

ĐS6.CHUYÊN ĐỀ 1-SỐ TỰ NHIÊN

CHỦ ĐỀ 1:PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN SỐ VÀ CHỮ SỐ

PHẦN I.TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1.TẬP HỢP SỐ TỰ NHIÊN

Tập hợp số tự nhiên: $\mathbb{N}$

Tập hợp số tự nhiên khác 0 (nguyên dương), ký hiệu là: $\mathbb{N}^*$

Có 10 chữ số: $0;1;2;3;4;5;6;7;8;9$.

Số tự nhiên có chữ số tận cùng là $0;2;4;6;8$ là các số chẵn.

Số tự nhiên có chữ số tận cùng là $1;3;5;7;9$ là các số lẻ.

Hai số tự nhiên liên tiếp hơn (kém) nhau 1 đơn vị. Hai số hơn (kém) nhau 1 đơn vị là hai số tự nhiên liên tiếp.

Hai số chẵn liên tiếp hơn (kém) nhau 2 đơn vị. Hai số chẵn hơn (kém) nhau 2 đơn vị là hai số chẵn liên tiếp.

Hai số lẻ liên tiếp hơn (kém) nhau 2 đơn vị. Hai số lẻ hơn (kém) nhau 2 đơn vị là hai số lẻ liên tiếp.

2.CÁU TẠO CỦA MỘT SỐ TỰ NHIÊN

Phân tích một số tự nhiên theo các chữ số:

$$\overline{ab} = 10a + b$$

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c = 10\overline{ab} + c = 100a + \overline{bc}$$

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d = 10\overline{abc} + d = 100\overline{ab} + \overline{cd} = 1000a + 10\overline{bc} + d$$

Với điều kiện $(0 < a \leq 9; 0 \leq b, c, d \leq 9)$

3.SO SÁNH HAI SỐ TỰ NHIÊN

Trong hai số tự nhiên, số nào có chữ số nhiều hơn thì lớn hơn.

Nếu hai số có cùng chữ số thì số nào có chữ số đầu tiên kể từ trái sang phải lớn hơn thì số đó lớn hơn. Nếu hai số có tất cả các cặp chữ số ở từng hàng đều bằng nhau thì hai số đó bằng nhau.

PHẦN II.CÁC DẠNG BÀI

Dạng 1:Viết số tự nhiên từ giả thiết cho trước

I.Phương pháp giải

- Khi viết một số tự nhiên ta sử dụng 10 chữ số $0,1,2,3,4;5;6;7;8;9$. Chữ số đầu tiên kể từ bên trái của một số tự nhiên phải khác 0.
- Thông qua việc phân tích và xét hết khả năng có thể xảy ra, đối chiếu với giả thiết đề bài để lập số.

II. Bài toán

Bài 1: Cho bốn chữ số $0; 3; 8; 9$.

- a) Tìm số lớn nhất, số nhỏ nhất có 4 chữ số khác nhau được viết từ 4 chữ số đã cho.
- b) Tìm số lẻ lớn nhất, số chẵn nhỏ nhất có 4 chữ số khác nhau được viết từ 4 chữ số đã cho.

Lời giải:

a) Số lớn nhất có 4 chữ số khác nhau được viết từ 4 chữ số đã cho phải có chữ số hàng nghìn là chữ số lớn nhất. Vậy chữ số hàng nghìn phải tìm là 9.

Chữ số hàng trăm phải là chữ số lớn nhất trong 3 chữ số còn lại. Vậy chữ số hàng trăm phải tìm là 8.

Chữ số hàng chục là chữ số lớn nhất trong 2 chữ số còn lại. Vậy chữ số hàng chục là 3.

Vậy số cần tìm là 9830.

Tương tự số nhỏ nhất có bốn chữ số khác nhau từ 4 chữ số trên là 3089.

b) Tương tự số lẻ lớn nhất thỏa mãn điều kiện đầu bài là 9803.

Số chẵn nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện đầu bài là 3098.

Bài 2: Tìm số tự nhiên có ba chữ số $\overline{abc}$, thỏa mãn $\overline{abc} = (a + b + c)^3$

Lời giải:

Điều kiện: $0 < a \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9; a, b, c \in \mathbb{N}$

Nhận thấy: $100 \leq \overline{abc} \leq 999 \Rightarrow 100 \leq (a + b + c)^3 \leq 999 \Leftrightarrow 5^3 \leq (a + b + c)^3 \leq 9^3$

$\Leftrightarrow 5 \leq a + b + c \leq 9 \Rightarrow (a + b + c) \in \{5, 6, 7, 8, 9\}$

Nếu $a + b + c = 5$ thì $(a + b + c)^3 = 125$. Thử lại $(1 + 2 + 5)^3 = 512$ (không thỏa mãn)

Nếu $a + b + c = 6$ thì $(a + b + c)^3 = 216$. Thử lại $(2 + 1 + 6)^3 = 729$ (không thỏa mãn)

Nếu $a + b + c = 7$ thì $(a + b + c)^3 = 343$. Thử lại $(3 + 4 + 3)^3 = 1000$ (không thỏa mãn)

Nếu $a + b + c = 8$ thì $(a + b + c)^3 = 512$. Thử lại $(5 + 1 + 2)^3 = 512$ (thỏa mãn)

Nếu $a + b + c = 9$ thì $(a + b + c)^3 = 729$. Thử lại $(7 + 2 + 9)^3 = 5832$ (không thỏa mãn)

Vậy số tự nhiên cần tìm là 512.

Bài 3: Tìm hai số, biết rằng tổng của chúng gấp 5 lần hiệu của chúng, tích của chúng gấp 24 lần hiệu của chúng.

Phân tích: Bài toán có thể giải bằng “số phần” bằng cách biểu thị hiệu là 1 phần thì tổng là 5 phần và tích là 24 phần. Từ đó tính được số lớn ứng với bao nhiêu phần, số bé ứng với bao nhiêu phần.

Lời giải

Theo đầu bài. Nếu biểu thị hiệu là 1 phần thì tổng là 5 phần và tích là 24 phần.

Số lớn là: $(5+1):2=3$ (phần).

Số bé là: $5-3=2$ (phần)

Vậy tích sẽ bằng 12 lần số bé.

Ta có: Tích = Số lớn $\times$ Số bé

$$\text{Tích} = 12 \times \text{Số bé}$$

Số lớn là 12.

Số bé là: $12:3.2=8$

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là $12;8$.

Bài 4: Tìm thương của một phép chia, biết rằng nếu thêm 15 vào số bị chia và thêm 5 vào số chia thì thương và số dư không đổi.

Phân tích: Thực hiện biểu diễn số bị chia theo số chia, số thương và số dư, từ đó thiết lập được hai đẳng thức liên quan giữa số thương, số chia, và số dư. Cuối cùng tìm được thương.

Lời giải

Gọi số bị chia, số chia, thương và số dư lần lượt là a, b, c, d ($a, b, c, d \in \mathbb{N}, b \neq 0; d < b$). Ta có:

$$a:b=c \text{ (dư } d) \Leftrightarrow a=cb+d$$

Theo đề ta có: $(a+15):(b+5)=c \text{ (dư } d) \Leftrightarrow a+15=c.(b+5)+d$

$$\text{Hay } a+15=cb+c.5+d$$

$$\text{Mà } a=cb+d \text{ nên } a+15=cb+c.5+d=cb+d+15=cb+c.5+d$$

Suy ra $15=c.5$. Vậy $c=3$.

Bài 5: Hiệu của hai số là 4. Nếu tăng một số gấp ba lần, giữ nguyên số kia thì hiệu của chúng bằng 60. Tìm hai số đó.

Lời giải

Gọi 2 số đó là a, b ($a > b; a, b \in \mathbb{N}$)

Theo bài ra ta có: $a-b=4 \Rightarrow b=a-4$ (1)

Nếu tăng một số gấp ba lần, giữ nguyên số kia thì hiệu của chúng bằng 60 $\Rightarrow 3a-b=60$ (2)

Thay (1) vào (2) ta có $3a-(a-4)=60 \Rightarrow 3a-a+4=60 \Rightarrow 2a=56 \Rightarrow a=28 \Rightarrow b=24$

Vậy số cần tìm là $24; 28$.

Bài 6: Tìm hai số biết rằng tổng của chúng gấp 5 lần hiệu của chúng và tích của chúng gấp 4008 lần hiệu của chúng.

Lời giải

Coi hiệu của hai số là 1 phần thì tổng của chúng là 5 phần.

Do đó số lớn là $(5+1):2=3$ (phần).

Số bé là: $5-3=2$ (phần).

Tích của hai số là: $2.3=6$ (phần)

Mà tích hai số là 4008 nên giá trị một phần là: $4008:6=668$.

Số bé là: $668.2=1336$

Số lớn là: $668.3=2004$.

Vậy hai số cần tìm là 2004 và 1336.

Bài 7: Tìm hai số biết rằng tổng của chúng gấp 3 lần hiệu của chúng và tích của chúng gấp 124 lần hiệu của chúng.

Lời giải

Coi hiệu của hai số là 1 phần thì tổng của chúng là 3 phần.

Do đó số lớn là $(3+1):2=2$ (phần).

Số bé là: $3-1=2$ (phần).

Tích của hai số là: $2.1=2$ (phần)

Mà tích hai số là 124 nên giá trị một phần là: $124:2=62$.

Số bé là: $62.1=62$

Số lớn là: $62.2=124$.

Vậy hai số cần tìm là 62 và 124.

Bài 8: Tổng của hai số tự nhiên gấp ba hiệu của chúng. Tìm thương của hai số tự nhiên ấy.

Lời giải

Gọi hai số đó là a và b ($a, b \in \mathbb{N}$)

Ta có $(a+b)=3(a-b) \Rightarrow a+b=3a-3b \Rightarrow 4b=2a$

Suy ra $a=2b$ do đó $a:b=2$

Vậy thương hai số tự nhiên cần tìm là 2.

Bài 9: Hiệu của hai số là 4. Nếu tăng một số gấp ba lần, giữ nguyên số kia thì hiệu của chúng bằng 60. Tìm hai số đó.

Lời giải

Gọi số bị trừ là a , số trừ là b ($a, b \in \mathbb{N}$)

Theo đề bài ta có : $a - b = 4$ (1)

Tăng số bị trừ lên 3 lần và giữ nguyên số chia vì hiệu của chúng bằng 60 nên : $3a - b = 60$ (2)

Từ (1) ta có $b = a - 4$ thay vào (2) ta được : $2a = 56$ suy ra $a = 28$ suy ra $b = 24$.

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là $24; 28$.

Bài 10: Tìm hai số, biết rằng tổng của chúng gấp 7 lần hiệu của chúng, tích của chúng gấp 192 lần hiệu của chúng.

Lời giải

Coi hiệu của hai số là 1 phần thì tổng của chúng là 7 phần.

Do đó số lớn là $(7+1):2=4$ (phần).

Số bé là: $7-4=3$ (phần).

Tích của hai số là: $3.4=12$ (phần)

Mà tích hai số là 192 nên giá trị một phần là: $192:12=16$.

Số bé là: $16.3=48$

Số lớn là: $16.4=64$.

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là $64; 48$.

Bài 11: Viết liên tiếp 15 số lẻ đầu tiên để được một số tự nhiên. Hãy xoá đi 15 chữ số của số tự nhiên vừa nhận được mà vẫn giữ nguyên thứ tự các chữ số còn lại để được:

- a, Số lớn nhất.
b, Số nhỏ nhất.

Lời giải

Viết 15 số lẻ đầu tiên liên tiếp ta được số tự nhiên: $1357911131517192123252729$
 Để sau khi xoá 15 chữ số ta nhận được số lớn nhất thì chữ số giữ lại đầu tiên kể từ bên trái phải là chữ số $1, 3, 5, 7$
 9. Vậy trước hết ta xoá 4 chữ số đầu tiên của dãy 911131517192123252729 . Số còn lại là:
 Ta phải xoá tiếp $15 - 4 = 11$ chữ số còn lại để được số lớn nhất. Để sau khi xoá nhận được số lớn nhất thì chữ số thứ hai kể từ bên trái phải là chữ số 9. Vậy tiếp theo ta phải xoá tiếp những chữ số viết giữa hai chữ số 9 trong dãy, đó là 111315171 . Số còn lại là: 992123252729
 Ta phải xoá tiếp $11 - 9 = 2$ chữ số từ số còn lại để được số lớn nhất. Chữ số thứ ba còn lại kể từ bên trái phải là 2, vậy để được số lớn nhất sau khi xoá 2 chữ số ta phải xoá số 12 hoặc 21. Vậy số lớn nhất phải là 9923252729 .

b, Lập luận tương tự câu a. số phải tìm là 1111111122 .

Bài 12: Tìm số lớn nhất có các chữ số khác nhau và tổng các chữ số bằng 6.

Lời giải

Viết 6 thành tổng các chữ số khác nhau là
 $6 + 0; 5 + 1; 4 + 2; 5 + 1 + 0; 4 + 2 + 0; 3 + 2 + 1; 3 + 2 + 1 + 0$.

Vậy số lớn nhất có các chữ số khác nhau có tổng các chữ số bằng 6 cần tìm là 3210.

Bài 13: Tìm số bé nhất có tổng các chữ số bằng 21.

Lời giải

Số có hai chữ số có tổng các chữ số lớn nhất là 99. Vì $9 + 9 = 18$ và 18 nhỏ hơn 21 nên số cần tìm phải có nhiều hơn hai chữ số.

Xét các số có ba chữ số có tổng các chữ số bằng 21. Số bé nhất phải thỏa mãn có chữ số hàng trăm bé nhất. Vì $21 - 18 = 3$ nên số cần tìm là 399.

Bài 14: Tìm số bé nhất, số lớn nhất có các chữ số khác nhau và tích các chữ số bằng 30.

Lời giải

Viết 30 thành tích các chữ số khác nhau là $6 \times 5; 6 \times 5 \times 1; 5 \times 3 \times 2; 5 \times 3 \times 2 \times 1$.

Vậy số bé nhất là 56, số lớn nhất là 5321.

Bài 15: Trung bình cộng của n số chẵn nhỏ nhất có hai chữ số là 14. Tìm n.

Lời giải

Số chẵn có hai chữ số và bé hơn 14 là $12; 10$. Hai số chẵn lớn hơn 14 là $16; 18$. Vậy $n = 5$.

Dạng 2: Các bài toán giải bằng phân tích số

I. Phương pháp giải

- Phân tích một số tự nhiên theo các chữ số.
- Thông qua việc phân tích các giả thiết đề bài để tìm số.

II. Bài toán

Bài 1: Tìm một số tự nhiên có hai chữ số biết rằng khi viết thêm số 12 vào bên trái số đó ta được số mới lớn gấp 26 lần số phải tìm.

Lời giải:

Gọi số cần tìm là: $\overline{ab}$ ($a \neq 0; a, b < 10; a, b \in \mathbb{N}$)

Viết thêm số 12 vào bên trái số đó ta được: $\overline{12ab}$

Theo bài ra ta có: $\overline{12ab} = \overline{ab}.26 \Leftrightarrow 1200 + \overline{ab} = \overline{ab}.26 \Leftrightarrow \overline{ab}.26 - \overline{ab} = 1200$

$$\Leftrightarrow \overline{ab}.(26 - 1) = 1200 \Leftrightarrow \overline{ab}.25 = 1200 \Leftrightarrow \overline{ab} = 48$$

Thử lại ta thấy $1248 : 48 = 26$.

Vậy số tự nhiên cần tìm là 1248.

Bài 2: Cho số có hai chữ số. Nếu lấy số đó chia cho hiệu của chữ số hàng chục và hàng đơn vị của nó thì được thương là 18 và dư 4. Tìm số đã cho.

Lời giải:

Gọi số phải tìm là: $\overline{ab}$ ($a \neq 0; a, b \in \mathbb{N}; a, b < 10$)

Theo bài ra ta có: $\overline{ab} = (a - b).18 + 4 \Leftrightarrow 10a + b = 18a - 18b + 4 \Rightarrow 19b = 8a + 4$

Vì $8a + 4$ là số chẵn $\Rightarrow b$ chẵn $\Rightarrow b \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$

Với $b = 0 \Rightarrow 8a + 4 = 0$ (vô lý)

Tương tự với các trường hợp b còn lại : ta có $b = 4; a = 9$ thỏa mãn bài toán

Vậy số cần tìm là 94.

Bài 3: Tìm một số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó gấp 5 lần tích các chữ số của nó.

Lời giải:

Gọi số phải tìm là: $\overline{abc}$ ($0 < a \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9; a, b, c \in \mathbb{N}$)

$$\overline{abc} = 5.a.b.c \Rightarrow a, b, c \neq 0$$

Nếu $c = 0$ thì $\overline{abc} = 0$ không thỏa mãn bài toán.

Nếu $c = 5$ thì $\overline{ab5} = 25\overline{ab}$ (1)

Số có ba chữ số chia hết cho 25 khi $\overline{b5} : 25 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = 7 \end{cases}$

Ta có: Vế trái (1) là một số tự nhiên lẻ nên vế phải cũng là một số tự nhiên lẻ $\Rightarrow b = 2$ (loại) do đó

$$b = 7 \Rightarrow \overline{a75} = 25.a.7 = 175a \Rightarrow a = 1$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 175.

Bài 4: Tìm các chữ số a, b, c thỏa mãn:

a) $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = \overline{abc}$

b) $\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + a = 4321$

Lời giải: Điều kiện: $0 < a \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9; a, b, c \in \mathbb{N}$

a) Ta có $\overline{abc} = 11(a + b + c) \Leftrightarrow 100a + 10b + c = 11a + 11b + 11c \Leftrightarrow b + 10c = 89a \leq 99$
 $\Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 9; c = 8$ (do: $b + 10c \leq 99$)

b) Ta có: $\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + a = 1111.a + 111.b + 11.c + d$

Vậy $1111.a + 111.b + 11.c + d = 4321$

Nếu $a < 3$ thì $111.b + 11.c + d > 2098$ (vô lý vì $b, c, d < 10$)

Nếu $a > 3$ thì vế trái > 4321 (không thỏa mãn)

Vậy $a = 3$. Suy ra $111.b + 11.c + d = 988$

Nếu $b < 8$ thì $11.c + d > 210$ (vô lý vì $c, d < 10$)

Nếu $b > 8$ thì vế trái > 988 (không thỏa mãn)

Vậy $b = 8$. Suy ra $11.c + d = 100$

+ Nếu $c < 9$ thì $d > 11$ (vô lý vì $d < 10$)

Do đó $c = 9; d = 1$

Vậy $a = 3, b = 8, c = 9, d = 1$ thỏa $3891 + 389 + 38 + 3 = 4321$.

Bài 5: Tìm số tự nhiên có năm chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 2 vào đằng sau số đó thì được số lớn gấp ba lần số có được bằng cách viết thêm chữ số 2 vào đằng trước số đó.

Phân tích: Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$. Khi viết thêm chữ số 2 vào đằng sau ta được $\overline{abcde2}$

Khi viết thêm chữ số 2 vào đằng trước ta được $\overline{2abcde}$. Do đó ta cần phân tích các số $\overline{abcde2}$ và $\overline{2abcde}$ theo $\overline{abcde}$, từ đó theo mối quan hệ bài cho tìm được $\overline{abcde}$.

Lời giải

Gọi số cần tìm là: $\overline{abcde}$ ($0 < a \leq 9; 0 \leq b, c, d, e \leq 9; a, b, c, d, e \in \mathbb{N}$)

Theo bài ra ta có: $\overline{abcde2} = 3.\overline{2abcde} \Rightarrow 10.\overline{abcde} + 2 = 3.200000 + 3.\overline{abcde} \Rightarrow 7.\overline{abcde} = 599998$
 $\Rightarrow \overline{abcde} = 85714$

Thử lại: $857142 = 3.285714$

Vậy số cần tìm là 857142.

Bài 6: Tìm số tự nhiên có tận cùng bằng 3, biết rằng nếu xóa chữ số hàng đơn vị thì số đó giảm đi 1992 đơn vị.

Phân tích: Gọi số cần tìm là $\overline{abc3}$. Khi xóa chữ số 3 ta được $\overline{abc}$, do đó ta cần phân tích cấu tạo số $\overline{abc3}$ theo $\overline{abc}$, và theo mối quan hệ bài cho tìm được $\overline{abc}$ rồi suy ra số cần tìm.

Lời giải

Vì rằng nếu xóa chữ số hàng đơn vị thì số đó giảm đi 1992 đơn vị nên số tự nhiên cần tìm có 4 chữ số.

Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc3}$ ($0 < a \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9; a, b, c \in \mathbb{N}$)

Theo bài ra ta có: $\overline{abc3} - 1992 = \overline{abc} \Rightarrow 10.\overline{abc} + 3 - 1992 = \overline{abc} \Rightarrow 9.\overline{abc} = 1989 \Rightarrow \overline{abc} = 221$

Vậy số cần tìm là 2213.

Bài 7: Tìm ba chữ số khác nhau và khác 0, biết rằng nếu dùng cả ba chữ số này lập thành các số tự nhiên có ba chữ số thì hai số lớn nhất có tổng bằng 1444.

Phân tích: Ba số cần tìm là a, b, c ($0 < a < b < c < 9$). Như vậy tổng $\overline{abc} + \overline{acb}$ cần phân tích cấu tạo số theo a, b, c ta được $200a + 11(b + c)$, việc còn lại ta phân tích số 1444 về dạng $200.7 + 11.4$

Rồi đồng nhất với $200a + 11(b + c)$ để tìm ra a, b, c

Lời giải

Gọi ba chữ số cần tìm là a, b, c ($0 < a < b < c < 9; a, b, c \in \mathbb{N}$).

Theo bài ra ta có:

$$\overline{abc} + \overline{acb} = 1444$$

$$\Rightarrow 100a + 10b + c + 100a + 10c + b = 1444$$

$$\Rightarrow 200a + 11b + 11c = 1444$$

$$\Rightarrow 200a + 11(b + c) = 1400 + 44$$

P $a = 7; b = 3; c = 1$.

Vậy $\overline{abc}$ số cần tìm là: $1; 3; 7$.

Bài 8: Cho ba chữ số a, b, c đôi một khác nhau và khác 0. Tổng của tất cả các số có hai chữ số được lập từ ba chữ số a, b, c bằng 627. Tính tổng $a + b + c$.

Lời giải:

Ta có các số có hai chữ số được lập thành từ ba chữ số a, b, c là:

$$\overline{ab} + \overline{ac} + \overline{ba} + \overline{bc} + \overline{cb} + \overline{ca} + \overline{aa} + \overline{bb} + \overline{cc}$$

Theo đầu bài ta có: $\overline{ab} + \overline{ac} + \overline{ba} + \overline{bc} + \overline{cb} + \overline{ca} + \overline{aa} + \overline{bb} + \overline{cc} = 627 \Leftrightarrow 33(a + b + c) = 627 \Leftrightarrow a + b + c = 19$

Vậy $a + b + c = 19$.

Bài 9: Tích của hai số là 6210 . Nếu giảm một thừa số đi 7 đơn vị thì tích mới là 5265 . Tìm các thừa số của tích.

Phân tích: Từ mối liên hệ bài cho ta thiết lập được hai đẳng thức liên quan tới hai số, từ đó tìm được hai số.

Lời giải

Gọi thừa số được giảm là a , thừa số còn lại là b .

Theo đề bài ta có:

$$a.b = 6210; (a - 7).b = 5265 \Rightarrow a.b - 7.b = 5265 \Rightarrow 6210 - 7.b = 5265 \Rightarrow 7.b = 6210 - 5265 \Rightarrow 7.b = 945$$

$$\Rightarrow b = 945 : 7 = 135 \Rightarrow a = 6210 : 135 = 46$$

Vậy hai thừa số cần tìm là $46; 135$.

Bài 10: Một số có 3 chữ số, tận cùng bằng chữ số 7. Nếu chuyển chữ số 7 đó lên đầu thì ta được một số mới mà khi chia cho số cũ thì được thương là 2 dư 21. Tìm số đó.

Phân tích: Gọi $\overline{ab7}$ số tự nhiên có chữ số 7 là hàng đơn vị

$\overline{7ab}$ số tự nhiên có chữ số 7 là hàng trăm

Bằng việc phân tích cấu tạo số ta có thể giải bài toán theo hai cách:

Phân tích cấu tạo số theo $\overline{ab}$

Lời giải

Gọi $\overline{ab7}$ số tự nhiên có chữ số 7 là hàng đơn vị. $(0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a, b \in \mathbb{N})$

$\overline{7ab}$ số tự nhiên có chữ số 7 là số hàng trăm.

Theo đề bài ta có: $\overline{7ab} : \overline{ab7} = 2 \text{ dư } 21$

Hay: $\overline{7ab} = 2.\overline{ab7} + 21$

Ta có: $\overline{ab} = 10a + b; \overline{abc} = 100a + 10b + c \Rightarrow 700 + \overline{ab} = 2(10\overline{ab} + 7) + 21 \Rightarrow 700 + \overline{ab} = 20\overline{ab} + 14 + 21$
 $\Rightarrow 700 - 14 - 21 = 20\overline{ab} - \overline{ab} \Rightarrow 665 = 19\overline{ab} \Rightarrow \overline{ab} = 35$.

Vậy số tự nhiên có ba chữ số đó là: 357 .

Bài 11: Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 7 vào đằng trước số đó thì được một số lớn gấp 5 lần so với số có được bằng cách viết thêm chữ số 7 vào sau số đó

Phân tích: Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$. Khi viết thêm chữ số 7 vào đằng sau ta được $\overline{abcde7}$

Khi viết thêm chữ số 7 vào đằng trước ta được $7\overline{abcde}$. Do đó ta cần phân tích cấu tạo các số $\overline{abcde7}$ và $7\overline{abcde}$, từ đó theo mối quan hệ bài cho tìm được $\overline{abcde}$.

Lời giải

Gọi số tiền có năm chữ số là: $\overline{abcde}$ ($0 < a \leq 9; 0 \leq b, c, d, e \leq 9; a, b, c, d, e \in \mathbb{N}$)

Theo đề bài: $7\overline{abcde} = 5.\overline{abcde7}$

Ta có: $7\overline{abcde} = 700000 + \overline{abcde}; 5.\overline{abcde7} = 5.(10.\overline{abcde} + 7)$

$\Rightarrow 7\overline{abcde} = 5.\overline{abcde7} \Rightarrow 700000 + \overline{abcde} = 5.(10.\overline{abcde} + 7)$

$\Rightarrow 700000 + \overline{abcde} = 50.\overline{abcde} + 35$

$\Rightarrow 700000 - 35 = 50.\overline{abcde} - \overline{abcde} \Rightarrow 699965 = 49.\overline{abcde} \Rightarrow \overline{abcde} = 14285$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 14285.

Bài 12: Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng nếu viết thêm một chữ số 2 vào bên phải và một chữ số 2 vào bên trái của nó thì số ấy tăng gấp 36 lần.

Phân tích: Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$. Khi viết thêm chữ số 2 vào đằng trước và đằng sau ta được $2\overline{ab}2$. Do đó ta cần tìm cấu tạo số $2\overline{ab}2$ theo $\overline{ab}$, từ đó theo mối liên hệ bài cho tìm được $\overline{ab}$

Lời giải

Gọi số phải tìm là $\overline{ab}$. ($0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a, b \in \mathbb{N}$)

Viết thêm một chữ số 2 vào bên trái và bên phải ta được: $2\overline{ab}2$, số đó tăng lên gấp 36 lần.

$\Rightarrow 2\overline{ab}2 = 36.\overline{ab} \Rightarrow 2000 + 10\overline{ab} + 2 = 36\overline{ab} \Rightarrow 26\overline{ab} = 2002 \Rightarrow \overline{ab} = 77$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 77.

Bài 13: Nếu ta viết thêm chữ số 0 vào giữa các chữ số của một số có hai chữ số ta được một số mới có 3 chữ số lớn hơn số đầu tiên 7 lần. Tìm số đó.

Phân tích: Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$. Khi viết thêm chữ số 0 vào giữa ta được $\overline{a0b}$. Vì hai chữ số a, b không có cạnh nhau, nên ta cần phân tích cấu tạo số $\overline{a0b}$ theo các chữ số a, b từ đó theo mối liên hệ bài cho tìm được các chữ số a, b từ đó suy ra số $\overline{ab}$

Lời giải

Số tự nhiên có hai chữ số có dạng: $\overline{ab}$ ($0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a, b \in \mathbb{N}$)

Thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số: $\overline{a0b}$

Theo đề bài: $\overline{a0b} = 7.\overline{ab}$

Hay $100a + b = 7.(10a + b) \Rightarrow 30a = 6b \Rightarrow 5a = b$

Khi $a = 1$, ta được: $b = 5$ (nhận) $\Rightarrow \overline{ab}$ là 15

Khi $a = 2$, ta được: $b = 10$ (loại)

Vậy số tự nhiên cần tìm là 15 .

Bài 14: Nếu xen vào giữa các chữ số của một số có hai chữ số của chính số đó, ta được một số mới có bốn chữ số và bằng 99 lần số đầu tiên. Tìm số đó

Phân tích: Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$. Xen vào giữa các chữ số của một số có hai chữ số của chính số đó ta được $\overline{aabb}$, đến đây nhiều ý tưởng sẽ phân tích cấu tạo số $\overline{aabb}$ theo $\overline{ab}$, tuy nhiên vì hai chữ số b, a ở hàng đơn vị và hàng nghìn không cạnh nhau, nên việc phân tích cấu tạo số theo $\overline{ab}$ là không ra mà ta cần phân tích cấu tạo số theo các chữ số a, b, từ đó theo mối liên hệ bài cho tìm được các chữ số a, b từ đó suy ra số $\overline{ab}$.

Lời giải

Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{ab}$ ($0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a, b \in \mathbb{N}$)

Theo bài ra, ta có: $\overline{aabb} = 99.\overline{ab} \Rightarrow 1100a + 11b = 990a + 99b \Rightarrow 110a - 88b = 0 \Rightarrow 5a - 4b = 0$

$\Rightarrow 5a = 4b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$

Mà a, b là các số có 1 chữ số $\Rightarrow a = 4, b = 5$.

Vậy số tự nhiên cần tìm là 45 .

Bài 15: Nếu xen vào giữa các chữ số của một số có hai chữ số một số có hai chữ số kém số đó 1 đơn vị thì sẽ được một số có bốn chữ số lớn gấp 91 lần so với số đầu tiên. Hãy tìm số đó.

Lời giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$ ($0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a, b \in \mathbb{N}$)

Ta có: $\overline{ab(b-1)b} = \overline{ab.91}$

$$\Leftrightarrow a.1000 + a.100 + b.10 - 10 + b = a.910 + b.91$$

Bài 16: Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng số mới viết theo thứ tự ngược lại nhân với số phải tìm thì được 3154; số nhỏ trong hai số thì lớn hơn tổng các chữ số của nó là 27

Lời giải:

Gọi số cần tìm là: $\overline{ab} (a, b \in \mathbb{N}^*; a, b < 10)$

Thì số mới có dạng: $\overline{ba}$

Giả sử $\overline{ab} < \overline{ba}$

Theo đề ta có:

$$\overline{ab} = a + b + 27$$

$$10a + b = a + b + 27$$

$$10a + b - a - b = 27$$

$$9a = 27$$

$$a = 27 : 9$$

$$a = 3.$$

Từ đó ta có $\overline{3b3} = 3154$

Vì $\overline{3b}$ có chữ số tận cùng là 4 nên $b = 8$.

Vậy số cần tìm là $\overline{38}$ hoặc $\overline{83}$.

Bài 17: Cho số có hai chữ số. Nếu lấy số đó chia cho hiệu của chữ số hàng chục và hàng đơn vị của nó thì được thương là 18 và dư 4. Tìm số đã cho.

Lời giải:

Số tự nhiên có 2 chữ số là $\overline{ab} (0 < a \leq 9; a \neq 0; a, b \in \mathbb{N})$.

Ta có $\overline{ab} : (a - b)$ được thương là 18 dư 4.

$$\Rightarrow \overline{ab} = 18(a - b) + 4 \Rightarrow 10a + b = 18a - 18b + 4 \Rightarrow 8a - 19b + 4 = 0 \Rightarrow 8a + 4 = 19b$$

$8a$ và 4 là hai số chẵn $\Rightarrow b$ chẵn $\Rightarrow b \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$

Với $b = 0 \Rightarrow 8a + 4 = 0$ (loại vì $a > 0$)

Với $b = 2 \Rightarrow 8a + 4 = 38 \Rightarrow a = 4,25$ (loại vì $a \notin \mathbb{N}$)

Với $b = 4 \Rightarrow a = 9 \Rightarrow \overline{ab} = 94$.

Với $b = 6 \Rightarrow 8a + 4 = 114 \Rightarrow a = 13,75$ (loại vì $a \notin \mathbb{N}$)

Với $b = 8 \Rightarrow 8a + 4 = 152 \Rightarrow a = 18,5$ (loại vì $a \notin \mathbb{N}$)

Vậy số tự nhiên cần tìm là 94.

Bài 18: Cho hai số có 4 chữ số và 2 chữ số mà tổng của hai số đó bằng 2750. Nếu cả hai số được viết theo thứ tự ngược lại thì tổng của hai số này bằng 8888. Tìm hai số đã cho.

Lời giải:

Gọi 2 số cần tìm là: $\overline{abcd}$ và $\overline{xy}$ ($a, b, c, d, x, y \in \mathbb{N}; a, x \neq 0; a, b, c, d, x, y < 10$)

Theo đề ta có: $\overline{abcd} + \overline{xy} = 2750$ (1)

$$\overline{dcba} + \overline{yx} = 8888 \quad (2)$$

Cả 2 phép cộng đều không nhớ sang hàng nghìn nên từ (1) ta có $a = 2$ và từ (2) ta có $d = 8$.

Cũng từ (1) ta có $d + y$ có tận cùng bằng 0, mà $d = 8$ nên $y = 2$.

Từ (2) ta có $a + x$ có tận cùng bằng 8, mà $a = 2$ nên $x = 6$.

Từ (1) ta có $c + x + 1$ (vì có nhớ 1) có tận cùng bằng 5, mà $x = 6$ nên $c = 8$.

Từ (2) ta có $b + y$ có tận cùng bằng 8, mà $y = 2$ nên $b = 6$.

Vậy hai số đó là: 2688 và 62.

Bài 19: Tìm số có bốn chữ số khác nhau, biết rằng nếu viết thêm một chữ số 0 vào giữa hàng nghìn và hàng trăm thì được số mới gấp 9 lần số phải tìm.

Lời giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{N}; a \neq 0; a, b, c, d < 10$)

Số mới là $\overline{a0bcd}$

Ta có $\overline{a0bcd} = \overline{abcd} \cdot 9$

Hay $\overline{a0bcd} = \overline{abcd} \cdot 10 - \overline{abcd}$

Hay $\overline{a0bcd} + \overline{abcd} = \overline{abcd0}$

Vì $d + d$ có tận cùng bằng 0 suy ra $d = 0$ hoặc 5

Nếu $d = 5$ ta có $c + c + 1 = 0$ có tận cùng là 5 nên $c = 2$ hoặc $c = 7$.

Nếu $c = 2$ thì $b + b = 2$ nên $b = 1$, do đó $0 + a$ có tận cùng bằng 1 nên $a = 1$ (loại vì a khác b)

Nếu $c = 7$ thì $b + b + 1$ có tận cùng là 7 nên $b = 3$ hoặc $b = 8$.

Nếu $b = 3$ thì $0 + a = 3$ nên $a = 3$ (loại).

Nếu $b = 8$ thì $0 + a + 1 = 8$ nên $a = 7$ (loại vì a khác c).

Nếu $d = 0$ suy ra c khác 0 mà $c + c$ có tận cùng là 0 nên $c = 5$. Khi đó $b + b + 1$ có tận cùng là 5 nên $b = 2$ hoặc $b = 7$

Nếu $b = 2$ thì $0 + a$ có tận cùng bằng 2 nên $a = 2$ (loại)

Nếu $b = 7$ thì $0 + a + 1$ có tận cùng là 7 nên $a = 6$

Vậy số cần tìm là 6750.

Bài 20: Tìm số tự nhiên có bốn chữ số, sao cho khi nhân số đó với 4 ta được số gồm bốn chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại.

Lời giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{N}; a \neq 0; a, b, c, d < 10$)

$$\overline{abcd} \cdot 4 = \overline{dcba}$$

Ta có $\overline{abcd}$ và $\overline{dcba}$ là số có 4 chữ số

Nên ta có: $a \cdot 10^3 \cdot 4 = d \cdot 10^3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow d = 4$ hoặc $a = 2; d = 8$

Xét $\overline{abcd}$ với $a = 1$ và $d = 4$

Để có được $\overline{abcd} \cdot 4 = \overline{dcba}$ thì $d \cdot 4$ trước hết phải có chữ số tận cùng là a

$\Rightarrow$ với $d = 4$ thì $d \cdot 4 = 4 \cdot 4 = 16$ có chữ số tận cùng là $6 \neq a = 1$ (loại)

Xét $\overline{abcd}$ với $a = 2$ và $d = 8$.

Do đó $\overline{abcd} \cdot 4 = \overline{dcba}$ ta thấy: $d \cdot 4$ đã có chữ số tận cùng là $a = 2$ (1)

Vì $a = 2 \Rightarrow b \cdot 4 < 10 \Rightarrow b \in \{0; 1; 2\}$

Với $a = 2, d = 8, b = 0 \Rightarrow \overline{20c8} \cdot 4 = \overline{8c02} \Rightarrow 60c = 30$ (không thỏa mãn)

Với $a = 2, d = 8, b = 1 \Rightarrow \overline{21c8} \cdot 4 = \overline{8c12} \Rightarrow 60c = 420 \Rightarrow c = 7 \Rightarrow$ có số 2178.

Với $a = 2, d = 8, b = 2 \Rightarrow \overline{22c8} \cdot 4 = \overline{8c22} \Rightarrow 60c = 810 \Rightarrow$ (không thỏa mãn)

Vậy số cần tìm là 2178.

Bài 21: Tìm số tự nhiên có bốn chữ số, sao cho khi nhân số đó với 9 ta được số gồm bốn chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại

Lời giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{N}; a \neq 0; a, b, c, d < 10$)

$$\overline{abcd} \cdot 9 = \overline{dcba}$$

Ta có $\overline{abcd}$ và $\overline{dcba}$ là số có 4 chữ số

Nên ta có: $a \cdot 10^3 \cdot 9 = d \cdot 10^3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow d = 9$

Xét $\overline{abcd}$: vì $a = 1 \Rightarrow b \cdot 9 < 10 \Rightarrow b = 1$ hoặc $b = 0$

Với $b = 1$ thì $\overline{11c9} \cdot 9 = \overline{9c11}$

Vì $b = 1 \Rightarrow \overline{11c9} \cdot 9$ có $c \cdot 9$ là số bé lớn hơn 2 chữ số $\Rightarrow c = 1$ hoặc $c = 0 \Rightarrow$ Vô lý.

Với $b = 0$ thì $\overline{10c9} \cdot 9 = \overline{9c01} \Rightarrow c = 8$

$$\Rightarrow \overline{1089} \cdot 9 = \overline{9801}$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 9801.

Bài 22: Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng nếu xoá chữ số hàng trăm thì số ấy giảm 9 lần.

Lời giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ ($a, b, c \in \mathbb{N}; a \neq 0; a, b, c < 10$)

Khi xoá chữ số hàng trăm ta có số $\overline{bc}$

Ta có: $\overline{abc} = 9\overline{bc} \Rightarrow 100a + \overline{bc} = 9\overline{bc} \Rightarrow 8\overline{bc} = 100a : 8 \Rightarrow a = 4$ hoặc $a = 8$

Vì $\overline{bc}$ có hai chữ số $\Rightarrow a = 4; \overline{bc} = 50$

Vậy số cần tìm là 450.

Bài 23: Tìm số tự nhiên có bốn chữ số, biết rằng nếu xoá chữ số hàng nghìn thì số ấy giảm 9 lần.

Lời giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{N}; a \neq 0; a, b, c, d < 10$)

Xoá chữ số hàng trăm ta có số $\overline{bcd}$

Ta có: $\overline{abcd} = 9\overline{bcd} \Rightarrow 1000a + \overline{bcd} = 9\overline{bcd} \Rightarrow 8\overline{bcd} = 1000a : 8 \Rightarrow a = 4$ hoặc $a = 8$

Vì $\overline{bcd}$ có 3 chữ số $\Rightarrow a = 4$ và $\overline{bcd} = 500$

Vậy số cần tìm là 4500.

Bài 24: Tìm số tự nhiên có bốn chữ số, biết rằng chữ số hàng trăm bằng 0 và nếu xoá chữ số 0 đó thì số ấy giảm 9 lần.

Lời giải:

Gọi số cần tìm là $\overline{a0cd}$ ($a, c, d \in \mathbb{N}; a \neq 0; a, c, d < 10$)

Xoá chữ số hàng trăm ta có số $\overline{acd}$

Ta có: $\overline{a0cd} = 9\overline{acd} \Rightarrow 1000a + \overline{cd} = 9(100a + \overline{cd}) \Rightarrow 100a = 8\overline{cd} : 8 \Rightarrow a = 4$ hoặc $a = 8$

Vì $\overline{cd}$ có 2 chữ số $\Rightarrow a = 4$ và $\overline{cd} = 50$

Vậy số cần tìm là 4050 .

Bài 25: Một số tự nhiên có hai chữ số tăng gấp 9 lần nếu viết thêm một chữ số 0 vào giữa các chữ số hàng chục và hàng đơn vị của nó . Tìm số ấy.

Lời giải

Số cần tìm là $\overline{ab}$ ($a, b \in \mathbb{N}; a \neq 0; ab < 10$) .

Viết thêm một chữ số 0 vào giữa các chữ số hàng chục và hàng đơn vị ta có số $\overline{a0b}$

Ta có: $\overline{a0b} = 9\overline{ab} \Rightarrow 100a + b = 9(10a + b) \Rightarrow 10a = 8b : 2 \Rightarrow a = 4$ hoặc $a = 8$

Vì $0 < b < 9 \Rightarrow a = 4; b = 5$

Vậy số cần tìm là 45 .

Bài 26: Gọi $S(n)$ là tổng các chữ số của số tự nhiên n . Tìm số tự nhiên n sao cho $S(n) + n = 2015$.

Chú ý: Có thể thay đầu bài bởi số khác

Lời giải

Nếu n có 3 chữ số thì $n \leq 999$ suy ra $S(n) \leq 27$ suy ra $S(n) + n \leq 999 + 27 = 1026 < 2015$ (loại)

Nếu n có nhiều hơn bốn chữ số: Suy ra $n > 10000$ suy ra $S(n) + n > 2015$ (loại)

Vậy n có bốn chữ số: Đặt $n = \overline{abcd}$ ($0 < a \leq 9; 0 \leq b, c, d \leq 9$)

$\Rightarrow S(n) + n = \overline{abcd} + a + b + c + d = 2015$

Nhận thấy: $0 < a + b + c + d \leq 36 \Rightarrow 2015 - 36 \leq \overline{abcd} \leq 2015 \Leftrightarrow 1979 \leq \overline{abcd} \leq 2015$

$\Rightarrow \begin{cases} \overline{ab} = 19 \\ \overline{ab} = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 1993 \\ n = 2011 \end{cases}$

Nếu $\overline{ab} = 19$ thì $\overline{abcd} = 1993$ vì $0 < 1+9+9+3 = 22 < 36$ và $1979 \leq 1993 \leq 2015$

Nếu $\overline{ab} = 20$ thì $\overline{abcd} = 2011$ vì $0 < 2+0+1+1 = 4 < 36$ và $1979 \leq 2011 \leq 2015$

Vậy số tự nhiên n cần tìm là 1993 hoặc 2011.

Bài 27: Chứng minh rằng không tồn tại số tự nhiên có bốn chữ số $\overline{abcd}$ sao cho $\overline{abcd} - \overline{dcba} = 1008$.

Lời giải

Điều kiện: $0 < a, d \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9; a > d$

Ta có:

$$\begin{aligned}\overline{abcd} - \overline{dcba} = 1008 &\Leftrightarrow (1000a + 100b + 10c + d) - (1000d + 100c + 10b + a) = 1008 \\ &\Leftrightarrow 999(a - d) + 90(b - c) = 1008 \Leftrightarrow 111(a - d) + 10(b - c) = 112 = 111 + 1 \Leftrightarrow 111(a - d - 1) = 1 + 10(c - b)\end{aligned}$$

Nếu $a - d - 1 = 0 \Rightarrow 111(a - d - 1) = 0$ mà $1 + 10(c - b)$ là số lẻ $\Rightarrow$ vô lý

Nếu $a - d - 1 \geq 1 \Rightarrow 111(a - d - 1) \geq 111$ mà $1 + 10(c - b) \leq 1 + 10 \cdot 9 = 91 \Rightarrow$ vô lý

Vậy không tồn tại số tự nhiên có bốn chữ số $\overline{abcd}$ sao cho $\overline{abcd} - \overline{dcba} = 1008$.

Bài 28: Tìm một số tự nhiên có ba chữ số biết rằng khi viết thêm chữ số 2 vào bên phải số đó thì nó tăng thêm 4106 đơn vị.

Lời giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ ($a, b, c \in \mathbb{N}; a \neq 0; a, b, c < 10$)

Viết thêm chữ số 2 vào bên phải số đó, ta được: $\overline{abc2}$

Theo đề bài ta có: $\overline{abc2} = \overline{abc} + 4106$

$$\overline{abc} \cdot 10 + 2 = \overline{abc} + 4106 \quad (\text{phân tích } \overline{abc2} \text{ theo cấu tạo số})$$

$$\text{Ta có: } \overline{abc} \cdot 10 - \overline{abc} = 4106 - 2 \Leftrightarrow \overline{abc} \cdot (10 - 1) = 4106 \Leftrightarrow 9\overline{abc} = 4104 \Leftrightarrow \overline{abc} = 456$$

Thử lại: $4562 - 456 = 4106$ (đúng)

Vậy số tự nhiên cần tìm là 456.

Bài 29: Tìm số tự nhiên có 4 chữ số. Biết rằng nếu ta xóa đi chữ số hàng chục và hàng đơn vị thì số đó giảm đi 4455 đơn vị.

Lời giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{N}; a \neq 0; a, b, c, d < 10$)

Xóa đi chữ số hàng chục và hàng đơn vị của số đó, ta được $\overline{ab}$

Theo đề bài ta có: $\overline{abcd} - \overline{ab} = 4455$

$$\overline{ab} \cdot 100 + \overline{cd} - 5 = 4455 \quad (\text{phân tích } \overline{abcd} \text{ theo cấu tạo số})$$

$$\Leftrightarrow \overline{cd} + \overline{ab}.100 - \overline{ab} = 4455 \Leftrightarrow \overline{cd} + \overline{ab}.(100 - 1) = 4455 \Leftrightarrow \overline{cd} + \overline{ab}.99 = 45.99(4455 = 45.99) \\ \Leftrightarrow \overline{cd} = 99.(45 - \overline{ab})$$

Ta nhận thấy tích của 99 và 1 là một số tự nhiên bé hơn 100 nên $45 - \overline{ab}$ phải bằng 0 hoặc 1.

Nếu $45 - \overline{ab} = 0$ thì $45 = \overline{ab}$ và $\overline{cd} = 00$

Nếu $45 - \overline{ab} = 1 \Rightarrow \overline{ab} = 44; \overline{cd} = 99$

Thử lại: $4500 - 45 = 4455$; $4499 - 44 = 4455$

Vậy số cần tìm là 4500 hoặc 4499.

Bài 30: Chia một số tự nhiên có ba chữ số như nhau cho một số tự nhiên có ba chữ số như nhau ta được thương là 2 và có dư. Nếu xóa bớt một số ở số bị chia và xóa bớt một số ở số chia thì thương vẫn bằng 2 và số dư giảm đi 100. Tìm số bị chia và số chia lúc đầu.

Lời giải

Gọi số cần tìm là $\overline{aaa}$ ($a \in \mathbb{N}; a \neq 0; a < 10$)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overline{aaa} = 2.\overline{bbb} + r (r \neq 0) \\ \overline{aa} = 2.\overline{bb} + r - 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r > 100 (1) \\ r - 100 < \overline{bb} \leq 99 (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 111a = 222b + r \\ 11a = 22b + r - 100 (*) \end{cases} \Rightarrow r : 111 (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $r = 111$, thay vào (*) ta được $a = 2b + 1$

- $b = 1 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow$ hai số là 333 và 111 (loại vì $333 : 111 = 3$ không thỏa mãn)

- $b = 2 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow$ hai số là 555 và 222 (nhận vì $555 : 222 = 2$ dư 111 thỏa mãn)

- $b = 3 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow$ hai số là 777 và 333 (nhận vì $777 : 333 = 2$ dư 111 thỏa mãn)

- $b = 4 \Rightarrow a = 9 \Rightarrow$ hai số là 999 và 444 (nhận vì $999 : 444 = 2$ dư 111 thỏa mãn)

Vậy số bị chia và số chia lúc đầu là: 555 và 222; 777 và 333; 999 và 444.

Bài 31: Tìm các số tự nhiên a, b, c biết $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$ và $a^2 = 2(b + c)$

Lời giải

Điều kiện: $a, b, c \in \mathbb{N}; a, b, c < 10$

Ta có $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \Rightarrow a > b; a > c$

Do $a^2 = 2(b + c) < 4a$ (do $b + c < 2a$) $\Rightarrow a < 4 \Rightarrow a \in \{1; 2; 3\}$

Thử chọn $a = 2; b = c = 1$, thay vào điều kiện của bài toán $\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 2(b + c) \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy $a = 2; b = c = 1$.

Bài 32: Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 2 vào đằng sau số đó thì được số lớn gấp 3 lần số có được bằng cách viết thêm chữ số 2 vào đằng trước số đó.

Lời giải

Gọi số cần tìm là: $\overline{abcde}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{N}; a \neq 0; a, b, c, d, e < 10$)

Ta có phép nhân: $\overline{abcde}.3 = \overline{abcde}2$

$3e$ có tận cùng là 2 suy ra

$3.4 = 12$ nhớ 1 sang hàng chục

$3d + 1$ tận cùng là 4 suy ra $d = 1$

$3c$ tận cùng là 1 suy ra $c = 7; 3.7 = 21$ nhớ 2 sang hàng nghìn

$3b + 2$ tận cùng là 7 suy ra $b = 5; 3.5 = 15$ nhớ 1 sang hàng chục nghìn

$3a + 1$ tận cùng là 5 suy ra $a = 8; 3.8 = 24$ nhớ 2 sang hàng trăm nghìn $3.2 + 2 = 8$, được
 $285714.3 = 857142$.

Vậy số tự nhiên cần tìm là 85741.

Bài 33: Tìm số tự nhiên có tận cùng bằng 3, biết rằng nếu xóa chữ số hàng đơn vị thì số đó giảm đi 1992 đơn vị.

Lời giải

Vì rằng nếu xóa chữ số hàng đơn vị thì số đó giảm đi 1992 đơn vị nên số tự nhiên cần tìm có 4 chữ số.

Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc3}$ ($a, b, c \in \mathbb{N}; a \neq 0; a, b, c < 10$)

Theo bài ta có: $\overline{abc3} - 1992 = \overline{abc} \Rightarrow 10.\overline{abc} + 3 - 1992 = \overline{abc} \Rightarrow 9.\overline{abc} = 1989 \Rightarrow \overline{abc} = 221$

Vậy số cần tìm là: 2213.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>

Hướng dẫn tìm và tải các tài liệu ở đây

<https://forms.gle/LzVNwfMpYB9qH4JU6>

