vec{BD} + (1-x)\vec{BA}$

Mà $\vec{BD} = \frac{3}{4}\vec{BC}$ nên $\vec{BK} = \frac{3x}{4}\vec{BC} + (1-x)\vec{BA}$.



Vì B, K, E thẳng hàng (B không trùng E) nên có m sao cho $\vec{BK} = m\vec{BE}$.

Do đó ta có: $\frac{3x}{4}\vec{BC} + (1-x)\vec{BA} = \frac{m}{4}\vec{BC} + \frac{3m}{4}\vec{BA}$. Hay

$$\left(\frac{m}{4} - \frac{3x}{4}\right)\vec{BC} + \left(\frac{3m}{4} + x - 1\right)\vec{BA} = \vec{0}$$

Do $\vec{BC}, \vec{BA}$ không cùng phương nên ta có:
$$\begin{cases} \frac{m}{4} - \frac{3x}{4} = 0 \\ \frac{3m}{4} + x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{12}{13} \\ x = \frac{4}{13} \end{cases}$$

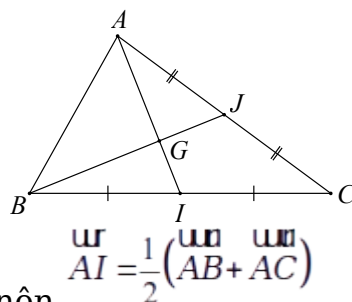
Do $\frac{AK}{AD} = \frac{4}{13}$.

» Câu 24. Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{AC} = \frac{3}{5}\vec{AI} + \vec{BG}$. B. $\vec{AC} = \frac{5}{3}\vec{AI} + \vec{BG}$. C. $\vec{AC} = \frac{3}{4}\vec{AI} - \vec{BG}$. D. $\vec{AC} = \frac{3}{5}\vec{AI} - \vec{BG}$.

👉 Lời giải

Chọn B



Vì I là trung điểm của BC nên

$$\vec{AI} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$$

Gọi J là trung điểm của $AC \Rightarrow \vec{BJ} = \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{BC})$

$$\vec{AI} + \vec{BJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) + \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{BC}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BA}) + \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BC})$$

Suy ra

$$\Rightarrow \vec{AI} + \vec{BJ} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BA} + \vec{AC}) = \frac{1}{2}(2\vec{AC} + \vec{BG} + \vec{GA}) = \frac{1}{2}\left(2\vec{AC} + \vec{BG} - \frac{2}{3}\vec{AI}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{AI} + \frac{3}{2}\vec{BG} = \frac{1}{2}\left(2\vec{AC} + \vec{BG} - \frac{2}{3}\vec{AI}\right) \Leftrightarrow \vec{AC} = \vec{AI} + \frac{2}{3}\vec{AI} + \frac{3}{2}\vec{BG} - \frac{1}{2}\vec{BG}$$

$$\Rightarrow \vec{AC} = \frac{5}{3}\vec{AI} + \vec{BG}$$

» Câu 25. Cho tứ giác $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh AB , điểm N thuộc cạnh CD và thỏa

$$\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC} = 4$$

mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC} = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng khi phân tích $\vec{MN}$ theo hai vectơ $\vec{AD}$ và $\vec{BC}$?

A. $\vec{MN} = \frac{1}{5}\vec{AD} + \frac{4}{5}\vec{BC}$.

B. $\vec{MN} = \frac{1}{5}\vec{AD} - \frac{4}{5}\vec{BC}$.

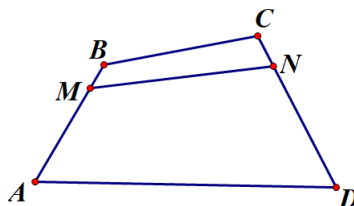


C. $\vec{MN} = \frac{1}{4}\vec{AD} + \frac{3}{4}\vec{BC}$.

D. $\vec{MN} = \frac{1}{4}\vec{AD} - \frac{3}{4}\vec{BC}$.

Lời giải

Chọn A



Vì điểm M thuộc đoạn AB , N thuộc đoạn CD và thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC} = 4$ nên suy ra

$\vec{MA} = -4\vec{MB}$ hay $\vec{MA} + 4\vec{MB} = \vec{0}$ và $\vec{DN} = -4\vec{CN}$ hay $\vec{DN} + 4\vec{CN} = \vec{0}$.

Ta có

$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AD} + \vec{DN}$

$\vec{MN} = \vec{MB} + \vec{BC} + \vec{CN} \Leftrightarrow 4\vec{MN} = 4\vec{MB} + 4\vec{BC} + 4\vec{CN}$.

Cộng và về theo vế ta được

$5\vec{MN} = (\vec{MA} + 4\vec{MB}) + \vec{AD} + 4\vec{BC} + (\vec{DN} + 4\vec{CN})$

$\Leftrightarrow 5\vec{MN} = \vec{0} + \vec{AD} + 4\vec{BC} + \vec{0}$

$\Leftrightarrow \vec{MN} = \frac{1}{5}\vec{AD} + \frac{4}{5}\vec{BC}$.

$\vec{MN} = \frac{1}{5}\vec{AD} + \frac{4}{5}\vec{BC}$

Vậy

» **Câu 26.** Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M và N là các điểm lần lượt thỏa mãn $\vec{MA} + 3\vec{MB} = \vec{0}$, $\vec{AN} = k\vec{AC}$, $k \in \mathbb{R}$. Tìm k để ba điểm M, N, G thẳng hàng.

A. $k = \frac{5}{3}$.

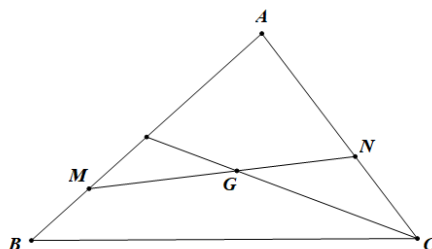
B. $k = \frac{3}{5}$.

C. $k = \frac{3}{4}$.

D. $k = \frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\vec{MA} + 3\vec{MB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \vec{GA} - \vec{GM} + 3(\vec{GB} - \vec{GM}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \vec{GM} = \frac{1}{4}\vec{GA} + \frac{3}{4}\vec{GB}$.



$$\begin{aligned} \text{Lại có } \overrightarrow{AN} &= k\overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GN} - \overrightarrow{GA} &= k(\overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GA}) \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GN} &= (1-k)\overrightarrow{GA} + k\overrightarrow{GC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GN} &= (1-k)\overrightarrow{GA} + k(-\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB}) \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GN} &= (1-2k)\overrightarrow{GA} - k\overrightarrow{GB} \end{aligned}$$

Ba điểm M, N, G thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{GN}$ và $\overrightarrow{GM}$ cùng phương.

$$\frac{1-2k}{\frac{1}{4}} = \frac{-k}{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow k = \frac{3}{5}$$

Suy ra

Cách 2:

Nếu $k=0$ thì $N \equiv A$. Khi đó ba điểm M, G, N không thẳng hàng. Suy ra $k \neq 0$.

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{k}\overrightarrow{AN}\right) = \frac{4}{9}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{3k}\overrightarrow{AN}$$

Ta có

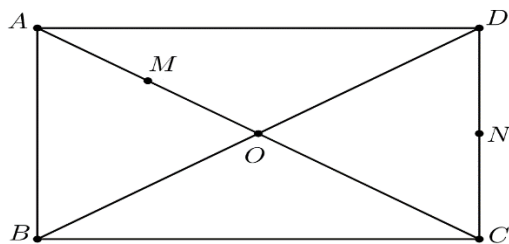
$$\text{Ba điểm } G, M, N \text{ thẳng hàng khi và chỉ khi } \frac{4}{9} + \frac{1}{3k} = 1 \Leftrightarrow k = \frac{3}{5}.$$

» **Câu 27.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$. Tính $a+b$.

- A.** $a+b=1$. **B.** $a+b=\frac{1}{2}$. **C.** $a+b=\frac{3}{4}$. **D.** $a+b=\frac{1}{4}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A



$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$$

Xét

$$\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow a+b=1$$

Do

» **Câu 28.** Cho tam giác ABC . Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{BC}|$?

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** vô số.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Vì điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{BC}|$ nên M cách A một khoảng bằng độ dài cạnh BC . Như thế tập hợp các điểm M là đường tròn tâm A bán kính BC .



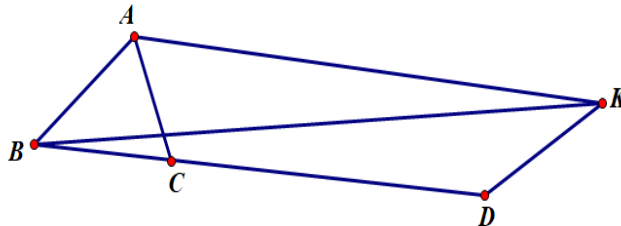
Suy ra có vô số điểm M thỏa mãn $|\vec{MA}| = |\vec{BC}|$.

» **Câu 29.** Cho tam giác BC đều có cạnh bằng M . Biết tập hợp các điểm $|\vec{MA}| = |\vec{BC}|$ thỏa mãn $|\vec{MA} + 5\vec{MB} + 4\vec{MC}| = |\vec{MA} - 5\vec{MB} + 4\vec{MC}|$ là một đường tròn. Hỏi đường tròn đó có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. $\sqrt{22}$. B. $\sqrt{19}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{21}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D



Ta có: $|\vec{MA} - 5\vec{MB} + 4\vec{MC}| = |-5\vec{AB} + 4\vec{AC}| = |\vec{BA} + 4\vec{BC}| = |\vec{BK}| = BK = 10\sqrt{21}$ với K là điểm sao cho tứ giác $ABDK$ là hình bình hành và D điểm sao cho $\vec{BD} = 4\vec{BC}$.

Gọi I là điểm sao cho $\vec{IA} + 5\vec{IB} + 4\vec{IC} = \vec{0}$, khi đó $|\vec{MA} + 5\vec{MB} + 4\vec{MC}| = |\vec{MI}| = 10MI$.

Từ đó: $|\vec{MA} + 5\vec{MB} + 4\vec{MC}| = |\vec{MA} - 5\vec{MB} + 4\vec{MC}| \Leftrightarrow 10MI = 10\sqrt{21} \Leftrightarrow MI = \sqrt{21}$.

Tức tập hợp các điểm M là một đường tròn tâm I bán kính bằng $\sqrt{21}$.

» **Câu 30.** Cho tam giác ABC . Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = \frac{3}{2}|\vec{MA} + \vec{MB}|$ là

- A. Đường trung trực của AB .
B. Đường trung trực của GE với G là trọng tâm tam giác ABC , E là trung điểm AB .
C. Đường tròn tâm G , bán kính $R = AB$ với G là trọng tâm tam giác ABC .
D. Đường tròn tâm G , bán kính $R = \frac{3}{2}AB$ với G là trọng tâm tam giác ABC .

👉 **Lời giải**

Chọn B

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , E là trung điểm AB .

Ta có: $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = \frac{3}{2}|\vec{MA} + \vec{MB}| \Leftrightarrow |\vec{MG}| = \frac{3}{2}|\vec{ME}| \Leftrightarrow 3|\vec{MG}| = 3|\vec{ME}| \Leftrightarrow \vec{MG} = \vec{ME}$

Suy ra, tập hợp điểm M là đường trung trực của GE .

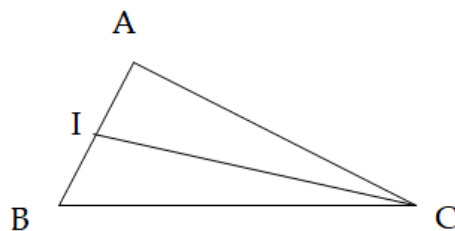
» **Câu 31.** Cho tam giác ABC , I là trung điểm của đoạn AB . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\vec{MA} + \vec{MB}| = 2\vec{MC}$ là

- A. Đường trung trực của đoạn IC . B. Đường tròn tâm I bán kính IC .
C. Đường tròn tâm I đường kính IC . D. Đường tròn tâm I bán kính MC .



Lời giải

Chọn A



Áp dụng tính chất trung điểm của đoạn thẳng ta có:

$$\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI} \Rightarrow |\vec{MA} + \vec{MB}| = 2|\vec{MI}| = 2MI$$

Nên ta được: $2MI = 2MC \Rightarrow MI = MC$, trong đó các điểm I, C cố định. Khoảng cách từ điểm M tới các điểm I, C bằng nhau nên M thuộc đường trung trực của đoạn IC .

» Câu 32. Cho tam giác ABC . Gọi M, N là các điểm thỏa mãn: $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$, $2\vec{NA} + 3\vec{NC} = \vec{0}$ và $\vec{BP} = k\vec{BC}$. Tìm k để M, N, P thẳng hàng.

A. $k = -3$.

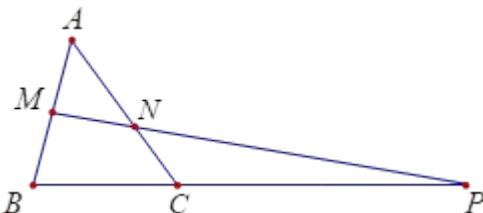
B. $k = 4$.

C. $k = -4$.

D. $k = 3$.

Lời giải

Chọn D



$$\vec{BP} = k\vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AP} - \vec{AB} = k(\vec{AC} - \vec{AB}) \Leftrightarrow \vec{AP} = (1 - k)\vec{AB} + k\vec{AC}$$

Ta có

$$\vec{MN} = \vec{AN} - \vec{AM} = \frac{3}{5}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AB} \quad (1)$$

$$\vec{NP} = \vec{AP} - \vec{AN} = (1 - k)\vec{AB} + k\vec{AC} - \frac{3}{5}\vec{AC} = \left(k - \frac{3}{5}\right)\vec{AC} + (1 - k)\vec{AB} \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k - \frac{3}{5} = \frac{3m}{5} \\ 1 - k = \frac{-m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ m = 4 \end{cases}$$

Khi đó M, N, P thẳng hàng thì $\exists m \in \mathbb{R} : \vec{NP} = m\vec{MN}$

Vậy $k = 3$.

» Câu 33. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N được xác định bởi các hệ thức $\vec{BM} = \vec{BC} - 2\vec{AB}$, $\vec{CN} = x\vec{AC} - \vec{BC}$. Xác định x để A, M, N thẳng hàng.

A. $x = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\vec{BM} = \vec{BC} - 2\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{BA} + \vec{AM} = \vec{BC} - 2\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AM} = \vec{BC} - \vec{AB}$$



Và $\vec{CN} = x\vec{AC} - \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{CA} + \vec{AN} = x\vec{AC} - \vec{BC}$
 $\Rightarrow \vec{AN} = -\vec{BC} + (x+1)\vec{AC} = -\vec{BC} + (x+1)(\vec{AB} + \vec{BC}) = (x+1)\vec{AB} + x\vec{BC}$

Vậy $\begin{cases} \vec{AM} = \vec{BC} - \vec{AB} \\ \vec{AN} = x\vec{BC} + (x+1)\vec{AB} \end{cases}$

Để A, N, M thẳng hàng thì $\vec{AM} = k\vec{AN}, (k \neq 0) \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{-1}{x+1} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$.

» **Câu 34.** Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$, (d) là đường thẳng qua A và song song BC . Khi

M di động trên (d) thì giá trị nhỏ nhất của $|\vec{MA} + 2\vec{MB}|$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

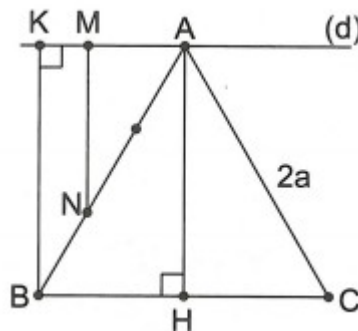
B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a\sqrt{3}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D



Chọn điểm N thuộc đoạn AB sao cho $NA = 2NB \Rightarrow 2\vec{NB} + \vec{NA} = \vec{0}$

Ta có $|\vec{MA} + 2\vec{MB}| = |\vec{MN} + \vec{NA} + 2(\vec{MN} + \vec{NB})| = |3\vec{MN} + (\vec{NA} + 2\vec{NB})| = |3\vec{MN}| = 3MN$

Do đó $|\vec{MA} + 2\vec{MB}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MN$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của N trên đường thẳng (d).

Gọi H là trung điểm BC , K là hình chiếu vuông góc của điểm B trên đường thẳng (d).

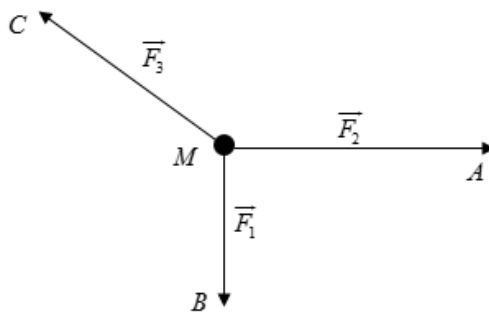
Theo định lý Talet ta có

$$\frac{MN}{BK} = \frac{AN}{AB} \Leftrightarrow \frac{MN}{AH} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow MN = \frac{2}{3}AH \Leftrightarrow MN = \frac{2}{3}\sqrt{AB^2 - BH^2}$$

$$\Leftrightarrow MN = \frac{2}{3}\sqrt{(2a)^2 - a^2} \Leftrightarrow MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Vậy $|\vec{MA} + 2\vec{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $3MN$ và bằng $2a\sqrt{3}$.

» **Câu 35.** Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Biết cường độ của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt là $28N$ và $45N$. Tìm cường độ của lực $\vec{F}_3$ biết $\angle AMB = 90^\circ$.



A. 73N.

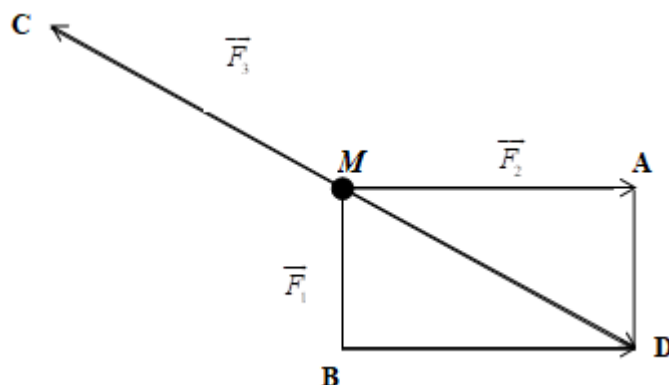
B. 53N.

C. 60N.

D. 80N.

👉 **Lời giải**

Chọn B



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$$

Do vật đứng yên nên ta có

Dựng hình chữ nhật $AMBD$. Theo quy tắc hình bình hành ta có

$$\vec{MD} = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\text{Suy ra } \vec{F}_3 = -\vec{MD} \text{ nên } F_3 = MD = \sqrt{MA^2 + MB^2} = \sqrt{28^2 + 45^2} = 53(N)$$

B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai

» **Câu 36.** Cho bốn điểm A, B, C, D có M, N là trung điểm của AB, CD . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$		
(b)	$\vec{NC} + \vec{ND} = \vec{0}$		
(c)	$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AC}$		
(d)	$2\vec{MN} = \vec{AC} + \vec{BD}$		

👉 **Lời giải**

(a) $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$

M là trung điểm của AB nên ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $\vec{NC} + \vec{ND} = \vec{0}$

N là trung điểm của CD nên ta có: $\vec{NC} + \vec{ND} = \vec{0}$



» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$

» **Chọn SAI.**

(d) $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN} \end{cases}$$

Ta lại có

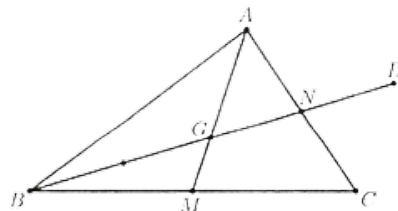
Cộng hai đẳng thức trên vế theo vế, ta chứng minh được $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 37.** Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G , M là trung điểm của BC . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$		
(b)	$\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$		
(c)	$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$		
(d)	$\overrightarrow{MD} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$		

👉 **Lời giải**



(a) $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$

$\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

Ta có:

» **Chọn SAI.**

(c) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BN}$$

Ta có:

» **Chọn SAI.**

(d) $\overrightarrow{MD} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$



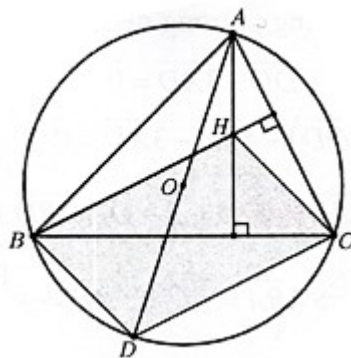
$$\begin{aligned} \overrightarrow{MD} &= \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN} \\ \text{Ta có:} \\ &= -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN}) \\ &= -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}. \end{aligned}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 38.** Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn tâm O , H là trực tâm tam giác, D là điểm đối xứng của A qua O . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$BD \parallel CH$		
(b)	$CD \parallel BH$		
(c)	$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HO}$		
(d)	$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OH}$		

» **Lời giải**



(a) $BD \parallel CH$

Xét tam giác ABD nội tiếp đường tròn đường kính AD nên $AB \perp BD$;
Mặt khác $AB \perp CH$ nên $BD \parallel CH$ (1).

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $CD \parallel BH$

Tương tự, tam giác ACD nội tiếp đường tròn đường kính AD nên $AC \perp CD$;
Mặt khác $AC \perp BH$ nên $CD \parallel BH$ (2).

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HO}$;

Từ (1) và (2) suy ra $BDCH$ là hình bình hành.

Ta có: $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HD} = 2\overrightarrow{HO}$ (vì O là trung điểm AD).

» **Chọn SAI.**

(d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OH}$

Ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HC}$
 $= 3\overrightarrow{OH} + (\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC}) = 3\overrightarrow{OH} + 2\overrightarrow{HO} = \overrightarrow{OH}$.

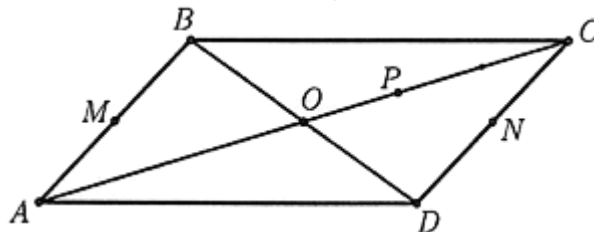


» **Chọn SAI.**

» **Câu 39.** Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và P là điểm thỏa mãn hệ thức: $\vec{OP} = -\frac{1}{3}\vec{OA}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{OA} + 3\vec{OP} = \vec{0}$		
(b)	$3\vec{AP} - 3\vec{AC} = \vec{0}$		
(c)	Ba điểm B, P, N không thẳng hàng		
(d)	Ba đường thẳng AC, BD, MN đồng quy		

» **Lời giải**



(a) $\vec{OA} + 3\vec{OP} = \vec{0}$

Ta có: $\vec{OA} = -3\vec{OP} \Leftrightarrow \vec{OA} + 3\vec{OP} = \vec{0}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $3\vec{AP} - 3\vec{AC} = \vec{0}$

Khi đó: $3\vec{AP} - 2\vec{AC} = 3(\vec{AO} + \vec{OP}) - 2.2\vec{AO} = \vec{OA} + 3\vec{OP} = \vec{0}$

Ta có:

» **Chọn SAI.**

(c) Ba điểm B, P, N không thẳng hàng

$\vec{OP} = -\frac{1}{3}\vec{OA} = \frac{1}{3}\vec{OC} \Rightarrow P$

Ta có: P là trọng tâm của tam giác BCD ,

Do vậy trung tuyến BN của tam giác BCD đi qua trọng tâm P đó.

Vậy ba điểm B, P, N thẳng hàng.

» **Chọn SAI.**

(d) Ba đường thẳng AC, BD, MN đồng quy

Nhận xét: AC và BD cắt nhau tại tâm O là trung điểm của mỗi đường.

$\vec{OM} + \vec{ON} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB}) + \frac{1}{2}(\vec{OC} + \vec{OD}) = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OC}) + \frac{1}{2}(\vec{OB} + \vec{OD}) = \vec{0}$

Mặt khác

Do đó O là trung điểm của MN hay AC, BD, MN đồng quy tại O .

» **Chọn ĐÚNG.**

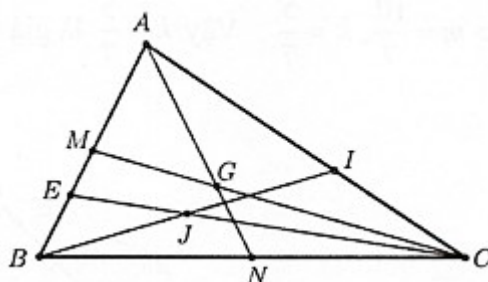
» **Câu 40.** Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Lấy hai điểm I, J sao cho: $2\vec{IA} + 3\vec{IC} = \vec{0}$ và $2\vec{JA} + 5\vec{JB} + 3\vec{JC} = \vec{0}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	M, N, J thẳng hàng		



(b)	$\vec{JM} = \frac{3}{2}\vec{JN}$		
(c)	J là trung điểm của BI		
(d)	Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\vec{AE} = \frac{5}{7}\vec{AB}$ thì C, E, J thẳng hàng		

🔍 **Lời giải**



(a) M, N, J thẳng hàng.

$$2\vec{JA} + 5\vec{JB} + 3\vec{JC} = 2(\vec{JA} + \vec{JB}) + 3(\vec{JB} + \vec{JC}) = 4\vec{JM} + 6\vec{JN} = \vec{0}$$

Ta có:

$$\Rightarrow \vec{JM} = -\frac{3}{2}\vec{JN}$$

Do đó J, M, N thẳng hàng.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $\vec{JM} = \frac{3}{2}\vec{JN}$

Và điểm J thuộc đoạn MN và thỏa mãn $\vec{JM} = \frac{3}{2}\vec{JN}$.

$$\vec{JM} = -\frac{3}{2}\vec{JN}$$

Do J nằm trong MN nên

» **Chọn SAI.**

(c) J là trung điểm của BI .

$$\vec{JM} = -\frac{3}{2}\vec{JN} \Leftrightarrow \vec{JM} = -\frac{3}{2}(\vec{JM} + \vec{MN})$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2}\vec{JM} = -\frac{3}{2}\vec{MN} \Leftrightarrow \vec{JM} = -\frac{3}{5}\vec{MN}$$

$$2\vec{IA} + 3\vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{IC} + 2\vec{CA} + 3\vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{CI} = \frac{2}{5}\vec{CA}.$$

$$\text{Khi đó: } \vec{JB} = \vec{JM} + \vec{MB} = -\frac{3}{5}\vec{MN} + \frac{1}{2}\vec{AB} = -\frac{3}{10}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AB}$$

$$\vec{BI} = \vec{BC} + \vec{CI} = \vec{BC} + \frac{2}{5}\vec{CA} = \vec{AC} - \vec{AB} - \frac{2}{5}\vec{AC}$$

$$= \frac{3}{5}\vec{AC} - \vec{AB} = -2\left(-\frac{3}{10}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AB}\right) = -2\vec{JB} \text{ (do (1)).}$$

Vậy J là trung điểm của BI .

» **Chọn ĐÚNG.**



(d) Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\vec{AE} = \frac{5}{7}\vec{AB}$ thì C, E, J thẳng hàng.

$$\begin{aligned}\vec{CJ} &= \vec{CN} + \vec{NJ} = -\frac{1}{2}\vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{CI} = -\frac{1}{2}\vec{BC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}\vec{CA} \\ &= -\frac{1}{2}(\vec{AC} - \vec{AB}) - \frac{1}{5}\vec{AC} = -\frac{7}{10}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AB}\end{aligned}$$

Mặt khác: $\vec{CE} = \vec{CA} + \vec{AE} = -\vec{AC} + k\vec{AB}$.

Để C, E, J thẳng hàng thì: $\exists m \in \mathbb{R}, \vec{CE} = m \cdot \vec{CJ} \Leftrightarrow -\vec{AC} + k\vec{AB} = -\frac{7m}{10}\vec{AC} + \frac{m}{2}\vec{AB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -\frac{7m}{10} \\ k = \frac{m}{2} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{10}{7}, k = \frac{5}{7} \Rightarrow k = \frac{5}{7}$$

$$\vec{AE} = \frac{5}{7}\vec{AB}$$

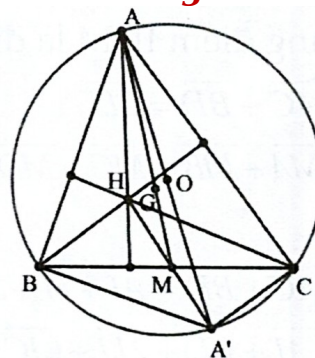
Vậy

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 41.** Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC . Gọi G là trọng tâm, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , AA' là đường kính của (O) . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{BH} = \vec{A'C}$		
(b)	$\vec{AH} = 2\vec{OM}$		
(c)	$\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 3\vec{HO}$		
(d)	$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OH}$		

» **Lời giải**



(a) $\vec{BH} = \vec{A'C}$

Do tứ giác $BHCA'$ có $BH \parallel A'C (\perp AC)$ và $CH \parallel BA' (\perp AB)$

Nên $BHCA'$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{BH} = \vec{A'C}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $\vec{AH} = 2\vec{OM}$



Lại có M là trung điểm của đường chéo BC
 Nên M là trung điểm của HA' hay H, M, A' thẳng hàng.
 Do OM là đường trung bình của $DAHA'$
 Nên $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$, mà $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{OM}$ cùng hướng
 $\Rightarrow \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HO}$
 $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HA'} = \overrightarrow{HA} + 2\overrightarrow{HO}$

(Tứ giác $AHCA'$ là hình bình hành $\overrightarrow{HA'} = \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$)

» **Chọn SAI.**

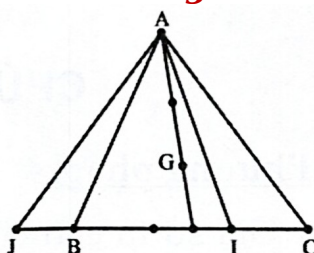
(d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OH}$
 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$
 $= \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{OH} + 2\overrightarrow{HO} = \overrightarrow{OH}$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 42.** Cho $\triangle ABC$. Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = BI$. J là điểm trên cạnh BC kéo dài sao cho $5JB = JC$. G là trọng tâm $\triangle ABC$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI}$		
(b)	$\overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$		
(c)	$\overrightarrow{AJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$		
(d)	$\overrightarrow{AG} = \frac{14}{27}\overrightarrow{AI} - \frac{172}{27}\overrightarrow{AJ}$		

🔑 **Lời giải**



(a) $\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI}$

Vì $BI = 2CI$ và $\overrightarrow{BI}$ và $\overrightarrow{CI}$ cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $\overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AC}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

» **Chọn SAI.**

(c) $\overrightarrow{AJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$



Vì $5\vec{JB} = \vec{JC}$ và $\vec{JB}$ và $\vec{JC}$ cùng hướng

$$\Rightarrow 5\vec{JB} = \vec{JC} \Leftrightarrow 5(\vec{AB} - \vec{AJ}) = \vec{AC} - \vec{AJ} \Leftrightarrow 4\vec{AJ} = 5\vec{AB} - \vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AJ} = \frac{5}{4}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}$$

» **Chọn SAI.**

(d)
$$\vec{AG} = \frac{14}{27}\vec{AI} - \frac{172}{27}\vec{AJ}$$

Gọi M là trung điểm cạnh BC :

$$\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) \Leftrightarrow \vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{4}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC} = \vec{AJ} \\ -\vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{AI} \end{cases}$$

Ta có hệ:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5\vec{AB} - \vec{AC} = 4\vec{AJ} \\ -\vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{AI} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10\vec{AB} - 2\vec{AC} = 8\vec{AJ} \\ -\vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{AI} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} = \frac{1}{9}\vec{AI} + \frac{8}{9}\vec{AJ} \\ \vec{AC} = 5\vec{AB} - 4\vec{AJ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} = \frac{1}{9}\vec{AI} + \frac{8}{9}\vec{AJ} \\ \vec{AC} = 5\left(\frac{1}{9}\vec{AI} + \frac{8}{9}\vec{AJ}\right) - 4\vec{AJ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} = \frac{1}{9}\vec{AI} + \frac{8}{9}\vec{AJ} \\ \vec{AC} = \frac{13}{9}\vec{AI} - \frac{20}{9}\vec{AJ} \end{cases}$$

$$\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

Vậy

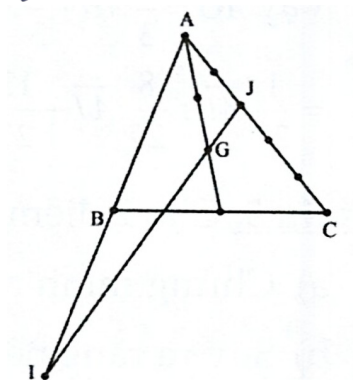
$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{9}\vec{AI} + \frac{8}{9}\vec{AJ}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{13}{9}\vec{AI} - \frac{20}{9}\vec{AJ}\right) = \frac{1}{27}\vec{AI} + \frac{8}{27}\vec{AJ} + \frac{13}{27}\vec{AI} - \frac{20}{27}\vec{AJ} = \frac{14}{27}\vec{AI} - \frac{172}{27}\vec{AJ}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 43.** Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Gọi I, J là 2 điểm định bởi $\vec{IA} = 2\vec{IB}$, $3\vec{JA} + 2\vec{JC} = \vec{0}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{AI} = 3\vec{AB}$		
(b)	$\vec{IJ} = -2\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC}$		
(c)	$\vec{IG} = -\frac{5}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$		
(d)	3 điểm I, J, G thẳng hàng		

» **Lời giải**



(a) $\vec{AI} = 3\vec{AB}$

$$\vec{IA} = 2\vec{IB} \Leftrightarrow -\vec{AI} = 2(\vec{AB} - \vec{AI}) \Leftrightarrow -\vec{AI} = 2\vec{AB} - 2\vec{AI} \Leftrightarrow \vec{AI} = 2\vec{AB}$$

» Chọn SAI.

(b) $\vec{IJ} = -2\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC}$

$$3\vec{JA} + 2\vec{JC} = \vec{0} \Leftrightarrow -3\vec{AJ} + 2(\vec{AC} - \vec{AJ}) = \vec{0} \Leftrightarrow 5\vec{AJ} = 2\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AJ} = \frac{2}{5}\vec{AC}$$

$$\vec{IJ} = \vec{AJ} - \vec{AI} = \frac{2}{5}\vec{AC} - 2\vec{AB} = -2\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC}$$

» Chọn ĐÚNG.

(c) $\vec{IG} = -\frac{5}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

Gọi M là trung điểm BC

$$\vec{IG} = \vec{AG} - \vec{AI} = \frac{2}{3}\vec{AM} - 2\vec{AB}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) - 2\vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} - 2\vec{AB} = -\frac{5}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

» Chọn ĐÚNG.

(d) 3 điểm I, J, G thẳng hàng.

$$\begin{cases} \vec{IJ} = -2\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC} \\ \vec{IG} = -\frac{5}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}\vec{IJ} = -\vec{AB} + \frac{1}{5}\vec{AC} \\ \frac{3}{5}\vec{IG} = -\vec{AB} + \frac{1}{5}\vec{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\vec{IJ} = \frac{3}{5}\vec{IG} \Leftrightarrow \vec{IJ} = \frac{6}{5}\vec{IG}$$

Xét hệ:

$$\Rightarrow \vec{IJ} \text{ và } \vec{IG} \text{ cùng phương} \Rightarrow I, J, G \text{ thẳng hàng.}$$

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 44. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Đặt $\vec{u} = \vec{AB}, \vec{v} = \vec{AE}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{AD} = \vec{u} + \vec{v}$		
(b)	$\vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$		
(c)	$\vec{AF} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$		



(d) $\vec{EF} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$

👉 **Lời giải**

(a) $\vec{AD} = \vec{u} + \vec{v}$

Gọi O là tâm lục giác đều $ABCDEF$

Tứ giác $ABDE$ hình chữ nhật $\Rightarrow \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AE} = \vec{u} + \vec{v}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $\vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$

Tứ giác $ABCO$ là hình thoi

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AO} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} = \vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AE}) = \frac{3}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$$

» **Chọn SAI.**

(c) $\vec{AF} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$

$$\begin{aligned}\vec{AF} &= \vec{AO} + \vec{OF} = \frac{1}{2}\vec{AD} + \vec{BA} \\ &= \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AE}) - \vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AE} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}.\end{aligned}$$

(tứ giác $ABOF$ là hình thoi nên $\vec{OF} = \vec{BA}$)

» **Chọn SAI.**

(d) $\vec{EF} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$

Tứ giác $AOEF$ là hình thoi nên

$$\vec{EF} = \vec{OA} = -\vec{AO} = -\frac{1}{2}\vec{AD} = -\frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AE}) = -\frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AE} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}.$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 45.** Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N được xác định bởi các hệ thức: $\vec{BC} + \vec{MA} = 0, \vec{AB} - \vec{NA} - 3\vec{AC} = 0$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{MN} = 3\vec{AC}$		
(b)	Hai vector $\vec{MN}, \vec{AC}$ cùng phương		
(c)	M thuộc đường thẳng AC		
(d)	Hai đường thẳng MN và AC song song		

👉 **Lời giải**

(a) $\vec{MN} = 3\vec{AC}$

$$\begin{aligned}\vec{BC} + \vec{MA} + \vec{AB} - \vec{NA} - 3\vec{AC} &= 0 \Leftrightarrow (\vec{AB} + \vec{BC}) - 3\vec{AC} + (\vec{MA} + \vec{AN}) = 0 \\ \Leftrightarrow \vec{AC} - 3\vec{AC} + \vec{MN} &= 0 \Leftrightarrow \vec{MN} = 2\vec{AC}.\end{aligned}$$

» **Chọn SAI.**



(b) Hai vectơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương

Suy ra hai vectơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương (1).

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) M thuộc đường thẳng AC

Xét: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$.

Do đó M là một đỉnh của hình bình hành $ABCM$

Hay M không thuộc đường thẳng AC (2)

» **Chọn SAI.**

(d) Hai đường thẳng MN và AC song song.

Từ (1) và (2) suy ra hai đường thẳng MN và AC song song.

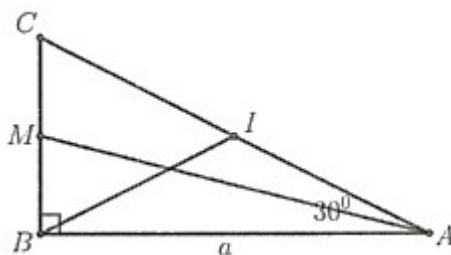
» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 46.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại B có $\hat{A} = 30^\circ, AB = 1$. Gọi I là trung điểm của AC . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$, kết quả làm tròn đến hàng phần mười

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2,1**



Xét $\triangle ABC$ vuông tại B : $\tan A = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB \cdot \tan A = 1 \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Gọi M là trung điểm của BC , ta có:

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AM}| = 2|\overrightarrow{AM}| = 2AM = 2\sqrt{AB^2 + BM^2} = 2\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{39}}{3} \approx 2,1$$

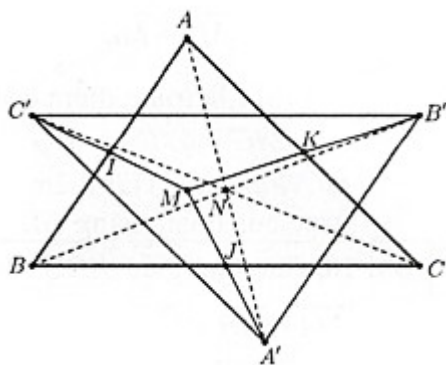
» **Câu 47.** Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý không thuộc các đường thẳng AB, BC, AC . Gọi A', B', C' theo thứ tự là các điểm đối xứng của M qua các trung điểm J, K, I của cạnh BC, AC, AB . Biết ba đường thẳng AA', BB', CC' đồng quy tại một điểm (đặt điểm đó là N). Khi đó MN luôn đi qua một điểm cố định khi

M di động thỏa mãn $\overrightarrow{MN} = \frac{a}{b} \overrightarrow{MG}$ với a, b là số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Tính $S = a + b$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**



Xét tứ giác $MBA'C$ có hai đường chéo $BC, A'M$ cắt nhau tại trung điểm J của mỗi đường nên $MBA'C$ là hình bình hành, suy ra: $\vec{MB} + \vec{MC} = \vec{MA'}$ (1); mặt khác $\vec{MA} + \vec{MA'} = 2\vec{MN}$ (2).

Cộng theo vế (1) và (2):

$$\vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MA} + \vec{MA'} = \vec{MA'} + 2\vec{MN} \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MN} \quad (3).$$

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$ (4).

$$2\vec{MN} = 3\vec{MG} \Leftrightarrow \vec{MN} = \frac{3}{2}\vec{MG}$$

Từ (3) và (4) suy ra

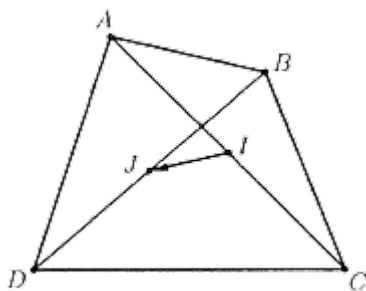
Vậy MN luôn đi qua điểm G cố định khi M di động.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases} \rightarrow S=a+b=7$$

» **Câu 48.** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BD . Biết $\vec{AB} + \vec{CD} = k\vec{IJ}$, khi đó $k = ?$

Lời giải

✓ **Trả lời: 2**



$$\begin{cases} \vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AB} + \vec{BJ} \quad (1) \\ \vec{IJ} = \vec{IC} + \vec{CD} + \vec{DJ} \quad (2) \end{cases}$$

Ta có

Cộng theo vế (1) và (2), ta được:

$$2\vec{IJ} = (\vec{IA} + \vec{IC}) + (\vec{AB} + \vec{CD}) + (\vec{BJ} + \vec{DJ}) \Leftrightarrow 2\vec{IJ} = \vec{0} + \vec{AB} + \vec{CD} + \vec{0} = \vec{AB} + \vec{CD}$$

$$\Rightarrow \vec{AB} + \vec{CD} = 2\vec{IJ}$$

Suy ra $k=2$

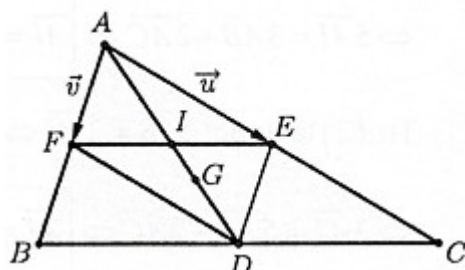
» **Câu 49.** Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB và I là giao điểm của AD và EF . Đặt $\vec{u} = \vec{AE}, \vec{v} = \vec{AF}$. Phân tích



vector $\vec{AI}$ theo hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ ta thu được kết quả dạng $a\vec{u} + b\vec{v}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính giá trị $S = a + b$.

Lời giải

Trả lời: 1



$$\begin{cases} DE \parallel AB \\ DF \parallel AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DE \parallel AF \\ DF \parallel AE \end{cases}$$

Theo tính chất đường trung bình thì

Suy ra: $AEDF$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{AD} = \vec{AE} + \vec{AF}$.

Từ giả thiết ta có I là tâm của hình bình hành $AEDF$.

$$\vec{AI} = \frac{1}{2} \vec{AD} = \frac{1}{2} (\vec{AE} + \vec{AF}) = \frac{1}{2} (\vec{u} + \vec{v}) = \frac{1}{2} \vec{u} + \frac{1}{2} \vec{v} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow S = 1$$

Khi đó:

» **Câu 50.** Nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$ thì $k\vec{GG'} = \vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'}$, khi đó $k = ?$

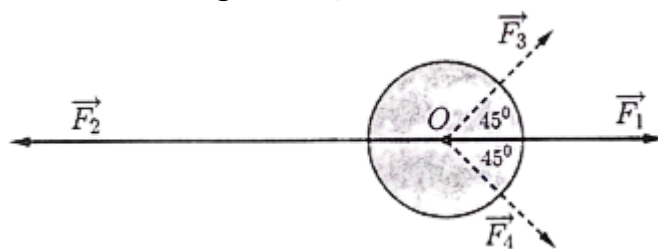
Lời giải

Trả lời: 3

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} &= \vec{AG} + \vec{GG'} + \vec{G'A'} + \vec{BG} + \vec{GG'} + \vec{G'B'} + \vec{CG} + \vec{GG'} + \vec{G'C'} \\ &= 3\vec{GG'} + (\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG}) + (\vec{G'A'} + \vec{G'B'} + \vec{G'C'}) = 3\vec{GG'} + \vec{0} + \vec{0} = 3\vec{GG'}. \end{aligned}$$

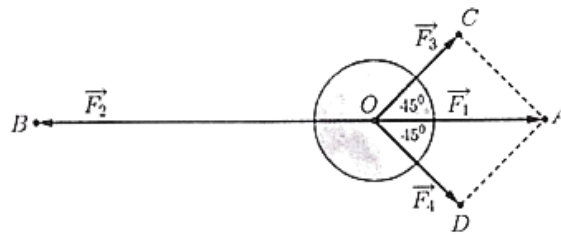
Suy ra $k = 3$

» **Câu 51.** Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$, trong đó độ lớn lực $\vec{F_2}$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F_1}$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F_3}, \vec{F_4}$ có phương hợp với lực $\vec{F_1}$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20N . Tính tổng độ lớn của các lực $\vec{F_1}, \vec{F_2}$. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



Lời giải

Trả lời: 85



Ta có: $\vec{F}_2 = -2\vec{F}_1$. Để vật trở về trạng thái cân bằng thì hợp lực bằng $\vec{0}$.
 $\Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_1 - 2\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1$.

Đặt $\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}, \vec{F}_3 = \vec{OC}, \vec{F}_4 = \vec{OD}$.

Ta có: $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1 \Leftrightarrow \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{OA}$. Do đó OCAD là hình bình hành.

Mặt khác: $OC = OD = 20$ và $\angle COD = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ nên OCAD là hình vuông.

Khi đó: $|\vec{F}_1| = OA = 20\sqrt{2} \text{ N}, |\vec{F}_2| = 2|\vec{F}_1| = 40\sqrt{2} \text{ N}$.

Vậy $|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| = 20\sqrt{2} + 40\sqrt{2} = 80\sqrt{2} \approx 85$

» **Câu 52.** Cho hình bình hành ABCD. Gọi E và F là 2 điểm thỏa $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC}, \vec{BF} = \frac{1}{4}\vec{BD}$. Khi đó $\vec{AE} = k\vec{AF}$. Vậy $k = ?$ Kết quả làm tròn đến hàng phần chục

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,3**

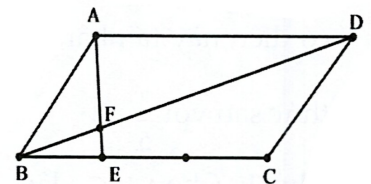
Ta phân tích $\vec{AE}$ và $\vec{AF}$ theo 2 vector $\vec{AB}$ và $\vec{AD}$.

$$\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{BE} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$$

$$\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BF} = \vec{AB} + \frac{1}{4}(\vec{AD} - \vec{AB}) = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AD}$$

$$\begin{cases} \vec{AE} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD} \\ \vec{AF} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AD} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AE} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD} \\ \frac{4}{3}\vec{AF} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD} \end{cases} \Rightarrow \vec{AE} = \frac{4}{3}\vec{AF}$$

Xét hệ:



» **Câu 53.** Cho hình bình hành ABCD tâm O. Lấy các điểm I, J sao cho $3\vec{IA} + 2\vec{IC} - 2\vec{ID} = \vec{0}; \vec{JA} - 2\vec{JB} + 2\vec{JC} = \vec{0}$. Khi đó $\vec{IJ} = k\vec{IO}$, vậy $k = ?$

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4**

$$\Rightarrow 3\vec{IA} + 2\vec{IC} - 2\vec{ID} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{IA} + 2(\vec{IC} - \vec{ID}) = \vec{0} \Leftrightarrow 3\vec{IA} + 2\vec{DC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\vec{AI} + 2\vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AI} = -\frac{2}{3}\vec{AB}$$

$$\vec{JA} - 2\vec{JB} + 2\vec{JC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AJ} + 2(\vec{JC} - \vec{JB}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AJ} = 2\vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AJ} = 2\vec{AD}$$

$$\Rightarrow \vec{IO} = \vec{AO} - \vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{2}{3}\vec{AB} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD}) - \frac{2}{3}\vec{AB} = -\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$$



$$\vec{IJ} = \vec{AJ} - \vec{AI} = 2\vec{AD} - \frac{2}{3}\vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + 2\vec{AD}$$

»

$$\begin{cases} \vec{IO} = -\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} \\ \vec{IJ} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + 2\vec{AD} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6\vec{IO} = -\vec{AB} + 3\vec{AD} \\ \frac{3}{2}\vec{IJ} = -\vec{AB} + 3\vec{AD} \end{cases} \Rightarrow 6\vec{IO} = \frac{3}{2}\vec{IJ} \Rightarrow \vec{IJ} = 4\vec{IO}$$

Ta có:

» **Câu 54.** Cho $\triangle ABC$. Gọi J là điểm trên cạnh AC sao cho $\vec{JA} = \frac{2}{3}\vec{JC}$. Tính $\vec{BJ}$ theo 2 vector $\vec{BA}$ và $\vec{BC}$. Tính $\vec{BJ}$ theo hai vector $\vec{BA}$ và $\vec{BC}$ ta thu được kết quả dạng $a\vec{BA} + b\vec{BC}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính giá trị $S = a + b$.

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Cách 1. $\vec{JA} = \frac{2}{3}\vec{JC} \Leftrightarrow 3\vec{JA} = 2\vec{JC}$ mà $\vec{JA}$ và $\vec{JC}$ ngược hướng
 $\Leftrightarrow 3\vec{JA} = -2\vec{JC} \Leftrightarrow 3(\vec{BA} - \vec{BJ}) + 2(\vec{BC} - \vec{BJ}) = \vec{0}$
 $\Leftrightarrow 5\vec{BJ} = 3\vec{BA} + 2\vec{BC} \Leftrightarrow \vec{BJ} = \frac{3}{5}\vec{BA} + \frac{2}{5}\vec{BC}$

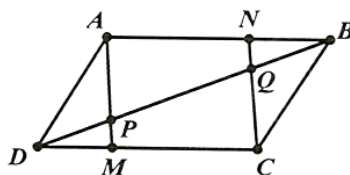
Cách 2: J thuộc cạnh AC và $\vec{JA} = \frac{2}{3}\vec{JC} \Rightarrow \frac{AJ}{AC} = \frac{2}{5} \Rightarrow \vec{AJ} = \frac{2}{5}\vec{AC}$
 $\vec{BJ} = \vec{BA} + \vec{AJ} = -\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC} = -\vec{AB} + \frac{2}{5}(\vec{BC} - \vec{BA}) = \frac{3}{5}\vec{BA} + \frac{2}{5}\vec{BC}$

Khi đó $a = \frac{3}{5}; b = \frac{2}{5} \Rightarrow S = a + b = 1$

» **Câu 55.** Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\vec{DM} = \vec{BN}$. Gọi P là giao điểm của $\vec{AM}, \vec{DB}$ và Q là giao điểm của $\vec{CN}, \vec{DB}$. Khi đó $\vec{DB} = k\vec{QB}$. Vậy $k = ?$

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**



Ta có $\vec{DM} = \vec{BN} \Rightarrow \vec{AN} = \vec{MC}$, mặt khác $\vec{AN}$ song song với $\vec{MC}$

Do đó tứ giác $ANCM$ là hình bình hành

Suy ra $\vec{AM} = \vec{NC}$.

Xét tam giác $\triangle DMP$ và $\triangle BNQ$ ta có $\vec{DM} = \vec{NB}$ (giả thiết), $\vec{PDM} = \vec{QBN}$ (so le trong) Mặt khác $\vec{DMP} = \vec{APB}$ (đối đỉnh) và $\vec{APQ} = \vec{NQB}$ (hai góc đồng vị)

Suy ra $\vec{DMP} = \vec{BNQ}$.

Do đó $\triangle DMP = \triangle BNQ$ (c.g.c) suy ra $\vec{DB} = \vec{QB}$.



Để thấy $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{QB}$ cùng hướng vì vậy $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{QB}$.

Hết

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>