

BÀI 11. CÂU TOÁN CHUYỂN ĐỘNG HAI PHƯƠNG TIỆN

PHẦN A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

Lý thuyết: Sử dụng lý thuyết chung của dạng toán chuyển động cơ bản.

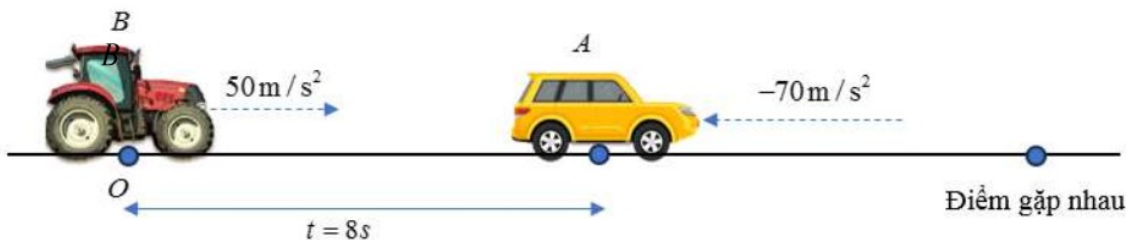
Phương pháp: Xác định quãng đường đi được của hai phương tiện tại điểm gặp nhau, sau đó tìm yêu cầu của Câu toán.

Ví dụ: Vật A chuyển động đều từ O với vận tốc 30 m/s được 10s thì chuyển động chậm dần với gia tốc -70 m/s^2 . Sau khi vật A khởi hành được 8s thì vật B bắt đầu xuất phát cùng chiều từ nhanh dần đều với gia tốc 50 m/s^2 . Hỏi sau bao lâu hai vật gặp nhau? Khi gặp nhau thì vật A đã dừng lại chưa?

Thì ta chọn thời điểm ban đầu cho A là lúc bắt đầu chuyển động chậm dần.

Thời điểm ban đầu cho B là lúc B khởi hành.

Hai thời điểm khởi đầu này chênh nhau 2 s .



PHẦN B. CÂU TẬP ÁP DỤNG

Câu 1: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật

$$v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t \text{ (m/s)}$$

, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động.

Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

Lời giải

Quãng đường chất điểm A đi từ đầu đến khi B đuổi kịp là $S = \int_0^{15} \left(\frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t \right) dt = 96 \text{ (m)}$.

Vận tốc của chất điểm B là $v_B(t) = \int a dt = at + C$.

Tại thời điểm $t = 3$ vật B bắt đầu từ trạng thái nghỉ nên $v_B(3) = 0 \Leftrightarrow C = -3a$.

Lại có quãng đường chất điểm B đi được đến khi gặp A là

$$S_2 = \int_3^{15} (at - 3a) dt = \left(\frac{at^2}{2} - 3at \right) \Big|_3^{15} = 72a \text{ (m)}$$

$$72a = 96 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Vậy

Tại thời điểm đuổi kịp A thì vận tốc của B là $v_B(15) = 16 \text{ (m/s)}$.

Câu 2: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

Lời giải

Thời điểm chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì chất điểm B đi được 15 giây, chất điểm A đi được 18 giây.

Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a \, dt = at + C$ mà $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

Do từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi chất điểm B đuổi kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{18} \left(\frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t \right) dt = \int_0^{15} at \, dt \Leftrightarrow 225 = a \cdot \frac{225}{2} \Leftrightarrow a = 2$$

Vậy, vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(t) = 2 \cdot 15 = 30$ (m/s).

Câu 3: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $v_B(t) = \int a \, dt = at + C, v_B(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) dt = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2 \right) \Big|_0^{25} = \frac{375}{2}$$

$$S_B = \int_0^{15} at \, dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}$$

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$\frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}$$

Ta có

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25$ (m/s).

Câu 4: Hai ô tô xuất phát tại cùng một thời điểm trên cùng đoạn đường thẳng AB , ô tô thứ nhất bắt đầu xuất phát từ A và đi theo hướng từ A đến B với vận tốc $v_a(t) = 2t + 1$ (km/h); ô tô thứ hai xuất phát từ

O cách A một khoảng 22 km và đi theo hướng từ A đến B với vận tốc 10 km/h , sau một khoảng thời gian người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô thứ hai chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_o(t) = -5t + 20 \text{ (km/h)}$. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu kể từ khi xuất phát hai ô tô đó gặp nhau.

Lời giải

Khoảng thời gian xe 2 xuất phát đến lúc đạp phanh là: $t = 2 \text{ h}$.

Quãng đường các xe đi được trong khoảng thời gian trên:

Xe 1: Đi từ A đến C là $AC = \int_0^2 (2t + 1) dt = 6 \text{ (km)}$.

Xe 2: Đi từ O đến D là $OD = 2 \cdot 10 = 20 \text{ (km)}$.
 $\Rightarrow CD = 22 + 20 - 6 = 36 \text{ (km)}$.

Chọn mốc thời gian tại vị trí xuất phát, sau thời gian t_1 hai xe gặp nhau. Hai xe đang ở các vị trí tức thời C, D .

Li độ xe 1 là $X_1 = \int_2^{t_1} (2t + 1) dt \text{ (km)}$.

Li độ xe 2 là: $X_2 = \int_2^{t_1} (-5t + 20) dt + CD \text{ (km)}$.

$$X_1 = X_2 \Leftrightarrow \int_2^{t_1} (2t + 1) dt = \int_2^{t_1} (-5t + 20) dt + 36 \Leftrightarrow t_1 = 6$$

Đề 2 xe gặp nhau thì: (h).

Vậy sau khoảng thời gian là 6 h hai xe gặp nhau.