SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÒNG GD VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI KHẢO SÁT HSG GIỎI
NĂM HỌC 2023-2024

ĐỀ SỐ 14

MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 150 phút(Không tính thời gian giao đề)

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

Câu 1: Giá trị của biểu thức $A=2\left(x^3-y^3\right)-3(x+y)^2$ khi $x-y=2$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 2: Rút gọn biểu thức $A=\frac{2}{3}x^2y^3:\left(-\frac{1}{3}xy\right)+2x(y-1)(y+1)$ ta được kết quả là:

A. $A=-2x$. **B.** $A=2x$. **C.** $A=-2xy$. **D.** $A=2xy$.

Câu 3: Kết quả của phép chia $\left[\left(x^3-y^3\right)-2\left(x^2-y^2\right)+3(x+y)^2\right]:(x+y)$ là

A. $x^2+y^2-xy+5x+y$. **B.** $x^2+y^2+xy+x+5y$.

C. $x^2+y^2+xy-x+5y$. **D.** $x^2+y^2-xy+x+5y$.

Câu 4: Cho đa thức $h(x)$ bậc 4, hệ số của bạ cao nhất là 1, biết $h(1)=2;h(2)=5$; $h(4)=17;h(-3)=10.$ Tìm đa thức $h(x)$

A. $h(x)=x^4-4x^3-6x^2+34x-23$ **B.** $h(x)=x^4+4x^3-6x^2+34x+23$

C. $h(x)=x^4+4x^3-6x^2-34x-23$ **D.** $h(x)=x^4-4x^3+6x^2+34x-23$

Câu 5: Biểu thức $4x-x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** -4

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x^2+2y^2-2xy+2y-10$ là

A. -5 **B.** -10 **C.** -11 **D.** -12

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị của x thoả mãn $x^3-x=6$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 8: Giá trị của a để đa thức $A(x)=10x^2-7x+a$ chia hết cho đa thức $B(x)=2x-3$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{-1}{2}$.

Câu 9: Cho $f(x)=ax^3+bx^2+10x-4;g(x)=x^2+x-2$. Giá trị của a,b để $f(x)\vdots g(x)$ là

A. $a=4;b=2$ **B.** $a=-4;b=-2$

C. $a=-4;b=2$ **D.** $a=4;b=-2$

Câu 10: Cho hình thang $ABCD(AB//CD)$, O là giao điểm của AC và BD. Qua O kẻ đường thẳng song song với hai đáy, cắt BC và AD lần lượt tại I và J. Biết $AB=4cm,\ CD=12cm.$ Độ dài đoạn thẳng IJ bằng:

A. $4cm$ B. $6cm$ C. $8cm$ D. $10cm$

Câu 11: Cho $\Delta ABC = \Delta MNP$, biết $AB = 3cm, NP = 5cm.$ Chu vi tam giác ABC có thể bằng

A. $9cm$ B. $9,5cm$ C. $10cm$ D. $13cm$

Câu 12: Một tổ học sinh của lớp có 4 bạn nam và 4 bạn nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên một bạn lên bảng để kiểm tra bài tập. Xác suất của biến cố: " Bạn được gọi lên bảng là bạn nam" là

A. 0. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

Câu I. (2 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử $x^4 + 2019x^2 + 2018x + 2019$

b) Cho số tự nhiên $n > 2$ và số nguyên tố p thỏa mãn $p - 1$ chia hết cho n đồng thời $n^3 - 1$ chia hết cho p Chứng minh rằng $n + p$ là một số chính phương.

Câu II. (3 điểm)

a) Tìm nghiệm của đa thức sau $f(x) = x^6 - 7x^3 - 8$

b) Tìm x, y, z biết: $x + y + z = 6$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 12$.

Câu III. (2 điểm)

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2 + 2xy + 2x + 2y - 3y^2 = 4$

b) Chứng minh rằng : $2009^{2009} + 2011^{2011}$ chia hết cho 2010

Câu IV. (6 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$. Trên đường chéo BD lấy điểm P, gọi M là điểm đối xứng của C qua P.

a) Tứ giác $AMDB$ là hình gì ?

b) Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của điểm M lên $AB, AD.$ Chứng minh $EF // AC$ và ba điểm E, F, P thẳng hàng

c) Chứng minh rằng tỉ số các cạnh của hình chữ nhật $MEAF$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm P

Câu IV. (1 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$P = \frac{1}{(a+1)^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{(b+1)^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{(c+1)^2 + a^2 + 1} \le \frac{1}{2}$$

.... **H**

ẾT ....

Họ tên học sinh: ....; Số báo danh: ....

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ ĐÁP ÁN

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D	4.A	5.B	6.C	7.C	8.C	9.B	10.A
11.A	12.C								

Câu 1: Giá trị của biểu thức $A=2\left(x^3-y^3\right)-3(x+y)^2$ khi $x-y=2$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Giải

$A=2\left(x^3-y^3\right)-3(x+y)^2$

$=2\left[(x-y)^3+3xy(x-y)\right]-3\left[(x-y)^2+4xy\right]$

$=2\left[2^3+3xy.2\right]-3\left[2^2+4xy\right]$

$=16+12xy-12-12xy=4$

Đáp án cần chọn là. **B.**

Câu 2: Rút gọn biểu thức $A=\frac{2}{3}x^2y^3:\left(-\frac{1}{3}xy\right)+2x(y-1)(y+1)$ ta được kết quả là:

A. $A=-2x$. **B.** $A=2x$. **C.** $A=-2xy$. **D.** $A=2xy$.

Giải

$A=\frac{2}{3}x^2y^3:\left(-\frac{1}{3}xy\right)+2x(y-1)(y+1)$

$=-2xy^2+2x(y^2-1)$

$=-2xy^2+2xy^2-2x$

$=-2x$

Vậy $A=-2x$.

Đáp án cần chọn là. **A.**

Câu 3: Kết quả của phép chia $\left[\left(x^3-y^3\right)-2\left(x^2-y^2\right)+3(x+y)^2\right]:(x+y)$ là

A. $x^2+y^2-xy+5x+y$. **B.** $x^2+y^2+xy+x+5y$.

C. $x^2+y^2+xy-x+5y$. **D.** $x^2+y^2-xy+x+5y$.

Giải

$\left[(x^3-y^3)-2(x^2-y^2)+3(x+y)^2\right]:(x+y)$

$=\left[(x+y)(x^2-xy+y^2)-2(x-y)(x+y)+3(x+y)^2\right]:(x+y)$

$=x^2-xy+y^2-2(x-y)+3(x+y)$

$=x^2-xy+y^2-2x+2y+3x+3y$

$=x^2+y^2-xy+x+5y$

Đáp án cần chọn là. **D.**

Câu 4: Cho đa thức $h(x)$ bậc 4, hệ số của bạ cao nhất là 1, biết $h(1)=2; h(2)=5$; $h(4)=17; h(-3)=10.$ Tìm đa thức $h(x)$

A. $h(x)=x^4-4x^3-6x^2+34x-23$

B. $h(x)=x^4+4x^3-6x^2+34x+23$

C. $h(x)=x^4+4x^3-6x^2-34x-23$

D. $h(x)=x^4-4x^3+6x^2+34x-23$

Giải

Xét $g(x)=x^2+1$ có $g(1)=2; g(2)=5; g(4)=17; g(-3)=10$

Ta có $f(x)=h(x)-g(x)$ thì $f(x)$ bậc 4 và hệ số của x^4 là 1 và

$f(1)=f(2)=f(4)=f(-3)\Rightarrow f(x)=(x-1)(x-2)(x-4)(x+3)$

$\Rightarrow f(x)=(x^2-3x+2)(x^2-x-12)=x^4-4x^3-7x^2+34x-24$

$\Rightarrow h(x)=x^4-4x^3-6x^2+34x-23$

Vậy $h(x)=x^4-4x^3-6x^2+34x-23$

Đáp án cần chọn là. A.

Câu 5: Biểu thức $4x-x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** -4

Giải

Ta có $4x-x^2=-(x^2-2.x.2+2^2-2^2)=-(x-2)^2+4\le 4$

Vậy biểu thức $4x-x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 4 khi $x=2$

Đáp án cần chọn là. C.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x^2+2y^2-2xy+2y-10$ là

A. -5 **B.** -10 **C.** -11 **D.** -12

Giải

Ta có $A=x^2+2y^2-2xy+2y-10=(x-y)^2+(y-1)^2-11$

Do đó $\text{Min}\, A=-11$ tại $x=y=-1$.

Đáp án cần chọn là. C.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị của x thoả mãn $x^3-x=6$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Giải

$x^3-x=6$

$\Leftrightarrow x^3 - 8 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2+2x+4) - (x-2) = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x^2+2x+3) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ x^2 + 2x + 3 = 0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ (x+1)^2 = -2 (vo\ li) \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 2$

Vậy có 1 giá trị của x thoả mãn đề bài.

Đáp án cần chọn là. A.

Câu 8: Giá trị của a để đa thức $A(x) = 10x^2 - 7x + a$ chia hết cho đa thức $B(x) = 2x - 3$

A. -21. **B.** -12. **C.** 12. **D.** 21.

Giải

Để đa thức $A(x) = 10x^2 - 7x + a$ chia hết cho đa thức $B(x) = 2x - 3$ khi $A\left(\frac{3}{2}\right) = 0$

$A\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 10.\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 7.\frac{3}{2} + a = 0 \Leftrightarrow \frac{45}{2} - \frac{21}{2} + a = 0 \Leftrightarrow a = -12$

Đáp án cần chọn là. B.

Câu 9: Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4; g(x) = x^2 + x - 2$. Giá trị của a, b để $f(x) \vdots g(x)$ là

A. $a = 4; b = 2$ **B.** $a = -4; b = -2$

C. $a = -4; b = 2$ **D.** $a = 4; b = -2$

Giải

Ta có: $g(x) = x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$

Vì $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 + x - 2$

Nên tồn tại một đa thức $q(x)$ sao cho $f(x) = g(x).q(x)$

$\Rightarrow ax^3 + bx^2 + 10x - 4 = (x+2).(x-1)q(x)$

Với $x = 1 \Rightarrow a + b + 6 = 0 \Rightarrow b = -a - 6$ (1)

Với $x = -2 \Rightarrow 2a - b + 6 = 0$ (2)

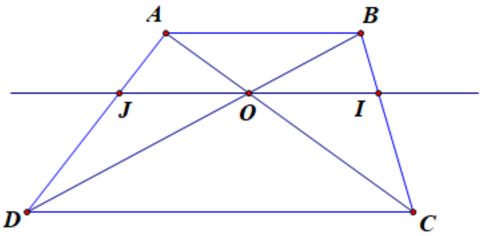
Thay (1) vào (2) ta có: $a = -4$ và $b = -2$

Đáp án cần chọn là. B.

Câu 10: Cho hình thang $ABCD (AB // CD)$, O là giao điểm của AC và BD. Qua O kẻ đường thẳng song song với hai đáy, cắt BC và AD lần lượt tại I và J. Biết $AB = 4cm$, $CD = 12cm$. Độ dài đoạn thẳng IJ bằng:

A. $4cm$ **B.** $6cm$ **C.** $8cm$ **D.** $10cm$

Giải



Xét ΔODC có $AB//DC$ $\Rightarrow \frac{OB}{OD}=\frac{AO}{OC}=\frac{AB}{DC}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ (Hệ quả của định lý Ta lét)

$\Rightarrow \frac{OA}{OA+OC}=\frac{1}{1+3}=\frac{1}{4}\Rightarrow \frac{OA}{AC}=\frac{1}{4}$. Tương tự $\frac{OB}{BD}=\frac{1}{4}$

Xét ΔDBC có $OI//DC$ $\Rightarrow \frac{OI}{CD}=\frac{OB}{BD}=\frac{1}{4}$ (Hệ quả của định lý Ta lét) (1)

Xét ΔACD có $OJ//CD$ $\Rightarrow \frac{OJ}{DC}=\frac{AO}{AC}=\frac{1}{4}$ (Hệ quả của định lý Ta lét) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{OI}{CD}+\frac{OJ}{DC}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{IJ}{DC}=\frac{1}{2}\Rightarrow IJ=\frac{CD}{2}=\frac{12}{2}=6cm$.

Đáp án cần chọn là **B.**

Câu 11: Cho $\Delta ABC=\Delta MNP$, biết $AB=3cm, NP=5cm.$ Chu vi tam giác ABC có thể bằng

A. $9cm$ **B.** $9,5cm$ **C.** $10cm$ **D.** $13cm$

Giải

Có $\Delta ABC=\Delta MNP$ nên $BC=NP=5cm$ (2 cạnh tương ứng)

ΔABC có $BC-AB<AC<BC+AB\Rightarrow 2cm<AC<8cm$

$\Rightarrow 3+2+5<AB+AC+BC<3+8+5\Rightarrow 10<AB+AC+BC<16$

Vậy chu vi ΔABC có thể bằng $13cm$

Đáp án cần chọn là **D.**

Câu 12: Một tổ học sinh của lớp có 4 bạn nam và 4 bạn nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên một bạn lên bảng để kiểm tra bài tập. Xác suất của biến cố: " Bạn được gọi lên bảng là bạn nam" là

A. 0. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Giải

Xác suất của biến cố: " Bạn được gọi lên bảng là bạn nam" là $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

Đáp án cần chọn là. **C.**

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu I. (2 điểm) a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử. $x^4+2019x^2+2018x+2019$ b) Cho số tự nhiên $n>2$ và số nguyên tố p thỏa mãn $p-1$ chia hết cho n đồng thời n^3-1 chia hết cho p Chứng minh rằng $n+p$ là một số chính phương.		
	a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử. $x^4+2019x^2+2018x+2019$ $=x^4+\left(x^2+2018x^2\right)+2018x+(2018+1)+x^3-x^3$ $=\left(x^4+x^3+x^2\right)+\left(2018x^2+2018x+2018\right)-\left(x^3-1\right)$ $=x^2\left(x^2+x+1\right)+2018\left(x^2+x+1\right)-(x-1)\left(x^2+x+1\right)$ $=\left(x^2+x+1\right)\left(x^2+2018-x+1\right)$	
	b)Ta có: $n^3-1=(n-1)\left(n^2+n+1\right)\vdots p$ (1) Lại có $p-1\vdots n\Rightarrow p-1\geq n\Rightarrow p\geq n+1\Rightarrow p>n-1$ Do đó $n-1$ không chia hết cho p (2) Từ (1) và (2) suy ra: $n^2+n+1\vdots p$ (3) Vì $(p-1)\vdots n$ nên $p-1=kn(k\in N^*)\Rightarrow p=kn+1$ (4) Từ (3) và (4), suy ra: $\left(n^2+n+1\right)\vdots(kn+1)\Rightarrow kn+1\leq n^2+n+1$ $\Rightarrow kn\leq n^2+n\Rightarrow k\leq n+1$ (*) Mặt khác: $\left[k\left(n^2+n+1\right)-n(kn+1)\right]\vdots kn+1$ $\Rightarrow\left[kn^2+kn+k-kn^2-n\right]\vdots(kn+1)$ $\Leftrightarrow\left[(k-1)n+k\right]\vdots(kn+1)$ Vì $k\geq 1\Rightarrow k-1\geq 0\Rightarrow(k-1)n+k>0$ Nên $(k-1)n+k\geq kn+1\Rightarrow kn-n+k\geq kn+1\Rightarrow k\geq n+1$ (**) Từ (*) và (**) suy ra: $k=n+1$ Khi đó: $p=kn+1=(n+1)n+1=n^2+n+1$ Suy ra: $p+n=n^2+n+1+n=n^2+2n+1=(n+1)^2$	

Vậy $p+n$ là số chính phương (đpcm)

Câu II. (3 điểm)

a) Tìm nghiệm của đa thức sau $f(x)=x^6-7x^3-8$

b) Tìm x,y,z biết: $x+y+z=6$ và $x^2+y^2+z^2=12$.

$f(x)=x^6-7x^3-8$

$f(x)=0 \Rightarrow x^6-7x^3-8=0 \Leftrightarrow (x^3+1)(x^3-8)=0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x^2-x+1)(x-2)(x^2+2x+4)=0\ (*)$

Do $x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$

và $x^2+2x+4=(x+1)^2+3>0$ với mọi x

Nên $(*) \Leftrightarrow (x+1)(x-2)=0 \Leftrightarrow x\in\{-1;2\}$

b) Ta có: $x+y+z=6 \Rightarrow (x+y+z)^2=36$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz=36$

Mà $x^2+y^2+z^2=12$ nên $xy+yz+zx=12$. Khi đó:

$x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz=0$

$\Leftrightarrow 2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2xz-2yz=0$

$\Leftrightarrow (x-y)^2+(x-z)^2+(y-z)^2=0$

$\Leftrightarrow x=y=z$

Kết hợp với $x+y+z=6$ ta được $x=y=z=2$.

Câu III. (2. điểm)

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2+2xy+2x+2y-3y^2=4$

b) Chứng minh rằng : $2009^{2009}+2011^{2011}$ chia hết cho 2010

a) Ta có $x^2+2xy+2x+2y-3y^2=4 \Leftrightarrow (x^2+2xy+y^2)+2(x+y)-4y^2=4$

$\Leftrightarrow (x+y)^2+2(x+y)+1-(2y)^2=5$

$\Leftrightarrow (x+y+1)^2-(2y)^2=5$

$\Leftrightarrow (x+y+1-2y)(x+y+1+2y)=5$

$\Leftrightarrow (x-y+1)(x+3y+1)=5=1.5=5.1=-1.(-5)=(-5).(-1)$

$+)\begin{cases}x-y+1=1\\x+3y+1=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-y=0\\x+3y=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$

$+)\begin{cases}x-y+1=5\\x+3y+1=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-y=4\\x+3y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$

$+)\begin{cases}x-y+1=-1\\x+3y+1=-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-y=-2\\x+3y=-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-3\\y=-1\end{cases}$

$+)\begin{cases}x-y+1=-5\\x+3y+1=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-y=-6\\x+3y=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-5\\y=1\end{cases}$

Vậy $(x;y)\in\{(1;1);(3;-1);(-3;-1);(-5;1)\}$.

b)Ta có: $2009^{2009}+2011^{2011}=(2009^{2009}+1)+(2011^{2011}-1)$

Vì $2009^{2009}+1=(2009+1)(2009^{2008}-2009^{2007}+....-2009+1)$
$=2010.(2009^{2008}-2009^{2007}+....-2009+1)\vdots 2010$ (1)

Vì $2011^{2011}-1=(2011-1)(2011^{2010}+....+1)$
$=2010.(2011^{2010}+....+1)\vdots 2010$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $(2009^{2009}+2011^{2011})\vdots 2010$ (đpcm).

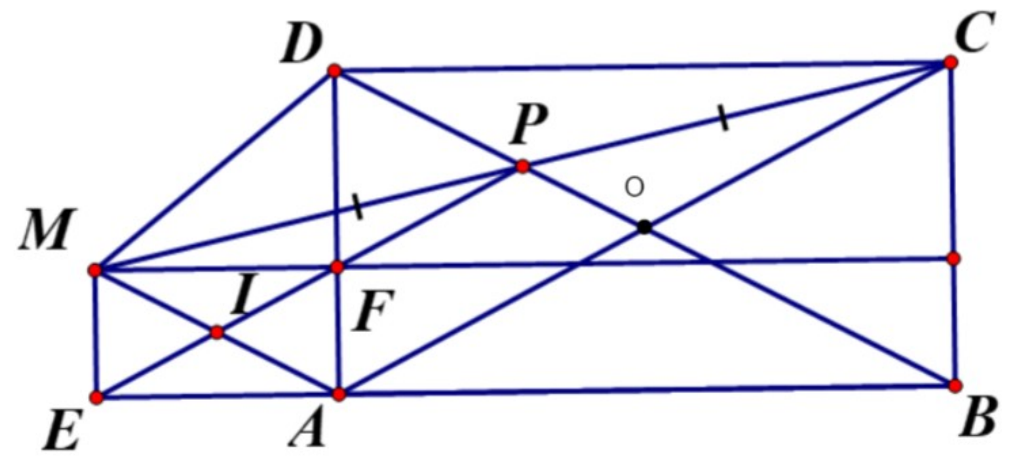
Câu IV. (6 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD.$ Trên đường chéo BD lấy điểm P, gọi M là điểm đối xứng của C qua P.

a) Tứ giác $AMDB$ là hình gì ?

b) Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của điểm M lên $AB, AD.$ Chứng minh $EF//AC$ và ba điểm E, F, P thẳng hàng

c) Chứng minh rằng tỉ số các cạnh của hình chữ nhật $MEAF$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm P



a) Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình chữ nhật $ABCD$
$\Rightarrow PO$ là đường trung bình của tam giác CAM
$\Rightarrow AM//PO \Rightarrow$ tứ giác $AMDB$ là hình thang

b. Chứng minh $EF//AC$ và ba điểm E, F, P thẳng hàng

Do $AM//BD$ nên $\widehat{OBA}=\widehat{MAE}$ (đồng vị)

Tam giác AOB cân ở O nên $\widehat{OBA}=\widehat{OAB}$

Gọi I là giao điểm hai đường chéo của hình chữ nhật $AEMF$ thì tam giác AIE cân ở I nên $\widehat{IAE} = \widehat{IEA}$

Từ chứng minh trên : $\widehat{FEA} = \widehat{OAB}$, do đó $EF // AC$ (1)

Mặt khác IP là đường trung bình của tam giác MAC nên $IP // AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra ba điểm E, F, P thẳng hàng

c. Chứng minh tỉ số các cạnh của hình chữ nhật $MEAF$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm P.

$\Delta MAF \backsim \Delta DBA$ (g.g) nên $\dfrac{MF}{FA} = \dfrac{AD}{AB}$ không đổi

Câu IV. (1 điểm)

Cho ba số thực dương a,b,c thỏa mãn: $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$P = \frac{1}{(a+1)^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{(b+1)^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{(c+1)^2 + a^2 + 1} \le \frac{1}{2}$$

Ta có:

$$(a+1)^2 + b^2 + 1 = a^2 + 2a + 1 + b^2 + 1 = a^2 + b^2 + 2a + 2 \ge 2ab + 2a + 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(a+1)^2 + b^2 + 1} \le \frac{1}{2ab + 2a + 2} (1)$$

(dấu "=" xảu ra khi $a = b$)

Tương tự:

$$\frac{1}{(b+1)^2 + c^2 + 1} \le \frac{1}{2bc + 2b + 2} (2)$$

$$\frac{1}{(c+1)^2 + a^2 + 1} \le \frac{1}{2ac + 2c + 2} (3)$$

Cộng (1) ;(2);(3) vế với vế ta được

$$P = \frac{1}{(a+1)^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{(b+1)^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{(c+1)^2 + a^2 + 1}$$

$$\le \frac{1}{2ab + 2a + 2} + \frac{1}{2bc + 2b + 2} + \frac{1}{2ca + 2c + 2}$$

$$P \le \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ab + a + 1} + \frac{1}{bc + b + 1} + \frac{1}{ca + c + 1}\right)$$

$$P \le \frac{1}{2}\left(\frac{abc}{ab + a + abc} + \frac{1}{bc + b + 1} + \frac{b}{abc + bc + b}\right)$$

$$P \le \frac{1}{2}\left(\frac{bc}{b + 1 + bc} + \frac{1}{bc + b + 1} + \frac{b}{bc + b + 1}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{bc + b + 1}{bc + b + 1} = \frac{1}{2}$$

	Vậy $P \le \frac{1}{2}$ Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c = 1$.	

----------- **Hết** -----------

<u>Chú ý</u>:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.

- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.