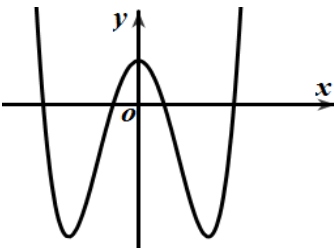


PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO NĂM 2022
ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
MÔN TOÁN
ĐỀ SỐ: 01 – MÃ ĐỀ: 101

- Câu 1:** Môđun của số phức $1+2i$ bằng
A. 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.
A. $r = 2\sqrt{2}$. **B.** $r = \sqrt{26}$. **C.** $r = 4$. **D.** $r = \sqrt{2}$.
- Câu 3:** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$
A. Điểm $P(-1; -1)$. **B.** Điểm $N(-1; -2)$. **C.** Điểm $M(-1; 0)$. **D.** Điểm $Q(-1; 1)$.
- Câu 4:** Thể tích của khối cầu có diện tích mặt ngoài bằng 36π là
A. 9π **B.** 36π **C.** $\frac{\pi}{9}$ **D.** $\frac{\pi}{3}$
- Câu 5:** Tính $I = \int 3^x dx$.
A. $I = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. **B.** $I = 3^x \ln 3 + C$. **C.** $I = 3^x + C$. **D.** $I = 3^x + \ln 3 + C$.
- Câu 6:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:
- | | | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | $-$ |
- Số điểm cực đại của hàm số đã cho là
A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 7:** Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là:
A. $x > -\frac{2}{3}$ **B.** $x < \frac{2}{3}$ **C.** $x > \frac{2}{3}$ **D.** $x > \frac{3}{2}$
- Câu 8:** Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp bằng
A. $6a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3 .
- Câu 9:** Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\sqrt{3}}$ là:
A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $D = (2; +\infty)$. **C.** $D = (-\infty; 2)$. **D.** $D = (-\infty; 2]$.
- Câu 10:** Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1) = 2$.
A. $S = \{10\}$. **B.** $S = \emptyset$. **C.** $S = \{7\}$. **D.** $S = \{6\}$

- Câu 11:** Giả sử $\int_0^9 f(x)dx = 37$ và $\int_9^0 g(x)dx = 16$. Khi đó, $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng:
- A. $I = 26$. B. $I = 58$. C. $I = 143$. D. $I = 122$.
- Câu 12:** Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức $w = -3z$ là
- A. $w = -6 - 9i$. B. $w = 6 + 9i$. C. $w = 6 - 9i$. D. $w = -6 + 9i$.
- Câu 13:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là
- A. $n = (-2; -1; 1)$. B. $n = (2; 1; -1)$. C. $n = (1; 2; 0)$. D. $n = (2; 1; 0)$.
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$ cho $a = (2; 3; 2)$ và $b = (1; 1; -1)$. Vectơ $a - b$ có tọa độ là
- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(1; 2; 3)$.
- Câu 15:** Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần ảo của z bằng
- A. 1. B. -3. C. -1. D. 3.
- Câu 16:** Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:
- A. $x = 2; y = 1$. B. $x = -1; y = -2$. C. $x = 1; y = -2$. D. $x = 1; y = 2$.
- Câu 17:** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng
- A. $3 + \log_a b$. B. $3 \log_a b$. C. $\frac{1}{3} + \log_a b$. D. $\frac{1}{3} \log_a b$.
- Câu 18:** Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?
- 
- A. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 - 4x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?
- A. $Q(4; -2; 1)$. B. $N(4; 2; 1)$. C. $P(2; 1; -3)$. D. $M(2; 1; 3)$.
- Câu 20:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?
- A. 6^6 . B. $5!$. C. $6!$. D. 6.
- Câu 21:** Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng
- A. $2a^3$. B. a^3 . C. $3a^3$. D. $6a^3$.

Câu 22: Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = \log_2(3x - 1)$ với $x > \frac{1}{3}$.

- A. $f'(x) = \frac{3}{(3x-1)\ln 2}$. B. $f'(x) = \frac{1}{(3x-1)\ln 2}$. C. $f'(x) = \frac{3}{(3x-1)}$. D. $f'(x) = \frac{3\ln 2}{(3x-1)}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 24: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Tính diện tích xung quang của hình trụ.

- A. $S = 35\pi(\text{cm}^2)$. B. $S = 70\pi(\text{cm}^2)$. C. $S = \frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2)$. D. $S = \frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 25: Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$

- A. $I = \frac{11}{2}$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = \frac{17}{2}$. D. $I = \frac{5}{2}$.

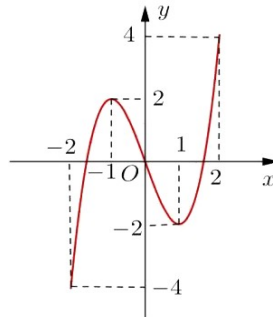
Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 2$ và $u_4 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -4 . B. 4 . C. -2 . D. 2 .

Câu 27: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn có $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là



- A. $x=1$. B. $M(1; -2)$. C. $M(-2; -4)$. D. $x=-2$.

Câu 29: Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x=5$. B. $x=3$. C. $x=2$. D. $x=1$.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của chúng

- A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = x^3 + 3x^2 - 21$. D. $y = x^3 + x + 1$.

Câu 31: Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x = 5a + 3b$ B. $x = a^5 + b^3$ C. $x = a^5 b^3$ D. $x = 3a + 5b$

Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, CD . Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ là

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 33: Cho $\int_0^5 f(x) dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2] dx$ bằng

- A. -140 . B. -130 . C. -120 . D. -133 .

Câu 34: Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

- A. $2x - y - 2z = 0$. B. $2x - y + 2z = 0$.
C. $2x + y - 2z = 0$. D. $2x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1+2i) = 4-3i$. Phần ảo của số phức z bằng

- A. $-\frac{2}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{11}{5}$. D. $-\frac{11}{5}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\angle BAD = 60^\circ$, cạnh SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách từ O đến (SBC) là

- A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. B. $\frac{a\sqrt{57}}{18}$. C. $\frac{a\sqrt{45}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{52}}{16}$.

Câu 37: Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30 . Người ta lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để thẻ lấy được mang số lẻ và không chia hết cho 3 .

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{4}{15}$.

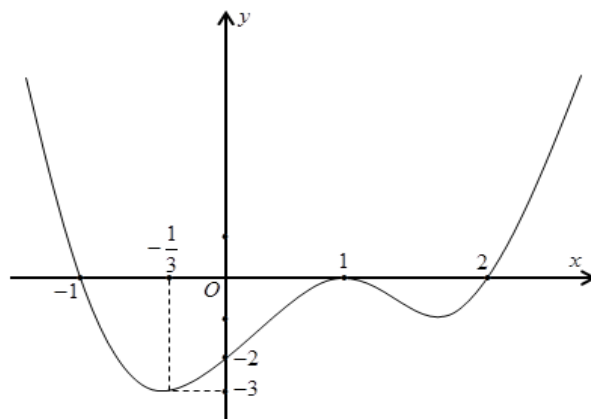
Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; 1; 2)$ và $C(2; 3; 1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{3}$. C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{3}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$.

Câu 39: Tập nghiệm của bất phương trình $(4^x - 65 \cdot 2^x + 64)[2 - \log_3(x+3)] \geq 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. Vô số

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Đặt $g(x) = f(f'(x) - 1)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$. Số phần tử của tập S là

- A. 8. B. 10. C. 9. D. 6.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x \cdot \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm

của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -\frac{121}{225}$, khi đó $F(\pi)$ bằng

- A. $\frac{242}{225}$. B. $\frac{208}{225}$. C. $\frac{121}{225}$. D. $\frac{149}{225}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{15}$ B. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$ C. $V = \frac{4a^3 \sqrt{15}}{15}$ D. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$

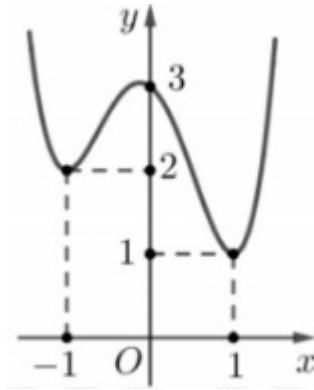
- Câu 43:** Cho phương trình $x^2 - 4x + \frac{c}{d} = 0$ có hai nghiệm phức. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn của hai nghiệm đó trên mặt phẳng Oxy . Biết tam giác OAB đều, tính $P = c + 2d$.
- A. $P = 18$. B. $P = -10$. C. $P = -14$. D. $P = 22$.

- Câu 44:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với

(P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$
- C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để hàm số $g(x) = \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}mf^2(x) + 3f(x) - 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$?

- A. 16. B. 15. C. 14. D. 13.

Câu 46: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2z_2| = 2$, $|2z_1 - 3z_2 - 7i| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 - 2i| + |z_2 + i|$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47: Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$; với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 2$ và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

- A. $\frac{32}{3}$. B. $\frac{71}{9}$. C. $\frac{71}{6}$. D. $\frac{64}{9}$.

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2} = 4^{x+y}$

A. Vô số. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của mặt cầu (S) tại điểm M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\angle AMB = 90^\circ$?

A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 25. B. 27. C. 26. D. 28.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Môđun của số phức $1+2i$ bằng

- A.** 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $|1+2i| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$.
 Tính bán kính r của mặt cầu.

- A.** $r = 2\sqrt{2}$. **B.** $r = \sqrt{26}$. **C.** $r = 4$. **D.** $r = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;2)$ và bán kính $r = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2 - (-2)} = 2\sqrt{2}$.

Câu 3: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$

- A.** Điểm $P(-1; -1)$. **B.** Điểm $N(-1; -2)$. **C.** Điểm $M(-1; 0)$. **D.** Điểm $Q(-1; 1)$.

Câu 4: Thể tích của khối cầu có diện tích mặt ngoài bằng 36π là

- A. 9π B. 36π C. $\frac{\pi}{9}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\bullet S_c = 4\pi R^2 = 36\pi \Rightarrow R^2 = 9 \Rightarrow R = 3.$$

$$\Rightarrow V_c = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi$$

Câu 5: Tính $I = \int 3^x dx$.

- A. $I = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. B. $I = 3^x \ln 3 + C$. C. $I = 3^x + C$. D. $I = 3^x + \ln 3 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ nên $I = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên I và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f'(-1)=0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại $f(1)$

và $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "-" khi đi qua các điểm $x=-1$, $x=1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 7: Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là:

- A. $x > -\frac{2}{3}$ B. $x < \frac{2}{3}$ C. $x > \frac{2}{3}$ D. $x > \frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn C

$$3^{2x+1} > 3^{3-x} \Leftrightarrow 2x+1 > 3-x \Leftrightarrow 3x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}.$$

Câu 8: Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp bằng

- A. $6a^3$. B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. a^3 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \frac{1}{3} S_d \cdot h = \frac{1}{3} 3a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\sqrt{3}}$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $D = (2; +\infty)$. C. $D = (-\infty; 2)$. D. $D = (-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; 2)$.

Câu 10: Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1)=2$.

- A.** $S=\{10\}$. **B.** $S=\emptyset$. **C.** $S=\{7\}$. **D.** $S=\{6\}$

Lời giải

Chọn A

$$\log_3(x-1)=2 \Leftrightarrow x-1=9 \Leftrightarrow x=10$$

Câu 11: Giả sử $\int_0^9 f(x)dx=37$ và $\int_9^0 g(x)dx=16$. Khi đó, $I=\int_0^9 [2f(x)+3g(x)]dx$ bằng:
A. $I=26$. **B.** $I=58$. **C.** $I=143$. **D.** $I=122$.

Lời giải

Chọn A

$$I=\int_0^9 [2f(x)+3g(x)]dx=\int_0^9 2f(x)dx+\int_9^0 3g(x)dx=2\int_0^9 f(x)dx-3\int_9^0 g(x)dx=26$$

Ta có:

Câu 12: Cho số phức $z=2-3i$. Số phức $w=-3z$ là
A. $w=-6-9i$. **B.** $w=6+9i$. **C.** $w=6-9i$. **D.** $w=-6+9i$.

Lời giải

$$\text{Số phức } w=-3z=-3(2-3i)=-6+9i$$

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là
A. $n=(-2;-1;1)$. **B.** $n=(2;1;-1)$. **C.** $n=(1;2;0)$. **D.** $n=(2;1;0)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Mặt phẳng } (P):2x+y-1=0 \text{ có một vectơ pháp tuyến là } n=(2;1;0)$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$ cho $a=(2;3;2)$ và $b=(1;1;-1)$. Vectơ $a-b$ có tọa độ là
A. $(3;4;1)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(1;2;3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } a-b=(2-1;3-1;2+1)=(1;2;3)$$

Câu 15: Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3;1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần ảo của z bằng
A. 1. **B.** -3 . **C.** -1 . **D.** 3.

Lời giải

$$\text{Điểm } M(-3;1) \text{ là điểm biểu diễn số phức } z, \text{ suy ra } z=-3+i$$

$$\text{Vậy phần ảo của } z \text{ bằng } 1.$$

- Câu 16:** Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:
A. $x=2; y=1$. **B.** $x=-1; y=-2$. **C.** $x=1; y=-2$. **D.** $x=1; y=2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng là $x = -\frac{d}{c}$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$.

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x=1; y=2$.

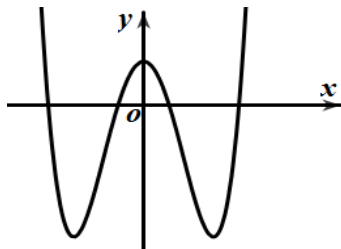
- Câu 17:** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng
A. $3 + \log_a b$ **B.** $3 \log_a b$ **C.** $\frac{1}{3} + \log_a b$ **D.** $\frac{1}{3} \log_a b$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b$.

- Câu 18:** Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.** $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 - 4x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

Nhánh sau cùng bên phải của đồ thị hàm số đi lên nên ta có $a > 0 \Rightarrow$ loại **A.**

Đồ thị hàm số có ba cực trị nên ta có $a.b < 0 \Rightarrow$ loại **B.**

Đồ thị hàm số giao với Oy tại điểm có tung độ dương nên ta loại **D.**

- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?
A. $Q(4; -2; 1)$. **B.** $N(4; 2; 1)$. **C.** $P(2; 1; -3)$. **D.** $M(2; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm $P(2; 1; -3)$ vào $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$ ta được
 $\frac{2-2}{4} = \frac{1-1}{-2} = \frac{-3+3}{1} \Leftrightarrow 0 = 0 = 0$ đúng. Vậy điểm $P \in (d)$.

Câu 20: Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 6^6 . B. $5!$. C. $6!$. D. 6 .

Lời giải.

Chọn C

Mỗi cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của tập có 6 phần tử. Vậy có tất cả $6!$ cách sắp xếp.

Câu 21: Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

- A. $2a^3$ B. a^3 C. $3a^3$ D. $6a^3$

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Câu 22: Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = \log_2(3x - 1)$ với $x > \frac{1}{3}$.

A. $f'(x) = \frac{3}{(3x-1)\ln 2}$ B. $f'(x) = \frac{1}{(3x-1)\ln 2}$

C. $f'(x) = \frac{3}{(3x-1)}$ D. $f'(x) = \frac{3\ln 2}{(3x-1)}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x) = \log_2(3x - 1) \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{(3x-1)\ln 2}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 24: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. $S = 35\pi(\text{cm}^2)$. B. $S = 70\pi(\text{cm}^2)$. C. $S = \frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2)$. D. $S = \frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính diện tích xung quanh ta có $S_{xq} = 2\pi rh = 70\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 25: Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$

- A. $I = \frac{11}{2}$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = \frac{17}{2}$. D. $I = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:
$$I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx = \int_{-1}^2 xdx + 2 \int_{-1}^2 f(x)dx - 3 \int_{-1}^2 g(x)dx = \left. \frac{x^2}{2} \right|_{-1}^2 + 4 + 3 = \frac{17}{2}.$$

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 2$ và $u_4 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -4 . B. 4 . C. -2 . D. 2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_4 = u_3 + d \Rightarrow d = u_4 - u_3 = 6 - 2 = 4$.

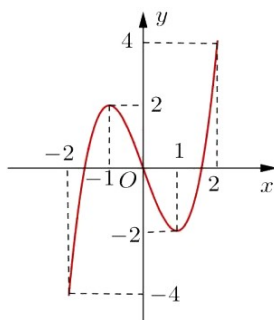
Câu 27: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Lời giải

Ta có $\int (3x^2 + \sin x)dx = x^3 - \cos x + C$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn có $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là



- A. $x = 1$. B. $M(1; -2)$. C. $M(-2; -4)$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $M(1; -2)$.

- Câu 29:** Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm
A. $x = 5$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1; 5]$.

Ta có: $y' = \left(x + \frac{9}{x}\right)' = 1 - \frac{9}{x^2}$.

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in [1; 5] \\ x = -3 \notin [1; 5] \end{cases}$$

Có $\begin{cases} f(1) = 10 \\ f(3) = 6 \Rightarrow \min_{[1; 5]} y = f(3) = 6 \\ f(5) = \frac{34}{5} \end{cases}$.

- Câu 30:** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của chúng

- A.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = \frac{x-2}{x+1}$. **C.** $y = x^3 + 3x^2 - 21$. **D.** $y = x^3 + x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Xét đáp án A: Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $y = x^4 + 2x^2 - 1 \Rightarrow y' = 4x^3 + 4x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (vô lý). Nên loại. **A.**

Xét đáp án B: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. $y = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1), (-1; +\infty)$. Nên loại. **B.**

Xét đáp án C: Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $y = x^3 + 3x^2 - 21 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (vô lý). Nên loại. **C.**

Xét đáp án D: Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $y = x^3 + x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (luôn đúng).

- Câu 31:** Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = 5a + 3b$

B. $x = a^5 + b^3$

C. $x = a^5 b^3$

D. $x = 3a + 5b$

Lời giải

Chọn C

Có $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2 a^5 b^3 \Leftrightarrow x = a^5 b^3$.

Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, CD . Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ là

A. 90° .

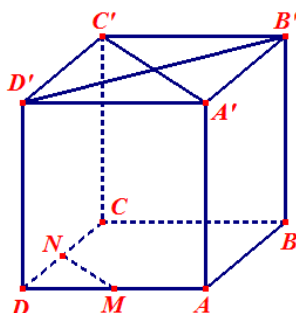
B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn A



Ta có $MN \parallel A'C'$ mà $A'C' \perp B'D' \Rightarrow MN \perp B'D'$.

Câu 33: Cho $\int_0^5 f(x)dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2]dx$ bằng

A. -140.

B. -130.

C. -120.

D. -133.

Lời giải

$$\int_0^5 [4f(x) - 3x^2]dx = 4 \int_0^5 f(x)dx - \int_0^5 3x^2 dx = -8 - x^3 \Big|_0^5 = -8 - 125 = -133$$

Câu 34: Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

A. $2x - y - 2z = 0$.

B. $2x - y + 2z = 0$.

C. $2x + y - 2z = 0$.

D. $2x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là $n_\alpha = (3; -2; 2), n_\beta = (5; -4; 3)$.

$$\Rightarrow [n_\alpha; n_\beta] = (2; 1; -2)$$

Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O , VTPT $n = (2; 1; -2)$: $2x + y - 2z = 0$.

- Câu 35:** Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1+2i)=4-3i$. Phần ảo của số phức z bằng
- A. $-\frac{2}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{11}{5}$. D. $-\frac{11}{5}$.

Lời giải

$$\text{Vì } \bar{z}(1+2i)=4-3i \text{ nên } \bar{z} = \frac{4-3i}{1+2i} = \frac{(4-3i)(1-2i)}{1^2+2^2} = \frac{-2-11i}{5} = -\frac{2}{5} - \frac{11}{5}i.$$

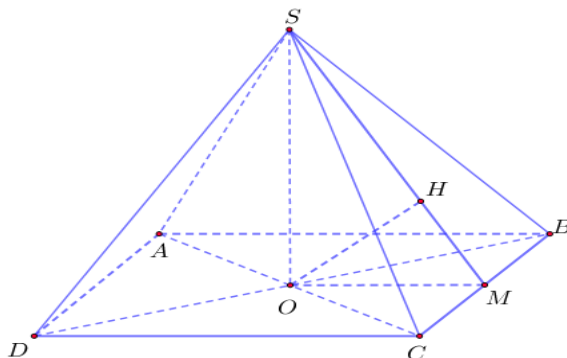
$$\text{Suy ra } z = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i.$$

Vậy phần ảo của z là $\frac{11}{5}$.

- Câu 36:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\angle BAD = 60^\circ$, cạnh SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách từ O đến (SBC) là
- A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. B. $\frac{a\sqrt{57}}{18}$. C. $\frac{a\sqrt{45}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{52}}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Vẽ $OM \perp BC$ tại M thì $(SMO) \perp BC \Rightarrow (SMO) \perp (SBC)$, vẽ $OH \perp SM$ tại H
 $\Rightarrow OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O, (SBC)) = OH$

$$\text{Ta có } AC = a\sqrt{3}, \quad OC = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad OB = \frac{a}{2}, \quad OM \cdot BC = OB \cdot OC \Rightarrow OM = \frac{OB \cdot OC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$OH = \frac{SO \cdot MO}{\sqrt{SO^2 + MO^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4}}{\sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{16}}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4}}{\sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{16}}} = \frac{a\sqrt{57}}{19}.$$

- Câu 37:** Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Người ta lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để thẻ lấy được mang số lẻ và không chia hết cho 3.
- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{4}{15}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 30$.

Gọi A là biến cố: “Thẻ lấy được là số lẻ và không chia hết cho 3”.

$$\Rightarrow A = \{1; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 25; 29\} \Rightarrow n(A) = 10$$

Xác suất để thẻ lấy được mang số lẻ và không chia hết cho 3 là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; 1; 2)$ và $C(2; 3; 1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{3}$. **C.** $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là phương trình đường thẳng qua $A(1; 2; 0)$ và song song với BC .

Ta có $BC = (1; 2; -1) \Rightarrow d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$.

Câu 39: Tập nghiệm của bất phương trình $(4^x - 65 \cdot 2^x + 64)[2 - \log_3(x+3)] \geq 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** Vô số

Lời giải

Chọn C

Ta có $(4^x - 65 \cdot 2^x + 64)[2 - \log_3(x+3)] \geq 0$

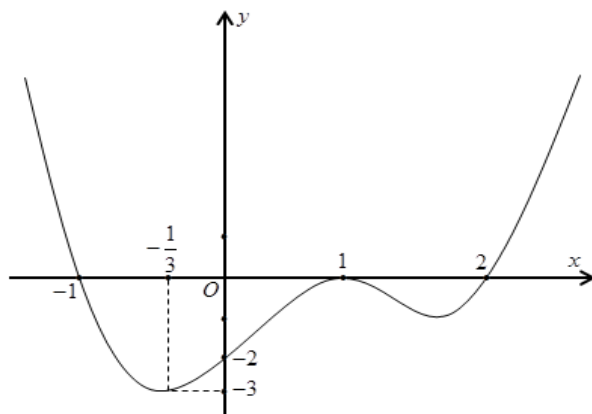
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4^x - 65 \cdot 2^x + 64 \leq 0 \\ 2 - \log_3(x+3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq 2^x \leq 64 \\ x \geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4^x - 65 \cdot 2^x + 64 \geq 0 \\ 2 - \log_3(x+3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \geq 64 \\ 2^x \leq 1 \\ -3 < x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq 0 \\ -3 < x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ -3 < x \leq 0 \end{cases}$$

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-2; -1; 0; 6\}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình có 4 giá trị nguyên.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Đặt $g(x) = f(f'(x) - 1)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$. Số phần tử của tập S là

- A. 8. B. 10. C. 9. D. 6.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ và $f'(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Do đó, tập xác định của hàm số $g(x)$ là $D = \mathbb{R}$.

$$g'(x) = f''(x) \cdot f'(f'(x) - 1), g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f''(x) = 0 \\ f'(f'(x) - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 1 \\ x = x_0 \in (1; 2) \\ f'(x) - 1 = -1 \\ f'(x) - 1 = 1 \\ f'(x) - 1 = 2 \end{cases}$$

Ta có:

Từ đồ thị ta cũng có:

$$f'(x) - 1 = -1 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$f'(x) - 1 = 1 \Leftrightarrow f'(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (-\infty; -1) \\ x = x_2 \in (2; +\infty) \end{cases}$$

$$f'(x) - 1 = 2 \Leftrightarrow f'(x) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_3 \in (-\infty; x_1) \\ x = x_4 \in (x_2; +\infty) \end{cases}$$

Vậy phương trình $g'(x) = 0$ có 9 nghiệm.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x \cdot \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -\frac{121}{225}$, khi đó $F(\pi)$ bằng

A. $\frac{242}{225}$.

B. $\frac{208}{225}$.

C. $\frac{121}{225}$.

D. $\frac{149}{225}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = \cos x \cdot \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$.

$$\begin{aligned} \text{Có } \int f'(x) dx &= \int \cos x \cdot \cos^2 2x dx = \int \cos x \cdot \frac{1 + \cos 4x}{2} dx = \int \frac{\cos x}{2} dx + \int \frac{\cos x \cdot \cos 4x}{2} dx \\ &= \frac{1}{2} \int \cos x dx + \frac{1}{4} \int (\cos 5x + \cos 3x) dx = \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{20} \sin 5x + \frac{1}{12} \sin 3x + C \end{aligned}$$

Suy ra $f(x) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{20} \sin 5x + \frac{1}{12} \sin 3x + C, \forall x \in \mathbb{R}$. Mà $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0$.

Do đó $f(x) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{20} \sin 5x + \frac{1}{12} \sin 3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó:

$$\begin{aligned} F(\pi) - F(0) &= \int_0^\pi f(x) dx = \int_0^\pi \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{20} \sin 5x + \frac{1}{12} \sin 3x \right) dx \\ &= \left(-\frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{100} \cos 5x - \frac{1}{36} \cos 3x \right) \Big|_0^\pi = \frac{242}{225} \\ \Rightarrow F(\pi) &= F(0) + \frac{242}{225} = -\frac{121}{225} + \frac{242}{225} = \frac{121}{225} \end{aligned}$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{15}$

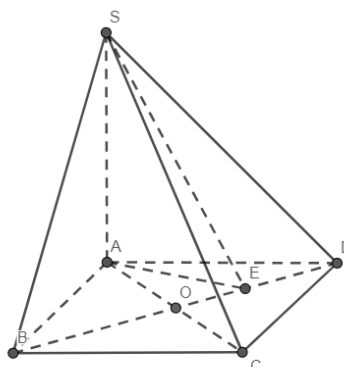
B. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$

C. $V = \frac{4a^3 \sqrt{15}}{15}$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AE \perp BD$

$$\left(\overline{SBD} \right), (ABCD) = \angle E A = 60^\circ$$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại A

$$AE = \frac{AD \cdot AB}{\sqrt{AD^2 + AB^2}} = \frac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

Xét $\triangle SAE$ vuông tại A

$$SA = AE \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \cdot \sqrt{3} = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$$

Khi đó thể tích $S.ABCD$

$$V = \frac{1}{3} S A S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{5} \cdot 2a^2 = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$$

- Câu 43:** Cho phương trình $x^2 - 4x + \frac{c}{d} = 0$ có hai nghiệm phức. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn của hai nghiệm đó trên mặt phẳng Oxy . Biết tam giác OAB đều, tính $P = c + 2d$.
- A.** $P = 18$. **B.** $P = -10$. **C.** $P = -14$. **D.** $P = 22$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x^2 - 4x + \frac{c}{d} = 0$ có hai nghiệm phức $\Leftrightarrow \Delta' = 4 - \frac{c}{d} < 0$.

Khi đó, phương trình có hai nghiệm phức $x_1 = 2 + \sqrt{|\Delta'|}i$; $x_2 = 2 - \sqrt{|\Delta'|}i$.

Gọi A, B lần lượt là hai điểm biểu diễn của $x_1; x_2$ trên mặt phẳng Oxy ta có:

$$A(2; \sqrt{|\Delta'|}); B(2; -\sqrt{|\Delta'|})$$

Ta có: $AB = 2\sqrt{|\Delta'|}$; $OA = OB = \sqrt{4 + |\Delta'|}$.

$$OAB \text{ đều khi và chỉ khi } AB = OA = OB \Leftrightarrow 2\sqrt{|\Delta'|} = \sqrt{4 + |\Delta'|} \Leftrightarrow 4|\Delta'| = 4 + |\Delta'|$$

Tam giác

$$\Leftrightarrow |\Delta'| = \frac{4}{3}. \text{ Vì } \Delta' < 0 \text{ nên } \Delta' = -\frac{4}{3} \text{ hay } 4 - \frac{c}{d} = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{d} = \frac{16}{3}.$$

Từ đó ta có $c = 16$; $d = 3$.

Vậy: $P = c + 2d = 22$.

- Câu 44:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$
 C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $d_1: \begin{cases} x=3-t_1 \\ y=3-2t_1 \\ z=-2+t_1 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=5-3t_2 \\ y=-1+2t_2 \\ z=2+t_2 \end{cases}$.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ .

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A, B .

Gọi $A(3-t_1; 3-2t_1; -2+t_1)$, $B(5-3t_2; -1+2t_2; 2+t_2)$.

$AB = (2-3t_2+t_1; -4+2t_2+2t_1; 4+t_2-t_1)$.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $n = (1; 2; 3)$.

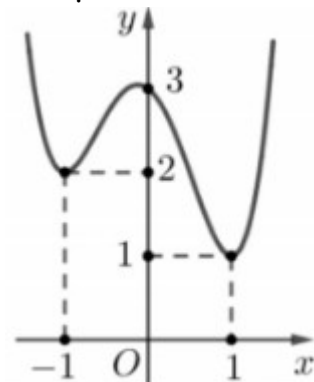
Do AB và n cùng phương nên $\frac{2-3t_2+t_1}{1} = \frac{-4+2t_2+2t_1}{2} = \frac{4+t_2-t_1}{3}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2-3t_2+t_1}{1} = \frac{-4+2t_2+2t_1}{2} \\ \frac{-4+2t_2+2t_1}{2} = \frac{4+t_2-t_1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=2 \\ t_2=1 \end{cases}$. Do đó $A(1; -1; 0)$, $B(2; -1; 3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; -1; 0)$ và có vectơ chỉ phương $n = (1; 2; 3)$ là

$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để hàm số

$g(x) = \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}mf^2(x) + 3f(x) - 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$?

A. 16.

B. 15.

C. 14.

D. 13.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $g(x)$ nghịch biến khi

$$g'(x) = f^2(x) \cdot f'(x) + mf(x)f'(x) + 3f'(x) \leq 0, \forall x \in (0;1)$$

$$\Leftrightarrow f'(x)[f^2(x) + mf(x) + 3] \leq 0, \forall x \in (0;1)$$

$$\Leftrightarrow f^2(x) + mf(x) + 3 \geq 0, \forall x \in (0;1)$$

$$\Leftrightarrow f^2(x) + mf(x) + 3 \geq 0, \forall x \in [0;1]$$

Đặt $t = f(x) \in [1;3], \forall x \in [0;1]$. Cần tìm điều kiện để

$$t^2 + mt + 3 \geq 0, \forall t \in [1;3] \Leftrightarrow m \geq g(t) = -t - \frac{3}{t}, \forall t \in [1;3] \Leftrightarrow m \geq \max_{[1;3]} g(t) = g(\sqrt{3}) = -2\sqrt{3}$$

Vậy $m \in \{-3, \dots, 10\} \Rightarrow$ có 14 giá trị nguyên thỏa mãn.

Câu 46: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2z_2| = 2, |2z_1 - 3z_2 - 7i| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 - 2i| + |z_2 + i|$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{3}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$!

Lời giải

Chọn D

♦ Để ý $z_1 + 2z_2 = (z_1 - 2i) + 2(z_2 + i); 2z_1 - 3z_2 - 7i = 2(z_1 - 2i) - 3(z_2 + i)$.

$$A(z_1 - 2i), B(z_2 + i) \Rightarrow \begin{cases} |z_1 + 2z_2| = 2 \\ |2z_1 - 3z_2 - 7i| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (OA + 2OB)^2 = 4 \\ (2OA - 3OB)^2 = 16 \end{cases}$$

♦ Gọi

$$\Leftrightarrow \begin{cases} OA^2 + 4OB^2 + 4OAOB = 4 \quad (1) \\ 4OA^2 + 9OB^2 - 12OAOB = 16 \quad (2) \end{cases}$$

♦ Lấy $3 \times (1) + (2) \Rightarrow 7OA^2 + 21OB^2 = 12 + 16 = 28 \Rightarrow OA^2 + 3OB^2 = 4$.

$$P = OA + OB = 1.OA + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}OB \leq \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} (OA^2 + 3OB^2) = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

♦ Vì vậy

Câu 47: Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$; với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 2$ và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{9}$.

B. $\frac{71}{9}$!

C. $\frac{71}{6}$.

D. $\frac{64}{9}$.

Lời giải

Ta có : $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + 3$ và $g'(x) = 3mx^2 + 2nx - 1$.

$h(x) = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 2$ và 3 khi

$h'(x) = f'(x) - g'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là $-1, 2$ và 3

$$\Leftrightarrow f'(x) - g'(x) = t(x+1)(x-2)(x-3) \quad (t=4a) (*)$$

Thay $x=0$ vào hai vế của $(*)$ ta được:

$$f'(0) - g'(0) = 6t \Leftrightarrow 3 - (-1) = 6t \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}.$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ là

$$S = \int_{-1}^3 \left| \frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3) \right| dx = \frac{71}{9}.$$

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2} = 4^{x+y}$
 A. Vô số. B. 5. C. 2 ! D. 1.

Lời giải

$$3^{x^2+y^2} = 4^{x+y} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \log_3 4^{x+y} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = (x+y) \log_3 4$$

$$\Leftrightarrow y^2 - y \log_3 4 + x^2 - x \log_3 4 = 0, (*)$$

Ta xem phương trình $(*)$ là phương trình ẩn y , tham số x .

Phương trình $(*)$ có nghiệm thực $y \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow (-\log_3 4)^2 - 4(x^2 - x \log_3 4) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \frac{(1-\sqrt{2})\log_3 4}{2} \leq x \leq \frac{(1+\sqrt{2})\log_3 4}{2}, (*)$$

Do đó có hai số nguyên $x=0$ và $x=1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của mặt cầu (S) tại điểm M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\angle AMB = 90^\circ$?
 A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Gọi K là tâm mặt cầu và I là trung điểm AB

Ta có tam giác AMB vuông tại M và I là trung điểm AB suy ra $MI = \frac{1}{2}AB = OI$ (O là gốc tọa độ)

$$OI^2 = MI^2 \hat{=} OI^2 = KI^2 - MK^2 \hat{=} KI^2 - OI^2 = MK^2$$

$$\hat{=} (x_I - 2)^2 + (y_I - 3)^2 + (z_I - 1)^2 - (x_I^2 + y_I^2 + z_I^2) = 1 \hat{=} 6x_I + 4y_I + 2z_I = 13$$

$$\hat{=} 6x_I + 4y_I = 13 \text{ (do } z_I = 0) \hat{=} 3x_A + 2y_B = 13 \hat{=} 3a + 2b = 13$$

Mà a, b nguyên dương suy ra chỉ có hai cặp thỏa $(1; 5); (3; 2)$. Ứng với mỗi cặp điểm A, B thì có duy nhất một điểm M thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (3 - m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 25.

B. 27.

C. 26.

D. 28.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 36x^2 + 60x + 3 - m$.

Hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị dương phân biệt, hay phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm dương phân biệt.

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 36x^2 + 60x + 3 - m = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 36x^2 + 60x + 3 = m$ (1).

Yêu cầu bài toán là phương trình (1) có ba nghiệm dương phân biệt.

Xét hàm số $h(x) = 4x^3 - 36x^2 + 60x + 3$

$$h'(x) = 12x^2 - 72x + 60 \text{ suy ra } h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = h(x)$

x	$-\infty$	0	1		5		$+\infty$
$h'(x)$		+	0	-	0	+	
$h(x)$	$-\infty$	3	31		-97		$+\infty$

$y = m$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình ⁽¹⁾ có ba nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $3 < m < 31$, vậy có 27 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

----- **HẾT** -----