

1.MỞ ĐẦU:

1.1. Lý do chọn đề tài:

Trong chương trình toán học THPT, khi học đến chương phương pháp tọa độ trong không gian học sinh thường lúng túng khi gặp bài toán viết phương trình mặt phẳng và có nhiều dạng phương trình mặt phẳng.

Bản thân tôi nhiều năm được phụ trách lớp học theo ban Khoa học tự nhiên, các lớp cơ bản theo khối, qua nghiên cứu giảng dạy tôi thấy việc phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó là sát thực, phù hợp và cần thiết với việc giảng dạy, bồi dưỡng học sinh yếu kém, khá giỏi và ôn luyện cho học sinh thi Đại học cao đẳng. Do vậy tôi chọn đề tài "*Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó*" để nghiên cứu nhằm phân nào đáp ứng yêu cầu trên và góp phần vào nâng cao chất lượng dạy học cho nhà trường .

Do đặc điểm lớp 12 là năm học sinh phải thi tốt nghiệp Trung học phổ thông, Đại học và Cao đẳng nên phần lớn học sinh có ý thức trong học tập và trang bị những kiến thức cần thiết cho các kỳ thi vào cuối năm học.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng, song đề tài nghiên cứu không tránh khỏi những thiếu sót. Kính mong nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của các thầy cô và cá bạn đồng nghiệp. Tôi xin chân thành cảm ơn!

1.2. Mục đích nghiên cứu

- Trang bị cho học sinh về một số phương pháp viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ $Oxyz$.
- Bồi dưỡng cho học sinh về phương pháp, kỹ năng giải toán. Qua đó học sinh nâng cao kỹ năng tư duy sáng tạo.

1.3. Đối tượng nghiên cứu

- Các bài tập viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ $Oxyz$ nằm trong chương trình toán học phổ thông.Từ đó phân loại, tổng hợp các dạng và cách giải chúng.

1.4. Phương pháp nghiên cứu

- Tích lũy qua nhiều năm giảng dạy phần này.
- Thông qua việc kiểm tra đánh giá năng lực tiếp thu của học sinh
- Thông qua sách giáo khoa, sách bài tập, hệ thống bài tập và tài liệu tham khảo
- Thông qua các đề thi tốt nghiệp, đại học cao đẳng và kỳ thi THPT Quốc gia năm 2015.

2. NỘI DUNG SÁNG KIẾN

2.1.Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm:

Khi dạy bài toán viết phương trình mặt phẳng theo khi biết các yếu tố như mặt phẳng đó vuông góc với đường thẳng, hay song song với mặt phẳng, hay chỉ song song với một đường thẳng và tạo với mặt phẳng khác một góc cho trước, thì nhiều học sinh không định hướng ngay được cách giải, mà các em còn nhầm lẫn cả việc tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó.

Sáng kiến kinh nghiệm "Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó"

Trên cơ sở lý thuyết của các bài toán sau trong sách giáo khoa hình học 12 sau đây

Bài toán 1: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) và hai véc tơ không cùng phương: $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (α) . Tích có hướng của 2 véc tơ $\vec{a}, \vec{b}$ là: $[\vec{a}; \vec{b}] = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Bài toán 2: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ thì mặt phẳng (α) có phương trình là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

Bài toán 3: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

Bài toán 4: Nếu mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$ thì mặt phẳng (α) có phương trình theo

đoạn chắn là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Và khái niệm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng, véc tơ chỉ phương của đường thẳng:

- Véc tơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ có giá vuông góc với mặt phẳng (α) được gọi là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

- Véc tơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ có giá song song với đường thẳng d được gọi là véc tơ chỉ phương của đường thẳng.

Cộng thêm mối quan hệ biện chứng giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

1) $a // b \Rightarrow \vec{u}_a, \vec{u}_b$ cùng phương

2) $\begin{cases} a // (P) \\ a \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_a \perp \vec{n}_P$

3) $(P) // (Q) \Rightarrow \vec{n}_P, \vec{n}_Q$ cùng phương

4) $a \perp b \Rightarrow \vec{u}_a \perp \vec{u}_b$

5) $a \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_a, \vec{n}_P$ cùng phương

6) $(P) \perp (Q) \Rightarrow \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q$

Từ cơ sở lý thuyết về phương trình mặt phẳng tôi định hướng giải quyết chung cho bài toán viết phương trình mặt phẳng là:

- **Tìm một điểm nằm trên mặt phẳng**
- **Xác định một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng.**

Trong sáng kiến này tôi liệt kê, hệ thống một số dạng toán tạo ra các mối quan hệ biện chứng giữa các đối tượng và cách giải các bài toán viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ.

2.2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm

Trong quá trình giảng dạy hình học 12 chương "Phương pháp tọa độ trong không gian" về phương trình mặt phẳng và phương trình đường thẳng. Học sinh thường lúng túng trước một bài toán viết phương trình mặt phẳng. Khi gặp các dạng toán: "Viết phương trình mặt phẳng thỏa mãn một điều kiện nào đó" học

Sáng kiến kinh nghiệm "*Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó*"

sinh thường gặp không ít khó khăn vì không tạo ra được các mối quan hệ biện chứng giữa các đối tượng đề bài đã cho hoặc không biết hướng giải hoặc không tìm được hướng giải.

Trước khi áp dụng đề tài, tôi đã cho học sinh làm bài kiểm tra 45 phút về viết phương trình mặt phẳng. Kết quả :

Lớp	Số sĩ	Giỏi		Khá		Trung Bình		Yếu		Kém	
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
12B11	42	6	14,3	9	21,4	15	35,7	8	19,0	4	9,5
12B8	41	4	9,8	8	19,5	13	31,7	10	24,4	6	14,6
12C10	41	5	12,2	9	22	13	31,7	9	22	5	12,2

Vì thế trong thực tiễn giảng dạy tôi đã yêu cầu học sinh nêu những yếu tố cần để viết phương trình mặt phẳng. Từ các giả thiết các em tìm ra các mối quan hệ biện chứng giữa các đối tượng trong không gian từ đó đưa ra hướng giải cho từng dạng toán tương ứng.

Với các vấn đề của thực trạng trên, tôi đã mạnh dạn triển khai cho các em mảng kiến thức này nhằm giải tỏa bớt những bất cập nói trên.

2.3. Các sáng kiến kinh nghiệm hoặc giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề.

Giải pháp:

- Tổ chức một số buổi dạy phụ đạo đại trà cho tất cả các em, bồi dưỡng học sinh khá giỏi, ôn thi Đại học, ôn thi kỳ thi THPT Quốc gia.
- Giới thiệu phần lý thuyết về tọa độ trong không gian, phương trình mặt cầu, mặt phẳng, đường thẳng. Sau đó phân loại các dạng và phương pháp giải
- Cuối chuyên đề cho học sinh làm bài kiểm tra để đánh giá chất lượng.

Nội dung giải pháp:

I. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG KHI XÁC ĐỊNH ĐƯỢC VEC TƠ PHÁP TUYẾN MỘT CÁCH TRỰC TIẾP:

LOẠI 1: Viết phương trình mặt phẳng khi có sẵn vec tơ pháp tuyến và đi qua một điểm.

Phương pháp chung:

- Tìm một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (là vec tơ khác vec tơ không, có giá vuông góc với mặt phẳng)
- Tìm điểm nằm trên mặt phẳng.
- Thay vào phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Nhận xét: Thường khi gặp loại bài toán này học sinh có thể làm ngay được, bởi vì các em chỉ việc thay vào công thức.

Dạng 1: *Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$*

Phương pháp :

Mặt phẳng (P) có phương trình là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

Sáng kiến kinh nghiệm "*Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó*"

$$\Leftrightarrow Ax + By + Cz - (Ax_0 + By_0 + Cz_0) = 0$$

VD 1: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) biết :

- đi qua điểm $M(2; -3; 5)$ và có một vtpt $\vec{n} = (-4; 1; 6)$
- đi qua điểm $N(0; 7; -8)$ và vuông góc với véc tơ $\vec{a} = (2; 0; 3)$

Hướng dẫn giải:

- Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2; -3; 5)$ và có một vtpt $\vec{n} = (-4; 1; 6)$ là: $-4(x - 2) + 1(y + 3) + 6(z - 5) = 0 \Leftrightarrow -4x + y + 6z - 4 = 0$
- Mặt phẳng (α) vuông góc với véc tơ $\vec{a} = (-2; 0; 3)$ nên nó nhận $\vec{a} = (-2; 0; 3)$ làm vtpt.

$$\begin{aligned} \text{Phương trình mặt phẳng } (\alpha) \text{ là: } 2(x - 0) + 0(y - 7) + 3(z + 8) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x + 3z + 24 &= 0 \end{aligned}$$

Dạng 2: *Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng AB .*

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_P = \overrightarrow{AB}$
- Điểm M nằm trên mặt phẳng đó.

VD 2: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -2; 4)$, $B(3; 6; 2)$

- Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A vuông góc với AB
- Viết phương trình mặt phẳng trung trực (β) của đoạn thẳng AB .

Hướng dẫn giải:

- Mặt phẳng (α) vuông góc với AB nên có một vtpt $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (2; 8; -2)$ và đi qua $A(1; -2; 4)$
 $\Rightarrow$ ptmp (α) là: $2(x - 1) + 8(y + 2) - 2(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x + 4y - z + 11 = 0$
- Mặt phẳng trung trực (β) của AB vuông góc với AB nên có vtpt là $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (2; 8; -2)$ và đi qua trung điểm $I(2; 2; 3)$ của AB
 $\Rightarrow$ ptmp (β) là: $2(x - 2) + 8(y - 2) - 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 4y - z - 7 = 0$

Dạng 3: *Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) .*

Phương pháp :

Cách 1:

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_Q = \vec{n}_P$
- Điểm M nằm trên mặt phẳng đó.

Cách 2:

- Nêu dạng phương trình mặt phẳng cần tìm
- Thay tọa độ điểm M vào phương trình.

VD 3: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - z + 10 = 0$ và điểm $A(7; 2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua A và song song với (α) .

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Do mặt phẳng (β) song song với $(\alpha) \Rightarrow \vec{n}_\beta = \vec{n}_\alpha = (4; 3; -1)$

$$\Rightarrow \text{ptmp } (\beta) \text{ là: } 4(x - 7) + 3(y - 2) - (z - 0) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - z - 34 = 0$$

Cách 2: Do mặt phẳng (β) song song với (α) nên mặt phẳng (β) có dạng : $4x + 3y - z + d = 0$

$$\text{Mà } A(7; 2; 0) \in (\beta) \Rightarrow 4.7 + 3.2 - 0 + d = 0 \Leftrightarrow d = -34$$

Sáng kiến kinh nghiệm "Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó"

Vậy ptmp(β) là: $4x + 3y - z - 34 = 0$

Dạng 4: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d .

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_\alpha = \vec{u}_d$
- Điểm M nằm trên mặt phẳng đó.

VD 4: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d = \left\{ \begin{array}{l} x - 2y + 3z = 1 \\ x + y - z = 2 \end{array} \right.$ và điểm $M(3;2;-5)$

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua M và vuông góc với đường thẳng d .

Hướng dẫn giải:

Do mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng $d \Rightarrow \vec{n}_\alpha = \vec{u}_d = (1;2;-4)$

$\Rightarrow$ ptmp (α) là: $1(x - 3) + 2(y - 2) - 4(z + 5) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 4z - 27 = 0$

LOẠI 2: Viết phương trình mặt phẳng chứa hoặc song song với giá của hai véc tơ không cùng phương .

Phương pháp chung :

- Tìm vtpt của mặt phẳng là tích có hướng của hai véc tơ không cùng phương đó.
- Tìm một điểm nằm trên mặt phẳng đó.

Nhận xét: Trong những trường hợp này, đối với các em khá giỏi các em có thể nắm bắt ngay tính chất của tích có hướng hai véc tơ và khái niệm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng để tìm ngay ra hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng. Từ đó tính được véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó.

Dạng 5: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua 3 điểm M, N, P .

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{MP}]$
- Điểm nằm trên mặt phẳng đó là M, N hoặc P .

VD 5: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua 3 điểm

$A(2;-1;3), B(4;0;1), C(-10;5;3)$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;1;-2)$; $\overrightarrow{AC} = (-12;6;0)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là : $\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (12;24;24)$

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;-1;3)$.

$\Rightarrow$ ptmp (α) là: $12(x - 2) + 24(y + 1) + 24(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 6 = 0$

Dạng 6: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và song song với giá của hai véc tơ không cùng phương $\vec{a}, \vec{b}$

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_\alpha = [\vec{a}; \vec{b}]$
- Điểm M nằm trên mặt phẳng đó.

VD 6: Trong không gian $Oxyz$ viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm

$M(1;0;0)$ và song song với giá của hai véc tơ $\vec{a} = (0;1;1), \vec{b} = (-1;0;2)$.

Hướng dẫn giải:

Sáng kiến kinh nghiệm "Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó"

Hai véc tơ không cùng phương có giá song song với mặt phẳng (α) là:

$$\vec{a} = (0; 1; 1), \vec{b} = (-1; 0; 2).$$

$$\Rightarrow \text{vtpt của mặt phẳng } (\alpha) \text{ là: } \vec{n}_\alpha = [\vec{a}; \vec{b}] = (2; -1; 1)$$

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 0; 0)$.

$$\Rightarrow \text{ptmp } (\alpha) \text{ là: } 2(x - 1) - 1(y - 0) + 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z - 2 = 0$$

Dạng 7: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa MN và vuông góc với mặt phẳng (P)

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{MN}; \vec{n}_P]$
- Điểm M hoặc N nằm trên mặt phẳng đó.

VD 7: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - 4z - 2 = 0$ và điểm $A(0; 2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua OA và vuông góc với (α)

Hướng dẫn giải:

Hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc được chứa trong mặt phẳng (β) là: $\overrightarrow{OA} = (0; 2; 0), \vec{n}_\alpha = (2; 3; -4)$.

$$\Rightarrow \text{vtpt của mặt phẳng } (\beta) \text{ là: } \vec{n}_\beta = [\overrightarrow{OA}; \vec{n}_\alpha] = (-8; 0; -4)$$

Mặt phẳng (β) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$.

$$\Rightarrow \text{ptmp } (\beta) \text{ là: } -8x - 4z = 0 \Leftrightarrow 2x + z = 0$$

Dạng 8: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa AB và song song với CD, biết 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng.

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}]$
- Điểm A hoặc B nằm trên mặt phẳng đó.

VD 8: Trong không gian Oxyz cho 4 điểm không đồng phẳng

$A(4; 1; 4), B(3; 3; 1), C(1; 5; 5), D(1; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua AB và song song với CD.

Hướng dẫn giải:

Hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc được chứa trong mặt phẳng (α) là: $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -3), \overrightarrow{CD} = (0; -4; -4)$.

$$\Rightarrow \text{vtpt của mặt phẳng } (\alpha) \text{ là: } \vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}] = (-20; -4; 4)$$

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(4; 1; 4)$.

$$\Rightarrow \text{ptmp } (\alpha) \text{ là: } -20(x - 4) - 4(y - 1) + 4(z - 4) = 0 \Leftrightarrow -5x - y + z + 17 = 0$$

Dạng 9: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d và song song với đường thẳng d'

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d; \vec{u}_{d'}]$
- Điểm M thuộc d nằm trên mặt phẳng đó.

VD 9: Trong không gian Oxyz cho 2 đường thẳng $d = \{ \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \}$ và $d' = \{ \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \}$.

Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d và song song với d' .

Hướng dẫn giải:

Sáng kiến kinh nghiệm "Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó"

Hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc được chứa trong mặt phẳng(α) là: $\vec{u}_d = (1; 1; 2), \vec{u}_{d'} = (-2; 1; 1)$.

$\Rightarrow$ vtpt của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d; \vec{u}_{d'}] = (-1; -5; 3)$

Mặt khác d đi qua điểm $O(0;0;0)$ nên mặt phẳng (α) đi qua điểm $O(0;0;0)$.

$\Rightarrow$ ptmp (α) là: $-x - 5y + 3z = 0$

Dạng 10: Viết phương trình mặt phẳng(α) chứa 2 đường thẳng cắt nhau d và d' .

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d; \vec{u}_{d'}]$

- Điểm M thuộc d nằm trên mặt phẳng đó.

VD 10: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 đường thẳng cắt nhau

$d: \begin{cases} x - 7 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x - 7 = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng

(α) chứa d và d' .

Hướng dẫn giải:

Hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc được chứa trong mặt phẳng(α) là: $\vec{u}_d = (2; -3; 4), \vec{u}_{d'} = (3; 2; -2)$.

$\Rightarrow$ vtpt của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d; \vec{u}_{d'}] = (-2; 16; 13)$

Mặt khác d đi qua điểm $M(1; -2; 5)$ nên mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; -2; 5)$.

$\Rightarrow$ ptmp (α) là: $-2(x - 1) + 16(y + 2) + 13(z - 5) = 0 \Leftrightarrow 2x - 16y - 13z + 31 = 0$

Dạng 11: Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và vuông góc với mặt phẳng (α)

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_P = [\vec{u}_d; \vec{n}_\alpha]$

- Điểm M thuộc d nằm trên mặt phẳng đó.

VD 11: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (α): $x - 2y + 2z - 1 = 0$ đường thẳng

$d: \begin{cases} x - 1 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và vuông góc với mặt phẳng(α).

Hướng dẫn giải:

Hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc được chứa trong mặt phẳng(P) là: $\vec{u}_d = (2; -3; 2), \vec{n}_\alpha = (1; -2; 2)$.

$\Rightarrow$ vtpt của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_P = [\vec{u}_d; \vec{n}_\alpha] = (-2; -2; -1)$

Mặt khác d đi qua điểm $M(1; 3; 0)$ nên mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 3; 0)$.

$\Rightarrow$ ptmp (P) là: $-2(x - 1) - 2(y - 3) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 8 = 0$

Dạng 12: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A vuông góc với hai mặt phẳng cắt nhau(α), (β).

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_P = [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta]$

- Điểm A nằm trên mặt phẳng đó.

VD 12: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 mặt phẳng (α): $x + 2y - z + 5 = 0$,

(β): $2x + 3y - 7z - 4 = 0$ và điểm $A(7; 4; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với 2 mặt phẳng(α), (β).

Hướng dẫn giải:

Sáng kiến kinh nghiệm "Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó"

Hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc được chứa trong mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_\alpha = (1; 2; -1), \vec{n}_\beta = (2; 3; -7)$.

$\Rightarrow$ vtpt của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_P = [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (-11; 5; -1)$

Mặt khác mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(7; 4; -1)$.

$\Rightarrow$ ptmp (P) là: $-11(x-7) + 5(y-4) - 1(z+1) = 0 \Leftrightarrow -11x + 5y - z + 56 = 0$

Dạng 13: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa đường thẳng d .

Phương pháp:

- Điểm M thuộc đường thẳng d nên M thuộc mặt phẳng (P)
- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_P = [\vec{AM}; \vec{u}_d]$

VD 13: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oy và điểm $A(1; -1; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Do mặt phẳng (P) chứa trục Oy nên nó đi qua $O(0; 0; 0)$

Hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc được chứa trong mặt phẳng (P) là: $\vec{j} = (0; 1; 0), \vec{OA} = (1; -1; 1)$.

$\Rightarrow$ vtpt của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_P = [\vec{j}; \vec{OA}] = (1; 0; -1)$

Mặt khác mặt phẳng (P) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$.

$\Rightarrow$ ptmp (P) là: $x - z = 0$

Dạng 14: Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng song song d và d' .

Phương pháp:

- Điểm M, N lần lượt thuộc đường thẳng d, d' nên M, N thuộc mặt phẳng (P)
- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_P = [\vec{MN}; \vec{u}_d]$

VD 14: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 đường thẳng song song

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$ và $d': \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-4}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa 2 đường thẳng d, d' .

Hướng dẫn giải:

Do mặt phẳng (P) chứa d, d' nên nó đi qua $M(1; 2; 0), N(2; 2; 0)$

Hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc được chứa trong mặt phẳng (P) là: $\vec{u}_d = (1; 2; -2), \vec{MN} = (1; 0; 0)$.

$\Rightarrow$ vtpt của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_P = [\vec{u}_d; \vec{MN}] = (0; -2; -2)$

Mặt khác mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 0)$.

$\Rightarrow$ ptmp (P) là: $0(x-1) - 2(y-2) - 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow y + z - 2 = 0$

LOẠI 3: Viết phương trình mặt phẳng khi tìm được ngay véc tơ pháp tuyến và liên quan đến khoảng cách và mặt cầu.

Phương pháp chung:

- Tìm vtpt của mặt phẳng?
- Dựa vào yếu tố đã biết suy ra phương trình mặt phẳng đó.

Sáng kiến kinh nghiệm "Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó"

Nhận xét: Sau khi đã được học hai loại trên thì các em sẽ dễ dàng làm hơn với loại này, tuy nhiên các em cũng sẽ hơi lúng túng khi vận dụng các kiến thức về khoảng cách và mặt cầu.

Dạng 15: Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (α) và cách A một khoảng bằng h.

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_P = \vec{n}_\alpha$. Suy ra dạng phương trình mặt phẳng đó.
- Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng h.

VD 15: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (α): $2x - 2y + z + 6 = 0$ và điểm $A(3;0;5)$. Viết phương trình mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) và cách điểm A một khoảng bằng 4.

Hướng dẫn giải:

Do mặt phẳng (β) song song với (α) nên mặt phẳng (β) có dạng:

$$2x - 2y + z + D = 0$$

$$\text{Ta có: } d(A;(\beta)) = 4 \Leftrightarrow \frac{|6 - 0 + 5 + D|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 4 \Leftrightarrow |D + 11| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 1 \\ D = -23 \end{cases}$$

$$\text{Vậy có hai mặt phẳng } (\beta) \text{ là: } \begin{cases} 2x - 2y + z + 1 = 0 \\ 2x - 2y + z - 23 = 0 \end{cases}$$

Dạng 16: Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với 2 đường thẳng d, d' và tiếp xúc với mặt cầu (S) tâm I bán kính R.

Phương pháp :

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_P = [\vec{u}_d; \vec{u}_{d'}]$. Suy ra dạng phương trình mặt phẳng đó.
- Tính khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng h.

VD 16: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x - 2y + 3z - 1 = 0 \\ x + y + z - 2 = 0 \end{cases}, d': \begin{cases} x + 5 = 0 \\ y - 1 = 0 \\ z + 13 = 0 \end{cases} \text{ và mặt cầu}$$

(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2y + 26z - 113 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với d, d' và tiếp xúc với mặt cầu (S).

Hướng dẫn giải:

Hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc được chứa trong mặt phẳng (P) là: $\vec{u}_d = (3; -2; 0), \vec{u}_{d'} = (2; -3; 2)$.

$$\Rightarrow \text{vtpt của mặt phẳng (P) là: } \vec{n}_P = [\vec{u}_d; \vec{u}_{d'}] = (-4; -6; -5)$$

$$\Rightarrow \text{ptmp (P) có dạng là: } 4x + 6y + 5z + D = 0$$

Mặt cầu (S) có tâm $I(5; -1; -13)$ và bán kính $R = \sqrt{308}$

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) $\Leftrightarrow d(I; (P)) = R$.

$$\Leftrightarrow \frac{|20 - 6 - 65 + D|}{\sqrt{16 + 36 + 25}} = \sqrt{308} \Leftrightarrow |D - 51| = 154 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -103 \\ D = 205 \end{cases}$$

$$\text{Vậy có hai mặt phẳng (P) là: } 4x + 6y + 5z - 103 = 0 \text{ và } 4x + 6y + 5z + 205 = 0$$

Dạng 17: Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (α) và cắt mặt cầu (S) tâm I bán kính R theo một đường tròn bán kính r.

Phương pháp :

Sáng kiến kinh nghiệm "Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó"

- Tìm véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_P = \vec{n}_\alpha$. Suy ra dạng phương trình mặt phẳng đó.
- Tính khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{R^2 - r^2}$.

VD 17: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + y - 4z - 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (α) và cắt mặt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{7}$.

Hướng dẫn giải:

Do mặt phẳng (P) song song với (α) nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng : $3x + y - 4z + D = 0$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và bán kính $R = 3$

Khoảng cách từ tâm I đến mp (P) là: $\sqrt{3^2 - 7} = \sqrt{2}$

$$d(I; (P)) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|3 - 2 + 4 + D|}{\sqrt{9 + 1 + 16}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |D + 5| = 2\sqrt{13} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -5 + 2\sqrt{13} \\ D = -5 - 2\sqrt{13} \end{cases}$$

Vậy có hai mặt phẳng (P) là: $3x + y - 4z - 5 + 2\sqrt{13} = 0$

$$3x + y - 4z - 5 - 2\sqrt{13} = 0$$

II. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG KHI KHÔNG XÁC ĐỊNH ĐƯỢC VÉC TƠ PHÁP TUYẾN MỘT CÁCH TRỰC TIẾP:

LOẠI 4: Viết phương trình mặt phẳng khi không xác định ngay được véc tơ pháp tuyến.

Phương pháp chung :

- Gọi véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó là $\vec{n} = (A; B; C)$, $A^2 + B^2 + C^2 > 0$
- Dựa vào giả thiết sẵn có để tìm hệ thức liên hệ giữa A, B, C . Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm

Nhận xét: Đây là dạng khó nhất của cả chuyên đề, bởi vì loại này các em phải đặt ẩn phụ cho véc tơ pháp tuyến. Các em muốn giải tốt các bài này cần phải vận dụng linh hoạt các kiến thức sẵn có, đặc biệt các em phải biết gọi ẩn và biết cách giải hệ phương trình. Dạng này dành cho học sinh khá, giỏi.

Dạng 18: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua N, P và cách M một khoảng bằng h

Phương pháp :

- Gọi vptp của mặt phẳng, cho mặt phẳng đi qua N suy ra dạng phương trình của nó.
- Từ điểm P thuộc mặt phẳng ta được một phương trình
- Tính khoảng cách từ M tới mặt phẳng.

VD 18: Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $M(1; 1; 1)$, $N(2; 1; 0)$, $P(2; 0; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua N, P và cách M một khoảng bằng 1.

Hướng dẫn giải:

Gọi véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó là $\vec{n} = (A; B; C)$, $A^2 + B^2 + C^2 > 0$

Do mặt phẳng (α) đi qua N nên phương trình mặt phẳng (α) có dạng :

$$A(x - 2) + B(y - 1) + Cz = 0$$

Do mặt phẳng (α) đi qua $P \Rightarrow -B + 2C = 0 \quad (1)$

Sáng kiến kinh nghiệm "Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó"

$$d(M;(\alpha))=1 \Leftrightarrow \frac{|-A+C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=1 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được: $|-A+C|=\sqrt{A^2+5C^2} \Leftrightarrow -2AC-4C^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} C=0 \\ A=-2C \end{cases}$

Với $C=0 \Rightarrow B=0$, chọn $A=1 \Rightarrow \text{ptmp}(\alpha): x-2=0$

Với $A=-2C$, chọn $C=1 \Rightarrow A=-2, B=2 \Rightarrow \text{ptmp}(\alpha): -2x+2y+z+2=0$

Dạng 19: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d và tạo với d' một góc φ

Phương pháp :

- Gọi vptp của mặt phẳng (α) , cho mặt phẳng (α) đi qua M thuộc d suy ra dạng phương trình của nó.
- Tính tích vô hướng của vptp của mặt phẳng (α) và vtcp của đường thẳng ta được một phương trình
- Tính góc giữa mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ .

VD 19: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{-1}$ và

$d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và tạo với Δ góc 30° .

Hướng dẫn giải:

Gọi véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó là $\vec{n}=(A;B;C)$, $A^2+B^2+C^2>0$

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;2;0)$ và có vtcp là $\vec{u}_d=(1;-1;1)$

Do mặt phẳng (α) đi qua $M(0;2;0)$ nên phương trình mặt phẳng (α) có dạng :
 $Ax+B(y-2)+Cz=0$

Do mặt phẳng (P) chứa $d \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow A-B+C=0 \Leftrightarrow B=A+C \quad (1)$

Đường thẳng Δ có vtcp là $\vec{u}_\Delta=(2;1;-1)$

Mặt phẳng (P) tạo với Δ một góc 30° .

$$\Rightarrow |\cos(\vec{n}_P; \vec{u}_\Delta)| = \sin 30^\circ \Leftrightarrow \frac{|2A+B-C|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{A^2+B^2+C^2}} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được:

$$2|3A| = \sqrt{6} \sqrt{A^2+(A+C)^2+C^2} \Leftrightarrow 2A^2-AC-C^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} A=C \\ A=-\frac{1}{2}C \end{cases}$$

Với $A=C$, chọn $C=1 \Rightarrow A=1, B=2 \Rightarrow \text{ptmp}(P): x+2y+z-4=0$

Với $A=-\frac{1}{2}C$, chọn $C=-2 \Rightarrow A=1, B=-1 \Rightarrow \text{ptmp}(P): x-y-2z+2=0$

Dạng 20: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d và tạo với mặt phẳng (β) một góc φ

Phương pháp :

- Gọi vptp của mặt phẳng (α) , cho mặt phẳng (α) đi qua M thuộc d suy ra dạng phương trình của nó.
- Tính tích vô hướng của vptp của mặt phẳng (α) và vtcp của đường thẳng ta được một phương trình
- Tính góc giữa mặt phẳng (α) và (β) .

Sáng kiến kinh nghiệm "Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó"

VD 20: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 6 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và hợp với (α) một góc φ thỏa mãn $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó là $\vec{n} = (A; B; C)$, $A^2 + B^2 + C^2 > 0$

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1; 2; -3)$ và có vtcp là $\vec{u}_d = (1; -1; -1)$

Do mặt phẳng (P) đi qua $M(-1; 2; -3)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng :
 $A(x+1) + B(y-2) + C(z-3) = 0$

Do mặt phẳng (P) chứa $d \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow A - B - C = 0 \Leftrightarrow A = B + C$ (1)

Mặt phẳng (α) có vtpt là $\vec{n}_\alpha = (2; -2; 1)$

Mặt phẳng (P) hợp với (α) một góc φ .

$$\Rightarrow |\cos(\vec{n}_P; \vec{n}_\alpha)| = \cos \varphi \Leftrightarrow \frac{|A + 2B + C|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được:

$$\sqrt{2}|3B + 2C| = \sqrt{(B+C)^2 + B^2 + C^2} \Leftrightarrow 8B^2 + 11BC + 3C^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B = -C \\ B = -\frac{3}{8}C \end{cases}$$

Với $B = -C$, chọn $C = 1 \Rightarrow B = -1, A = 0 \Rightarrow ptmp(P): -y + z + 5 = 0$

Với $B = -\frac{3}{8}C$, chọn $C = -8 \Rightarrow B = 3, A = -5 \Rightarrow ptmp(P): -5x + 3y - 8z - 35 = 0$

Dạng 21: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) là lớn nhất.

Phương pháp :

- Gọi vtpt của mặt phẳng (α) , cho mặt phẳng (α) đi qua M thuộc d suy ra dạng phương trình của nó.
- Tính tích vô hướng của vtpt của mặt phẳng (α) và vtcp của đường thẳng ta được một phương trình
- Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) .

VD 21: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ và điểm

$I(2; 5; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

Hướng dẫn giải:

Gọi véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó là $\vec{n} = (A; B; C)$, $A^2 + B^2 + C^2 > 0$

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 0; 2)$ và có vtcp là $\vec{u}_d = (2; 1; 2)$

Do mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 0; 2)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng :
 $A(x-1) + B(y-0) + C(z-2) = 0$

Do mặt phẳng (P) chứa $d \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2A + B + 2C = 0 \Leftrightarrow B = -2A - 2C$ (1)

$$\text{Ta có: } d(I; (P)) = \frac{|A + 5B + C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (2)$$

$$\text{Thay (1) vào (2) ta được: } d(I; (P)) = \frac{9|A + C|}{\sqrt{5A^2 + 8AC + 5C^2}} = \frac{9|A + C|}{\sqrt{5(A + C)^2 - 2AC}}$$

Sáng kiến kinh nghiệm "*Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó*"

Ta có: $(A + C)^2 \geq 4AC, \forall A, C$

$$\Rightarrow d(I; (P)) = \frac{9|A + C|}{\sqrt{5(A + C)^2 - 2AC}} \leq \frac{9|A + C|}{\sqrt{5(A + C)^2 - \frac{(A + C)^2}{2}}} \leq 3\sqrt{2}$$

Dấu bằng xảy ra khi $A = C$, do $A^2 + B^2 + C^2 > 0 \Rightarrow A = C = -\frac{B}{4} \neq 0$

Chọn $B = -4 \Rightarrow C = A = 1 \Rightarrow \text{ptmp}(P): x - 4y + z - 3 = 0$

LOẠI 5: Viết phương trình mặt phẳng(α) cắt các trục tọa độ dựa vào phương trình mặt phẳng đoạn chắn.

Phương pháp chung :

- Gọi các giao điểm của mặt phẳng(α) với các trục tọa độ là $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$. Phương trình(α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$
- Dựa vào giả thiết sẵn có để tìm hệ thức liên hệ giữa a , b , c . Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm.

Nhận xét: Nhiều học sinh sẽ không nhớ phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn sẽ dẫn đến việc khó tìm ra lời giải phù hợp cho bài toán.

VD 22: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$, $A(2;0;0)$. Viết phương trình mặt phẳng(α) đi qua M, A và cắt các trục Oy , Oz theo thứ tự tại B và C (khác gốc tọa độ O) sao cho tam giác ABC cân tại A.

Hướng dẫn giải:

Gọi $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $bc \neq 0 \Rightarrow \text{ptmp}(\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Do mặt phẳng(α) đi qua $M(1;2;3) \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow 6b + 4c = bc$

Tam giác ABC cân tại A nên $AB = AC \Leftrightarrow 4 + b^2 = 4 + c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} b = c \\ b = -c \end{cases}$

Với $b = c$ thay vào (1) ta được $10b = b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 (l) \\ b = 10 \end{cases}$

$b = c = 10 \Rightarrow \text{ptmp}(\alpha): 5x + y + z - 10 = 0$

Với $b = -c$ thay vào (1) ta được $2b = -b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 (l) \\ b = -2 \end{cases}$

$b = -2, c = 2 \Rightarrow \text{ptmp}(\alpha): x - y + z - 2 = 0$

VD 23: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng(α) đi qua M và cắt các tia Ox , Oy , Oz theo thứ tự tại A, B và C khác O sao cho thể tích tứ diện $OABC$ có giá trị nhỏ nhất.

Hướng dẫn giải:

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $a > 0, b > 0, c > 0 \Rightarrow \text{ptmp}(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Do mặt phẳng(α) đi qua $M(1;1;1) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$

Thể tích tứ diện OABC là: $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc$

Sáng kiến kinh nghiệm "Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó"

Theo bất đẳng thức Côsi: $1 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{3}{\sqrt[3]{abc}} \Rightarrow abc \geq 27$

$\Rightarrow V_{OABC} = \frac{1}{6}abc \geq \frac{9}{2}$, dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 3$

Vậy thể tích tứ diện $OABC$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{9}{2}$ khi $a = b = c = 3$

$\Rightarrow ptmp(\alpha): x + y + z - 3 = 0$

VD 24: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; -2; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với (α) , đi qua A và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại 2 điểm phân biệt M, N sao cho $OM = ON$

Hướng dẫn giải:

Gọi $M(0; b; 0), N(0; 0; c), bc \neq 0$

$$OM = ON \Leftrightarrow b^2 = c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} b = c \\ b = -c \end{cases}$$

Hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc được chứa trong mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_\alpha = (1; -1; -1), \vec{MN} = (0; -b; c)$.

$\Rightarrow$ vtpt của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_P = [\vec{n}_\alpha; \vec{MN}] = (-b - c; -c; -b)$

Mặt khác mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(3; -2; -2)$.

$\Rightarrow$ ptmf (P) là: $(b + c)(x - 3) + c(y + 2) + b(z + 2) = 0$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; b; 0) \Rightarrow -3(b + c) + c(b + 2) + 2b = 0 \quad (1)$

Với $b = c$ thay vào (1) ta có: $b^2 - 2b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \text{ (l)} \\ b = 2 \end{cases}$

$b = c = 2 \Rightarrow ptmp(P): 4x + 2y + 2z - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x + y + z - 2 = 0$

Với $b = -c$ thay vào (1) ta có: $b^2 = 0 \Leftrightarrow b = 0 \text{ (l)}$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Bài 1: Trong không gian $Oxyz$ cho 4 điểm

$A(5; 1; 3), B(1; 6; 2), C(5; 0; 4), D(4; 0; 6)$.

a) Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

b) Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa AB và song song với CD

Bài 2: Trong không gian $Oxyz$ cho 4 điểm $M(3; -1; -5)$, đường thẳng

$d: \begin{cases} x - 2y + 2z + 7 = 0 \\ 5x - 4y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$ và 2 mặt phẳng:

$(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và song song với (α) .

b) Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và M.

c) Viết phương trình mặt phẳng (α') đi qua M và vuông góc với d.

d) Viết phương trình mặt phẳng (β') đi qua M, đồng thời cùng vuông góc với $(\alpha), (\alpha')$.

Bài 3: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z - 3 = 0$

và 3 mặt phẳng: $(\alpha): x + 2y + 2z - 1 = 0, (\beta): x + 2y + 2z + 3 = 0, (\gamma): x + 2y - z - 3 = 0$

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với (α) và cách gốc tọa độ một khoảng bằng 3.

b) Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (α) , đồng thời khoảng cách giữa mặt phẳng (P) và (α) bằng 2 lần khoảng cách giữa mặt phẳng (P) và (β) .

Sáng kiến kinh nghiệm "*Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó*"

c) Viết phương trình mặt phẳng (α') tiếp xúc với mặt cầu (S) đồng thời vuông góc với (α) và (β).

Bài 4: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(3;-5;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các tia Ox, Oy, Oz theo thứ tự tại A, B và C khác O sao cho

a) M là trọng tâm tam giác ABC.

b) M là trực tâm tam giác ABC

Bài 5: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2;0;0), M(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các tia Ox, Oy, Oz theo thứ tự tại A, B và C khác O sao cho

a) Diện tích tam giác ABC bằng $4\sqrt{6}$.

b) Thể tích của khối chóp OABC bằng $\frac{16}{3}$

Bài 6: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $(x-2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$

và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có diện tích bằng 3π .

Bài 7: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;1;0), B(2;1;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa trục Oy và đi qua C

thuộc d sao cho diện tích tam giác ABC nhỏ nhất.

Bài 8: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;1;-1), B(1;1;2), C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với (P), cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB = 2IC$.

Bài 9: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;2;-1), B(0;1;5)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (α) là lớn nhất.

Bài 10: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(4;-9;12)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các tia Ox, Oy, Oz theo thứ tự tại A, B và C khác O sao cho

$$\begin{cases} \vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB} \\ \frac{1}{OC} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} \end{cases}$$

2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường.

Trong quá trình giảng dạy triển khai đề tài, tôi thấy đề tài của mình phần nào đã giúp học sinh phân loại và nêu cách giải, có thể giải được tốt một số dạng bài toán về phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ, đặc biệt là những bài không tìm trực tiếp véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng được. Việc phân loại và nêu phương pháp giải chung cho bài toán viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ và áp dụng vào bài giảng cho học sinh là rất thành công. Các em nhận dạng, nêu được phương pháp giải và ứng dụng tốt vào bài làm. Ngoài ra các em còn rèn luyện được kỹ năng làm bài, tránh được sai sót trong tính toán. Trong đề tài đã đưa ra một lượng dạng bài toán và phương pháp giải, đồng thời cũng đưa ra một số bài tập ứng dụng.

Sau khi áp dụng sáng kiến đề tài, tôi đã cho làm bài kiểm tra 45 phút về viết phương trình mặt phẳng. Kết quả đã nâng lên rõ rệt, cụ thể:

Sáng kiến kinh nghiệm "*Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó*"

Lớp	Số sĩ	Giỏi		Khá		Trung Bình		Yếu		Kém	
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
12B11	42	12	28,6	15	35,7	12	28,6	3	7,1		
12B8	41	8	19,5	12	29,3	15	36,6	6	14,6		
12C10	41	10	24,4	13	31,7	12	29,3	6	14,6		

Sáng kiến kinh nghiệm này của tôi cũng là tài liệu tham khảo cho các đồng nghiệp, góp phần vào việc nâng cao chất lượng dạy học chung cho nhà trường.

3. KẾT LUẬN KIẾN NGHỊ

3.1. Kết luận:

Tuy nhiên với kinh nghiệm còn ít, trải nghiệm chưa nhiều nên đề tài không tránh khỏi những thiếu sót, hạn chế nhất định. Rất mong nhận được nhiều góp ý của Hội đồng khoa học nhà trường THPT Tỉnh gia 2 và Hội đồng khoa học sở GD&ĐT Thanh Hóa.

3.2. Kiến nghị:

Với đề tài này tôi đã triển khai trong quá trình dạy học sinh lớp 12 ban KHTN và các lớp ban Cơ bản học theo khối mang lại hiệu quả là rất tốt. Vì vậy tôi hy vọng đề tài này sẽ đóng góp vào việc giải bài toán đã nêu trên, và được đồng nghiệp khai thác mở rộng hơn nữa, là tài liệu tham khảo cho các em học sinh lớp 12 trong quá trình học tập cũng như ôn thi học sinh giỏi, ôn thi kỳ thi Quốc gia THPT hàng năm.

**XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG
ĐƠN VỊ**

Thanh hóa, ngày 22 tháng 5 năm 2016
Tôi xin cam đoan đây là SKKN do chính bản thân mình viết, không sao chép nội dung của người khác

Lê Thị Dung

4. TÀI LIỆU THAM KHẢO:

[1]. Sách giáo khoa Hình học 12 cơ bản, NXB Giáo Dục, Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên) - Nguyễn Mộng Hy (Chủ biên) .

Sáng kiến kinh nghiệm "*Phân loại cách viết phương trình mặt phẳng trong không gian tọa độ theo hướng phát triển tư duy từ dễ đến khó*"

- [2]. Sách bài tập Hình học 12 cơ bản, NXB Giáo Dục, Nguyễn Mộng Hy (Tổng chủ biên) – Khu Quốc Anh – Trần Đức Huyền.
- [3]. Sách giáo khoa Hình học 12 nâng cao, NXB Giáo Dục, Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên) – Văn Như Cương (Chủ biên) .
- [4]. Sách bài tập Hình học 12 nâng cao, NXB Giáo Dục, Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên) .
- [5]. Báo Toán học và tuổi trẻ, NXB Giáo Dục, số 417 tháng 3 năm 2012, số 455 tháng 5 năm 2015.
- [6]. Đề thi môn Toán các trường Đại học trên toàn quốc .
- [7]. Đề thi khảo sát chất lượng lớp 12 của các trường THPT trên toàn quốc.
- [8]. Đề thi chọn Học sinh giỏi của các Tỉnh.