

Người làm: Lê Thị Chanh

Zalo: Le Chanh

- số đt zalo:

Email:

CD5: SỐ NGUYÊN TỐ - HỢP SỐ**Dạng 1. Sử dụng các tính chất của phép chia số nguyên****Câu 1. (HSG 7 huyện Giao Thủy 2016 - 2017)**

Cho các số nguyên dương $a; b; c; d; e$ thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$ chia hết cho 2 . Chứng tỏ rằng $a + b + c + d + e$ là hợp số

Lời giải

Đặt $A = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$; $B = a + b + c + d + e$

Xét: $A + B = (a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2) + (a + b + c + d + e)$

$$= (a^2 + a) + (b^2 + b) + (c^2 + c) + (d^2 + d) + (e^2 + e)$$

$$= a(a+1) + b(b+1) + c(c+1) + d(d+1) + e(e+1)$$

Với n là số nguyên thì tích 2 số nguyên liên tiếp chia hết cho 2 nên $A + B$ chia hết cho 2 .

Theo đề bài A chia hết cho 2 nên B chia hết cho 2 và $B > 2$

Vậy B là hợp số.

Câu 2. (HSG 7 tỉnh Bắc Giang 2012 - 2013)

Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3 . Chứng minh rằng $p^2 + 2012$ là hợp số.

Lời giải

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng $p = 3k \pm 1$ ($k \in \mathbb{N}, k \geq 1$)

+ Với $p = 3k + 1$ ta có:

$$p^2 + 2012 = (3k + 1)^2 + 2012 = 9k^2 + 6k + 2013 \Rightarrow (p^2 + 2012); 3$$

+ Với $p = 3k - 1$ ta có

$$p^2 + 2012 = (3k - 1)^2 + 2012 = 9k^2 - 6k + 2013 \Rightarrow (p^2 + 2012); 3$$

Vậy $p^2 + 2012$ là hợp số

Dạng 2. Áp dụng định lý Fermat**Câu 1. (HSG 7 huyện Tam Dương 2016 - 2017)**

Tìm các số nguyên tố p thỏa mãn $2^p + p^2$ là các số nguyên tố

Lời giải

Với $p = 2$ thì $2^p + p^2 = 4 + 4 = 8$ không là số nguyên tố

Với $p = 3$ thì $2^p + p^2 = 8 + 9 = 17$ là số nguyên tố

Với $p > 3$ thì p là số nguyên tố nên p lẻ nên $2^p = 2^{2k+1} \equiv 2 \pmod{3}$
 Và $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$ nên $2^p + p^2 \not\equiv 3$
 Mà $2^p + p^2 > 3$ nên $2^p + p^2$ là hợp số
 Vậy với $p = 3$ thì $2^p + p^2$ là hợp số
 Vậy với $p = 3$ thì $2^p + p^2$ là số nguyên tố.

Dạng 3. Phương pháp phân tích

Câu 1. (HSG 7 trường Nguyễn Trực 2017 - 2018)

Cho a, b, c đôi một khác nhau và $\neq 0$. Biết $\overline{ab}$ là số nguyên tố và $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{b}{c}$. Tìm $\overline{abc}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$
 Do $\overline{ab}$ là 1 số nguyên tố có hai chữ số nên $b \in \{1; 3; 7; 9\}$
 Do $ac = b^2$ ta xét các trường hợp
 + $b = 1 \Rightarrow a = c = 1$ (loại do $a \neq c$)
 + $b = 3 \Rightarrow ac = 9 = 1.9$ (do $a \neq c$) $\Rightarrow \overline{ab} = 13$ (do 93 không là nguyên tố)
 Có $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{13}{39} = \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{b}{c}$ (tm)
 + $b = 7, b = 9$ đều bị loại do dẫn đến $a = c$
 Vậy $\overline{abc} = 139$.

Dạng 4. Giải phương trình nghiệm nguyên dựa vào tính chất số nguyên tố

Câu 1. (HSG 7 huyện Phù Cát 2017 - 2018; Hoài Nhơn 2014 - 2015)

Cho p là số nguyên tố. Tìm tất cả các số nguyên a thỏa mãn: $a^2 + a - p = 0$

Lời giải

Từ $a^2 + a - p = 0 \Rightarrow p = a^2 + a = a(a+1)$
 Với $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow p = a(a+1); 2; p$ là số nguyên tố $\Rightarrow p = 2$
 $\Rightarrow a(a+1) = 2 = 1.2 = (-1).(-2) \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -2 \end{cases}$

Câu 2. (HSG 7 trường Nguyễn Trực 2017 - 2018)

Tìm x, y biết: $x^2 - 6y^2 + 1 = 2$ (x, y là nguyên tố)

Lời giải

$$x^2 - 6y^2 + 1 = 2 \Rightarrow x^2 = 6y^2 + 1$$

vì x, y là nguyên tố nên $x > 0$; $y > 0$; $y < x$

Do đó y là số chẵn $\Rightarrow y = 2$

$$\Rightarrow x^2 = 6 \cdot 2^2 + 1 = 25 \Rightarrow x = 5$$

Vậy $x = 5; y = 2$.

Dạng 5. Các bài toán về hai số nguyên tố cùng nhau

Câu 1. (HSG 7 huyện Vĩnh Tường 2015 - 2016)

Cho $(a, b) = 1$. Chứng minh rằng $(a^{2007}, b^{2006}) = 1$

Lời giải

Giả sử a^{2007} và b^{2006} đều chia hết cho số nguyên tố $d \Rightarrow a : d$ và $b : d$

$$(a, b) = 1$$

Mà

$$\Rightarrow d = 1 \text{ (vô lý).}$$

$$(a^{2007}, b^{2006}) = 1$$

Vậy

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>