|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HUYỆN CHI LĂNG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**  **NĂM HỌC 2021-2022**  **Môn thi: Toán – Lớp 9**  **Thời gian : 150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*  **Ngày thi : 15/01/2022** |

**Câu 1. (4,0 điểm)** Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện của để P có nghĩa. Rút gọn 
2. Tìm các giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên

**Câu 2. (4,0 điểm)** Cho phương trình với m là tham số

1. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m
2. Gọi là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. Giải hệ phương trình 
2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình : 

**Câu 4. (6,0 điểm)** Cho đường tròn và điểm nằm ngoài đường tròn sao cho Từ vẽ các tiếp tuyến với đường tròn là các tiếp điểm). Lấy thuộc thuộc AC sao cho chu vi của tam giác bằng 

1. Chứng minh tứ giác là hình vuông
2. Chứng minh là tiếp tuyến của đường tròn 
3. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích 

**Câu 5. (2,0 điểm)**

1. Chứng minh rằng với là các số dương
2. Trên mặt phẳng cho 99 điểm phân biệt sao cho từ 3 điểm bất kỳ trong số chúng đều tìm được điểm có khoảng cách nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn có bán kính bằng  chứa không ít hơn 50 điểm

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (4,0 điểm) Cho biểu thức **

1. **Tìm điều kiện của để P có nghĩa. Rút gọn **

Điều kiện 



1. **Tìm các giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên**

****

**Câu 2. (4,0 điểm) Cho phương trình với m là tham số**

1. **Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m**

****

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

1. **Gọi là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : **

Áp dụng hệ thức Viet: 



Vậy 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. **Giải hệ phương trình **

****

1. **Tìm nghiệm nguyên của phương trình : **

Biến đổi phương trình



Do đó là ước của 7

Vậy 

**Câu 4. (6,0 điểm) Cho đường tròn và điểm nằm ngoài đường tròn sao cho Từ vẽ các tiếp tuyến với đường tròn là các tiếp điểm). Lấy thuộc thuộc AC sao cho chu vi của tam giác bằng **

****

1. **Chứng minh tứ giác là hình vuông**

Ta có : (tính chất tiếp tuyến ) (1)



Từ (1) và (2) suy ra là hình vuông

1. **Chứng minh là tiếp tuyến của đường tròn **

Theo bài ra ta có : 

Vẽ 

Trên tia đối của tia CA lấy điểm F sao cho 



mà 

(hai đường cao tương ứng ) (6)

Từ (5) và (6) suy ra là tiếp tuyến của đường tròn 

1. **Tìm giá trị lớn nhất của diện tích **

Đặt 

Ta có (định lý Pytago)

Vì 

Áp dụng BĐT Cô si cho 2 số không âm ta có :



Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

Từ (6) và (7) suy ra 



Vậy cân tại A

**Câu 5. (2,0 điểm)**

1. **Chứng minh rằng với là các số dương**

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacoxpki , ta có :



Dấu bằng xảy ra khi 

1. **Trên mặt phẳng cho 99 điểm phân biệt sao cho từ 3 điểm bất kỳ trong số chúng đều tìm được điểm có khoảng cách nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn có bán kính bằng  chứa không ít hơn 50 điểm**

Xét điểm A và hình tròn (C1) có tâm A, bán kính bằng 1.



- Nếu tất cả 98 điểm còn lại đều nằm trong () thì hiển nhiên bài toán được chứng minh.

- Xét trường hợp có điểm B nằm ngoài ().

Ta có: AB >1 (1)

Vẽ hình tròn () tâm B, bán kính bằng 1.

+ Giả sử C là một điểm bất kì khác A và B. Khi đó điểm C thuộc một trong hai hình tròn (C1) và (C2).

Thật vậy, giả sử C không thuộc hai hình tròn nói trên.

Suy ra: AC > 1 và BC > 1 (2)

Từ (1) và (2) suy ra bộ 3 điểm A, B, C không có hai điểm nào có khoảng cách nhỏ hơn 1 (vô lí vì trái với giả thiết).

Chứng tỏ hoặc  Như vậy 99 điểm đã cho đều thuộc (C1) và (C2).

Mặt khác 99 = 49.2 + 1 nên theo nguyên tắc Dirichle ắt phải có một hình tròn chứa không ít hơn 50 điểm.