|  |  |
| --- | --- |
| UBND HUYỆN LÂM HÀ  **TRƯỜNG THCS NAM HÀ** | **ĐỀ THI HSG TOÁN - LỚP 9** |

**Câu 1: (2.0 điểm)** Rút gọn biểu thức: A = 

**Câu 2: (2.0 điểm)** Phân tích đa thức thành nhân tử: M = x4 + 6x3 + 7x2 − 6x + 1.

**Câu 3: (2.0 điểm)** Chứngminh rằng với mọi số tự nhiên n thì  không chia hết cho 9.

**Câu 4: (2.0 điểm)** Cho *a, b, c* là ba số dương thỏa mãn: *a + b + c* = 1. Chứng minh rằng:



**Câu 5: (2.0 điểm)** Cho x > 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: 

**Câu 6: (2.0 điểm)** Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho số 28 + 211 + 2n là số chính phương.

**Câu 7: (2.0 điểm**) Giải phương trình: (4x – 1) = 2x2  + 2x + 1

**Câu 8: (1.5 điểm**) Cho tam giác ABC có D là trung điểm cạnh BC, điểm M nằm trên trung tuyến AD. Gọi I, K lần lượt là các trung điểm tương ứng của MB, MC và P, Q là các giao điểm tương ứng của các tia DI, DK với các cạnh AB, AC. Chứng minh: PQ // IK.

**Câu 9: (1.5 điểm**) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn với các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Chứng minh rằng: H là giao điểm ba đường phân giác trong của tam giác DEF.

**Câu 10: (3.0 điểm**) Cho hình thoi ABCD có AB = BD = a. Trên tia đối của tia AB lấy điểm N, trên tia đối của tia DB lấy điểm K sao cho AN + DK = 2a. Gọi giao điểm của CN với BD và AD thứ tự là I và M. Tia BM cắt ND tại P.

a) Chứng minh IC.CN = IN.CM.

b) Chứng minh DM.BN = a2 từ đó tính số đo góc BPD.

c) Tìm vị trí điểm N và K để diện tích tứ giác ADKN lớn nhất.

---------HẾT---------

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | UBND HUYỆN LÂM HÀ  **TRƯỜNG THCS NAM HÀ** |  |   **HƯỚNG DẪN CHẤM** | | |  |
| **Câu** | **Hướng dẫn chấm** | **Điểm** |
| **1**  (2.0đ) | A ==  =  =  = 5 | 0.5  0.5  0.5  0.5 |
| **2**  (2.0đ) | M = x4 + 6x3 + 7x2 − 6x + 1  = x4 + 6x3 − 2x2 + 9x2 − 6x + 1  = x4 + (6x3 −2x2) + (9x2 − 6x + 1)  = x4 + 2x2(3x − 1) + (3x − 1)2  = (x2 + 3x − 1)2 | 0.5  0.5  0.75  0.25 |
| **3**  (2.0đ) | Giả sử tồn tại một số tự nhiên n để  chia hết cho 9  Đặt A = . A 9 nên 4A  9 (1)  Ta có:  (2)  Từ (1) và ( 2) mâu thuẫn  Vậy với mọi số tự nhiên n thì  không chia hết cho 9. | 0.5  0.5  0.5  0.5 |
| **4**  (2.0đ) | Vì a + b + c = 1 nên  c + ab = c(a + b + c) + ab = (c + a)(c + b)  a + bc = a(a + b + c) + bc = (a + b)(a + c)  b + ac = b(a + b + c) + ac = (b + a)(b + c)  nên BĐT cần chứng minh tương đương với:    Mặt khác dễ thấy: , với mọi x, y, z (\*)  Áp dụng (\*) ta có:    Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi a = b = c =   đpcm | 0.5  0.5  0.25  0.25  0.5 |
| **5**  (2.0đ) | Cho x > 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  Ta có  Áp dụng BĐT cô si cho 3 số dương    Min C = | 0.5  1.0  0.5 |
| **6**  (2.0đ) | Giả sử 28 + 211 + 2n = a2 (a N) thì :  2n = a2 – 482 = (a + 48)(a – 48)  2p.2q  = (a + 48)(a – 48) . Với p, q N; p + q = n và p > q  a + 48 = 2p  a – 48 = 2q  2p – 2q = 96  2q (2p - q – 1) = 25.3  q = 5 và p – q = 2  p = 7 n = 5 + 7 = 12  Thử lại ta có: 28 + 211 + 212  = 802. Vậy n = 12 | 0.5  0.5  0.75  0.25 |
| **7**  (2.0đ) | (4x – 1) = 2x2  + 2x + 1  (4x – 1)  2(x2 + 1) + 2x – 1 (1)  Đặt  = y ( y  1) Ta có :  (1)  (4x – 1).y = 2y2 + 2x – 1  2y2 – 4xy + 2x + y – 1 = 0  (2y2 – 4xy + 2y ) – ( y – 2x + 1) = 0  2y.(y – 2x + 1) – ( y – 2x + 1) = 0  (y – 2x + 1).(2y – 1) = 0  = 2x – 1 (ĐK: 2x – 1 1 x  1)  x2 + 1 = 4x2 – 4x + 1  x(3x – 4) = 0 | 0.5  0.5  0.5  0.5 |
| **8**  (1.5đ) | **-** Gọi E là trung điểm của AM, chứng minh được:  IK // BC, EI // AB, EK // AC  - Áp dụng định lý Ta-lét vào các tam giác DPA, DAQ. Suy ra:    - Áp dụng định lý Ta-lét đảo vào tam giác DPQ, suy ra:  PQ // IK | 0.5  0.5  0.5 |
| **9**  (1.5đ) | A  B  C  H  D  E  F |  |
| Chứng minh được ΔAEF ~ ΔABC (c.g.c)  vì: Góc A chung và  .  Tương tự được: ΔCED ~ ΔCBA (c.g.c)  =>  nên mà BE ⊥ AC  = 900.  Từ đó suy ra  ⇒ EH là phân trong của ΔDEF.  Chứng minh tương tự DH cũng là phân giác trong của ΔDEF  Chứng minh tương tự FH cũng là phân giác trong của ΔDEF nên H là giao điểm ba đường phân giác trong của ΔDEF. | 0.25  0.25  0.5  0.5 |
| **10**  (3.0đ) |  |  |
| **10a**  (1.0đ) | + Do ABCD là hình thoi => AB = BC = CD = AD = a  + BI là đường phân giác của tam giác BNC =>  + AM // BC, Áp dụng định lý Ta lét trong tam giác NBC ta có:  Nên  => IC.CN = IN.CM. | 0.25  0.25  0.25  0.25 |
| **10b**  (1.0đ) | + Chứng minh được hai tam giác BNC và DCM đồng dạng (g.g)  =>  => DM.BN = a2  Ta có AB = AD = a và BD = a => tam giác ABD đều  => (1)  Lại có DM.BN = a2 =>  =>  (2)  Từ (1) và (2) => Hai tam giác MDB và DBN đồng dạng (c.g.c)  =>  Xét hai tam giác DBP và DNB có góc D chung và  => Hai tam giác DBP và DNB đồng dạng (g.g) => | 0.25  0.25  0.25  0.25 |
| **10c**  (1.0đ) | Vì S(ABD) không đổi => S(ADKN) lớn nhất khi S(ADKN) + S(ABD) lớn nhất hay S(NBK) lớn nhất  Thật vậy: S(NBK) =  (HS phải chứng minh công thức này)  => S(NBK) =  Lại có NB.BK = 4a2  => S(NBK)  Dấu “ =” xảy ra khi BN =BK = 2a, mà AN + DK = 2a, BA = BD = a. Vậy N, K cách A, D một khoảng là a.  Kết luận…, | 0.25  0.25  0.25  0.25 |