**GVSB: Nguyễn Trường An Email: truongannn@gmail.com**

**GVPB1: Trần Huyền Trang Email: tranhuyentrang.hnue@gmail.com**

**GVPB1: Vũ Huyền Email: danhde79@gmail.com**

**CĐ 57. Các đường đặc biệt trong tam giác**

**(đường trung tuyến, đường cao, trung trực, phân giác)**

**Cấp độ: Nhận biết**

**I. ĐỀ BÀI**

**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1:** Cho tam giác  có trung tuyến  và trọng tâm . Kết quả nào dưới đây sai?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 2:** Nếu các đường phân giác trong cuả tam giác cắt nhau tại điểm  thì

**A.** là trọng tâm của tam giác. **B.** là trực tâm của tam giác.

**C.** cách đều ba đỉnh tam giác. **D.** cách đề ba cạnh tam giác.

**Câu 3:** Cho tam giác  vuông tại . Trực tâm của tam giác 

**A.** là điểm nằm bên trong tam giác. **B.** là điểm nằm bên ngoài tam giác.

**C.** là trung điểm của cạnh huyền . **D.** trùng với điểm .

**Câu 4:** Cho tam giác  có  là hai đường trung tuyến,  là trọng tâm. Nhận định nào sau đây đúng.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 5:** Cho  cân tại , có  là phân giác ( thuộc cạnh ). Nhận định nào sau đây **sai**.?

**A.** . **B.** .

**C.**. **D.**  là trung trực ứng với cạnh .

**Câu 6:** Trong một tam giác, tâm của đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác là

**A.** giao điểm của ba đường trung tuyến.

**B.** giao điểm của ba đường trung trực.

**C.** giao điểm của ba đường phân giác.

**D.** giao điểm của ba đường cao.

**Câu 7:** Trong một tam giác, tâm của đường tròn tiếp xúc ba cạnh của tam giác là

**A.** giao điểm của ba đường trung tuyến.

**B.** giao điểm của ba đường trung trực.

**C.** giao điểm của ba đường phân giác.

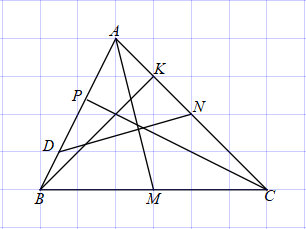
**D.** giao điểm của ba đường cao.

**Câu 8:** Cho  vuông tại . Hai đường trung trực của hai cạnh  cắt nhau tại điểm . Nhận định nào sau đây đúng.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** Điểm  cách đều ba cạnh của 

**Câu 9:** Trong hình vẽ sau, đoạn thẳng nào là đường trung tuyến của tam giác



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 10:** Điểm nằm trong tam giác và cách đều 3 cạnh của tam giác đó là:

**A.** Giao điểm của 3 đường trung trực.

**B.** Giao điểm của 3 đường phân giác.

**C.** Giao điểm của 3 đường trung tuyến.

**D.** Giao điểm của 3 đường cao.

**Câu 11:** Chọn câu trả lời đúng

**A.** Trong một tam giác, giao điểm cuả ba đường phân giác thì cách đều ba cạnh của tam giác đó.

**B.** Trong một tam giác, giao điểm cuả ba đường phân giác là trọng tâm của tam giác đó.

**C.** Trong một tam giác, giao điểm cuả ba đường phân giác thì cách đều 3 đỉnh của tam giác đó.

**D.** Trong một tam giác, giao điểm cuả ba đường phân giác luôn nằm ngoài tam giác đó.

**Câu 12:** Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AE và BD cắt nhau tại G. Phát biểu nào sau đây sai?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 13:** Cho tam giác ,trung tuyến , trọng tâm . Nhận định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 14:** Trong tam giác  có điểm  cách đều a đỉnh của tam giác. Vậy  là giao điểm của

**A.** ba đường trung trực. **B.** ba đường phân giác.

**C.** ba đường trung tuyến. **D.** ba đường cao.

**Câu 15:** Trong tam giác , các đường cao  và  cắt nhau tại . Vậy điểm  là

**A**. là trọng tâm của . **B.** cách đều ba cạnh của .

**C**. cách đều ba đỉnh của . **D**. là trực tâm của .

**B. PHẦN TỰ LUẬN**

**Câu 1:** Cho hình vẽ bên, hãy điền số thích hợp vào chỗ trống trong các đẳng thức sau

OPL20U25GSXzBJYl68kk8uQGfFKzs7yb1M4KJWUiLk6ZEvGF+qCIPSnY57AbBFCvTW25.2022.4343+K4lPs7H94VUqPe2XwIsfPRnrXQE//QTEXxb8/8N4CNc6FpgZahzpTjFhMzSA7T/nHJa11DE8Ng2TP3iAmRczFlmslSuUNOgUeb6yRvs0=

a) 

b) 

c) 

**Câu 2:** Cho hình vẽ bên, hay điền số thích hợp vào chỗ trống trong các đẳng thức sau:

OPL20U25GSXzBJYl68kk8uQGfFKzs7yb1M4KJWUiLk6ZEvGF+qCIPSnY57AbBFCvTW25.2022.4343+K4lPs7H94VUqPe2XwIsfPRnrXQE//QTEXxb8/8N4CNc6FpgZahzpTjFhMzSA7T/nHJa11DE8Ng2TP3iAmRczFlmslSuUNOgUeb6yRvs0=

a) 

b) 

c) 

**Câu 3:** Cho tam giác , các đường trung tuyến  và  cắt nhau tại . Tính tỉ số  và .

**Câu 4:** Cho  cân tại ,  là trung điểm của . Chứng minh  là đường trung trực của .

**Câu 5:** Cho , là giao điểm của ba đường trung trực. Chứng minh rằng.

**Câu 6:** Cho  nhọn có ba đường cao . Gọi là trực tâm của .

a) Hãy chỉ ra các đường cao của . Từ đó hãy xác định trực tâm của tam giác đó.

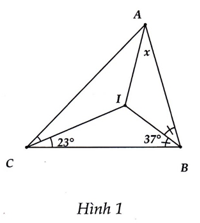
b) Tương tự, hãy xác định trực tâm của ; 

**Câu 7:** Cho  vuông tại . Trên cạnh  lấy điểm , kẻ . Gọi  là giao điểm của các đường thẳng và . Chứng minh .

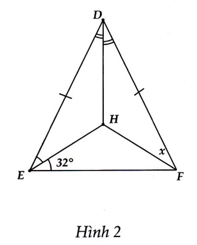
**Câu 8:** Cho  có ba góc nhọn, các đường cao cắt nhau tại . Chứng minh .

**Câu 9:** Cho tam giác  cân tại . Kẻ các tia phân giác . Lấy  là trung điểm của . Chứng minh  là tia phân giác của .

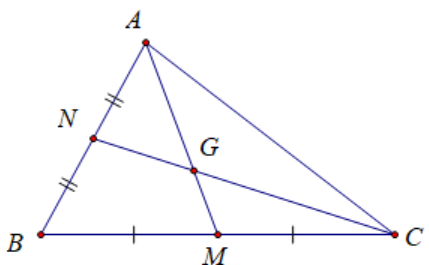
**Câu 10:** Tìm  trong hình vẽ sau biết  và  là hai phân giác của  và ,



**Câu 11:** Tìm  trong hình vẽ sau biết  và  là hai phân giác của  và .



**Câu 12:** Quan sát hình bên



a) Biết , tính 

b) Biết , tính 

**Câu 13:**   Cho tam giác  có hai đường trung tuyến  cắt nhau tại . Trên tia đối của tia. . lấy điểm  sao cho . Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho . Chứng minh:

a) ; b)  và .

**Câu 14:** Cho tam giác  có hai đường trung tuyến  cắt nhau tại . Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho  là trung điểm của đoạn thẳng  Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho  là trung điểm . Chứng minh:

a)  b)  và .

**Câu 15:** Cho  cân tại , đường cao  cắt đường trung tuyến ở . Chứng minh  tạo với  một góc .

**I. ĐÁP ÁN**

**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM**

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1. A** | **2.D** | **3.D** | **4.A** | **5.C** | **6.B** | **7.C** | **8.C** | **9.B** | **10.B** |
| **11.A** | **12.C** | **13.B** | **14.A** | **15.D** |  |  |  |  |  |

**Câu 1:** Cho tam giác  có trung tuyến  và trọng tâm . Kết quả nào dưới đây sai?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì trọng tâm cách mỗi đỉnh bằng  độ dài đường trung tuyến nên 

**Câu 2:** Nếu các đường phân giác trong cuả tam giác cắt nhau tại điểm  thì

**A.** là trọng tâm của tam giác.

**B.** là trực tâm của tam giác.

**C.** cách đều ba đỉnh tam giác.

**D.** cách đề ba cạnh tam giác.

**Lời giải**

**Chọn D**

Trong một tam giác ba đường phân giác cùng đi qua một điểm và cách đều ba cạnh của tam giác.

**Câu 3:** Cho tam giác  vuông tại . Trực tâm của tam giác 

**A.** là điểm nằm bên trong tam giác.

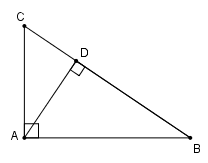
**B.** là điểm nằm bên ngoài tam giác.

**C.** là trung điểm của cạnh huyền .

**D.** trùng với điểm .

**Lời giải**

**Chọn D**



Trong tam giác vuông , có  là hai đường cao,  là đường cao thứ ba. Ba đường cao này đồng quy tại .

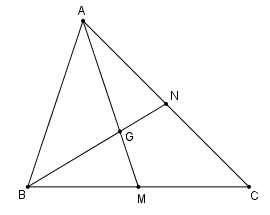
**Câu 4:** Cho tam giác  có  là hai đường trung tuyến,  là trọng tâm. Nhận định nào sau đây đúng.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Vì trọng tâm của tam giác chia đường trung tuyến thành ba đoạn thẳng bằng nhau nên 

**Câu 5:** Cho  cân tại , có  là phân giác ( thuộc cạnh ). Nhận định nào sau đây **sai**.?

**A.** .

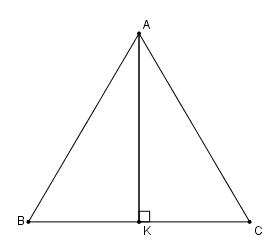
**B.** .

**C.**.

**D.**  là trung trực ứng với cạnh .

**Lời giải**

**Chọn C**



**Câu 6:** Trong một tam giác, tâm của đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác là

**A.** giao điểm của ba đường trung tuyến.

**B.** giao điểm của ba đường trung trực.

**C.** giao điểm của ba đường phân giác.

**D.** giao điểm của ba đường cao.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 7:** Trong một tam giác, tâm của đường tròn tiếp xúc ba cạnh của tam giác là

**A.** giao điểm của ba đường trung tuyến.

**B.** giao điểm của ba đường trung trực.

**C.** giao điểm của ba đường phân giác.

**D.** giao điểm của ba đường cao.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 8:** Cho  vuông tại . Hai đường trung trực của hai cạnh  cắt nhau tại điểm . Nhận định nào sau đây đúng.

**A.** .

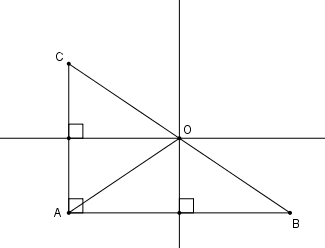
**B.** Điểm  cách đều ba đỉnh của .

**C.** .

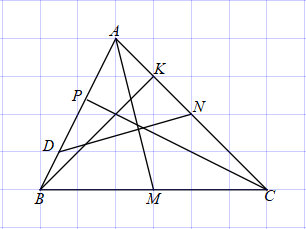
**D.** Điểm  cách đều ba cạnh của 

**Lời giải**

**Chọn B**



**Câu 9:** Trong hình vẽ sau, đoạn thẳng nào là đường trung tuyến của tam giác



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 10:** Điểm nằm trong tam giác và cách đều 3 cạnh của tam giác đó là:

**A.** Giao điểm của 3 đường trung trực.

**B.** Giao điểm của 3 đường phân giác.

**C.** Giao điểm của 3 đường trung tuyến.

**D.** Giao điểm của 3 đường cao.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 11:** Chọn câu trả lời đúng

**A.** Trong một tam giác, giao điểm cuả ba đường phân giác thì cách đều ba cạnh của tam giác đó.

**B.** Trong một tam giác, giao điểm cuả ba đường phân giác là trọng tâm của tam giác đó.

**C.** Trong một tam giác, giao điểm cuả ba đường phân giác thì cách đều 3 đỉnh của tam giác đó.

**D.** Trong một tam giác, giao điểm cuả ba đường phân giác luôn nằm ngoài tam giác đó.

**Lời giải**

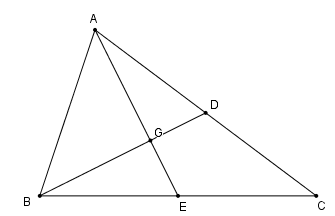
**Chọn A**

**Câu 12:** Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến  và  cắt nhau tại . Phát biểu nào sau đây sai?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

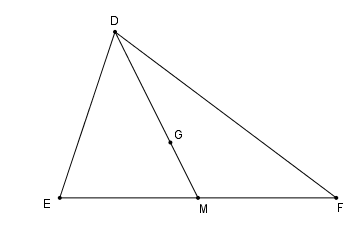


Ta có: ;  mà nên  và  không bằng nhau

**Câu 13:** Cho tam giác ,trung tuyến , trọng tâm . Nhận định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



**Chọn B**

**Câu 14:** Trong tam giác  có điểm  cách đều ba đỉnh của tam giác. Vậy  là giao điểm của

**A.** ba đường trung trực.

**B.** ba đường phân giác.

**C.** ba đường trung tuyến.

**D.** ba đường cao.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 15:** Trong tam giác , các đường cao  và  cắtt nhau tại . Vậy điểm  là

**A.** là trọng tâm của .

**B.** cách đều ba cạnh của .

**C.** cách đều ba đỉnh của .

**D.** là trực tâm của .

**Lời giải**

**Chọn D**

**B. PHẦN TỰ LUẬN**

**Câu 1:** Cho hình vẽ bên, hãy điền số thích hợp vào chỗ trống trong các đẳng thức sau

OPL20U25GSXzBJYl68kk8uQGfFKzs7yb1M4KJWUiLk6ZEvGF+qCIPSnY57AbBFCvTW25.2022.4343+K4lPs7H94VUqPe2XwIsfPRnrXQE//QTEXxb8/8N4CNc6FpgZahzpTjFhMzSA7T/nHJa11DE8Ng2TP3iAmRczFlmslSuUNOgUeb6yRvs0=

a) 

b) 

c) 

**Lời giải**

a) 

b) 

c) 

**Câu 2:** Cho hình vẽ bên, hay điền số thích hợp vào chỗ trống trong các đẳng thức sau:

OPL20U25GSXzBJYl68kk8uQGfFKzs7yb1M4KJWUiLk6ZEvGF+qCIPSnY57AbBFCvTW25.2022.4343+K4lPs7H94VUqPe2XwIsfPRnrXQE//QTEXxb8/8N4CNc6FpgZahzpTjFhMzSA7T/nHJa11DE8Ng2TP3iAmRczFlmslSuUNOgUeb6yRvs0=

a) 

b) 

c) 

**Lời giải**

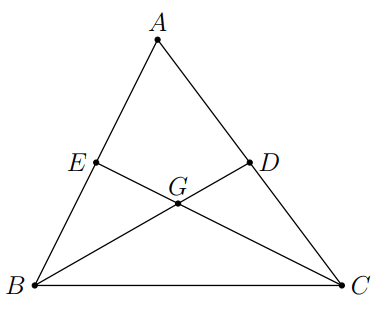
a) ;

b) ;;

c) 

**Câu 3:** Cho tam giác , các đường trung tuyến  và  cắt nhau tại . Tính tỉ số  và .

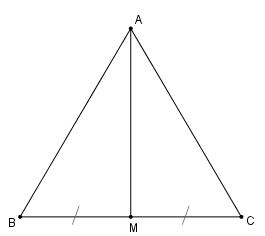
**Lời giải**



Từ giả thiết, dễ thấy  là trọng tâm của tam giác  nên 

**Câu 4:** Cho  cân tại là trung điểm của . Chứng minh  là đường trung trực của ;

**Lời giải**



Từ giả thiết,  cân tại , suy ra ;  là trung điểm của suy ra .

Xét  và , ta có:

(cmt)

 là cạnh chung

(cmt)

Suy ra:  (c – c –c)

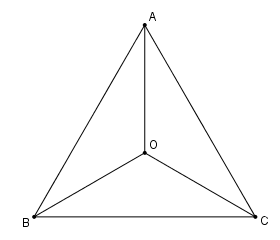
Suy ra: 

Suy ra: 

Do đó, là đường trung trực của .

**Câu 5:** Cho ,  là giao điểm của ba đường trung trực. Chứng minh rằng

**Lời giải**



Giả sử điểm  là giao điểm 3 đường trung trực của .

Vì  nằm trên đường trung trực của  nên ;

Vì  nằm trên đường trung trực của  nên ;

Suy ra: .

**Câu 6:** Cho  nhọn có ba đường cao . Gọi  là trực tâm của .

a) Hãy chỉ ra các đường cao của . Từ đó hãy xác định trực tâm của tam giác đó.

b) Tương tự, hãy xác định trực tâm của ; 

**Lời giải**

OPL20U25GSXzBJYl68kk8uQGfFKzs7yb1M4KJWUiLk6ZEvGF+qCIPSnY57AbBFCvTW25.2022.4343+K4lPs7H94VUqPe2XwIsfPRnrXQE//QTEXxb8/8N4CNc6FpgZahzpTjFhMzSA7T/nHJa11DE8Ng2TP3iAmRczFlmslSuUNOgUeb6yRvs0=

Vì  là trực tâm của  nên:  tại ,  tại ,  tại .

a) Xét  có  là giao điểm 3 đường cao 

⇒  là trực tâm của .

b) Xét  có  là giao điểm của 3 đường cao 

⇒  là trực tâm của .

Xét  có  là giao điểm của 3 đường cao 

⇒  là trực tâm của .

**Câu 7:** Cho  vuông tại . Trên cạnh  lấy điểm , kẻ . Gọi  là giao điểm của các đường thẳng  và . Chứng minh .

**Lời giải:**

OPL20U25GSXzBJYl68kk8uQGfFKzs7yb1M4KJWUiLk6ZEvGF+qCIPSnY57AbBFCvTW25.2022.4343+K4lPs7H94VUqPe2XwIsfPRnrXQE//QTEXxb8/8N4CNc6FpgZahzpTjFhMzSA7T/nHJa11DE8Ng2TP3iAmRczFlmslSuUNOgUeb6yRvs0=

Ta có:  

Mà  giao  tại   là trực tâm của  

**Câu 8:** Cho  có ba góc nhọn, các đường cao  cắt nhau tại . Chứng minh .

**Lời giải**

OPL20U25GSXzBJYl68kk8uQGfFKzs7yb1M4KJWUiLk6ZEvGF+qCIPSnY57AbBFCvTW25.2022.4343+K4lPs7H94VUqPe2XwIsfPRnrXQE//QTEXxb8/8N4CNc6FpgZahzpTjFhMzSA7T/nHJa11DE8Ng2TP3iAmRczFlmslSuUNOgUeb6yRvs0=

Xét  có: 

 là trực tâm của 

 tại .

**Câu 9:** Cho tam giác  cân tại . Kẻ các tia phân giác . Lấy  là trung điểm của . Chứng minh  là tia phân giác của .

**Lời giải**

OPL20U25GSXzBJYl68kk8uQGfFKzs7yb1M4KJWUiLk6ZEvGF+qCIPSnY57AbBFCvTW25.2022.4343+K4lPs7H94VUqPe2XwIsfPRnrXQE//QTEXxb8/8N4CNc6FpgZahzpTjFhMzSA7T/nHJa11DE8Ng2TP3iAmRczFlmslSuUNOgUeb6yRvs0=

Xét tam giác  và  có

 (giả thiết)

 (do  là trung điểm )

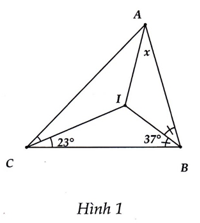
Cạnh  chung

Do đó  (c – c – c)

 (hai góc tương ứng)

Vậy  là đường phân giác của .

**Câu 10:** Tìm  trong hình vẽ sau biết  và  là hai tia phân giác của  và .



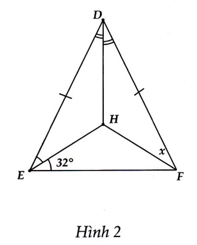
**Lời giải**

Ta có 



Mà  lần lượt là tia phân giác của  và  nên  là giao điểm của ba đường phân giác của   là tia phân giác của .

**Câu 11:** Tìm  trong hình vẽ sau biết  và  là hai phân giác của  và .

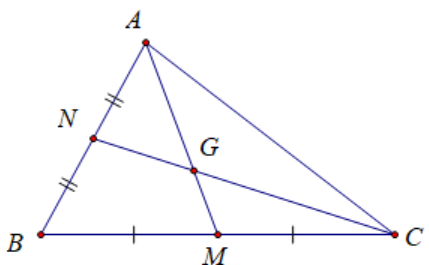


**Lời giải**

Ta có  cân tại  .

 là tia phân giác của .

**Câu 12:** Quan sát hình bên



a) Biết , tính 

b) Biết , tính 

**Lời giải**

Từ hình vẽ ta thấy  là giao điểm của hai đường trung tuyến  nên  là trọng tâm của . Khi đó ta có:

a)  cm

b)  cm

**Câu 13:** Cho tam giác  có hai đường trung tuyến  cắt nhau tại . Trên tia đối của tia. Lấy điểm  sao cho . Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho . Chứng minh:

a) ; b)  và .

**Lời giải**

**OPL20U25GSXzBJYl68kk8uQGfFKzs7yb1M4KJWUiLk6ZEvGF+qCIPSnY57AbBFCvTW25.2022.4343+K4lPs7H94VUqPe2XwIsfPRnrXQE//QTEXxb8/8N4CNc6FpgZahzpTjFhMzSA7T/nHJa11DE8Ng2TP3iAmRczFlmslSuUNOgUeb6yRvs0=**

a) Vì  là trọng tâm  nên .

Lại có  nên .

Do đó 

b) Ta chứng minh được,  (c.g.c)

Từ đó ta có  và 

.

**Câu 14:** Cho tam giác  có hai đường trung tuyến  cắt nhau tại . Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho  là trung điểm của đoạn thẳng  Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho  là trung điểm . Chứng minh:

a)  b)  và .

**Lời giải**

**OPL20U25GSXzBJYl68kk8uQGfFKzs7yb1M4KJWUiLk6ZEvGF+qCIPSnY57AbBFCvTW25.2022.4343+K4lPs7H94VUqPe2XwIsfPRnrXQE//QTEXxb8/8N4CNc6FpgZahzpTjFhMzSA7T/nHJa11DE8Ng2TP3iAmRczFlmslSuUNOgUeb6yRvs0=**

a) Vì  là trọng tâm  nên .

Lại có .(,  lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng , ).

Do đó 

b) Ta chứng minh được:  (c.g.c)

Từ đó ta có  và 

.

**Câu 15:** Cho  cân tại , đường cao  cắt đường trung tuyến ở . Chứng minh  tạo với  một góc .

**Lời giải**

OPL20U25GSXzBJYl68kk8uQGfFKzs7yb1M4KJWUiLk6ZEvGF+qCIPSnY57AbBFCvTW25.2022.4343+K4lPs7H94VUqPe2XwIsfPRnrXQE//QTEXxb8/8N4CNc6FpgZahzpTjFhMzSA7T/nHJa11DE8Ng2TP3iAmRczFlmslSuUNOgUeb6yRvs0=

Xét cân tại  có: là đường trung tuyến (gt)  cũng là đường trung cao.

Lại có  là đường cao mà  cắt  tại 

 là trực tâm của 

 hay tạo với  một góc .

**🙟 HẾT 🙝**