**CHUYÊN ĐỀ: TÍNH CHẤT ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG**

1. ***Lý thuyết:***
* *Định lý 1: Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng ấy.*
* *Định lý 2: Điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng ấy.*
* *Tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng ấy.*
1. ***Bài tập:***

***Dạng 1: Chứng minh một điểm thuộc đường trung trực của một đoạn thẳng.***

**Bài 1:** Cho tam giác ABC, đường phân giác AD. Trên tia AC lấy điểm E sao cho AE = AB. Chứng minh AD là đường trung trực của đoạn BE.

***Dạng 2: Sử dụng tính chất đường trung trực để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau.***

**Bài 2:** Tam giác ABC có $\hat{B}-\hat{C}=40°$. Đường trung trực BC cắt AC ở I. Tính $\hat{ABI }.$

**Bài 3:** Tam giác ABC có AB = 6 và BC = 4. Qua trung điểm M của AC, kẻ đường vuông góc với AC cắt AB ở I. Tính chu vi tam giác IBC.

**Bài 4:** Cho $\hat{xOy }=60°$, điểm A nằm trong góc đó. Lấy các điểm B, C sao cho Ox là đường trung trực của AB, Oy là đường trung trực của AC. Tính số đo các góc của tam giác OBC.

**Bài 5:** Cho tam giác ABC cân tại A có $\hat{A }=40°$. Đường trung trực của AB cắt đường thẳng BC ở D. Trên tia đối của tia AD lấy điểm E sao cho AE = CD. Tính các góc của tam giác BDE.

**Bài 6:** Tam giác ABC có AB < AC. Gọi d là đường trung trực của BC, E là giao điểm của d với AC. Gọi K là một điểm bất kỳ thuộc d ( K $\ne $ E). So sánh chu vi hai tam giác AKB và AEB.

***Dạng 3: Dạng kết hợp 1 – 2.***

**Bài 7:** Cho tam giác ABC, gọi I là giao điểm hai đường trung trực của hai cạnh AB, AC. Chứng minh rằng I cũng nằm trên đường trung trực của đoạn BC.

**Bài 8:** Cho điểm M thuộc đường trung trực của đoạn AB. Trên các đoạn thẳng MA và MB lấy hai điểm C, D sao cho AC = BD. Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn CD đi qua M.

***Dạng 4: Sử dụng tính chất đường trung trực vào bài toán tìm giá trị lớn nhất - nhỏ nhất.***

**Bài 9:** Cho tam giác ABC có AB = 30, AC = 40. Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho AD = AB. Qua A kẻ đường thẳng d vuông góc với BD. Gọi M là điểm bất kỳ thuộc đường thẳng d. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng MB + MC.

**Bài 10:** Cho điểm A nằm trong góc nhọn xOy. Điểm d đối xứng với A qua Ox, điểm E đối xứng với A qua Oy. Gọi B và C theo thứ tự là giao điểm của DE với Ox và Oy. Chứng minh rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất trong các tam giác có một đỉnh là A, hai đỉnh kia nằm trên hai tia Ox và Oy.

**LUYỆN TẬP**

**Bài 11:** Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Tìm điểm O cách đều ba điểm đã cho.

**Bài 12:** Cho tam giác ABC cân tại A, M là trung điểm BC. Lấy điểm D trên cạnh AB, điểm E trên cạnh AC sao cho BD = CE. Chứng minh AM là đường trung trực của cả hai đoạn BC và DE.

**Bài 13:** Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy điểm D thuộc cạnh AB, E thuộc cạnh AC sao cho AD = AE. Gọi I là giao điểm của BE và CD. Chứng minh rằng AI là đường trung trực của BC.

**Bài 14:** Cho điểm A nằm trong góc xOy có số đo bằng $α (α<90°)$. Lấy các điểm B, C sao cho Ox là đường trung trực của AB, Oy là đường trung trực của AC. Gọi giao điểm của BC với Ox và Oy lần lượt là E, F.

1. Chứng minh rằng BC bằng chu vi tam giác AEF.
2. Với giá trị nào của $α $thì OB $⊥$ OC.

**Bài 15:** Cho đoạn thẳng BC và đường thẳng d song song BC. Lấy điểm K sao cho d là đường trung trực của BK. Gọi A là giao điểm của d và KC. A’ là điểm bất kỳ khác A nằm trên đường thẳng d. Chứng minh rằng chu vi tam giác ABC luôn nhỏ hơn chu vi tam giác A’BC.

**Bài 16:** Cho tam giác ABC cân tại A có $\hat{B }=70°.$ Đường trung trực của AB cắt đường thẳng BC ở D. Trên tia đối của tia AD lấy điểm E sao cho AE = CD.

1. Chứng minh BDE là tam giác cân.
2. Tính các góc của tam giác BDE.

**Bài 17:** Cho tam giác ABC có AB < AC. Đường trung trực d của BC cắt cạnh AC ở E. Gọi K là một điểm bất kỳ thuộc d ( K $\ne $ E). So sánh chu vi tam giác AEB và AKB.

**Bài 18:** Cho điểm A nằm trong góc nhọn xOy. Vẽ điểm D đối xứng với A qua Ox, điểm E đối xứng với A qua Oy. Gọi B và C theo thứ tự là giao điểm của DE với Ox và Oy.

1. Chứng minh chu vi tam giác ABC bằng DE.
2. Gọi B’ là điểm bất kỳ nằm trên tia Ox, C’ là điểm bất kỳ trên tia Oy. Chứng minh chu vi tam giác AB’C’ lớn hơn hoặc bằng DE.

**Bài 19:** Cho $\hat{xOy }=90°$, điểm A thuộc tia Ox. Tìm điểm B trên tia Oy sao cho OB + BA = a ( với a là một độ dài cho trước, a > OA).

**Bài 20:** Tam giác ABC cân có cạnh đáy BC cố định, A có thể thay đổi. Các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại I.

1. Điểm A chuyển động trên đường thẳng nào?
2. Điểm I chuyển động trên đường thẳng nào?