



Chương

Bài 2.

CẤP SỐ CỘNG

A

Lý thuyết

1. Cấp số cộng



Định nghĩa:

- Cấp số cộng** là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d . Nghĩa là:

$$u_{n+1} = u_n + d \text{ với } n \in \mathbb{N}^*$$

Số không đổi d được gọi là **công sai** của cấp số cộng.

- Đặc biệt:**

Khi $d=0$ thì cấp số cộng là một **dãy số không đổi** (tất cả các số hạng

2. Số hạng tổng quát



Định lý:

- Nếu một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát của nó được xác định theo công thức:

$$u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 1.$$

3. Tính chất các số hạng của cấp số cộng



Định lý:

- Trong một cấp số cộng, mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và số hạng cuối) đều bằng trung bình cộng của hai số hạng đứng liền kề với nó, nghĩa là:

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, \forall k \geq 1.$$

- Hệ quả:** Ba số a, b, c (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng

4. Tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng



Định lý:

- Cho cấp số cộng (u_n) có công sai d .

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ (S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng).

$$= \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n(n-1)}{2} d + \frac{n^2 u_1}{2}$$



Chứng minh

Ta có $S_n = u_1 + u_1 + d + u_1 + 2d + \dots + u_1 + (n-2)d + u_1 + (n-1)d$ (1)

Mà $S_n = u_n - (n-1)d + u_n - (n-2)d + \dots + u_n - 2d + u_n - d + u_n$ (2)

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được $2S_n = n(u_1 + u_n) \Rightarrow S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$

Do $u_n = u_1 + (n-1)d$ nên $S_n = \frac{n[u_1 + u_1 + (n-1)d]}{2} = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$

Nhận xét

(1) Nếu (u_n) là một cấp số cộng thì mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2} \text{ với } k \geq 2. \quad (3)$$

(2) Cấp số cộng (u_n) là một **dãy số tăng** khi và chỉ khi công sai $d > 0$.



Các dạng bài tập

Dạng 1. Xác định dãy đã cho là cấp số cộng



Phương pháp

Nếu (u_n) là một cấp số cộng với công sai d thì $u_{n+1} = u_n + d$ với $n \in \mathbb{N}^*$.
Để chứng minh một dãy đã cho là 1 cấp số cộng thì ta chứng minh:

$$u_{n+1} - u_n = C \text{ với } C \text{ là một hằng số không đổi}$$



Ví dụ 1.1.

Cho (u_n) là một cấp số cộng có sáu số hạng với $u_1 = -2$, $d = 3$.
Viết khai triển của cấp số cộng.

Lời giải

Theo định nghĩa cấp số cộng ta có:

$$u_2 = u_1 + d = -2 + 3 = 1$$

$$u_3 = u_2 + d = 1 + 3 = 4$$

$$u_4 = u_3 + d = 4 + 3 = 7$$

$$u_5 = u_4 + d = 7 + 3 = 10$$

$$u_6 = u_5 + d = 10 + 3 = 13$$

Nên dạng khai triển của cấp số cộng là: $-2; 1; 4; 7; 10; 13; \dots$



Ví dụ 1.2.

Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$.

Chứng minh rằng (u_n) là một cấp số cộng. Tìm u_1 và d .

Lời giải

Ta có $u_1 = -1$

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) - 3 - (2n - 3) = 2$. Suy ra $u_{n+1} = u_n + 2$

Vậy (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$.



Ví dụ 1.3.

Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào là cấp số cộng?

(1) $u_n = 3n + 2$

(2) $u_n = 3^n - 1$

(3) $u_n = (n+2)^2 - n^2$

(4) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 3 - u_n \end{cases}$ với $n \geq 1$



Lời giải

(1) $u_n = 3n + 2$

Ta có $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 2 - (3n + 2) = 3$. Vậy (u_n) là cấp số cộng.

(2) $u_n = 3^n - 1$

Ta có $u_1 = 2, u_2 = 8, u_3 = 26$.

Khi đó $u_2 - u_1 = 6, u_3 - u_2 = 18 \neq u_2 - u_1$. Vậy (u_n) không là cấp số cộng.

(3) $u_n = (n+2)^2 - n^2$

Ta có $u_n = (n+2)^2 - n^2 = n^2 + 4n + 4 - n^2 = 4n + 4$

Khi đó $u_{n+1} - u_n = 4(n+1) + 4 - (4n + 4) = 4$. Vậy (u_n) là cấp số cộng.

(4) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 3 - u_n \end{cases}$ với $n \geq 1$

$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 3 - u_n \end{cases}$ với $n \geq 1$

Ta có $u_1 = 2, u_2 = 1, u_3 = 2$.

Khi đó $u_2 - u_1 = -1, u_3 - u_2 = 1 \neq u_2 - u_1$. Vậy (u_n) không là cấp số cộng.



Ví dụ 1.4.

Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào là cấp số cộng? Nếu là cấp số cộng, hãy tính số hạng đầu và công sai.

(1) $u_n = 2 - 3n$

(2) $u_n = \frac{n}{3} - 2$

(3) $u_n = \frac{1}{n} + 3$

(4) $u_n = 2^n + 4$

Lời giải

(1) $u_n = 2 - 3n$

Ta có: $u_{n+1} - u_n = 2 - 3(n+1) - (2 - 3n) = -3$. Vậy (u_n) là cấp số cộng, $u_1 = -1, d = -3$.

(2) $u_n = \frac{n}{3} - 2$

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{3} - 2 - \left(\frac{n}{3} - 2\right) = \frac{1}{3}$. Vậy (u_n) là cấp số cộng, $u_1 = -\frac{5}{3}, d = \frac{1}{3}$.

(3) $u_n = \frac{1}{n} + 3$

Ta có: $u_1 = 4, u_2 = \frac{7}{2}, u_3 = \frac{10}{3} \Rightarrow u_3 - u_2 \neq u_2 - u_1$. Vậy (u_n) không là cấp số cộng.

(4) $u_n = 2^n + 4$



Ta có: $u_1 = 6, u_2 = 8, u_3 = 12 \Rightarrow u_3 - u_2 \neq u_2 - u_1$. Vậy (u_n) không là cấp số cộng.



▮ Dạng 2. Xác định các yếu tố qua số hạng tổng quát



Phương

- Nếu một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát của nó được xác định theo công thức:

$$u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 1.$$



Ví dụ 2.1.

Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = -3, d = 7$. Tìm $u_{15}, u_{20}, u_{25}, u_{30}$.

🔑 Lời giải

Theo công thức ta có:

$$u_{15} = u_1 + (15-1)d = -3 + 14 \cdot 7 = 95$$

$$u_{20} = u_1 + (20-1)d = -3 + 19 \cdot 7 = 130$$

$$u_{25} = u_1 + (25-1)d = -3 + 24 \cdot 7 = 165$$

$$u_{30} = u_1 + (30-1)d = -3 + 29 \cdot 7 = 200$$



Ví dụ 2.2.

Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) biết:
$$\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$$

🔑 Lời giải

$$\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 4d - (u_1 + 2d) = 10 \\ u_1 + u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 16 \\ d = -3 \end{cases}$$



Ví dụ 2.3.

Giữa các số 7 và 35 hãy đặt thêm 6 số nữa để được một cấp số cộng

🔑 Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 7 \\ u_8 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 7 \\ u_1 + 7d = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 7 \\ d = 4 \end{cases}$$

Vậy 6 số đặt thêm giữa các số 7 và 35 để được một cấp số cộng là 11, 15, 19, 23, 27, 31.



Ví dụ 2.4.

Cho cấp số cộng (u_n) , biết:
$$\begin{cases} u_1 = -15 \\ d = 18 \end{cases}$$

(1) Tìm $u_5, u_{10}, u_{15}, u_{20}, u_{25}$.

(2) Số 1209 là số hạng thứ bao

🔑 Lời giải



(1) Tìm 1209

Áp dụng định lý ta có

$$u_5 = u_1 + 4d = -15 + 4.18 = 57$$

$$u_{10} = u_1 + 9d = -15 + 9.18 = 147$$

$$u_{15} = u_1 + 14d = -15 + 14.18 = 237$$

$$u_{20} = u_1 + 19d = -15 + 19.18 = 327$$

$$u_{25} = u_1 + 24d = -15 + 24.18 = 417$$

(2) Số 1209 là số hạng thứ bao nhiêu?

Giả sử số 1209 là số hạng thứ k .

$$\text{Ta có } u_k = 1209 \Leftrightarrow u_1 + (k-1)d = 1209 \Leftrightarrow k = 69$$

Vậy số 1209 là số hạng thứ 69.



Ví dụ 2.5.

Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:

$$(1) \begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_3 + u_4 = 17. \end{cases}$$

Lời giải

$$(1) \begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_3 + u_4 = 17. \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d + u_1 + 4d - (u_1 + 2d) = 5 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_3 + u_4 = 17. \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_3 + u_4 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_3 + u_4 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_3 + u_4 - u_3 = 10 \\ u_3 + u_4 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_4 = 10 \\ u_3 + u_4 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_4 = 10 \\ u_3 = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = u_4 - u_3 = 3. \text{ Vậy công sai là } d = 3.$$



Ví dụ 2.6.

Tổng ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng bằng 2 và tổng các bình phương của ba số đó bằng $\frac{14}{9}$. Xác định ba số đó và tính công sai của cấp số

Lời giải

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} u_k + u_{k+1} + u_{k+2} = 2 \\ u_k^2 + u_{k+1}^2 + u_{k+2}^2 = \frac{14}{9} \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_k + u_k + d + u_k + 2d = 2 \\ u_k^2 + (u_k + d)^2 + (u_k + 2d)^2 = \frac{14}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_k + 3d = 2 \\ 3u_k^2 + 6u_k d + 5d^2 = \frac{14}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_k = 1 \\ d = -\frac{1}{3} \\ u_k = \frac{1}{3} \\ d = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Vậy ba số hạng liên tiếp của cấp số cộng thỏa yêu cầu bài toán: $1; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}$ ứng
với $d = -\frac{1}{3}$ hoặc $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1$ ứng với $d = \frac{1}{3}$.



Dạng 3. Tính chất cấp số cộng



Phương

- Trong một cấp số cộng, mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và số hạng cuối) đều bằng trung bình cộng của hai số hạng đứng liền kề với nó, nghĩa là:

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, \forall k \geq 1.$$

- Hệ quả:** Ba số $\frac{u_1 + u_3}{2}, \forall k \geq 1$ (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng a, b, c .
Đôi khi ta cũng viết $b - a = c - b$ sẽ thuận lợi hơn trong việc giải toán.

* Các bài toán thường gặp:

- Tìm ẩn x để 3 số đã cho lập thành cấp số cộng.
- Ba góc trong một tam giác.
- Ba nghiệm phân biệt tạo thành một cấp số cộng.
- ...



Ví dụ 3.1.

Ba số lập thành một cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 2 và tổng bình phương của chúng bằng $\frac{14}{9}$. Tìm ba số hạng đó.

Lời giải

Gọi 3 số hạng cần tìm là u_1, u_2, u_3 .

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 2 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = \frac{14}{9} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3u_2 = 2 \\ u_1^2 + u_3^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{14}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_3 = 2u_2 = \frac{4}{3} \\ (u_1 + u_3)^2 - 2u_1u_3 = \frac{10}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_3 = \frac{4}{3} \\ u_1u_3 = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1; u_3 = \frac{1}{3} \\ u_1 = \frac{1}{3}; u_3 = 1. \end{cases}$$

Vậy bộ ba số cần tìm là $\left(1; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right); \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1\right)$.



Ví dụ 3.2.

Tìm x biết ba số $10 - 3x, 3x^2 + 5, 5 - 4x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số

Lời giải

Đặt $a = 10 - 3x, b = 3x^2 + 5, c = 5 - 4x$.

Vì a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên $a + c = 2b$.



$$a+c=2b \Leftrightarrow 10-3x+5-4x=2(3x^2+5) \Leftrightarrow 6x^2+7x-5=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{5}{3} \end{cases}$$

Do đó ta có:



Ví dụ 3.3.

Cho tam giác ABC có số đo ba góc lập thành một cấp số cộng và một góc có số đo bằng 25° . Tính số đo hai góc còn lại.

Lời giải

Giả sử x, y, z là số đo ba góc của tam giác trên và theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng với $x \leq y \leq z$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x+y+z=180^\circ \\ x+z=2y \end{cases} \Rightarrow 3y=180^\circ \Rightarrow y=60^\circ.$$

Từ đó dễ dàng suy ra $x=25^\circ$ và $z=95^\circ$.



Ví dụ 3.4.

Tìm x để ba số a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, biết

$$(1) \quad a=10-3x, b=2x^2+3, c=7-4x$$

$$(2) \quad a=x+1, b=3x-2, c=x^2-1$$

Lời giải

$$(1) \quad a=x+1, b=3x-2, c=x^2-1$$

a, b, c lập thành cấp số cộng khi $b-a=c-b$ Khi đó

$$2x^2+3-10+3x=7-4x-4x^2-3 \Leftrightarrow 4x^2+7x-11=0 \Leftrightarrow x=1, x=-\frac{11}{4}$$

$$(2) \quad a=x+1, b=3x-2, c=x^2-1$$

a, b, c lập thành cấp số cộng khi $b-a=c-b$

$$\text{Do đó ta có } x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow x=1, x=4.$$



Ví dụ 3.5.

Cho ba số dương a, b, c . Đặt $A=\frac{1}{b+c}, B=\frac{1}{c+a}, C=\frac{1}{a+b}$. Chứng minh rằng C, A, B theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi c^2, a^2, b^2 theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

Lời giải

C, A, B theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi

$$A-C=B-A \Leftrightarrow \frac{a-c}{(b+c)(a+b)} = \frac{b-a}{(b+c)(a+c)} \Leftrightarrow a^2-c^2=b^2-a^2$$

Tương đương với c^2, a^2, b^2 theo thứ tự lập thành cấp số cộng.



Ví dụ 3.6.

Cho tam giác ABC có $\cot A, \cot B, \cot C$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.
Chứng minh rằng a^2, b^2, c^2 cũng lập thành cấp số cộng.

Lời giải

Do $\cot A, \cot B, \cot C$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng

Nên: $\cot A + \cot C = 2 \cot B$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(A+C)}{\sin A \cdot \sin C} = \frac{2 \cos B}{\sin B} \Leftrightarrow \sin^2 B = 2 \cos B \cdot \sin A \cdot \sin C$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{b}{2R} \right)^2 = 2 \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \cdot \frac{a}{2R} \cdot \frac{c}{2R} \Leftrightarrow 2b^2 = a^2 + c^2$$

Vậy a^2, b^2, c^2 theo thứ tự lập thành cấp số cộng.



Ví dụ 3.7.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2x^3 - 18x^2 + mx - 6 = 0$ có ba nghiệm phân biệt tạo thành một cấp số cộng.

Lời giải

Giả sử phương trình có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 với $x_1 < x_2 < x_3$.

Ba nghiệm theo thứ tự trên lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi

$$x_1 + x_3 = 2x_2 \quad (1)$$

Mặt khác, theo định lý Vi-ét, $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{-18}{2} = 9. \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $x_2 = \frac{9}{3} = 3$.

Thay $x = 3$ vào phương trình ban đầu ta được $2 \cdot 3^3 - 18 \cdot 3^2 + m \cdot 3 - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 38$.

Thử lại thấy $m = 38$ thỏa yêu cầu.



▮ Dạng 4. Tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng



Phương pháp

- Tìm u_1, d hoặc u_1, u_n và tính S_n theo một trong hai công thức sau:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$$

$$S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$$



Ví dụ 4.1.

Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$.

Tính tổng S_{100} của 100 số hạng đầu tiên.

🔑 Lời giải

Ta có:
$$S_{100} = 100 \cdot 2 + \frac{100(100-1)}{2} \cdot 3 = 15050$$



Ví dụ 4.2.

Tính tổng $S = 100 + 105 + 110 + \dots + 995$

🔑 Lời giải

Các số hạng của tổng S lập thành cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 100, d = 5$

Giả sử 995 là số hạng thứ $n, n \in \mathbb{N}^*$,

Ta có
$$995 = 100 + (n-1)5 \Leftrightarrow 5n = 900 \Leftrightarrow n = 180$$

Do đó
$$S = S_{180} = \frac{180(100 + 995)}{2} = 98550$$



Ví dụ 4.3.

Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -15, u_4 = 18$. Tính tổng S_{20} của 20 số hạng đầu

🔑 Lời giải

Áp dụng công thức $u_{n+1} = u_n + d$, ta có $d = u_4 - u_3 = 18 - (-15) = 33$.

Áp dụng công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$, ta có $u_4 = u_3 + (3-1)d = -15 + (3-1)33 = -81$.

Áp dụng công thức (4) , ta có
$$S_{20} = 20 \cdot (-81) + \frac{20(20-1)}{2} \cdot 33 = 4650$$



Ví dụ 4.4.

Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} S_4 = 9 \\ S_6 = \frac{45}{2} \end{cases}$. Tính u_1, d .

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} S_4 = \frac{4(2u_1 + 3d)}{2} = 9 \\ S_6 = \frac{6(2u_1 + 5d)}{2} = \frac{45}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 + 6d = 9 \\ 4u_1 + 10d = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = \frac{3}{2} \\ u_1 = 0 \end{cases}$.

Vậy ta có: $u_1 = 0, d = \frac{3}{2}$.



Ví dụ 4.5.

Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$.

- (1) Chứng minh rằng (u_n) là cấp số cộng.
- (2) Tính tổng của 30 số hạng đầu.
- (3) Biết $S_n = 195$, tìm n .

Lời giải

(1) Chứng minh rằng 30 là cấp số cộng.

Vì $u_n = 2n - 3$ nên $u_1 = -1$

Với $n \geq 1$, xét hiệu $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) - 3 - (2n - 3) = 2$. Suy ra $u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \geq 1$

Vậy (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 2$.

(2) Tính tổng của $S_n = 195$ số hạng đầu.

Vì $u_1 = -1, d = 2, n = 30$ nên ta có $S_{30} = 30 \cdot (-1) + \frac{30(30-1)}{2} \cdot 2 = 840$

(3) Biết n , tìm n .

Vì $u_1 = -1, d = 2, S_n = 195$

Nên ta có: $n \cdot (-1) + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 = 195 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 195 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \\ n = -13 \end{cases}$

Do $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 15$.



Ví dụ 4.6.

Cho cấp số cộng (u_n) có $\begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases}$ và công sai $d > 0$.
Tính tổng S_{2017} của 2017 số hạng đầu.



Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \begin{cases} 2u_1 + 20d = 60 \\ (u_1 + 3d)^2 + (u_1 + 11d)^2 = 1170 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 30 - 10d \\ (30 - 7d)^2 + (30 + 7d)^2 = 1170 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 30 - 10d \\ 5d^2 - 36d + 63 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 0 \\ d = 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} u_1 = 36 \\ d = -\frac{3}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Do $d > 0$ nên $u_1 = 0, d = 3$.

$$\text{Vậy } S_{2017} = 2017 \cdot 0 + \frac{2017(2017-1)}{2} \cdot 3 = 6099408.$$



Ví dụ 4.7.

Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tính tổng S_{10} của 10 số hạng

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u_1 + d) + (u_1 + 4d) - (u_1 + 2d) = 10 \\ (u_1 + 3d) + (u_1 + 5d) = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -99 \\ d = 28 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S_{10} = 10 \cdot (-99) + \frac{10(10-1)}{2} \cdot 28 = 270.$$



Ví dụ 4.8.

Một cấp số hữu hạn (u_n) có tổng tất cả các số hạng trừ số hạng đầu tiên bằng -36 , còn tổng tất cả các số hạng cuối cùng bằng 0 . Biết $u_{10} - u_6 = -16$. Tìm số hạng đầu tiên và công sai của cấp số cộng đó.

Lời giải

$$u_{10} - u_6 = -16 \Rightarrow u_1 + 9d - u_1 - 5d = -16 \Rightarrow d = -4$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 + \dots + u_n = -36 & (1) \\ u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } -u_1 + u_n = -36 \Rightarrow (n-1)d = -36 \text{ mà } d = -4 \Rightarrow n = 10.$$

$$\text{Từ (2) suy ra: } S_9 = 0 = 9 \left[u_1 + \frac{8(-4)}{2} \right].$$



Chương

Bài 2.

CẤP SỐ CỘNG



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. $1; -2; -4; -6; -8$. B. $1; -3; -6; -9; -12$. C. $1; -3; -7; -11; -15$. D. $1; -3; -5; -7; -9$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Dãy số (u_n) có tính chất $u_{n+1} = u_n + d$ thì được gọi là một cấp số cộng.

Ta thấy dãy số: $1; -3; -7; -11; -15$ là một cấp số cộng có số hạng đầu là 1 và công sai bằng -4.

» Câu 2. Trong các dãy số có công thức tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = 2021^n$. B. $u_n = 2n + 2021$. C. $u_n = \frac{2}{n+2021}$. D. $u_n = n^2 - 2$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Với $u_n = 2n + 2021$ thì $u_{n+1} = 2(n+1) + 2021 = u_n + 2$, như vậy dãy số này là một cấp số cộng.

» Câu 3. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = (-3)^{n+1}$. C. $u_n = 3n + 1$. D. $u_n = 2^{n+1}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có:

Xét đáp án A: $u_{n+1} - u_n = 3^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ nên $u_n = 3^n$ không phải là cấp số cộng.

Xét đáp án B: $u_{n+1} - u_n = (-3)^{n+1} - (-3)^n = -4 \cdot (-3)^n (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ nên $u_n = (-3)^{n+1}$ không phải là cấp số cộng.

Xét đáp án C: $u_{n+1} - u_n = [3(n+1) + 1] - (3n + 1) = 3 (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ không đổi, nên $u_n = 3n + 1$ là cấp số cộng.

Xét đáp án D: $u_{n+1} - u_n = 2^{n+2} - 2^{n+1} = 2^{n+1} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ nên $u_n = 2^{n+1}$ không phải là cấp số cộng.

» Câu 4. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. $u_n = n^2 + 1, n \geq 1$ B. $u_n = 2^n, n \geq 1$ C. $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$ D. $u_n = 2n - 3, n \geq 1$

👉 **Lời giải**

Chọn D



Theo định nghĩa cấp số cộng ta có: $u_{n+1} = u_n + d \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = d, \forall n \geq 1, d = \text{const}$

Thử các đáp án ta thấy với dãy số: $u_n = 2n - 3, n \geq 1$ thì:

$$\begin{cases} u_n = 2n - 3 \\ u_{n+1} = 2(n+1) - 3 = 2n - 1 \end{cases} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 2 = \text{const}$$

- » **Câu 5.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
- A. 5. B. $\frac{2}{7}$. C. -5. D. $\frac{7}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 7 - 2 = 5$.

- » **Câu 6.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng
- A. 11. B. $\frac{9}{2}$. C. 18. D. 7.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $u_2 = u_1 + d = 9 + 2 = 11$.

- » **Câu 7.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 8$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng
- A. $\frac{8}{3}$. B. 24. C. 5. D. 11.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Áp dụng công thức ta có: $u_2 = u_1 + d = 8 + 3 = 11$.

- » **Câu 8.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2022$ và công sai $d = 7$. Giá trị của u_6 bằng
- A. 2043. B. 2064. C. 2050. D. 2057.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có công thức tính số hạng thứ n của cấp số cộng

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_6 = u_1 + 5d = 2022 + 5 \cdot 7 = 2057$$

- » **Câu 9.** Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có $u_1 = 1; u_4 = 13$.
- A. $d = 3$. B. $d = \frac{1}{4}$. C. $d = 4$. D. $d = \frac{1}{3}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có $u_4 = 13 \Leftrightarrow u_1 + 3d = 13 \Leftrightarrow 1 + 3d = 13 \Leftrightarrow 3d = 12 \Leftrightarrow d = 4$.

- » **Câu 10.** Cho cấp số cộng có $u_3 = 2$, công sai $d = -2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

- A. $u_2 = 4$ B. $u_2 = 0$ C. $u_2 = -4$ D. $u_2 = 3$

👉 **Lời giải**

Chọn A



Ta có $u_3 = u_2 + d = u_2 + (-2) = 2 \Rightarrow u_2 = 4$.

- » **Câu 11.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{17} = 33$ và $u_{33} = 65$ thì công sai bằng
A. 1. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 2.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Gọi u_1, d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) .

Khi đó, ta có: $u_{17} = u_1 + 16d$, $u_{33} = u_1 + 32d$

Suy ra: $u_{33} - u_{17} = 65 - 33 \Leftrightarrow 16d = 32 \Leftrightarrow d = 2$

Vậy công sai bằng: 2.

- » **Câu 12.** Một cấp số cộng gồm 5 số hạng. Hiệu số hạng đầu và số hạng cuối bằng 20. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho

A. $d = -5$. **B.** $d = 4$. **C.** $d = -4$. **D.** $d = 5$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Gọi năm số hạng của cấp số cộng đã cho là: $u_1; u_2; u_3; u_4; u_5$.

$$u_1 - u_5 = 20 \Leftrightarrow u_1 - (u_1 + 4d) = 20 \Leftrightarrow d = -5$$

Theo đề bài ta có:

- » **Câu 13.** Cho cấp số cộng u_n có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng?

A. $u_n = 4n + 1$. **B.** $u_n = 5n - 1$. **C.** $u_n = 5n + 1$. **D.** $u_n = 4n - 1$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

☒ $u_n = u_1 + (n-1)d$

☐ $u_3 = u_1 + (3-1)d = 13 \Leftrightarrow 5 + 2d = 13 \Leftrightarrow d = 4$

☐ $u_n = 5 + (n-1).4 = 4n + 1$

- » **Câu 14.** Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) thỏa mãn:

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$$

A. $u_n = 2n + 3$. **B.** $u_n = 2n - 1$. **C.** $u_n = 2n + 1$. **D.** $u_n = 2n - 3$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Giả sử dãy cấp số cộng (u_n) có công sai là d . Khi đó, $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$ trở thành:

$$\begin{cases} (u_1 + d) - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 7 \\ u_1 + (u_1 + 5d) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 7 \\ 2u_1 + 5d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) : $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + (n-1).2 = 2n - 1$



Vậy $u_n = 2n - 1$.

- » **Câu 15.** Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là
A. $u_5 = 8$. **B.** $u_5 = 1$. **C.** $u_5 = -5$. **D.** $u_5 = -7$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot (-2) = -5$.

- » **Câu 16.** Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, $d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $u_5 = 15$. **B.** $u_4 = 8$. **C.** $u_3 = 5$. **D.** $u_2 = 2$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có $u_3 = u_1 + 2d = -3 + 2 \cdot 4 = 5$.

- » **Câu 17.** Một cấp số cộng (u_n) có $u_{13} = 8$ và $d = -3$. Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng (u_n) .

A. 50. **B.** 28. **C.** 38. **D.** 44

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có: $u_{13} = u_1 + 12d \Leftrightarrow 8 = u_1 + 12 \cdot (-3) \Rightarrow u_1 = 44 \Rightarrow u_3 = u_1 + 2d = 44 - 6 = 38$.

- » **Câu 18.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_7 bằng:

A. 15. **B.** 17. **C.** 19. **D.** 13.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có $u_7 = u_1 + 6d = 3 + 6 \cdot 2 = 15$.

- » **Câu 19.** Tìm số hạng thứ 11 của cấp số cộng có số hạng đầu bằng 3 và công sai $d = -2$.

A. -21. **B.** 23. **C.** -19. **D.** -17.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng ta có
 $u_{11} = u_1 + 10d = 3 + 10 \cdot (-2) = -17$.

- » **Câu 20.** Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng?

A. 6, 12, 18. **B.** 8, 13, 18. **C.** 7, 12, 17. **D.** 6, 10, 14.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Xem cấp số cộng cần tìm là (u_n) có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases}$. Suy ra: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 5 \end{cases}$.

Vậy cấp số cộng cần tìm là (u_n) : 2, 7, 12, 17, 22.

- » **Câu 21.** Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng
A. 27. **B.** 31. **C.** 35. **D.** 29.



Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$ suy ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$.
Vậy $u_{15} = u_1 + 14d = 29$.

- » **Câu 22.** Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .
A. 9. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow \frac{n(2.3 + (n-1).4)}{2} = 253$$

$$\Leftrightarrow 4n^2 + 2n - 506 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{23}{2} (L) \end{cases}$$

- » **Câu 23.** Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng
A. 800. **B.** 600. **C.** 570. **D.** 630

Lời giải

Chọn B

$$S_{15} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{15} = (u_1 + u_{15}) + (u_2 + u_{14}) + (u_3 + u_{13}) + \dots + (u_7 + u_9) + u_8$$

Vì $u_1 + u_{15} = u_2 + u_{14} = u_3 + u_{13} = \dots = u_7 + u_9 = 2u_8$ và $u_3 + u_{13} = 80 \Rightarrow S = 7.80 + 40 = 600$.

- » **Câu 24.** Cho dãy (u_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu 2 và số hạng thứ 36 là 72. Công sai của cấp số cộng (u_n) là

A. $d = 3$ **B.** $d = -2$ **C.** $d = 2$ **D.** $d = \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{36} = u_1 + 35d$ mà $u_{36} = 72, u_1 = 2$ nên ta có: $72 = 2 + 35d \Leftrightarrow d = 2$.
Vậy $d = 2$.

- » **Câu 25.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2013} + u_6 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:
A. 1009000. **B.** 100800. **C.** 1008000. **D.** 100900.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Khi đó:

$$u_{2013} + u_6 = 1000 \Leftrightarrow u_1 + 2012d + u_1 + 5d = 1000 \Leftrightarrow 2u_1 + 2017d = 1000$$

Ta có: $S_{2018} = 2018u_1 + \frac{2017.2018}{2}d = 1009.(2u_1 + 2017d) = 1009000$.



- » **Câu 26.** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$.
A. $S = 2023736$. **B.** $S = 2023563$. **C.** $S = 6730444$. **D.** $S = 6734134$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d - u_1 - 2d + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 9 \end{cases}$$

$$u_4 = 10, u_7 = 19, u_{10} = 28 \dots$$

Ta có $u_1, u_4, u_7, u_{10}, \dots, u_{2011}$ là cấp số cộng có $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 9 \\ n = 671 \end{cases}$

$$S = \frac{671}{2}(2 \cdot 1 + 670 \cdot 9) = 2023736$$

- » **Câu 27.** Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên trong cấp số cộng (a_n) . Biết $S_6 = S_9$, tỉ số $\frac{a_3}{a_5}$ bằng:

A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có $S_6 = S_9 \Leftrightarrow \frac{6(2a_1 + 5d)}{2} = \frac{9(2a_1 + 8d)}{2} \Leftrightarrow a_1 = -7d$

$$\frac{a_3}{a_5} = \frac{a_1 + 2d}{a_1 + 4d} = \frac{-7d + 2d}{-7d + 4d} = \frac{5}{3}$$

- » **Câu 28.** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 10000. Tính

tổng $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$.

A. $S = \frac{100}{201}$. **B.** $S = \frac{200}{201}$. **C.** $S = \frac{198}{199}$. **D.** $S = \frac{99}{199}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Gọi d là công sai của cấp số cộng đã cho.

Ta có: $S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 10000 \Rightarrow d = \frac{200 - 2u_1}{99} = 2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2S &= \frac{2}{u_1 u_2} + \frac{2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{2}{u_{99} u_{100}} \\ &= \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{99} - u_{100}}{u_{99} u_{100}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{98}} - \frac{1}{u_{99}} + \frac{1}{u_{99}} - \frac{1}{u_{100}} \end{aligned}$$



$$= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{100}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 99d} = \frac{198}{199}$$

$$\Rightarrow S = \frac{99}{199}.$$

» **Câu 29.** Người ta trồng 820 cây theo một hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- A. 42. B. 41. C. 40. D. 39.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Giả sử trồng được n hàng cây ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$).

Số cây ở mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Theo giả thiết: $S_n = 820 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] = 820$

$$\Leftrightarrow n(n+1) = 1640 \Leftrightarrow n^2 + n - 1640 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 40 \\ n = -41 \end{cases}$$

So với điều kiện, suy ra: $n = 40$. Vậy có tất cả 40 hàng cây.

» **Câu 30.** Một công ti trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ti là $4,5$ triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm $0,3$ triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ti.

- A. 83,7. B. 78,3. C. 73,8. D. 87,3.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có 3 năm bằng 12 quý.

Gọi $u_1, u_2, \dots, u_{12}$ là tiền lương kĩ sư đó trong các quý.

Suy ra (u_n) là cấp số cộng với công sai $4,5$.

Vậy số tiền lương kĩ sư nhận được là

$$S_{12} = n \frac{2u_1 + (n-1)d}{2} = 12 \frac{2 \times 4,5 + 11 \times 0,3}{2} = 73,8.$$

» **Câu 31.** Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

- A. 2250. B. 1740. C. 4380. D. 2190.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Gọi $u_1, u_2, \dots, u_{30}$ lần lượt là số ghế của dãy ghế thứ nhất, dãy ghế thứ hai, ... và

dãy ghế số ba mươi. Ta có công thức truy hồi ta có $u_n = u_{n-1} + 4$ ($n = 2, 3, \dots, 30$).

Ký hiệu: $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30}$, theo công thức tổng các số hạng của một cấp số cộng, ta được:



$$S_{30} = \frac{30}{2}(2u_1 + (30-1)d) = 15(2.15 + 29.4) = 2190$$

» **Câu 32.** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

- A. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. B. $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$. C. $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Gọi d là công sai của cấp số cộng và các cạnh có độ dài lần lượt là $a-d$, a , $a+d$ ($0 < d < a$).

Vì tam giác có chu vi bằng 3 nên $3a = 3 \Leftrightarrow a = 1$.

Vì tam giác vuông nên theo định lý Pytago ta có $(1+d)^2 = (1-d)^2 + 1^2 \Leftrightarrow 4d = 1$
 $\Leftrightarrow d = \frac{1}{4}$.

Suy ra ba cạnh của tam giác có độ dài là $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$.

» **Câu 33.** Người ta trồng 3003 cây theo hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,.... Hỏi có bao nhiêu hàng cây.

- A. 78 . B. 243 . C. 77 . D. 244 .

👉 **Lời giải**

Chọn C

Giả sử có n hàng cây.

Theo đề bài ta có:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = 3003 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 3003 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \text{ (TM)} \\ n = -78 \text{ (L)} \end{cases}$$

» **Câu 34.** Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- A. 81 . B. 82 . C. 80 . D. 79 .

👉 **Lời giải**

Chọn C

Giả sử trồng được n hàng cây ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$).

Số cây ở mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.
 Theo giả thiết:

$$S_n = 3240 \Leftrightarrow \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = 3240 \Leftrightarrow n(n+1) = 6480 \Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 80 \\ n = -81 \end{cases}$$

So với điều kiện, suy ra: $n = 80$.

Vậy có tất cả 80 hàng cây.

» **Câu 35.** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 40 số hạng đầu là 3320 . Tìm công sai của cấp số cộng đó.

- A. -4 . B. 8 . C. -8 . D. 4 .



Lời giải

Chọn D

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

Ta có tổng 40 số hạng đầu của cấp số cộng là:

$$S_{40} = \frac{40(2u_1 + 39d)}{2} = 3320$$

$$\Leftrightarrow \frac{40(2.5 + 39d)}{2} = 3320 \Leftrightarrow d = 4$$

B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai

» **Câu 36.** Cho dãy số hữu hạn gồm các số hạng: $-1; 2; 5; 8; 11; 14; 17$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Dãy số đã cho là không phải cấp số cộng		
(b)	Số hạng $u_1 = -1$		
(c)	Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d=2$		
(d)	Tổng tất cả số hạng của dãy số bằng 56		

Lời giải

(a) Dãy số đã cho là không phải cấp số cộng.

Đặt: $u_1 = -1; u_2 = 2; u_3 = 5; u_4 = 8; u_5 = 11; u_6 = 14; u_7 = 17$.

Ta có: $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = u_5 - u_4 = u_6 - u_5 = u_7 - u_6 = 3$.

Vậy dãy số hữu hạn đã cho là một cấp số cộng.

» **Chọn SAI.**

(b) Số hạng $u_1 = -1$

$u_1 = -1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d=2$

Xét: $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = u_5 - u_4 = u_6 - u_5 = u_7 - u_6 = 3$.

Công sai cấp số cộng là $d=3$.

» **Chọn SAI.**

(d) Tổng tất cả số hạng của dãy số bằng 56

Với $u_1 = -1, n=7, d=3$ thì $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{7[2(-1) + 6.3]}{2} = 56$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 37.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Công thức cho số hạng tổng quát $u_n = 1 + \frac{n}{3}$		
(b)	5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho		



(c)	$\frac{15}{4}$ một số hạng của cấp số cộng đã cho		
(d)	Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620		

🔍 **Lời giải**

(a) Công thức cho số hạng tổng quát $u_n = 1 + \frac{n}{3}$

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = \frac{3}{2} + (n-1) \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$.

» **Chọn SAI.**

(b) 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho

Xét $5 = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = 8 \in \mathbb{N}^*$

; suy ra 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $\frac{15}{4}$ một số hạng của cấp số cộng đã cho

Xét $\frac{15}{4} = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = \frac{11}{2} \notin \mathbb{N}^*$; suy ra $\frac{15}{4}$ không là một số hạng của cấp số cộng đã cho.

» **Chọn SAI.**

(d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

$$S_{100} = \frac{100 \left[2 \cdot \frac{3}{2} + (100-1) \cdot \frac{1}{2} \right]}{2} = 2625.$$

Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng là:

» **Chọn SAI.**

» **Câu 38.** Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = -3, u_6 = 27$, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Công sai của cấp số cộng bằng 7		
(b)	Số hạng $u_{85} = 501$		
(c)	Số hạng $u_{10} = 52$		
(d)	Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 21165$		

🔍 **Lời giải**

(a) Công sai của cấp số cộng bằng 7

Ta có: $u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow 27 = -3 + 5d \Leftrightarrow d = 6$.

» **Chọn SAI.**

(b) Số hạng $u_{85} = 501$

Suy ra $u_n = u_1 + (n-1)d = -3 + (n-1) \cdot 6 = -9 + 6n$.

Do đó $u_{85} = -9 + 6 \cdot 85 = 501$



» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Số hạng $u_{10} = 52$

Và $u_{10} = -9 + 6 \cdot 10 = 51$

» **Chọn SAI.**

(d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 21165$

$$S_{85} = \frac{85}{2}(2u_1 + 84d) = \frac{85}{2}[2 \cdot (-3) + 84 \cdot 6] = 21165$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 39.** Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Công sai của cấp số cộng bằng 6		
(b)	Số hạng $u_{85} = 341$		
(c)	Số hạng $u_{10} = 42$		
(d)	Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 14705$		

» **Lời giải**

(a) Công sai của cấp số cộng bằng 6

Ta có: $S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = \frac{50}{2}(2 \cdot 5 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4$

» **Chọn SAI.**

(b) Số hạng $u_{85} = 341$

Suy ra $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1)4 = 1 + 4n$

Do đó $u_{85} = 1 + 4 \cdot 85 = 341$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Số hạng $u_{10} = 42$

Và $u_{10} = 1 + 4 \cdot 10 = 41$

» **Chọn SAI.**

(d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 14705$

$$S_{85} = \frac{85}{2}(2u_1 + 84d) = \frac{85}{2}(2 \cdot 5 + 84 \cdot 4) = 14705.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 40.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$ (trong đó S_n, S_{2n} theo thứ tự là tổng của n và $2n$ số hạng đầu của cấp số cộng).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2		
(b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng 3		



(c)	Số hạng $u_{15} = 58$		
(d)	Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350		

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng, ta có: $u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18$;

Theo giả thiết $4S_n = S_{2n} \Leftrightarrow \frac{4n}{2} [2u_1 + (n-1)d] = \frac{2n}{2} [2u_1 + (2n-1)d]$
 $\Leftrightarrow 4u_1 + (2n-2)d = 2u_1 + (2n-1)d \Leftrightarrow 2u_1 - d = 0$.

(a) Số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2

Từ (1) và (2) suy ra $u_1 = 2$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng 3

Từ (1) và (2) suy ra $d = 4$.

» **Chọn SAI.**

(c) Số hạng $u_{15} = 58$

Số hạng tổng quát $u_n = 2 + (n-1)4 = 4n - 2$ suy ra $u_{15} = 58$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350

Tổng 15 số hạng đầu cấp số cộng là:

$$S_{15} = \frac{15}{2} (2u_1 + 14d) = \frac{15}{2} (2 \cdot 2 + 14 \cdot 4) = 450.$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 41.** Cho cấp số cộng (u_n) , gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 5$		
(b)	Tổng $u_1 + u_3 = 14$		
(c)	Công sai của cấp số cộng bằng		
(d)	Số hạng $u_{11} = 25$		

Lời giải

(a) Số hạng $u_1 = 5$

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\begin{cases} S_7 = 77 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{2} (2u_1 + 6d) = 77 \\ \frac{12}{2} (2u_1 + 11d) = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}$$

Ta có:



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Tổng $u_1 + u_3 = 14$

Khi đó: $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Công sai của cấp số cộng bằng 3

Công sai của cấp số cộng $d=2$.

» **Chọn SAI.**

(d) Số hạng $u_{11} = 25$

Khi đó: $u_{11} = 3 + 2 \cdot 11 = 25$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 42.** Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d < 0$ thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 25$		
(b)	Công sai $d = -3$		
(c)	Số hạng $u_{10} = -11$		
(d)	Số hạng $u_{2024} = -8067$		

» **Lời giải**

$$\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 6d = 26 \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 13 - 3d \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$(13 - 2d)^2 + (13 + 2d)^2 = 466 \Leftrightarrow 8d^2 + 338 = 466 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 4 \\ d = -4 \end{cases}$$

Thay (1) vào (2), ta được:

(a) Số hạng $u_1 = 25$

khi đó $u_1 = 25$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Công sai $d = -3$

Vì $d < 0$ nên ta nhận $d = -4$,

» **Chọn SAI.**

(c) Số hạng $u_{10} = -11$

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 25 + (n-1)(-4) = 29 - 4n$

Nên $u_{10} = -11$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Số hạng $u_{2024} = -8067$

Và $u_{2024} = -8067$

» **Chọn ĐÚNG.**



» Câu 43. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và $d = -7$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$u_{11} = -65$		
(b)	$u_5 + u_7 = -50$		
(c)	Số -849 là số hạng thứ 123 của cấp số cộng		
(d)	Số -114 là số hạng thứ 18 của cấp số cộng		

» Lời giải

Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là:

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1)(-7) = -7n + 12$$

(a) $u_{11} = -65$

Ta có: $u_{11} = -7 \cdot 11 + 12 = -65$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) $u_5 + u_7 = -50$

$$u_5 + u_7 = (-7 \cdot 5 + 12) + (-7 \cdot 7 + 12) = -60$$

» Chọn SAI.

(c) Số -849 là số hạng thứ 123 của cấp số cộng

$$\text{Ta có: } -849 = -7n + 12 \Rightarrow n = 123$$

» Chọn ĐÚNG.

(d) Số -114 là số hạng thứ 18 của cấp số cộng

$$\text{Ta có } -114 = -7n + 12 \Rightarrow n = 18$$

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 44. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 21$		
(b)	Công sai của cấp số cộng bằng -2		
(c)	Số hạng $u_{11} = -9$		
(d)	Số -6048 là số hạng thứ 2024		

» Lời giải

(a) Số hạng $u_1 = 21$

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

$$\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 15 \\ u_1 + (u_1 + 4d) = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 15 \\ 2u_1 + 5d = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -3 \end{cases}$$

» Chọn ĐÚNG.



(b) Công sai của cấp số cộng bằng -2

» **Chọn SAI.**

(c) Số hạng $u_{11} = -9$

Suy ra $u_n = u_1 + (n-1)d = 21 + (n-1)(-3) = -3n + 24$

Vậy $u_{11} = -9$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Số -6048 là số hạng thứ 2024

Ta có $-6048 = -3n + 24 \Rightarrow n = 2024$

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 45.** Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số cộng (u_n) biết rằng: $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

$$\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

Vậy cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$ công sai $d = 3$.

» **Câu 46.** Trong một khán phòng có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liên sau nhiều hơn dãy trước đó 4 ghế, hỏi khán phòng đó có tất cả bao nhiêu ghế?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2190**

Gọi $u_1, u_2, \dots, u_{30}$ lần lượt là số ghế của dãy ghế thứ nhất, dãy ghế thứ hai, ..., dãy ghế thứ ba mươi.

Khi đó, (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 15$, công sai $d = 4$ (trong đó $1 \leq n \leq 30$). Gọi S_{30} là tổng số ghế trong khán phòng. Ta có:

$$S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = \frac{30}{2} [2u_1 + (30-1)d] = 15(2 \cdot 15 + 29 \cdot 4) = 2190$$

» **Câu 47.** Cho bốn số thực tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tìm tích của bốn số đó.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 585**

Gọi bốn số cần tìm theo thứ tự cấp số cộng là: $a-3r, a-r, a+r, a+3r$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a-3r + a-r + a+r + a+3r = 28 \\ (a-3r)^2 + (a-r)^2 + (a+r)^2 + (a+3r)^2 = 276 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 28 \\ 4a^2 + 20r^2 = 276 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ r^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ r = \pm 2 \end{cases}$$

Vậy bốn số cần tìm là $1, 5, 9, 13$; tích của chúng bằng 585

» **Câu 48.** Cho cấp số cộng có số hạng tổng quát $u_n = 5n - 7$, biết tổng n số hạng đầu của cấp số cộng là $S_n = 817$. Tìm n .

» **Lời giải**



✓ **Trả lời: 19**

Gọi u_1 là số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) .

Vì $u_n = 5n - 7$ nên $u_1 = 5 \cdot 1 - 7 = -2$.

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \Leftrightarrow 817 = \frac{n[-2 + (5n - 7)]}{2} \Leftrightarrow 5n^2 - 9n - 1634 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 19 \\ n = -\frac{86}{5} \end{cases}$$

Với điều kiện $n \in \mathbb{N}^*$, ta tìm được $n = 19$.

» **Câu 49.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12, u_8 = 18$. Tìm u_9 .

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

Ta có:
$$\begin{cases} u_4 = u_1 + 3d \\ u_8 = u_1 + 7d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 7d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = -21 \end{cases} \Rightarrow u_9 = u_1 + 8d = -21 + 8 \cdot 3 = 3$$

» **Câu 50.** Giải phương trình sau: $2 + 7 + 12 + \dots + x = 245$.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 47**

Ta có dãy số $2, 7, 12, \dots, x$ lập thành cấp số cộng có
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 5 \\ u_n = x \\ S_n = 245 \end{cases}$$

Suy ra: $S_n = 245 \Leftrightarrow 245 = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \Leftrightarrow 245 \cdot 2 = n [2 \cdot 2 + (n-1)5] \Rightarrow n = 10$

Vậy $x = u_{10} = u_1 + 9d = 47$.

» **Câu 51.** Một ngôi nhà hình kim tự tháp (có gạch nâu ốp bên ngoài) được bao quanh bởi rất nhiều cây cối và là nơi tuyệt vời để nghỉ mát mùa hè; ngôi nhà có chiều dài, chiều rộng là $6,8m$, chiều cao là $2,72m$. Khi xây dựng ngôi nhà, người chủ đã tính toán số viên gạch nâu hình hộp chữ nhật cần ốp tường; biết hàng trên ít hơn hàng dưới 1 viên, hàng trên cùng là 1 viên, kích thước viên gạch nâu hình hộp chữ nhật là $0,2m \times 0,08m \times 1m$. Hãy dự tính số viên gạch nâu ốp tường cả bốn mặt của ngôi nhà.



🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2380**

Một bức tường có $2,72 : 0,08 = 34$ hàng gạch.



Số gạch ở mỗi hàng tạo thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Số viên gạch trên một bức tường là $S_{34} = 34.1 + \frac{34.33}{2} \cdot 1 = 595$ viên gạch.
Vì 4 mặt đều bằng nhau nên có $4.595 = 2380$ viên gạch người chủ dự tính đặt mua.

» Câu 52. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng:

$$x^3 - 3mx^2 + 2m(m-4)x + 9m^2 - m = 0$$

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Phương trình: $x^3 - 3mx^2 + 2m(m-4)x + 9m^2 - m = 0$ (*)

Giả sử phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 lập thành một cấp số cộng.

Theo định lý Vi-ét đối với phương trình bậc ba, ta có: $x_1 + x_2 + x_3 = 3m$ (1)

Vì x_1, x_2, x_3 lập thành một cấp số cộng nên $x_1 + x_3 = 2x_2$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được: $3x_2 = 3m \Leftrightarrow x_2 = m$.

Thay $x_2 = m$ vào phương trình (*) ta được:

$$m^3 - 3m \cdot m^2 + 2m(m-4) \cdot m + 9m^2 - m = 0 \Leftrightarrow m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=1 \end{cases}$$

Với $m=0$, ta có: $x^3 = 0 \Leftrightarrow x=0$ (loại vì phương trình có một nghiệm duy nhất).

Với $m=1$, ta có: $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x=1; x=-2; x=4$ (thỏa mãn).

Vậy $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

----- Hết -----