

ĐỀ SỐ 20: ĐỀ TỰ LUYỆN BỒI DƯỠNG HSG CẤP HUYỆN LỚP 8**NĂM HỌC: 2023-2024****Thời gian làm bài 120 phút****I. Phần trắc nghiệm (8,0 điểm)** Chọn một phương án đúng

Câu 1. Sau khi rút gọn biểu thức $P = \left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+1} \cdot \left(\frac{x+1}{3x} - x - 1 \right) \right] : \frac{x-1}{x}$ với $x \neq 0; x \neq \pm 1$ là:

A. $P = \frac{x}{x-1}$

B. $P = \frac{2x}{x+1}$

C. $P = \frac{2x}{x-1}$

D. $P = \frac{x}{x+1}$

Câu 2. Sau khi rút gọn biểu thức

$$M = \frac{1}{a^2 - 5a + 6} + \frac{1}{a^2 - 7a + 12} + \frac{1}{a^2 - 9a + 20} + \frac{1}{a^2 - 11a + 30} \text{ là:}$$

A. $\frac{1}{(a-2).(a-6)}$

B. $\frac{2}{(a-2).(a-6)}$

C. $\frac{3}{(a-2).(a-6)}$

D. $\frac{4}{(a-2).(a-6)}$

Câu 3. Tính giá trị $A = \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}$

biết $a + b + c = 0$ là:

A. 0

B. 1

C. 4

D. Kết quả khác

Câu 4. Một cửa hàng gạo nhập vào kho 480 tấn. Mỗi ngày bán đi 20 tấn. Gọi y (tấn) là số gạo còn lại sau x (ngày) bán. Công thức biểu diễn y theo x là:

A. $y = -20x + 480$.

B. $y = 20x + 480$.

C. $y = -480x - 20$.

D. $y = -480x + 2$.

Câu 5. Hiện tại bạn Nam đã để dành được một số tiền là 800 000 đồng. Bạn Nam đang có ý định mua một chiếc xe đạp trị giá 2 640 000 đồng, nên hàng ngày, bạn Nam đều để dành ra 20000 đồng. Gọi m (đồng) là số tiền bạn Nam tiết kiệm được sau t ngày.

Hỏi sau bao nhiêu lâu kể từ ngày bắt đầu tiết kiệm thì bạn Nam có thể mua được chiếc xe đạp đó.

A. 90 ngày.

B. 92 ngày.

C. 89 ngày.

D. 69 ngày.

Câu 6. Giá trị a để $x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 13x + a$ chia hết cho $x+6$ là:

A. 111

B. 222

C. -222

D. -6

Câu 7. Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx - 141$ có giá trị là: $-18; -11; 0$ khi x lần lượt nhận giá trị là 1; 2; 3 và khi chia $P(x)$ cho $(x-5)$ thì được số dư là 34 khi đó a là:

A. 14

B. -11

C. -15

D. -13

Câu 8. Cho đa thức $P(x)$, biết rằng $P(x)$ chia cho $(x-1)$ thì dư 6033; $P(x)$ chia cho $(x-2)$ thì dư 14074; $P(x)$ chia cho $(x-3)$ thì dư 26135. Đa thức dư $R(x)$ khi chia $P(x)$ cho $(x-1)(x-2)(x-3)$ là:

A. $2016x^2 + 2011x + 2017$

B. $2010x^2 + 2011x - 2012$

C. $2010x^2 - 2011x + 2012$

D. $2010x^2 + 2011x + 2012$

Câu 9. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 30^\circ, \widehat{C} = 15^\circ$, đường trung tuyến AM. Số đo góc AMB là:

A. $\widehat{AMB} = 55^\circ$

B. $\widehat{AMB} = 45^\circ$

C. $\widehat{AMB} = 60^\circ$

D. Một số khác

Câu 10. Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của AM, D là giao điểm của BI và AC. Tỷ số các độ dài BD và ID là:

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Câu 11: Cho hình bình hành ABCD, biết $\widehat{ABC} = 120^\circ$ và $AB = 16; BC = 10$. Trên tia đối của tia DC lấy điểm E sao cho $DE = 4$, gọi F là giao điểm của BE và AD. Tính độ dài DF ta được:

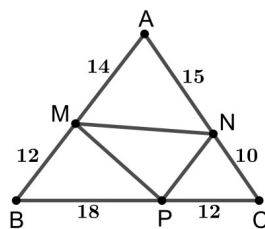
A. $DF = 2$.

B. $DF = 1$.

C. $DF = 3$.

D. $DF = 4$.

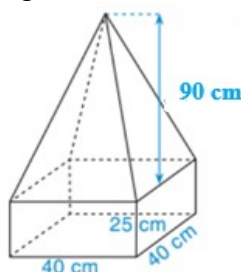
Câu 12: Cho hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $NP \parallel AB$ B. $MN \parallel BC$ C. $MP \parallel AC$ D. $MP \parallel AN$

Câu 13: Một khối bê tông có dạng như hình bên. Phần dưới của khối bê tông có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông cạnh 40cm, chiều cao 25cm. Phần trên của khối bê tông có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao 90cm. Tính thể tích của khối bê tông đó.



- A. 88000cm^3 ; B. 112000cm^3 ; C. 40000cm^3 ; D. 144000cm^3

Câu 14. Trong hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$; $AB < CD$) ta có:

- A. $AB = CD$. B. $AC \parallel BD$. C. $\hat{A} = \hat{B}; \hat{C} = \hat{D}$ D. $AD \parallel BC$.

Câu 15. Hình thang có độ dài 2 đáy là 2,2cm và 5,8cm thì độ dài đường trung bình là :

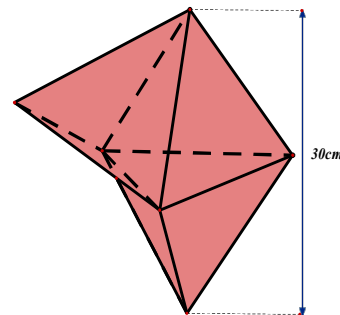
- A. 4,4cm B. 3,4 cm C. 4,2 cm D. 4 cm

Câu 16. Cho hình khối bên (với kích thước có trong hình vẽ).

Biết rằng hình khối được tạo bởi 3 hình chóp tam giác đều biết chiều cao của 3 hình chóp tam giác này đều bằng nhau và diện tích đáy là 35cm^2 .

Tính thể tích của hình khối bên là

- A. $552(\text{cm}^3)$ B. $255(\text{cm}^3)$ C. $502(\text{cm}^3)$ D. $525(\text{cm}^3)$



II. Phần tự luận (12,0 điểm)

Câu 1(3,5 điểm):

- Chứng minh với mọi số tự nhiên n thì $a_n = n(n+1)(n+2)(n+3) + 1$ là số chính phương.
- Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $2x^2 + 3y^2 + 4x = 19$

Câu 2 (3,0 điểm): a. Giải phương trình: $(3x - 2)^3 - (x - 3)^3 = (2x + 1)^3$

- Tìm số dư trong phép chia $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9) + 2039$ cho $x^2 + 12x + 30$.

Câu 3 (4,5 điểm): Cho hình vuông ABCD. Trên tia đối của tia CB lấy điểm M, trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho $BM = DN$. Vẽ hình bình hành AFMN. Chứng minh rằng

- $\triangle ABM = \triangle ADN$
- Tứ giác AMFN là hình vuông
- Kẻ $FH \perp BM$, $FK \perp CN$, chứng minh rằng: $\widehat{ACF} = 90^\circ$
- B, D, O thẳng hàng (O là trung điểm của AF).

Câu 4 (1,0 điểm): Cho a, b, c > 0 thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$

CMR: $\frac{ab}{c+1} + \frac{bc}{a+1} + \frac{ac}{b+1} \leq \frac{1}{4}$

--Hết--

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

I. Phần trắc nghiệm (8,0 điểm) Mỗi câu đúng 0,5 điểm

II. Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	C	D	A	A	B	C	C	D	B	C
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	A	A	A	C	D	D				

HƯỚNG DẪN

Câu 1. Cho biểu thức: $A = \left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+1} \cdot \left(\frac{x+1}{3x} - x - 1 \right) \right] : \frac{x-1}{x}$

Rút gọn biểu thức $x \neq 0; x \neq \pm 1$

$$A = \left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+1} \cdot \left(\frac{x+1}{3x} - x - 1 \right) \right] : \frac{x-1}{x} \quad A = \left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+1} \cdot \frac{(x+1) - 3x(x+1)}{3x} \right] : \frac{x-1}{x}$$

$$A = \left[\frac{2}{3x} - \frac{2(1-3x)}{3x} \right] \cdot \frac{x}{x-1} \quad A = 2 \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{2x}{x-1}$$

Câu 2. Tính giá trị $A = \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}$

A, biết $a + b + c = 0$ là:

Ta có: $a + b + c = 0 \Leftrightarrow b + c = -a$.

Bình phương hai vế ta có: $(b + c)^2 = a^2$

$$\Leftrightarrow b^2 + 2bc + c^2 = a^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = -2bc$$

Tương tự, ta có: $c^2 + a^2 - b^2 = -2ca$

$$a^2 + b^2 - c^2 = -2ab$$

$$\Rightarrow A = -\frac{1}{2bc} - \frac{1}{2ca} - \frac{1}{2ab} = \frac{-(a+b+c)}{2abc} = 0 \quad (\text{vì } a + b + c = 0)$$

Vậy $A = 0$.

Câu 3. Rút gọn biểu thức:

$$M = \frac{1}{a^2 - 5a + 6} + \frac{1}{a^2 - 7a + 12} + \frac{1}{a^2 - 9a + 20} + \frac{1}{a^2 - 11a + 30}$$

$$\frac{1}{a^2 - 5a + 6} = \frac{1}{a-3} - \frac{1}{a-2}$$

$$\frac{1}{a^2 - 7a + 12} = \frac{1}{a-4} - \frac{1}{a-3}$$

$$\frac{1}{a^2 - 9a + 20} = \frac{1}{a-5} - \frac{1}{a-4}$$

$$\frac{1}{a^2 - 11a + 30} = \frac{1}{a-6} - \frac{1}{a-5}$$

Đổi dấu đúng và tính được :

$$M = \frac{1}{a-6} - \frac{1}{a-2} = \frac{4}{(a-2)(a-6)}$$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-1001}{1006} + \frac{x-1003}{1004} + \frac{x-1005}{1002} + \frac{x-1007}{1000} \geq 4$

$$\begin{aligned} \frac{x-1001}{1006} + \frac{x-1003}{1004} + \frac{x-1005}{1002} + \frac{x-1007}{1000} &= 4 \\ \Leftrightarrow \frac{x-1001}{1006} - 1 + \frac{x-1003}{1004} - 1 + \frac{x-1005}{1002} - 1 + \frac{x-1007}{1000} - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x-2007}{1006} + \frac{x-2007}{1004} + \frac{x-2007}{1002} + \frac{x-2007}{1000} &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-2007) \left(\frac{1}{1006} + \frac{1}{1004} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1000} \right) &= 0 \Leftrightarrow (x-2007) = 0 \\ V \times \left(\frac{1}{1006} + \frac{1}{1004} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1000} \right) &\neq 0 \Rightarrow x \geq 2007 \end{aligned}$$

Câu 5. Tổng các nghiệm của phương trình $|x+1|-2|x-1|=x$ Xét các trường hợp

+ $x < -1$. Pt $\Leftrightarrow 0x = -3 \Rightarrow$ pt vô nghiệm

+ $-1 \leq x < 1$. Pt $\Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} (t/m)$

+ $x \geq 1$. Pt $\Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} (t/m)$

Vậy tập nghiệm của pt là $S = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right\}$

Câu 6. Tìm a để $x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 13x + a$ chia hết cho $x+6$.

- Giải -

Số dư $a = -[(-6)^4 + 7(-6)^3 + 2(-6)^2 + 13(-6)]$

Qui trình ấn máy (fx-500MS và fx-570 MS)

Ấn các phím: $(-)$ 6 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{\text{X}}$

$(-)$ $($ $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{X}}$ $\wedge$ 4 $+$ 7 $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{X}}$ $\boxed{x^3}$ $+$ 2 $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{X}}$ $\boxed{x^2}$ $+$ 13 $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{X}}$ $\boxed{)}$ $\boxed{=}$

Kết quả: $a = -222$

Câu 7. Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx - 141$ có giá trị là: $-18; -11; 0$ khi x lần lượt nhận giá trị là $1; 2; 3$ và khi chia $P(x)$ cho $(x-5)$ thì được số dư là 34 .

a. Xác định các hệ số a, b, c, d của đa thức $P(x)$.

b. Tính giá trị chính xác của $P(17), P(25), P(59), P(157)$.

Giải:

a) Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} P(1) = -18 \\ P(2) = -11 \\ P(3) = 0 \\ P(5) = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 141 - 1 - 18 \\ 2^4 a + 2^3 b + 2^2 c + 2d = 141 - 2^5 - 11 \\ 3^4 a + 3^3 b + 3^2 c + 3d = 141 - 3^5 \\ 5^4 a + 5^3 b + 5^2 c + 5d = 141 - 5^5 + 34 \end{cases}$$

Bấm máy giải hệ, ta được : $a = -15; b = 85; c = -223; d = 275$

Hay : $P(x) = x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 223x^2 + 275x - 141$

Câu 8. Cho đa thức $P(x)$, biết rằng $P(x)$ chia cho $(x-1)$ thì dư 6033; $P(x)$ chia cho $(x-2)$ thì dư 14074; $P(x)$ chia cho $(x-3)$ thì dư 26135. Hãy tìm đa thức dư $R(x)$ khi chia $P(x)$ cho $(x-1)(x-2)(x-3)$

Giải:

Sơ lược cách giải và kết quả:

Khi chia $P(x)$ cho $(x-1)(x-2)(x-3)$ thì đa thức dư có dạng: $ax^2 + bx + c$

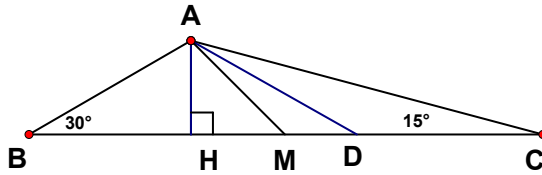
Ta có: $P(x) = (x-1)(x-2)(x-3) \times Q(x) + ax^2 + bx + c$

$$\text{Theo bài ra: } \begin{cases} P(1) = 6033 \\ P(2) = 14074 \\ P(3) = 26135 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 6033 \\ 4a + 2b + c = 14074 \\ 9a + 3b + c = 26135 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $a = 2010, b = 2011, c = 2012$

Đa thức dư là: $2010x^2 + 2011x + 2012$

Câu 9. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 30^\circ, \widehat{C} = 15^\circ$, đường trung tuyến AM. Số đo góc



$\angle AMB$ là:

Kẻ đường cao AH của tam giác ABC

Đặt $AH = a \Rightarrow \begin{cases} AB = 2a \\ BH = \sqrt{3}a \end{cases}$ lấy D đối xứng với B qua H $\Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{DCA} = 15^\circ \Rightarrow DC = DA = AB = 2a$

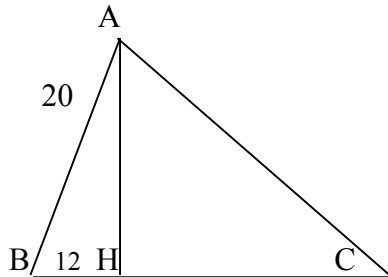
$$\Rightarrow BC = BH + DH + DC = 2\sqrt{3}a + 2a \Rightarrow BM = \frac{BC}{2} = \sqrt{3}a + a$$

$$\Rightarrow HM = BM - BH = \sqrt{3}a + a - \sqrt{3}a = a = AH$$

Suy ra tam giác AHM vuông cân tại H $\Rightarrow \widehat{AMB} = 45^\circ$

Câu 10. Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của AM, D là giao điểm của BI và AC. Tỷ số các độ dài BD và ID là: 4 (Bồi dưỡng HSG toán Hình học 8 Trang 121)

Câu 11. Cho $\triangle ABH$ vuông tại H có $AB = 20\text{cm}; BH = 12\text{cm}$. Trên tia đối của HB lấy điểm C sao cho $AC = \frac{5}{3}AH$. Tính $\widehat{BAC}$.



Giải:

$$\text{Ta có } \frac{AB}{BH} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} = \frac{AC}{AH}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BH}{AH}$$

Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CAH$ có :

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BH}{AH} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle CAH \text{ (CH cạnh gv)} \Rightarrow \widehat{CAH} = \widehat{ABH}$$

$$\text{Lại có } \widehat{BAH} + \widehat{ABH} = 90^\circ \text{ nên } \widehat{BAH} + \widehat{CAH} = 90^\circ$$

$$\text{Do đó : } \angle BAC = 90^\circ$$

Câu 12. Cho hình thang ABCD (AB // CD). Gọi M là trung điểm của CD, E là giao điểm của MA và BD; F là giao điểm của MB và AC.

$$\frac{ME}{EA} = \frac{MD}{AB} ; \quad MD = MC \quad \frac{MF}{FB} = \frac{MC}{AB}$$

$\Downarrow$

$$\frac{ME}{EA} = \frac{MF}{FB}$$

Câu 13. Cho $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có AB=4cm ,AC= 5cm, BC=6cm và A'B'=8mm, B'C'=10mm , A'C'=12 mm.

a) $\triangle A'B'C'$ và $\triangle ABC$ có đồng dạng với nhau không vì sao?

b) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác đó.

Giải:

a) Ta có: AB=4cm=40mm, AC=5cm=50mm, BC=6cm=60mm.

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}; \frac{A'C'}{AC} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}; \frac{B'C'}{BC} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \Rightarrow \triangle A'B'C' \text{ đồng dạng với } \triangle ABC$$

$$\text{b) } \frac{C_{\triangle A'B'C'}}{C_{\triangle ABC}} = \frac{A'B' + A'C' + B'C'}{AB + AC + BC} = \frac{30}{150} = \frac{1}{5}$$

Câu 14. Trong hình thang cân ABCD (AB//CD; AB<CD) ta có:

A. AB = CD. B. AC // BD. C. $\hat{A}=\hat{B}; \hat{C}=\hat{D}$ D. AD//BC.

Câu 15. Hình thang có độ dài 2 đáy là 2,2cm và 5,8cm thì độ dài đường trung bình là :

A. 4,4cm B. 3,4 cm C. 4,2 cm D. 4 cm

Câu 16. Vườn cây bà Thược có số cây chưa đến 100 và có 4 loại cây : xoài, cam, mít, bưởi. Trong đó số cây xoài chiếm $\frac{1}{5}$ số cây, số cây cam chiếm $\frac{1}{6}$ số cây, số cây bưởi chiếm $\frac{1}{4}$ số cây và còn lại là mít. Hãy tính xem mỗi loại có bao nhiêu cây ?

Bài giải : Số cây xoài chiếm $\frac{1}{5}$ số cây, số cây cam chiếm $\frac{1}{6}$ số cây, số cây bưởi chiếm $\frac{1}{4}$ số cây nên số cây trong vườn phải chia hết cho 4, 5, 6. Mà $6 = 2 \times 3$ nên số cây trong vườn phải chia hết cho 3, 4, 5. Số nhỏ hơn 100 chia hết cho 3, 4, 5 là 60. Vậy số cây trong vườn là 60 cây.

Số cây xoài trong vườn là : $60 : 5 = 12$ (cây)

Số cây cam trong vườn là : $60 : 6 = 10$ (cây)

Số cây bưởi trong vườn là : $60 : 4 = 15$ (cây)

Số cây mít trong Vườn là : $60 - (12 + 10 + 15) = 23$ (cây)

Đáp số : xoài : 12 cây ; cam : 10 cây ; bưởi : 15 cây ; mít : 23 cây

III. Phần tự luận (12,0 điểm)

Câu 1 (3,5 điểm): a. Với mọi số tự nhiên n thì $a_n = n(n+1)(n+2)(n+3) + 1$ là số chính phương.

$$\begin{aligned}\text{Ta có : } a_n &= n(n+1)(n+2)(n+3) + 1 \\ &= (n^2 + 3n)(n^2 + 3n + 2) + 1 \\ &= (n^2 + 3n)^2 + 2(n^2 + 3n) + 1 \\ &= (n^2 + 3n + 1)^2\end{aligned}$$

Với n là số tự nhiên thì $n^2 + 3n + 1$ cũng là số tự nhiên, theo định nghĩa, a_n là số chính phương

b. Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $2x^2 + 3y^2 + 4x = 19$

$$2x^2 + 3y^2 + 4x = 19 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x + 2 = 21 - 3y^2 \Leftrightarrow 2(x+1)^2 = 3(7-y^2) (*)$$

Xét thấy VT chia hết cho 2 nên $3(7-y^2) : 2 \Leftrightarrow y$ lẻ (1)

Mặt khác VT $\geq 0 \Leftrightarrow 3(7-y^2) \geq 0 \Leftrightarrow y^2 \leq 7$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $y^2 = 1$ thay vào (*) ta có : $2(x+1)^2 = 18$

HS tính được nghiệm nguyên đó là $(2; 1); (2; -1); (-4; -1); (-4; 1)$

Câu 2 (3,0 điểm): a. Giải phương trình: $(3x-2)^3 - (x-3)^3 = (2x+1)^3$

Chứng minh: Nếu $a+b+c=0$ thì $a^3+b^3+c^3=3abc$

$$\begin{aligned}\text{áp dụng ta có: } & (3x-2)^3 - (x-3)^3 - (2x+1)^3 \\ &= (3x-2)^3 + (-x+3)^3 + (-2x-1)^3 \\ &= 3(3x-2)(-x+3)(-2x-1).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } & (3x-2)^3 - (x-3)^3 = (2x+1)^3 \\ & \Leftrightarrow (3x-2)^3 - (x-3)^3 - (2x+1)^3 = 0 \\ & \Leftrightarrow 3(3x-2)(-x+3)(-2x-1) = 0 \\ & \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \text{ hoặc } x = 3 \text{ hoặc } x = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

b. Tìm số dư trong phép chia $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9)+2039$ cho

$$x^2+12x+30$$

Lời giải

Ta có $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9)+2039$

$$= (x^2+12x+27)(x^2+12x+35)+2039$$

Đặt $x^2+12x+30=t$, ta có $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9)+2039$

$$= (t-3)(t+5)+2039 = t^2+2t-15+2039 = t(t+2)+2024$$

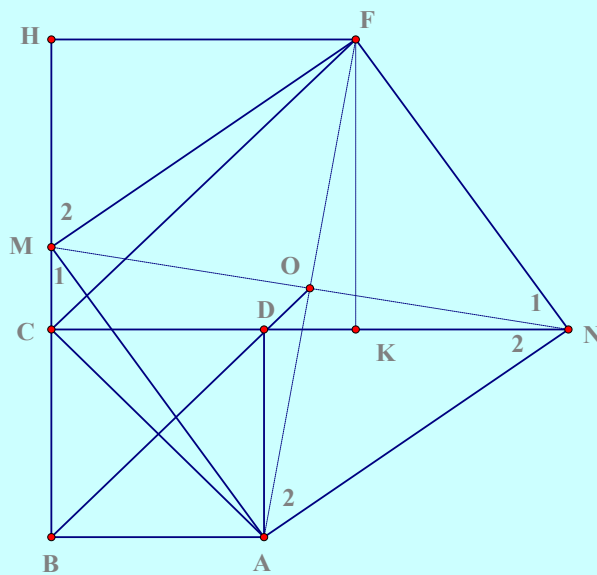
$$\text{Do đó } (x+3)(x+5)(x+7)(x+9)+2039 = (x^2+12x+30)(x^2+12x+32)+2024$$

Vậy số dư trong phép chia $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9)+2039$ cho $x^2+12x+30$ là 2024

Câu 3 (4,5 điểm):

Cho hình vuông $ABCD$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm M , trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho $BM = DN$. Vẽ hình bình hành $AFMN$. Chứng minh rằng

- $\triangle ABM = \triangle ADN$
- Tứ giác $AMFN$ là hình vuông
- Kẻ $FH \perp BM, FK \perp CN$, chứng minh rằng:
: $\widehat{ACF} = 90^\circ$
- B, D, O thẳng hàng (O là trung điểm của AF).



Lời giải

a. $\triangle ABM = \triangle ADN (cgc) \Rightarrow AM = AN \Rightarrow \widehat{DAN} = \widehat{BAM}$

b. Hình bình hành $AMFN$, có $AM = AN \Rightarrow \diamond AMFN$ là hình thoi.

Lại có $\widehat{MAN} = \widehat{MAD} + \widehat{DAN} = \widehat{MAD} + \widehat{MAB} = 90^\circ \Rightarrow \diamond AMFN$ là hình vuông

c. $\widehat{ACF} = \widehat{ACD} + \widehat{DCF} = 45^\circ + \widehat{DCF}$

Ta đi chứng minh $\widehat{DCF} = 45^\circ \Rightarrow \diamond CHFK$ là hình vuông

Có:

$$\widehat{M_1} + \widehat{M_2} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{N_2} + \widehat{M_2} = 90^\circ, \widehat{N_1} + \widehat{N_2} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{M_2} = \widehat{N_1} \Rightarrow \triangle MHF = \triangle NKF (ch - gn) \Rightarrow FH = FK$$

$$\Rightarrow \diamond CHFK \text{ là hình vuông } \widehat{DCF} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ACF} = 90^\circ \text{ (đpcm)}$$

d. Ta đi chứng minh 3 điểm B, D, O nằm trên đường trung trực của AC

Ta có $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow B, D$ nằm trên đường trung trực của AC

O là trung điểm của $AF \Rightarrow O$ là trung điểm của $MN \Rightarrow OA = OM$

$$\text{Lại có } OC = OM = \frac{1}{2} AC \Rightarrow OM = OC \Rightarrow OA = OC \Rightarrow O \text{ nằm trên đường trung trực của } AC$$

$\Rightarrow B, D, O$ thẳng hàng.

Câu 4 (1,0 điểm): Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$

$$\text{CMR: } \frac{ab}{c+1} + \frac{bc}{a+1} + \frac{ac}{b+1} \leq \frac{1}{4}$$

Áp dụng bài toán phụ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y} \quad (x, y > 0) \Rightarrow \frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$$

$$\text{Nên ta có } \frac{ab}{c+1} = \frac{ab}{(a+c)+(b+c)} \leq \frac{ab}{4} \left(\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right) \quad (\text{vì } a+b+c=1 \text{ (gt)}) \quad (1)$$

$$\frac{bc}{a+1} = \frac{bc}{(a+b)+(a+c)} \leq \frac{bc}{4} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right) \quad (2)$$

$$\frac{ac}{b+1} = \frac{ac}{(a+b)+(b+c)} \leq \frac{ac}{4} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} \right) \quad (3)$$

Kết hợp (1)(2) và (3)

$$\frac{ab}{c+1} + \frac{bc}{a+1} + \frac{ac}{b+1} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{ab+bc}{a+c} + \frac{bc+ac}{a+b} + \frac{ab+ac}{b+c} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{c+1} + \frac{bc}{a+1} + \frac{ac}{b+1} \leq \frac{1}{4} (a+b+c)$$

$$\text{Hay } \frac{ab}{c+1} + \frac{bc}{a+1} + \frac{ac}{b+1} \leq \frac{1}{4} \quad (\text{đpcm})$$

Hết