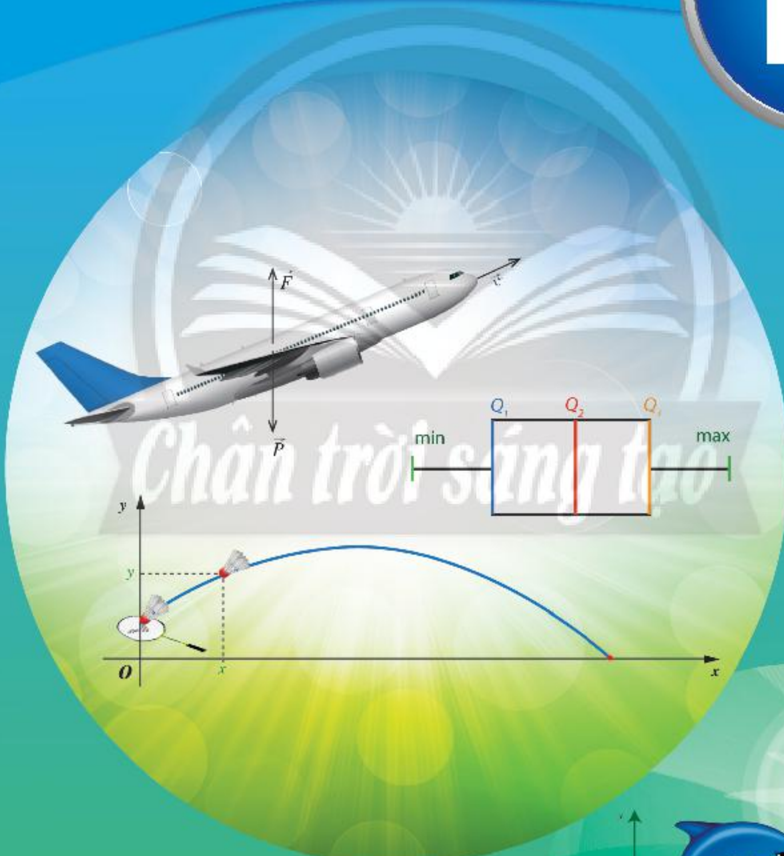
TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN (Chủ biên)
NGUYỄN THÀNH ANH – VŨ NHƯ THƯ HƯƠNG
NGÔ HOÀNG LONG – PHẠM THỊ THU THUỶ

TOÁN

SÁCH GIÁO VIÊN

10



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN (Chủ biên)
NGUYỄN THÀNH ANH – VŨ NHƯ THƯ HƯƠNG
NGÔ HOÀNG LONG – PHẠM THỊ THU THUỶ

TOÁN

SÁCH GIÁO VIÊN

10

Chân trời sáng tạo

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Lời nói đầu

Nhằm mục đích chia sẻ những ý tưởng cốt lõi và phương pháp giảng dạy hiệu quả với các đồng nghiệp sẽ giảng dạy môn Toán lớp 10 theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo, các tác giả sách giáo khoa Toán 10 đã biên soạn cuốn sách giáo viên **Toán 10 (Chân trời sáng tạo)**.

Sách gồm hai phần:

Phần một giới thiệu về chương trình môn Toán lớp 10 và sách giáo khoa Toán 10 thuộc bộ sách Chân trời sáng tạo.

Phần hai trình bày các gợi ý và hướng dẫn dạy học từng bài theo sách giáo khoa.

Nếu như trong phần thứ nhất, chúng tôi trình bày thật cô đọng về chương trình để giúp quý thầy, cô nhanh chóng nắm bắt nội dung chương trình và các yêu cầu cần đạt, thì trong phần thứ hai chúng tôi lại trình bày rất chi tiết các gợi ý và hướng dẫn cụ thể về cách dạy từng bài trong sách giáo khoa để quý thầy, cô có thêm thông tin tham khảo khi chuẩn bị bài giảng.

Để sử dụng sách giáo viên được hiệu quả, rất mong quý thầy, cô lưu ý một số điểm quan trọng sau:

1. Sách giáo viên là tài liệu tham khảo mang tính chất định hướng và gợi ý cho giáo viên trong quá trình dạy học, giáo viên không nhất thiết phải theo các gợi ý này.

2. Mỗi tiết Toán thường phát triển đầy đủ các năng lực đặc thù, tuy nhiên mức độ đối với từng năng lực có khác nhau. Tuỳ bài học, ta nên chú trọng những năng lực có điều kiện phát huy ở bài học đó.

3. Nhiều gợi ý trong các hoạt động chỉ mang tính chỉ báo về mặt nội dung cần đạt được, giáo viên nên chủ động lựa chọn phương pháp và hình thức tổ chức học tập nhằm đạt hiệu quả.

4. Số tiết đối với mỗi bài chỉ là dự kiến, tuỳ tình hình cụ thể của lớp học, giáo viên có thể điều chỉnh cho phù hợp.

5. Dựa vào sách giáo viên, người dạy nên sáng tạo, lựa chọn các giải pháp phù hợp với học sinh, điều kiện vật chất cũng như văn hoá vùng miền để hoạt động dạy học thực sự mang lại kết quả tốt đẹp.

6. Chương trình Toán cấp Trung học phổ thông đặc biệt chú trọng đến việc hướng nghiệp, giáo viên nên chú trọng khai thác các tình huống thực tế cần sử dụng các năng lực toán học trong bài học để góp phần định hướng nghề nghiệp có liên quan cho học sinh.

7. Thông qua các hoạt động thực tiễn trong từng bài học, tuỳ theo tình huống và đặc điểm của đối tượng học sinh cụ thể, giáo viên cần chủ động để rèn luyện các năng lực chung như: năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá; năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm; năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng. Thông qua đó, hình thành các phẩm chất như: lòng yêu nước, nhân ái; đức tính chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm cho học sinh một cách linh động và phù hợp.

Rất mong nhận được các ý kiến đóng góp, xây dựng để cuốn sách được sử dụng hiệu quả. Kính chúc quý thầy, cô thành công trong việc triển khai chương trình mới với sách giáo khoa Toán 10 thuộc bộ sách Chân trời sáng tạo.

Các tác giả

MỤC LỤC

Trang

Phần một
GIỚI THIỆU VỀ CHƯƠNG TRÌNH VÀ SÁCH GIÁO KHOA MÔN TOÁN LỚP 10

A. Giới thiệu về chương trình môn Toán lớp 10 6
B. Giới thiệu về sách giáo khoa Toán 10 (Chân trời sáng tạo) 14

Phần hai
HƯỚNG DẪN DẠY HỌC THEO SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 10
(Chân trời sáng tạo)

TẬP MỘT

Phần Đại số và Một số yếu tố Giải tích

Chương I. Mệnh đề và tập hợp 23
Bài 1. Mệnh đề 24
Bài 2. Tập hợp 34
Bài 3. Các phép toán trên tập hợp 38
Bài tập cuối chương I 44
Chương II. Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn 45
Bài 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn 45
Bài 2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn 50
Bài tập cuối chương II 56
Chương III. Hàm số bậc hai và đồ thị 59
Bài 1. Hàm số và đồ thị 60
Bài 2. Hàm số bậc hai 68
Bài tập cuối chương III 79

Phần Hình học và Đo lường

Chương IV. Hệ thức lượng trong tam giác 82
Bài 1. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180° 83
Bài 2. Định lí côsin và định lí sin 87
Bài 3. Giải tam giác và ứng dụng thực tế 94
Bài tập cuối chương IV 99
Chương V. Vectơ 101
Bài 1. Khái niệm vectơ 102
Bài 2. Tổng và hiệu của hai vectơ 106
Bài 3. Tích của một số với một vectơ 112
Bài 4. Tích vô hướng của hai vectơ 116
Bài tập cuối chương V 120

Phần Thống kê và Xác suất

Chương VI. Thống kê 123
Bài 1. Số gần đúng và sai số 124
Bài 2. Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng và biểu đồ 129
Bài 3. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu 132
Bài 4. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu 139
Bài tập cuối chương VI 145

Hoạt động thực hành và trải nghiệm

Bài 1. Dùng máy tính cầm tay để tính toán với số gần đúng và tính các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê 146
Bài 2. Dùng bảng tính để tính các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê 147

TẬP HAI

Phần Đại số và Một số yếu tố Giải tích

Chương VII. Bất phương trình bậc hai một ẩn 148
Bài 1. Dấu của tam thức bậc hai 148
Bài 2. Giải bất phương trình bậc hai một ẩn 155
Bài 3. Phương trình quy về phương trình bậc hai 159
Bài tập cuối chương VII 163
Chương VIII. Đại số tổ hợp 164
Bài 1. Quy tắc cộng và quy tắc nhân 165
Bài 2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp 171
Bài 3. Nhị thức Newton 177
Bài tập cuối chương VIII 180

Phần Hình học và Đo lường

Chương IX. Phương pháp toạ độ trong mặt phẳng 181
Bài 1. Toạ độ của vectơ 182
Bài 2. Đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ 189
Bài 3. Đường tròn trong mặt phẳng toạ độ 198
Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ 203
Bài tập cuối chương IX 210

Phần Thống kê và Xác suất

Chương X. Xác suất 214
Bài 1. Không gian mẫu và biến cố 215
Bài 2. Xác suất của biến cố 221
Bài tập cuối chương X 226

Hoạt động thực hành và trải nghiệm

Bài 1. Vẽ đồ thị hàm số bậc hai bằng phần mềm GeoGebra 227
Bài 2. Vẽ ba đường conic bằng phần mềm GeoGebra 228

Phần một
GIỚI THIỆU VỀ CHƯƠNG TRÌNH VÀ SÁCH GIÁO KHOA MÔN TOÁN LỚP 10

A. GIỚI THIỆU VỀ CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN LỚP 10

1. Mục tiêu dạy học

Môn Toán lớp 10 nhằm giúp học sinh (HS) đạt các mục tiêu chủ yếu sau:

a) Góp phần hình thành và phát triển năng lực toán học với yêu cầu cần đạt:

– Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề;

– Sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để hiểu được những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề;

– Thiết lập được mô hình toán học để mô tả tình huống, từ đó đưa ra cách giải quyết vấn đề toán học đặt ra trong mô hình được thiết lập;

– Thực hiện và trình bày được giải pháp giải quyết vấn đề và đánh giá được giải pháp đã thực hiện, phản ánh được giá trị của giải pháp, khái quát hoá được cho vấn đề tương tự;

– Sử dụng được công cụ, phương tiện học toán trong học tập, khám phá và giải quyết vấn đề toán học.

b) Có những kiến thức và kĩ năng toán học cơ bản, thiết yếu về:

– *Đại số và một số yếu tố Giải tích:* Tính toán và sử dụng công cụ tính toán; sử dụng ngôn ngữ và kí hiệu đại số; biến đổi biểu thức đại số, phương trình, hệ phương trình, bất phương trình; sử dụng ngôn ngữ đại số tổ hợp, ngôn ngữ hàm số, đồ thị hàm số để mô tả và phân tích một số quá trình và hiện tượng trong thế giới thực.

– *Hình học và Đo lường:* Cung cấp những kiến thức và kĩ năng (ở mức độ suy luận logic) về các quan hệ hình học phẳng; sử dụng vectơ để nắm bắt phương pháp toạ độ trong hình học; giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với Hình học và Đo lường đặc biệt là các vấn đề liên quan đến giải tam giác.

– *Thống kê và Xác suất:* Hoàn thiện khả năng thu thập, phân loại, biểu diễn, phân tích và xử lí dữ liệu thống kê; sử dụng các công cụ phân tích dữ liệu thống kê thông qua các số đặc trưng đo xu thế trung tâm và đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu không ghép nhóm; sử dụng các quy luật thống kê trong thực tiễn; nhận biết các mô hình ngẫu nhiên, các khái niệm cơ bản của xác suất và ý nghĩa của xác suất trong thực tiễn; vận dụng đại số tổ hợp trong việc tính xác suất.

c) Góp phần giúp HS có những hiểu biết tương đối tổng quát về các ngành nghề gắn với môn Toán và giá trị của nó; làm cơ sở cho định hướng nghề nghiệp sau Trung học phổ thông; có đủ năng lực tối thiểu để tự tìm hiểu những vấn đề liên quan đến toán học trong suốt cuộc đời.

2. Nội dung cụ thể và yêu cầu cần đạt

CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN LỚP 10

Nội dung		**Yêu cầu cần đạt**
ĐẠI SỐ VÀ MỘT SỐ YẾU TỐ GIẢI TÍCH		
Tập hợp. Mệnh đề	*Mệnh đề toán học. Mệnh đề phủ định. Mệnh đề đảo. Mệnh đề tương đương. Điều kiện cần và đủ.*	– Thiết lập và phát biểu được các mệnh đề toán học, bao gồm: mệnh đề phủ định; mệnh đề đảo; mệnh đề tương đương; mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall$, $\exists$; điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ. – Xác định được tính đúng/sai của một mệnh đề toán học trong những trường hợp đơn giản.
	Tập hợp. Các phép toán trên tập hợp	– Nhận biết được các khái niệm cơ bản về tập hợp (tập con, hai tập hợp bằng nhau, tập rỗng) và biết sử dụng các kí hiệu $\subset$, $\supset$, $\varnothing$. – Thực hiện được phép toán trên các tập hợp (hợp, giao, hiệu của hai tập hợp, phần bù của một tập con) và biết dùng biểu đồ Ven để biểu diễn chúng trong những trường hợp cụ thể. – Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với phép toán trên tập hợp (ví dụ: những bài toán liên quan đến đếm số phần tử của hợp các tập hợp, ...).
Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	*Bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và ứng dụng*	– Nhận biết được bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. – Biểu diễn được miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ. – Vận dụng được kiến thức về bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: bài toán tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác, ...).
Hàm số và đồ thị	*Khái niệm cơ bản về hàm số và đồ thị*	– Nhận biết được những mô hình thực tế (dạng bảng, biểu đồ, công thức) dẫn đến khái niệm hàm số. – Mô tả được các khái niệm cơ bản về hàm số: định nghĩa hàm số, tập xác định, tập giá trị, hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến, đồ thị của hàm số. – Mô tả được các đặc trưng hình học của đồ thị hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến. – Vận dụng được kiến thức của hàm số vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: xây dựng hàm số bậc nhất trên những khoảng khác nhau để tính số tiền y (phải trả) theo số phút gọi x đối với một gói cước điện thoại, ...).

	Hàm số bậc hai, đồ thị hàm số bậc hai và ứng dụng	– Thiết lập được bảng giá trị của hàm số bậc hai. – Vẽ được Parabola (parabol) là đồ thị hàm số bậc hai. – Nhận biết được các tính chất cơ bản của parabol như đỉnh, trục đối xứng. – Nhận biết và giải thích được các tính chất của hàm số bậc hai thông qua đồ thị. – Vận dụng được kiến thức về hàm số bậc hai và đồ thị vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: xác định độ cao của cầu, cổng có hình dạng parabol, ...).
	Dấu của tam thức bậc hai. Bất phương trình bậc hai một ẩn	– Giải thích được định lí về dấu của tam thức bậc hai từ việc quan sát đồ thị của hàm bậc hai. – Giải được bất phương trình bậc hai. – Vận dụng được bất phương trình bậc hai một ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: xác định chiều cao tối đa để xe có thể qua hầm có hình dạng parabol, ...).
	Phương trình quy về phương trình bậc hai	– Giải được phương trình chứa căn thức có dạng: $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$; $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$.
Đại số tổ hợp	*Các quy tắc đếm (quy tắc cộng, quy tắc nhân, chỉnh hợp, hoán vị, tổ hợp) và ứng dụng trong thực tiễn*	– Vận dụng được quy tắc cộng và quy tắc nhân trong một số tình huống đơn giản (ví dụ: đếm số khả năng xuất hiện mặt sấp/ngửa khi tung một số đồng xu, ...). – Vận dụng được sơ đồ hình cây trong các bài toán đếm đơn giản các đối tượng trong Toán học, trong các môn học khác cũng như trong thực tiễn (ví dụ: đếm số hợp tử tạo thành trong Sinh học, hoặc đếm số trận đấu trong một giải thể thao, ...). – Tính được số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp. – Tính được số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp bằng máy tính cầm tay.
	Nhị thức Newton với số mũ không quá 5	Khai triển được nhị thức Newton $(a + b)^n$ với số mũ thấp ($n = 4$ hoặc $n = 5$) bằng cách vận dụng tổ hợp.
Thực hành trong phòng máy tính với phần mềm toán học (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện)		
– Sử dụng phần mềm để hỗ trợ việc học các kiến thức đại số. – Thực hành sử dụng phần mềm để vẽ đồ thị của hàm số bậc hai; sử dụng đồ thị để tạo các hình ảnh hoa văn, hình khối.		

HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG		
Hình học phẳng		
Hệ thức lượng trong tam giác. Vectơ	*Hệ thức lượng trong tam giác. Định lí côsin. Định lí sin. Công thức tính diện tích tam giác. Giải tam giác*	– Nhận biết được giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°. – Tính được giá trị lượng giác (đúng hoặc gần đúng) của một góc từ 0° đến 180° bằng máy tính cầm tay. – Giải thích được hệ thức liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau. – Giải thích được các hệ thức lượng cơ bản trong tam giác: định lí côsin, định lí sin, công thức tính diện tích tam giác. – Mô tả được cách giải tam giác và vận dụng được vào việc giải một số bài toán có nội dung thực tiễn (ví dụ: xác định khoảng cách giữa hai địa điểm khi gặp vật cản, xác định chiều cao của vật khi không thể đo trực tiếp, ...).
	Vectơ, các phép toán (tổng và hiệu hai vectơ, tích của một số với vectơ, tích vô hướng của hai vectơ) và một số ứng dụng trong Vật lí	– Nhận biết được khái niệm vectơ, vectơ bằng nhau, vectơ-không. – Biểu thị được một số đại lượng trong thực tiễn bằng vectơ. – Thực hiện được các phép toán trên vectơ (tổng và hiệu hai vectơ, tích của một số với vectơ, tích vô hướng của hai vectơ) và mô tả được những tính chất hình học (ba điểm thẳng hàng, trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác, ...) bằng vectơ. – Sử dụng được vectơ và các phép toán trên vectơ để giải thích một số hiện tượng có liên quan đến Vật lí và Hoá học (ví dụ: những vấn đề liên quan đến lực, đến chuyển động, ...). – Vận dụng được kiến thức về vectơ để giải một số bài toán hình học và một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: xác định lực tác dụng lên vật, ...).
Phương pháp toạ độ trong mặt phẳng	*Toạ độ của vectơ đối với một hệ trục toạ độ. Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ. Ứng dụng vào bài toán giải tam giác*	– Nhận biết được toạ độ của vectơ đối với một hệ trục toạ độ. – Tìm được toạ độ của một vectơ, độ dài của một vectơ khi biết toạ độ hai đầu mút của nó. – Sử dụng được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong tính toán. – Vận dụng được phương pháp toạ độ vào bài toán giải tam giác. – Vận dụng được kiến thức về toạ độ của vectơ để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: vị trí của vật trên mặt phẳng toạ độ, ...).

	Đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ. Phương trình tổng quát và phương trình tham số của đường thẳng. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng	– Mô tả được phương trình tổng quát và phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ. – Thiết lập được phương trình của đường thẳng trong mặt phẳng khi biết: một điểm và một vectơ pháp tuyến; biết một điểm và một vectơ chỉ phương; biết hai điểm. – Nhận biết được hai đường thẳng cắt nhau, song song, trùng nhau, vuông góc với nhau bằng phương pháp toạ độ. – Thiết lập được công thức tính góc giữa hai đường thẳng. – Tính được khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng bằng phương pháp toạ độ. – Giải thích được mối liên hệ giữa đồ thị hàm số bậc nhất và đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ. – Vận dụng được kiến thức về phương trình đường thẳng để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.
	Đường tròn trong mặt phẳng toạ độ và ứng dụng	– Thiết lập được phương trình đường tròn khi biết toạ độ tâm và bán kính; biết toạ độ ba điểm mà đường tròn đi qua; xác định được tâm và bán kính đường tròn khi biết phương trình của đường tròn. – Thiết lập được phương trình tiếp tuyến của đường tròn khi biết toạ độ của tiếp điểm. – Vận dụng được kiến thức về phương trình đường tròn để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: bài toán về chuyển động tròn trong Vật lí, ...).
	Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ và ứng dụng	– Nhận biết được ba đường conic bằng hình học. – Nhận biết được phương trình chính tắc của ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ. – Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với ba đường conic (ví dụ: giải thích một số hiện tượng trong Quang học, ...).
Thực hành trong phòng máy tính với phần mềm toán học (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện)		
– Sử dụng phần mềm để hỗ trợ việc học các kiến thức hình học. – Thực hành sử dụng phần mềm để biểu thị điểm, vectơ, các phép toán vectơ trong hệ trục toạ độ *Oxy*. – Thực hành sử dụng phần mềm để vẽ đường thẳng, đường tròn, các đường conic trên mặt phẳng toạ độ; xem xét sự thay đổi hình dạng của các hình khi thay đổi các yếu tố trong phương trình xác định chúng. – Thực hành sử dụng phần mềm để thiết kế đồ hoạ liên quan đến đường tròn và các đường conic.		

THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT		
Thống kê		
Số gần đúng	*Số gần đúng. Sai số*	– Hiểu được khái niệm số gần đúng, sai số tuyệt đối. – Xác định được số gần đúng của một số với độ chính xác cho trước. – Xác định được sai số tương đối của số gần đúng. – Xác định được số quy tròn của số gần đúng với độ chính xác cho trước. – Biết sử dụng máy tính cầm tay để tính toán với các số gần đúng.
Thu thập và tổ chức dữ liệu	*Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng, biểu đồ*	Phát hiện và lí giải được số liệu không chính xác dựa trên mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn trong nhiều ví dụ.
Phân tích và xử lí dữ liệu	*Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu không ghép nhóm*	– Tính được số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu không ghép nhóm: số trung bình cộng (hay số trung bình), trung vị (*median*), tứ phân vị (*quartiles*), mốt (*mode*). – Giải thích được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong thực tiễn. – Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.
	Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu không ghép nhóm	– Tính được số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu không ghép nhóm: khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai, độ lệch chuẩn. – Giải thích được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong thực tiễn. – Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản. – Nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức của các môn học trong Chương trình lớp 10 và trong thực tiễn.
Xác suất		
Khái niệm về xác suất	*Một số khái niệm về xác suất cổ điển*	– Nhận biết được một số khái niệm về xác suất cổ điển: phép thử ngẫu nhiên; không gian mẫu; biến cố (biến cố là tập con của không gian mẫu); biến cố đối; định nghĩa cổ điển của xác suất; nguyên lí xác suất bé. – Mô tả được không gian mẫu, biến cố trong một số thí nghiệm đơn giản (ví dụ: tung đồng xu hai lần, tung đồng xu ba lần, tung xúc xắc hai lần).

Các quy tắc tính xác suất	*Thực hành tính toán xác suất trong những trường hợp đơn giản*	– Tính được xác suất của biến cố trong một số bài toán đơn giản bằng phương pháp tổ hợp (trường hợp xác suất phân bố đều). – Tính được xác suất trong một số thí nghiệm lặp bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây (ví dụ: tung xúc xắc hai lần, tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần tung bằng 7).
	Các quy tắc tính xác suất	– Mô tả được các tính chất cơ bản của xác suất. – Tính được xác suất của biến cố đối.
Thực hành trong phòng máy tính với phần mềm toán học (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện)		
– Sử dụng phần mềm để hỗ trợ việc học các kiến thức thống kê và xác suất. – Thực hành sử dụng phần mềm để tính được số đặc trưng đo xu thế trung tâm và đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu không ghép nhóm. – Thực hành sử dụng phần mềm để tính xác suất theo định nghĩa cổ điển.		
HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM		
Nhà trường tổ chức cho HS một số hoạt động sau và có thể bổ sung các hoạt động khác tuỳ vào điều kiện cụ thể. *Hoạt động 1:* Thực hành ứng dụng các kiến thức toán học vào thực tiễn và các chủ đề liên môn, chẳng hạn: – Thực hành tổng hợp các hoạt động liên quan đến tính toán, đo lường, ước lượng và tạo lập hình, như: tính tiền khi đi taxi theo các khung giá: dưới 1 km, từ 1 – 10 km, từ 10 – 31 km, trên 31 km, ...; đo đạc một vài yếu tố của vật thể mà chúng ta không thể dùng dụng cụ đo đạc để đo trực tiếp; tính chiều cao của công trình kiến trúc dạng parabol (như cầu Nhật Tân, cầu Trường Tiền, cầu Mỹ Thuận, ...); giải thích các hiện tượng, quy luật trong Vật lí; thực hành vẽ, cắt hình có dạng Ellipse (elip). – Thực hành mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng, biểu đồ. *Hoạt động 2:* Tìm hiểu một số kiến thức về tài chính, như: – Hiểu sự khác biệt giữa tiết kiệm và đầu tư. – Thực hành thiết lập kế hoạch đầu tư cá nhân để đạt được tỉ lệ tăng trưởng như mong đợi. *Hoạt động 3:* Tổ chức các hoạt động ngoài giờ chính khoá như các câu lạc bộ toán học, dự án học tập, trò chơi học toán, cuộc thi về Toán, chẳng hạn: thi tìm hiểu lịch sử toán học, tổ chức sinh hoạt câu lạc bộ toán học theo các chủ đề (tìm hiểu các ứng dụng của hàm số bậc hai, vectơ trong thực tiễn, ...). *Hoạt động 4 (nếu nhà trường có điều kiện thực hiện):* Tổ chức giao lưu học sinh giỏi trong trường và trường bạn, với các chuyên gia nhằm hiểu nhiều hơn về vai trò của Toán học trong thực tiễn và trong các ngành nghề.		

Những điểm mới cần lưu ý về nội dung chương trình môn Toán lớp 10:

1. Giảm mức độ phức tạp trong dạy học giải phương trình, bất phương trình chứa căn; giải phương trình lượng giác;

2. Giảm mức độ phức tạp trong dạy học phương pháp toạ độ trong hình học;

3. Tăng cường thêm các nội dung về thống kê và xác suất gắn với ứng dụng trong đời sống thực tiễn. Chẳng hạn: tứ phân vị (quartiles), khoảng tứ phân vị (IQR), ...;

4. Coi trọng việc sử dụng phương tiện dạy học hiện đại, phần mềm dạy học;

5. Tăng cường thực hành luyện tập và ứng dụng toán học vào thực tiễn;

6. Các chuyên đề học tập ở lớp 10 có nội dung giáo dục dành cho những HS có định hướng nghề nghiệp cần sử dụng nhiều kiến thức toán học.

Lưu ý:

Giáo viên (GV) nên tìm hiểu kĩ chương trình môn Toán cấp Trung học cơ sở (2018) để nắm vững những nội dung kiến thức và kĩ năng đầu vào mà HS đã được trang bị trước khi bước vào lớp 10.

3. Thời lượng thực hiện chương trình và thời lượng dành cho các nội dung giáo dục

Theo quy định của chương trình, thời lượng cho môn Toán lớp 10 là

$$3 \text{ tiết/tuần} \times 35 \text{ tuần} = 105 \text{ tiết.}$$

Ước lượng thời gian (tính theo %) cho các mạch nội dung môn Toán lớp 10 như sau:

Mạch kiến thức	Đại số và một số yếu tố Giải tích	Hình học và Đo lường	Thống kê và Xác suất	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
Ước lượng thời gian	44%	35%	14%	7%

4. Phương pháp dạy học

Cần đổi mới phương pháp dạy học môn Toán theo các chú ý sau:

– Tổ chức quá trình dạy học theo hướng kiến tạo phù hợp với tiến trình nhận thức, năng lực nhận thức, cách thức học tập khác nhau của từng cá nhân HS, tạo điều kiện giúp người học phát huy tính tích cực, độc lập, phát triển các năng lực chung và năng lực toán học.

– Vận dụng một cách linh hoạt các phương pháp, kĩ thuật dạy học tích cực.

– Kết hợp các hoạt động dạy học trong lớp và các hoạt động thực hành trải nghiệm.

– Khuyến khích sử dụng các phương tiện nghe nhìn, phương tiện kĩ thuật hiện đại hỗ trợ quá trình dạy học, đồng thời coi trọng việc sử dụng các phương pháp truyền thống.

– Sử dụng đa dạng các phương pháp dạy học theo tiến trình tổ chức cho HS hoạt động trải nghiệm, khám phá, phát hiện. Tiến trình đó bao gồm các bước chủ yếu:

Trải nghiệm – Hình thành kiến thức mới – Thực hành, luyện tập – Vận dụng.

– Cần tổ chức cho HS được tham gia các hoạt động thực hành, ứng dụng các kiến thức toán học vào thực tiễn và các hoạt động ngoài giờ chính khoá liên quan đến ôn tập, củng cố các kiến thức cơ bản.

– GV cần căn cứ vào đặc điểm của HS, điều kiện, hoàn cảnh cụ thể khi dạy học để tiến hành những điều chỉnh hoặc bổ sung cụ thể về nội dung, phương pháp và hình thức tổ chức dạy học. Tuy nhiên việc điều chỉnh phải trên cơ sở đảm bảo yêu cầu cần đạt của chương trình môn Toán.

5. Đánh giá kết quả học tập

Đánh giá năng lực của HS thông qua các bằng chứng thể hiện kết quả đạt được trong quá trình thực hiện các hoạt động học.

– Cần vận dụng kết hợp một cách đa dạng nhiều hình thức đánh giá (đánh giá thường xuyên, đánh giá định kì) và nhiều phương pháp đánh giá (quan sát, ghi lại quá trình thực hiện, vấn đáp, trắc nghiệm khách quan, tự luận, bài thực hành, các dự án/sản phẩm học tập, ...).

– GV nên giao cho HS những mục tiêu và nhiệm vụ học tập cụ thể được điều chỉnh từ yêu cầu của sách giáo khoa (SGK) để hoạt động học phù hợp với nhịp độ tiếp thu và trình độ nhận thức của HS.

– GV nên thiết lập một bảng các yêu cầu cần đạt sau khi học mỗi đơn vị kiến thức để HS có thể biết và tự đánh giá kết quả học tập.

– Khi kết thúc một chủ đề hoặc một chương, GV có thể tổ chức kiểm tra, đánh giá kết quả học tập của HS và điều chỉnh cách dạy của mình.

B. GIỚI THIỆU VỀ SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 10 (CHÂN TRỜI SÁNG TẠO)

1. Một số đặc điểm chung

Sách giáo khoa Toán 10 thuộc bộ sách Chân trời sáng tạo được Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xuất bản theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Trong cuốn sách này, ba mạch kiến thức: **Đại số và một số yếu tố Giải tích, Hình học và Đo lường, Thống kê và Xác suất** được trình bày thành 10 chương, mỗi chương gồm nhiều bài học. Mỗi đơn vị bài học được thiết kế dựa trên các hoạt động: Khởi động, Khám phá, Thực hành, Vận dụng. Dưới sự hướng dẫn của sách, HS tự giải quyết các nhiệm vụ yêu cầu bài học đòi hỏi. Các hoạt động trong bài học nhằm giúp HS tìm tòi, khám phá, thực hành, luyện tập và có cơ hội vận dụng các kiến thức để giải quyết một số vấn đề trong thực tế cuộc sống.

Theo yêu cầu của chương trình, cuối mỗi tập đều có các bài **hoạt động thực hành và trải nghiệm**, sẽ giúp HS thêm yêu thích môn Toán, đồng thời tăng cường phát triển năng lực sử dụng toán học để giải quyết vấn đề trong cuộc sống thực tiễn và ứng dụng công nghệ thông tin trong việc học tập môn Toán.

2. Cấu trúc sách

Sách giáo khoa Toán 10 gồm hai tập. Dưới đây là cấu trúc sách, gồm phần/chương/bài và gợi ý về số tiết cho mỗi bài. Tuỳ theo điều kiện của địa phương, nhà trường mà GV có thể thay đổi cho phù hợp.

TẬP MỘT

STT	TÊN PHẦN / CHƯƠNG / BÀI		SỐ TIẾT	
(1)	(2)		(3)	
	Phần ĐẠI SỐ VÀ MỘT SỐ YẾU TỐ GIẢI TÍCH			
1	**CHƯƠNG I. MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP**	Bài 1. Mệnh đề	1	6
2		Bài 2. Tập hợp	2	
3		Bài 3. Các phép toán trên tập hợp	2	
4		Bài tập cuối chương I	1	
1	**CHƯƠNG II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**	Bài 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn	2	6
2		Bài 2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	2	
3		Bài tập cuối chương II	2	
1	**CHƯƠNG III. HÀM SỐ BẬC HAI VÀ ĐỒ THỊ**	Bài 1. Hàm số và đồ thị	2	10
2		Bài 2. Hàm số bậc hai	5	
3		Bài tập cuối chương III	3	
	Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG			
1	**CHƯƠNG IV. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC**	Bài 1. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°	2	10
2		Bài 2. Định lí côsin và định lí sin	3	
3		Bài 3. Giải tam giác và ứng dụng thực tế	2	
4		Bài tập cuối chương IV	3	
1	**CHƯƠNG V. VECTƠ**	Bài 1. Khái niệm vectơ	2	10
2		Bài 2. Tổng và hiệu của hai vectơ	2	
3		Bài 3. Tích của một số với một vectơ	2	
4		Bài 4. Tích vô hướng của hai vectơ	2	
5		Bài tập cuối chương V	2	
	Phần THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT			
1	**CHƯƠNG VI. THỐNG KÊ**	Bài 1. Số gần đúng và sai số	2	10
2		Bài 2. Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng và biểu đồ	2	
3		Bài 3. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu	2	
4		Bài 4. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu	2	
5		Bài tập cuối chương VI	2	

	HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM			
1		Bài 1. Dùng máy tính cầm tay để tính toán với số gần đúng và tính các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê	1	2
2		Bài 2. Dùng bảng tính để tính các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê	1	
			54	**54**

TẬP HAI

STT	TÊN PHẦN / CHƯƠNG / BÀI		SỐ TIẾT	
(1)	(2)		(3)	
	Phần ĐẠI SỐ VÀ MỘT SỐ YẾU TỐ GIẢI TÍCH			
1	**CHƯƠNG VII. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN**	Bài 1. Dấu của tam thức bậc hai	3	12
2		Bài 2. Giải bất phương trình bậc hai một ẩn	3	
3		Bài 3. Phương trình quy về phương trình bậc hai	3	
4		Bài tập cuối chương VII	3	
1	**CHƯƠNG VIII. ĐẠI SỐ TỔ HỢP**	Bài 1. Quy tắc cộng và quy tắc nhân	3	12
2		Bài 2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp	4	
3		Bài 3. Nhị thức Newton	2	
4		Bài tập cuối chương VIII	3	
	Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG			
1	**CHƯƠNG IX. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG**	Bài 1. Toạ độ của vectơ	2	16
2		Bài 2. Đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ	3	
3		Bài 3. Đường tròn trong mặt phẳng toạ độ	2	
4		Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ	6	
5		Bài tập cuối chương IX	3	
	Phần THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT			
1	**CHƯƠNG X. XÁC SUẤT**	Bài 1. Không gian mẫu và biến cố	1	5
2		Bài 2. Xác suất của biến cố	2	
3		Bài tập cuối chương X	2	

	HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM			
1		Bài 1. Vẽ đồ thị hàm số bậc hai bằng phần mềm GeoGebra	2	6
2		Bài 2. Vẽ ba đường conic bằng phần mềm GeoGebra	4	
			51	**51**

Lưu ý: Các tiết kiểm tra được tính vào phần ôn tập chương.

3. Một số điểm mới trong cấu trúc sách giáo khoa Toán 10

Mỗi bài học luôn có phần mở đầu (Hoạt động khởi động) nhằm giới thiệu vấn đề HS cần thảo luận hoặc các hoạt động cụ thể mà HS phải thực hiện để kiến tạo kiến thức.

Mỗi chủ điểm kiến thức trong bài học thường được giới thiệu theo trình tự:

Hoạt động khởi động →	Hoạt động khám phá →	Hoạt động thực hành →	Hoạt động vận dụng
Giới thiệu kiến thức mới.	Nhằm đưa đến nội dung kiến thức.	Giúp HS làm các bài tập cơ bản.	Ứng dụng kiến thức đã biết vào một tình huống hay giải quyết bài toán thực tiễn.

Nhóm tác giả đã tập trung thiết kế các hoạt động (HĐ) cho HS dựa trên các nguyên tắc sau:

– HĐ phải đi trước sự phát triển, kéo theo sự phát triển của HS.

– Xây dựng HĐ dựa trên vùng phát triển hiện tại và vùng phát triển gần nhất của HS (lớp 9 chuẩn bị lên lớp 10).

– Tích cực hoá quá trình nhận thức của HS.

– Nâng cao sự tương tác giữa SGK và HS.

– Khởi động tư duy, gây hứng thú học tập cho HS.

– Tạo thuận lợi cho GV khi tiến hành các phương pháp dạy học tích cực.

4. Dự kiến khung phân phối chương trình

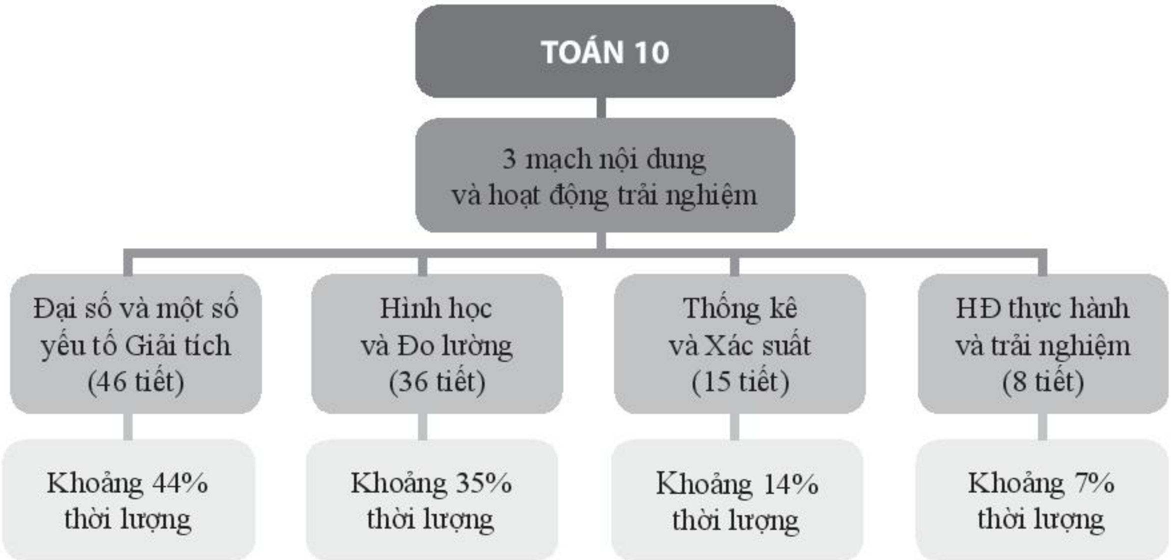
Lưu ý về cách vận dụng khung phân phối chương trình dự kiến:

– Nên bố trí sao trong mỗi học kì có đủ ba mạch nội dung và hoạt động thực hành và trải nghiệm theo chương trình môn Toán lớp 10: Đại số và một số yếu tố Giải tích; Hình học và Đo lường; Thống kê và Xác suất.

Một số lưu ý khi phân tiết:

– Tổ chuyên môn có thể thống nhất số tiết của mỗi bài sao cho phù hợp với tình hình thực tế của từng trường và đảm bảo được mục tiêu, yêu cầu cần đạt.

– Nên bố trí một số tiết dự phòng (so với tổng số tiết quy định của cả năm) để GV có thể sử dụng cho giờ kiểm tra, bổ sung tiết cho những bài khó, bài dài hoặc dự phòng để bù giờ.



Gợi ý về một cách lập kế hoạch giảng dạy môn Toán lớp 10 để tổ chuyên môn tham khảo

PHÂN PHỐI CHƯƠNG TRÌNH THEO MẠCH KIẾN THỨC

TẬP MỘT – HỌC KÌ I (54 tiết)

Đại số và một số yếu tố Giải tích: 22 tiết – **Hình học và Đo lường:** 20 tiết
Thống kê và Xác suất: 10 tiết – **Hoạt động thực hành và trải nghiệm:** 2 tiết

Tuần	Tiết	Tên bài học	Tuần	Tiết	Tên bài học
1	1	ĐS và một số yếu tố GT	**2**	2	ĐS và một số yếu tố GT
	1	Hình học và Đo lường		3	Hình học và Đo lường
	2	Hình học và Đo lường		4	Hình học và Đo lường
3	3	ĐS và một số yếu tố GT	**4**	4	ĐS và một số yếu tố GT
	5	Hình học và Đo lường		7	Hình học và Đo lường
	6	Hình học và Đo lường		8	Hình học và Đo lường
5	5	ĐS và một số yếu tố GT	**6**	6	ĐS và một số yếu tố GT
	9	Hình học và Đo lường		11	Hình học và Đo lường
	10	Hình học và Đo lường		12	Hình học và Đo lường
7	7	ĐS và một số yếu tố GT	**8**	8	ĐS và một số yếu tố GT
	13	Hình học và Đo lường		15	Hình học và Đo lường
	14	Hình học và Đo lường		16	Hình học và Đo lường
9	9	ĐS và một số yếu tố GT	**10**	10	ĐS và một số yếu tố GT
	17	Hình học và Đo lường		11	ĐS và một số yếu tố GT
	18	Hình học và Đo lường		19	Hình học và Đo lường

11	12	Kiểm tra giữa học kì I	**12**	2	Thống kê và Xác suất
	20			13	ĐS và một số yếu tố GT
	1	Thống kê và Xác suất		14	ĐS và một số yếu tố GT
13	3	Thống kê và Xác suất	**14**	4	Thống kê và Xác suất
	15	ĐS và một số yếu tố GT		17	ĐS và một số yếu tố GT
	16	ĐS và một số yếu tố GT		18	ĐS và một số yếu tố GT
15	5	Thống kê và Xác suất	**16**	7	Thống kê và Xác suất
	6	Thống kê và Xác suất		8	Thống kê và Xác suất
	19	ĐS và một số yếu tố GT		20	ĐS và một số yếu tố GT
17	1	Hoạt động thực hành và trải nghiệm	**18**	9	Thống kê và Xác suất
	2	Hoạt động thực hành và trải nghiệm		10	Kiểm tra học kì I
	21	ĐS và một số yếu tố GT		22	

TẬP HAI – HỌC KÌ II (51 tiết)					
Đại số và một số yếu tố Giải tích: 24 tiết – **Hình học và Đo lường:** 16 tiết **Thống kê và Xác suất:** 5 tiết – **Hoạt động thực hành và trải nghiệm:** 6 tiết					
Tuần	**Tiết**	**Tên bài học**	**Tuần**	**Tiết**	**Tên bài học**
19	1	ĐS và một số yếu tố GT	**20**	3	ĐS và một số yếu tố GT
	2	ĐS và một số yếu tố GT		2	Hình học và Đo lường
	1	Hình học và Đo lường		3	Hình học và Đo lường
21	4	ĐS và một số yếu tố GT	**22**	5	ĐS và một số yếu tố GT
	4	Hình học và Đo lường		6	Hình học và Đo lường
	5	Hình học và Đo lường		7	Hình học và Đo lường
23	6	ĐS và một số yếu tố GT	**24**	7	ĐS và một số yếu tố GT
	8	Hình học và Đo lường		10	Hình học và Đo lường
	9	Hình học và Đo lường		11	Hình học và Đo lường
25	8	ĐS và một số yếu tố GT	**26**	9	ĐS và một số yếu tố GT
	12	Hình học và Đo lường		14	Hình học và Đo lường
	13	Hình học và Đo lường		15	Hình học và Đo lường
27	10	ĐS và một số yếu tố GT	**28**	12	ĐS và một số yếu tố GT
	11	Kiểm tra giữa học kì II		1	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
	16			2	Hoạt động thực hành và trải nghiệm

29	13	ĐS và một số yếu tố GT	**30**	14	ĐS và một số yếu tố GT
	3	Hoạt động thực hành và trải nghiệm		5	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
	4	Hoạt động thực hành và trải nghiệm		6	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
31	15	ĐS và một số yếu tố GT	**32**	17	ĐS và một số yếu tố GT
	16	ĐS và một số yếu tố GT		18	ĐS và một số yếu tố GT
	1	Thống kê và Xác suất		2	Thống kê và Xác suất
33	19	ĐS và một số yếu tố GT	**34**	21	ĐS và một số yếu tố GT
	20	ĐS và một số yếu tố GT		4	Thống kê và Xác suất
	3	Thống kê và Xác suất		5	Thống kê và Xác suất
35	22	ĐS và một số yếu tố GT			
	23	Kiểm tra học kì II			
	24				

PHÂN PHỐI CHƯƠNG TRÌNH CHI TIẾT THEO BÀI

HỌC KÌ I (54 tiết)					
Đại số và một số yếu tố Giải tích: 22 tiết – **Hình học và Đo lường:** 20 tiết **Thống kê:** 10 tiết – **Hoạt động thực hành và trải nghiệm:** 2 tiết					
Tuần	**Tiết**	**Tên bài học**	**Tuần**	**Tiết**	**Tên bài học**
1	1	Bài 1. Mệnh đề	**2**	2	Bài 2. Tập hợp
	1	Bài 1. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°		3	Bài 2. Định lí côsin và định lí sin
	2	Bài 1. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°		4	Bài 2. Định lí côsin và định lí sin
3	3	Bài 2. Tập hợp	**4**	4	Bài 3. Các phép toán trên tập hợp
	5	Bài 2. Định lí côsin và định lí sin		7	Bài 3. Giải tam giác và ứng dụng thực tế
	6	Bài 3. Giải tam giác và ứng dụng thực tế		8	Bài tập cuối chương IV
5	5	Bài 3. Các phép toán trên tập hợp	**6**	6	Bài tập cuối chương I
	9	Bài tập cuối chương IV		11	Bài 1. Khái niệm vectơ
	10	Bài tập cuối chương IV		12	Bài 1. Khái niệm vectơ
7	7	Bài 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn	**8**	8	Bài 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn
	13	Bài 2. Tổng và hiệu của hai vectơ		15	Bài 3. Tích của một số với một vectơ
	14	Bài 2. Tổng và hiệu của hai vectơ		16	Bài 3. Tích của một số với một vectơ

9	9	Bài 2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	**10**	10	Bài 2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
	17	Bài 4. Tích vô hướng của hai vectơ		11	Bài tập cuối chương II
	18	Bài 4. Tích vô hướng của hai vectơ		19	Bài tập cuối chương V
11	12	Kiểm tra giữa học kì I	**12**	2	Bài 1. Số gần đúng và sai số
	20			13	Bài 1. Hàm số và đồ thị
	1	Bài 1. Số gần đúng và sai số		14	Bài 1. Hàm số và đồ thị
13	3	Bài 2. Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng và biểu đồ	**14**	4	Bài 2. Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng và biểu đồ
	15	Bài 2. Hàm số bậc hai		17	Bài 2. Hàm số bậc hai
	16	Bài 2. Hàm số bậc hai		18	Bài 2. Hàm số bậc hai
15	5	Bài 3. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu	**16**	7	Bài 4. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu
	6	Bài 3. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu		8	Bài 4. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu
	19	Bài 2. Hàm số bậc hai		20	Bài tập cuối chương III
17	1	HĐTH&TN: Bài 1. Dùng máy tính cầm tay để tính toán với số gần đúng và tính các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê	**18**	9	Bài tập cuối chương VI
	2	HĐTH&TN: Bài 2. Dùng bảng tính để tính các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê		10	Kiểm tra học kì I
	21	Bài tập cuối chương III		22	

HỌC KÌ II (51 tiết)					
Đại số và một số yếu tố Giải tích: 24 tiết – **Hình học và Đo lường:** 16 tiết **Xác suất:** 5 tiết – **Hoạt động thực hành và trải nghiệm:** 6 tiết					
Tuần	**Tiết**	**Tên bài học**	**Tuần**	**Tiết**	**Tên bài học**
19	1	Bài 1. Dấu của tam thức bậc hai	**20**	3	Bài 1. Dấu của tam thức bậc hai
	2	Bài 1. Dấu của tam thức bậc hai		2	Bài 1. Toạ độ của vectơ
	1	Bài 1. Toạ độ của vectơ		3	Bài 2. Đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ
21	4	Bài 2. Giải bất phương trình bậc hai một ẩn	**22**	5	Bài 2. Giải bất phương trình bậc hai một ẩn
	4	Bài 2. Đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ		6	Bài 3. Đường tròn trong mặt phẳng toạ độ
	5	Bài 2. Đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ		7	Bài 3. Đường tròn trong mặt phẳng toạ độ

23	6	Bài 2. Giải bất phương trình bậc hai một ẩn	**24**	7	Bài 3. Phương trình quy về phương trình bậc hai
	8	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ		10	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ
	9	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ		11	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ
25	8	Bài 3. Phương trình quy về phương trình bậc hai	**26**	9	Bài 3. Phương trình quy về phương trình bậc hai
	12	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ		14	Bài tập cuối chương IX
	13	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ		15	Bài tập cuối chương IX
27	10	Bài tập cuối chương VII	**28**	12	Bài tập cuối chương VII
	11	Kiểm tra giữa học kì II		1	HĐTH&TN: Bài 1. Vẽ đồ thị hàm số bậc hai bằng phần mềm GeoGebra
	16			2	HĐTH&TN: Bài 1. Vẽ đồ thị hàm số bậc hai bằng phần mềm GeoGebra
29	13	Bài 1. Quy tắc cộng và quy tắc nhân	**30**	14	Bài 1. Quy tắc cộng và quy tắc nhân
	3	HĐTH&TN: Bài 2. Vẽ ba đường conic bằng phần mềm GeoGebra		5	HĐTH&TN: Bài 2. Vẽ ba đường conic bằng phần mềm GeoGebra
	4	HĐTH&TN: Bài 2. Vẽ ba đường conic bằng phần mềm GeoGebra		6	HĐTH&TN: Bài 2. Vẽ ba đường conic bằng phần mềm GeoGebra
31	15	Bài 1. Quy tắc cộng và quy tắc nhân	**32**	17	Bài 2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp
	16	Bài 2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp		18	Bài 2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp
	1	Bài 1. Không gian mẫu và biến cố		2	Bài 1. Không gian mẫu và biến cố
33	19	Bài 2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp	**34**	21	Bài 3. Nhị thức Newton
	20	Bài 3. Nhị thức Newton		4	Bài 2. Xác suất của biến cố
	3	Bài 2. Xác suất của biến cố		5	Bài tập cuối chương X
35	22	Bài tập cuối chương VIII			
	23	Kiểm tra học kì II			
	24				

Phần hai

HƯỚNG DẪN DẠY HỌC THEO SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 10

(Chân trời sáng tạo)

Phần ĐẠI SỐ VÀ MỘT SỐ YẾU TỐ GIẢI TÍCH

Chương I

MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực toán học

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

Mệnh đề

– Nhận biết và thể hiện được các khái niệm mệnh đề (mệnh đề logic), mệnh đề chứa biến, mệnh đề phủ định, kéo theo, mệnh đề đảo, hai mệnh đề tương đương, mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall$, $\exists$; sử dụng đúng các thuật ngữ điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ.

– Xác định được tính đúng sai của một mệnh đề trong những trường hợp đơn giản.

Tập hợp

– Nhận biết và thể hiện được các khái niệm tập hợp, phần tử, tập con, hai tập hợp bằng nhau, tập rỗng; sử dụng đúng các kí hiệu $\in$, $\subset$, $\supset$, $\varnothing$.

– Thực hiện được phép toán trên tập hợp (hợp, giao, hiệu của hai tập hợp, phần bù của một tập con); sử dụng biểu đồ Ven để biểu diễn chúng trong những trường hợp cụ thể.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn liên quan đến số phần tử của tập hợp và các phép toán trên tập hợp.

2. Phát triển năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. MỆNH ĐỀ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết và thể hiện được các mệnh đề logic (mệnh đề), xác định được tính đúng sai của các mệnh đề đơn giản; nhận biết khái niệm mệnh đề chứa biến.

– Nhận biết và phát biểu được các loại mệnh đề: mệnh đề phủ định, mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo; mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall$, $\exists$; xác định được tính đúng sai của các mệnh đề này trong những trường hợp đơn giản; nhận biết hai mệnh đề tương đương.

– Nhận biết khái niệm và sử dụng đúng các thuật ngữ: định lí, giả thiết, kết luận, điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ.

2. Năng lực cần chú trọng

Bài học có ưu thế phát triển các năng lực sau đây:

– *Năng lực giao tiếp toán học:* HS sử dụng các khái niệm, thuật ngữ (mệnh đề, mệnh đề đúng, mệnh đề sai, mệnh đề phủ định, mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo, hai mệnh đề tương đương, với mọi, tồn tại, định lí, giả thiết, kết luận, điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ), kí hiệu ($\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\overline{\ldots}$, $\forall$, $\exists$), … để biểu đạt, tiếp nhận (viết và nói) các ý tưởng, thông tin (trong học tập cũng như trong đời thường) một cách rõ ràng, súc tích và chính xác.

– *Tư duy và lập luận toán học:* HS phân tích, nhận thức đầy đủ hơn các thành phần cấu trúc cơ bản trong các lập luận quen thuộc (mệnh đề, phủ định của mệnh đề, định lí, giả thiết, kết luận, …).

3. Tích hợp: Tích hợp nội môn và tích hợp Toán học với cuộc sống.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Mệnh đề là một khái niệm nguyên thuỷ, không định nghĩa. Thuộc tính cơ bản của một mệnh đề là giá trị chân lí của nó (là 1 hoặc 0, tương ứng với đúng hoặc sai). Trong logic toán, người ta quy định:

Một mệnh đề phải hoặc đúng hoặc sai (luật bài trung);

Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai (luật phi mâu thuẫn).

Lưu ý rằng SGK không dùng thuật ngữ "giá trị chân lí" của mệnh đề, mà chỉ gọi là "tính đúng sai".

HS nhận biết và thể hiện khái niệm mệnh đề thông qua các ví dụ cụ thể quen thuộc. Trong dạy học, sau khi HS nhận biết một số ví dụ, có thể phát biểu "Mệnh đề là một câu khẳng định có tính hoặc đúng hoặc sai".

2. Mục đích cốt lõi của chương này là trang bị cho HS ngôn ngữ (ngôn ngữ mệnh đề và ngôn ngữ tập hợp) để học tập các nội dung toán cấp Trung học phổ thông và ứng dụng toán học trong cuộc sống (không phải là trang bị kiến thức về logic toán). Trong bài này, HS cần được tiếp cận với các khái niệm (mệnh đề, mệnh đề chứa biến, mệnh đề phủ định, …) thông qua các ví dụ quen thuộc, đơn giản. Chỉ nên yêu cầu HS xác định tính đúng sai của các mệnh đề đơn giản, quen thuộc để HS củng cố khái niệm.

3. GV sử dụng linh hoạt các phương pháp dạy học tích cực, phát huy tối đa tính tích cực, chủ động của HS trong tham gia hoạt động, hoàn thành các nhiệm vụ học tập.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

Hoạt động khởi động (HĐKĐ)

Hãy theo dõi tình huống sau đây:

Bạn có thể phát biểu định lí theo cách khác?
Sau bài học này, bạn còn có thể đưa ra những cách phát biểu khác nữa.

Mục đích: Từ tình huống quen thuộc, kích thích HS suy nghĩ, tạo sự tò mò và tâm thế bước vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu vấn đề, HS suy nghĩ, trao đổi tìm phương án trả lời. GV nhận xét, xác nhận các phương án đưa ra của HS. Cuối hoạt động, GV đưa ra nhận định rằng, trong bài học này chúng ta sẽ tìm hiểu kĩ hơn về những cách phát biểu định lí ở trên, cũng như có thêm những cách phát biểu khác nhờ sử dụng những khái niệm mới.

Hướng dẫn – đáp án: Nhìn chung, hai phương án cho sẵn là quen thuộc với HS. Phương án thứ nhất (bên trái) được phát biểu thành hai câu. Phương án thứ hai có cấu trúc "Nếu … thì …" (câu ghép). Phương án khác có thể chọn là "Một tam giác cân thì có hai góc ở đáy bằng nhau" (câu đơn). Cũng có thể phát biểu: "Nếu tam giác ABC cân thì hai góc ở đáy của nó bằng nhau" (giống phương án thứ hai, chỉ thay đổi chủ ngữ về sau).

Chú ý: Sau bài học, HS nhận thấy còn có cách phát biểu khác nhờ sử dụng khái niệm "điều kiện cần" hoặc "điều kiện đủ". Tuy nhiên, ở tình huống khởi động GV chưa nên đề cập đến các khái niệm này.

1. Mệnh đề

Hoạt động khám phá 1 (HĐKP 1)

1 Xét các câu sau đây:

(1) $1 + 1 = 2$.

(2) Dân ca Quan họ là di sản văn hoá phi vật thể đại diện của nhân loại.

(3) Dơi là một loài chim.

(4) Nấm có phải là một loài thực vật không?

(5) Hoa hồng đẹp nhất trong các loài hoa.

(6) Trời ơi, nóng quá!

Hình 1. Hát đối Quan họ

Trong những câu trên,

a) Câu nào là khẳng định đúng, câu nào là khẳng định sai?

b) Câu nào không phải là khẳng định?

c) Câu nào là khẳng định, nhưng không thể xác định nó đúng hay sai?

Mục đích: Thông qua nhận biết những câu khẳng định có tính hoặc đúng hoặc sai và phân biệt với những loại câu khác (câu không phải là câu khẳng định, câu khẳng định nhưng không/chưa thể xác định là đúng hay sai), HS nhận biết khái niệm mệnh đề logic (gọi tắt là mệnh đề).

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải rõ ràng, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

(1), (2) là các khẳng định đúng. Dân ca Quan họ được UNESCO công nhận là di sản văn hoá phi vật thể đại diện của nhân loại vào năm 2009.

(3) là khẳng định sai. Dơi là một loài thú.

(4) và (6) đều không phải là khẳng định (lần lượt là câu hỏi, câu cảm thán).

(5) là câu khẳng định, tuy nhiên, không thể xác định khẳng định này đúng hay sai (không có tiêu chí rõ ràng, phụ thuộc chủ quan từng người).

Hoạt động thực hành 1 (HĐTH 1)

1 Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

a) $\sqrt{2}$ là số vô tỉ;

b) $\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{10}}>2$;

c) 100 tỉ là số rất lớn;

d) Trời hôm nay đẹp quá!

Mục đích: HS thực hành nhận biết và củng cố khái niệm mệnh đề.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày và giải thích lời giải, thảo luận với bạn trong nhóm hoặc cả lớp.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Là mệnh đề (đúng). Ở cấp Trung học cơ sở, HS đã biết "$\sqrt{2}$ là số vô tỉ".

b) Là mệnh đề. Khó kiểm tra là khẳng định đúng hay sai, nhưng chắc chắn khẳng định này chỉ có thể hoặc đúng hoặc sai.

c) Không phải là mệnh đề. Mặc dù đó là một khẳng định, nhưng không thể xác định khẳng định đó đúng hay sai, vì chưa có tiêu chí để đối chiếu. Trong thực tế, tuỳ theo hoàn cảnh mà người ta coi đó là khẳng định đúng hay sai.

d) Là câu cảm thán, không phải mệnh đề.

HĐTH 2

2 Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Vịnh Hạ Long là di sản thiên nhiên thế giới;

b) $\sqrt{(-5)^2} = -5$;

c) $5^2 + 12^2 = 13^2$.

Hình 2. Vịnh Hạ Long

Mục đích: HS thực hành nhận biết tính đúng sai của mệnh đề, sử dụng các kiến thức xã hội và các kiến thức toán học quen thuộc đã biết.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, giải và trình bày lời giải, có thể đưa thêm thông tin liên quan, mở rộng để làm rõ thêm cho câu trả lời.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Là mệnh đề đúng. Vịnh Hạ Long được UNESCO công nhận là di sản thiên nhiên thế giới lần thứ nhất vào năm 1994 và lần thứ hai vào năm 2000.

b) Là mệnh đề sai. c) Là mệnh đề đúng.

2. Mệnh đề chứa biến

HĐKP 2

2 Xét câu "*n* chia hết cho 5" (*n* là số tự nhiên).

a) Có thể khẳng định câu trên là đúng hay sai không?

b) Tìm hai giá trị của *n* sao cho câu trên là khẳng định đúng, hai giá trị của *n* sao cho câu trên là khẳng định sai.

Mục đích: Thông qua xét một câu khẳng định phụ thuộc số tự nhiên n (như là một ví dụ đơn giản và quen thuộc), HS nhận biết khái niệm mệnh đề chứa biến.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày và giải thích lời giải rõ ràng.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Không thể, vì câu này khi đúng khi sai, tùy theo giá trị của n.

b) HS có thể đưa ra nhiều giá trị khác nhau.

HĐTH 3

3 Với mỗi mệnh đề chứa biến sau, tìm những giá trị của biến để nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

a) $P(x)$: "$x^2 = 2$";

b) $Q(x)$: "$x^2 + 1 > 0$";

c) $R(n)$: "$n + 2$ chia hết cho 3" (n là số tự nhiên).

Mục đích: HS thực hành chỉ ra những giá trị của biến để mệnh đề chứa biến đúng, sai; qua đó nhận biết và củng cố khái niệm mệnh đề chứa biến.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, giải và trình bày lời giải, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Khi $x = \sqrt{2}$ hoặc $x = -\sqrt{2}$ thì $P(x)$ đúng; $P(x)$ sai với các giá trị (thực) khác của x.

b) $Q(x)$ đúng với mọi giá trị (thực) của x; không có giá trị của x để $Q(x)$ sai.

c) HS có thể đưa ra nhiều phương án khác nhau.

3. Mệnh đề phủ định

HĐKP 3

3 Xét các cặp mệnh đề nằm cùng dòng của bảng (có hai cột P và $\overline{P}$) sau đây:

P	$\overline{P}$
Dơi là một loài chim.	Dơi không phải là một loài chim.
π không phải là một số hữu tỉ.	π là một số hữu tỉ.
$\sqrt{2} + \sqrt{3} > \sqrt{5}$.	$\sqrt{2} + \sqrt{3} \le \sqrt{5}$.
$\sqrt{2}.\sqrt{18} = 6$.	$\sqrt{2}.\sqrt{18} \ne 6$.

Nêu nhận xét về tính đúng sai của hai mệnh đề cùng cặp.

Mục đích: Thông qua việc xác định tính đúng sai của các mệnh đề về những sự kiện quen thuộc, HS nhận biết sự trái ngược nhau về tính đúng sai của một số cặp mệnh đề. Từ đó hình thành khái niệm *mệnh đề phủ định*. Hơn nữa, HS cũng nhận biết một số cách phát biểu phổ biến về mệnh đề phủ định của một mệnh đề.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình.

GV gợi ý, nhấn mạnh giúp HS phát hiện rằng, thực ra chỉ cần nhìn vào phát biểu của các mệnh đề có thể nhận thấy chúng có tính đúng sai trái ngược nhau.

Hướng dẫn – đáp án: Hai mệnh đề cùng cặp có tính đúng sai trái ngược nhau (mệnh đề này đúng thì mệnh đề kia sai và ngược lại).

HĐTH 3

4 Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề và mệnh đề phủ định của nó.

a) Paris là thủ đô của nước Anh;

b) 23 là số nguyên tố;

c) 2 021 chia hết cho 3;

d) Phương trình $x^2 - 3x + 4 = 0$ vô nghiệm.

Mục đích: Thực hành phát biểu mệnh đề phủ định của mệnh đề bằng ngôn ngữ tự nhiên; luyện tập việc xác định tính đúng sai của mệnh đề.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án: (Kí hiệu P là mệnh đề đã cho).

a) $\overline{P}$: "Paris không phải là thủ đô của nước Anh". P sai, $\overline{P}$ đúng.

b) $\overline{P}$: "23 không phải là số nguyên tố". P đúng, $\overline{P}$ sai.

c) $\overline{P}$: "2021 không chia hết cho 3". P sai, $\overline{P}$ đúng.

d) $\overline{P}$: "Phương trình $x^2 - 3x + 4 = 0$ có nghiệm". P đúng, $\overline{P}$ sai.

4. Mệnh đề kéo theo

HĐKP 4

4 Xét hai mệnh đề sau:

(1) Nếu ABC là tam giác đều thì nó là tam giác cân;

(2) Nếu $2a - 4 > 0$ thì $a > 2$.

a) Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề trên.

b) Mỗi mệnh đề trên đều có dạng "Nếu P thì Q". Chỉ ra P và Q ứng với mỗi mệnh đề đó.

Mục đích: Thông qua xem xét một số mệnh đề quen thuộc, xác định tính đúng sai của chúng và nhận ra các mệnh P, Q trong mệnh đề dạng "Nếu P thì Q". Từ đó hình thành khái niệm mệnh đề kéo theo.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm. HS trình bày lời giải trước lớp với những lập luận, lí giải rõ ràng bằng ngôn ngữ của mình.

Hướng dẫn – đáp án:

a) (1) và (2) đều là mệnh đề đúng.

b) Với mệnh đề (1), P: "Tam giác ABC là tam giác đều", Q: "Tam giác ABC là tam giác cân".

Với mệnh đề (2), P: "$2a - 4 > 0$", Q: "$a > 2$".

Chú ý: HS nhận biết hai mệnh đề dạng "Nếu P thì Q" đã cho là đúng bằng kinh nghiệm từ lớp dưới (nếu có P thì có Q), chưa cần dùng đến quy tắc xác định tính đúng sai của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ được giới thiệu phía dưới.

GV không nên sa đà vào trường hợp mệnh đề "Nếu P thì Q" đúng khi P sai, Q đúng.

HĐTH 5

5 Xét hai mệnh đề:

P: "Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau";

Q: "Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có diện tích bằng nhau".

a) Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

b) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ có phải là một định lí không? Nếu có, sử dụng thuật ngữ "điều kiện cần", "điều kiện đủ" để phát biểu định lí này theo hai cách khác nhau.

Mục đích: HS thực hành phát biểu mệnh đề và xác định tính đúng sai của mệnh đề kéo theo; thực hành nhận biết và sử dụng khái niệm "điều kiện cần", "điều kiện đủ".

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày và giải thích lời giải.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Chẳng hạn, $P \Rightarrow Q$: "Nếu hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau thì diện tích của chúng bằng nhau".

b) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ đúng, nó là định lí.

"Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau là điều kiện đủ để diện tích của chúng bằng nhau".

"Để hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau, điều kiện cần là chúng có diện tích bằng nhau".

Có nhiều cách phát biểu khác nhau, tùy thuộc vào cách đặt câu.

4. Mệnh đề đảo. Hai mệnh đề tương đương

HĐKP 5

5 Xét hai mệnh đề dạng $P \Rightarrow Q$ sau:

"Nếu ABC là tam giác đều thì nó có hai góc bằng 60°";

"Nếu $a = 2$ thì $a^2 - 4 = 0$".

a) Chỉ ra P, Q và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề trên.

b) Với mỗi mệnh đề đã cho, phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$ và xét tính đúng sai của nó.

Mục đích: Thông qua xét tính đúng sai của mệnh đề dạng $P \Rightarrow Q$ cụ thể, phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$ và xét tính đúng sai của nó, HS nhận biết khái niệm *mệnh đề đảo* và khái niệm *hai mệnh đề tương đương*.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, thực hiện yêu cầu của hoạt động, tiếp đó, trình bày và giải thích lời giải.

Hướng dẫn – đáp án:

a) P: "Tam giác ABC là tam giác đều"; Q: "Tam giác ABC có hai góc bằng $60°$". $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng.

P: "$a = 2$"; Q: "$a^2 - 4 = 0$". $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng.

b) $Q \Rightarrow P$: "Nếu tam giác ABC có hai góc bằng $60°$ thì nó là tam giác đều" là mệnh đề đúng.

$Q \Rightarrow P$: "Nếu $a^2 - 4 = 0$ thì $a = 2$" là mệnh đề sai.

HĐTH 6

6 Xét hai mệnh đề:

P: "Tứ giác $ABCD$ là hình vuông";

Q: "Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau".

a) Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề đảo của nó.

b) Hai mệnh đề P và Q có tương đương không? Nếu có, sử dụng thuật ngữ "điều kiện cần và đủ" hoặc "khi và chỉ khi" để phát biểu định lí $P \Leftrightarrow Q$ theo hai cách khác nhau.

Mục đích: HS thực hành phát biểu mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo của mệnh đề kéo theo; xác định sự tương đương của hai mệnh đề; sử dụng thuật ngữ "khi và chỉ khi", "điều kiện cần và đủ" để phát biểu định lí.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $P \Rightarrow Q$: "Nếu tứ giác $ABCD$ là hình vuông thì nó là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau".

$Q \Rightarrow P$: "Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau thì nó là hình vuông".

b) Hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng. Do đó, P và Q là hai mệnh đề tương đương.

$P \Leftrightarrow Q$: "Tứ giác $ABCD$ là hình vuông khi và chỉ khi nó là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau" hoặc "Để tứ giác $ABCD$ là hình vuông, điều kiện cần và đủ là nó là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau".

6. Mệnh đề chứa kí hiệu ∀, ∃

HĐKP 6

6 Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

(1) Với mọi số tự nhiên x, $\sqrt{x}$ là số vô tỉ;

(2) Bình phương của mọi số thực đều không âm;

(3) Có số nguyên cộng với chính nó bằng 0;

(4) Có số tự nhiên n sao cho $2n - 1 = 0$.

Mục đích: Thông qua phân tích tính đúng sai của một số mệnh đề toán học đơn giản có chứa từ "với mọi" hoặc "có" được phát biểu bằng ngôn ngữ tự nhiên, nhận biết và hình thành khái niệm mệnh đề chứa kí hiệu $\forall$, $\exists$.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải với lí giải rõ ràng.

Hướng dẫn – đáp án:

(1) là mệnh đề sai, vì có $x = 4$ mà $\sqrt{x} = \sqrt{4} = 2$ không phải là số vô tỉ.

(2) là mệnh đề đúng.

(3) là mệnh đề đúng, có số 0 cộng với chính nó bằng 0.

(4) là mệnh đề sai, vì chỉ có số $n = \dfrac{1}{2}$ thoả mãn $2n - 1 = 0$, mà $\dfrac{1}{2}$ không phải là số tự nhiên.

HĐTH 7

7 Sử dụng kí hiệu $\forall$, $\exists$ để viết các mệnh đề sau:

a) Mọi số thực cộng với số đối của nó đều bằng 0;

b) Có một số tự nhiên mà bình phương bằng 9.

Mục đích: HS thực hành, luyện tập sử dụng các kí hiệu $\forall$, $\exists$ để viết mệnh đề.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, trao đổi và nhận xét bài giải của nhau.

Hướng dẫn – đáp án: a) $\forall a \in \mathbb{R}, a + (-a) = 0$; b) $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 = 9$.

HĐTH 8

8 Xét tính đúng sai và viết mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$; b) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 5x - 4$; c) $\exists x \in \mathbb{Z}, 2x + 1 = 0$.

Mục đích: Luyện tập xác định tính đúng sai của mệnh đề chứa kí hiệu $\forall$, $\exists$.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, trao đổi và nhận xét bài giải của nhau.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Mệnh đề sai, vì có $x = 0$ mà $x^2 = 0$. Mệnh đề phủ định là "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$".

b) Phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$ có nghiệm $x = 1$, $x = 4$. Vậy có hai số thực $x = 1$ và $x = 4$ thoả mãn $x^2 = 5x - 4$. Do đó, đây là mệnh đề đúng. Mệnh đề phủ định là "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 5x - 4$".

c) Phương trình $2x + 1 = 0$ chỉ có một nghiệm $x = -\dfrac{1}{2}$, mà $-\dfrac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$ nên mệnh đề đã cho sai.

Mệnh đề phủ định là "$\forall x \in \mathbb{Z}, 2x + 1 \neq 0$".

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) và d) là mệnh đề; b) và c) là mệnh đề chứa biến.

2. a) Sai. Mệnh đề phủ định là "2 020 không chia hết cho 3".

b) Đúng. Mệnh đề phủ định là "$\pi \geq 3,15$".

c) Đúng (thời điểm năm 2020, 5 thành phố trực thuộc Trung ương gồm Hà Nội, Hải Phòng, Đà Nẵng, Thành phố Hồ Chí Minh, Cần Thơ). (Chú ý: Về sau, nếu có sự thay đổi thì mệnh đề sai.)

Mệnh đề phủ định là "Không phải nước ta hiện nay có 5 thành phố trực thuộc Trung ương".

d) Đúng. Mệnh đề phủ định là "Tam giác có hai góc 45° không phải là tam giác vuông cân".

3. a) $P \Rightarrow Q$: "Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì nó có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường". Đây là mệnh đề đúng.

b) $Q \Rightarrow P$: "Nếu tứ giác $ABCD$ có có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường thì nó là hình bình hành".

4. a) Giả thiết và kết luận của hai định lí như sau:

Định lí	**Giả thiết**	**Kết luận**
P	Hai tam giác bằng nhau.	Diện tích của hai tam giác đó bằng nhau.
Q	$a < b$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$.	$a + c < b + c$.

b) P: "Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để diện tích của hai tam giác đó bằng nhau" hoặc P: "Để hai tam giác bằng nhau, điều kiện cần là diện tích của chúng bằng nhau".

Q: "$a < b$ là điều kiện đủ để $a + c < b + c$"

hoặc Q: "$a + c < b + c$ là điều kiện cần để $a < b$" $(a, b, c \in \mathbb{R})$.

c) Mệnh đề đảo của định lí P là: "Nếu hai tam giác có diện tích bằng nhau thì hai tam giác đó bằng nhau". Mệnh đề này sai nên không phải là định lí.

Mệnh đề đảo của định lí Q là: "$a + c < b + c$ thì $a < b$" $(a, b, c \in \mathbb{R})$, là một định lí.

5. a) Điều kiện cần và đủ để một phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt là nó có biệt thức dương.

b) Để một hình bình hành là hình thoi, điều kiện cần và đủ là nó có hai đường chéo vuông góc với nhau.

6. a) P đúng, Q sai, R đúng.

b) P: "$\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$"; Q: "$\exists x \in \mathbb{N}, x^2 = 10$"; R: "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x - 1 = 0$".

7. a) Mệnh đề sai, vì chỉ có số $x = -3$ thoả mãn $x + 3 = 0$, mà $-3 \notin \mathbb{N}$.

Mệnh đề phủ định: $\forall x \in \mathbb{N}, x + 3 \neq 0$.

b) Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có $(x-1)^2 \geq 0$ nên $x^2 + 1 \geq 2x$. Do đó, mệnh đề đúng.

Mệnh đề phủ định: $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 < 2x$.

c) Mệnh đề sai, vì có $a = -1$ mà $\sqrt{a^2} = \sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 \neq a$.

Mệnh đề phủ định: $\exists a \in \mathbb{R}, \sqrt{a^2} \neq a$.

BÀI 2. TẬP HỢP

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết và thể hiện được các khái niệm tập hợp, phần tử, quan hệ liên thuộc, tập rỗng; sử dụng đúng kí hiệu $\in$, $\notin$, $\varnothing$; viết được tập hợp dưới dạng liệt kê các phần tử và dưới dạng chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử.

– Nhận biết và thể hiện được quan hệ bao hàm giữa các tập hợp, khái niệm tập con, hai tập hợp bằng nhau; sử dụng đúng các kí hiệu $\subset$, $\not\subset$, $\supset$, $=$.

– Sử dụng được biểu đồ Ven để biểu diễn tập hợp, quan hệ bao hàm giữa các tập hợp.

2. Năng lực cần chú trọng

Năng lực giao tiếp toán học: HS sử dụng các khái niệm, thuật ngữ (tập hợp, phần tử, tập rỗng, thuộc, tập con, nằm trong, hợp, giao, ...), các sơ đồ, biểu đồ (biểu đồ Ven), kí hiệu ($\in$, $\notin$, $\varnothing$, $\subset$, ...), ... để biểu đạt, tiếp nhận (viết và nói) các ý tưởng, thông tin (trong học tập cũng như trong đời thường) một cách rõ ràng, súc tích và chính xác.

3. Tích hợp: Tích hợp nội môn và tích hợp Toán học với cuộc sống.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Cũng như mệnh đề, tập hợp, phần tử, quan hệ liên thuộc ($\in$, $\notin$) là những khái niệm nguyên thuỷ, không định nghĩa. HS nhận biết và thể hiện các khái niệm này thông qua các ví dụ cụ thể.

2. HS đã được làm quen với các khái niệm tập hợp, phần tử và hai cách xác định tập hợp từ lớp 6, nhưng chưa học về quan hệ bao hàm và các phép toán trên tập hợp (theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018).

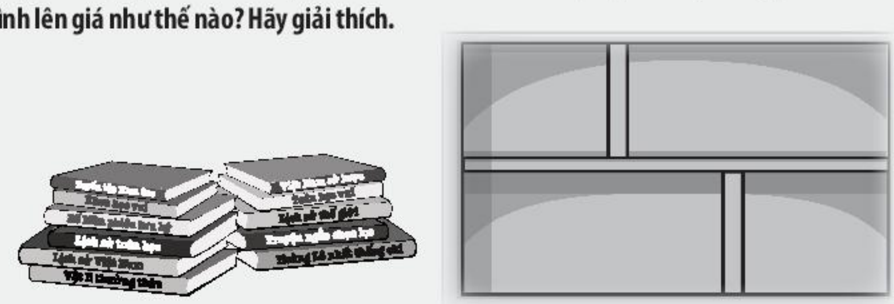
3. GV nhấn mạnh cho HS rằng khi liệt kê các phần tử của tập hợp, không phân biệt thứ tự của các phần tử, mỗi phần tử chỉ liệt kê một lần.

4. HS dễ dùng sai các kí hiệu $\in$, $\subset$ (ví dụ: $-1 \subset \mathbb{Z}$ hay $\{-1\} \in \mathbb{Z}$). GV nên để ý phát hiện và giúp HS sửa.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Giả sử bạn có một giá sách và các quyển sách như hình dưới đây. Bạn sẽ xếp các quyển sách của mình lên giá như thế nào? Hãy giải thích.



Mục đích: Thông qua tình huống thực tế gần gũi liên quan đến phân loại các đối tượng thành các nhóm, nhóm con, khơi gợi ý tưởng hình thành khái niệm tập hợp và tập hợp con.

Gợi ý tổ chức: HS thực hiện yêu cầu của hoạt động, trình bày phương án của mình.

HS có nhiều phương án phân chia các sách (gọi chung là đối tượng) ban đầu theo tiêu chí nào đó thành các nhóm sách (cũng có thể chia mỗi nhóm thành nhóm nhỏ hơn).

GV nhắc lại rằng, người ta dùng từ ***tập hợp*** (đã học ở lớp 6) để gọi *một nhóm đối tượng hoàn toàn xác định nào đó*; mỗi đối tượng của nhóm gọi là một ***phần tử*** của tập hợp đó.

Từ đó, GV yêu cầu HS chỉ ra các tập hợp, phần tử của tập hợp từ các kết quả khác của hoạt động (chẳng hạn, nhóm sách trước phân chia, mỗi nhóm sách sau phân chia và cả các "nhóm con" được chia ra từ các nhóm).

Ở đây, GV cũng có thể đề cập đến từ ***tập con*** để chỉ các nhóm con của nhóm (với thông báo sẽ tìm hiểu cụ thể hơn về khái niệm này ở mục 2 của bài học).

1. Nhắc lại về tập hợp

HĐTH 1

1

a) Lấy ba ví dụ về tập hợp và chỉ ra một số phần tử của chúng.

b) Với mỗi tập hợp $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, hãy sử dụng kí hiệu $\in$ và $\notin$ để chỉ ra hai phần tử thuộc, hai phần tử không thuộc tập hợp đó.

Mục đích: HS thực hành nhận biết khái niệm tập hợp và phần tử, sử dụng các kí hiệu $\in$, $\notin$ để biểu thị mối quan hệ giữa các số và tập hợp số quen thuộc.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, theo dõi, thảo luận và nhận xét lời giải của nhau. HS có nhiều phương án trả lời. GV xác nhận và sửa lỗi cho HS.

HĐTH 2

2

Viết các tập hợp sau đây dưới dạng liệt kê các phần tử và tìm số phần tử của mỗi tập hợp đó:

a) Tập hợp A các ước của 24;

b) Tập hợp B gồm các chữ số trong số 1 113 305;

c) $C = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là bội của 5 và } n \leq 30\}$;

d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2x + 3 = 0\}$.

Mục đích: HS thực hành, luyện tập viết tập hợp dưới dạng liệt kê các phần tử, củng cố khái niệm và sử dụng kí hiệu số phần tử của tập hợp.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải, theo dõi, thảo luận và nhận xét lời giải của nhau.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $A = \{-24; -12; -8; -6; -4; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$, $n(A) = 16$;

b) $B = \{0; 1; 3; 5\}$, $n(B) = 4$; c) $C = \{0; 5; 10; 15; 20; 25; 30\}$, $n(C) = 7$; d) $D = \varnothing$, $n(D) = 0$.

HĐTH 3

3 Viết các tập hợp sau đây dưới dạng chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử:

a) $A = \{1; 3; 5; ...; 15\}$;

b) $B = \{0; 5; 10; 15; 20; ...\}$;

c) Tập hợp C các nghiệm của bất phương trình $2x + 5 > 0$.

Mục đích: HS thực hành, luyện tập viết tập hợp dưới dạng chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $A = \{x \mid x$ là số tự nhiên lẻ, $x \leq 15\}$; b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ là bội của $5\}$;

c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x + 5 > 0\}$.

2. Tập con và hai tập hợp bằng nhau

HĐKP

Trong mỗi trường hợp sau đây, các phần tử của tập hợp A có thuộc tập hợp B không? Hãy giải thích.

a) $A = \{-1; 1\}$ và $B = \{-1; 0; 1; 2\}$;

b) $A = \mathbb{N}$ và $B = \mathbb{Z}$;

c) A là tập hợp các học sinh nữ của lớp 10E, B là tập hợp các học sinh của lớp này;

d) A là tập hợp các loài động vật có vú, B là tập hợp các loài động vật có xương sống.

Mục đích: Thông qua một số ví dụ cụ thể, dựa trên kiến thức đã biết, HS nhận biết quan hệ bao hàm giữa các tập hợp.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án: Các phần tử thuộc A đều thuộc B.

HĐTH 4

4 Trong mỗi cặp tập hợp sau đây, tập hợp nào là tập con của tập hợp còn lại? Chúng có bằng nhau không?

a) $A = \left\{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\right\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3 = 0\}$;

b) C là tập hợp các tam giác đều và D là tập hợp các tam giác cân;

c) $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ là ước của $12\}$ và $F = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ là ước của $24\}$.

Mục đích: Thực hành kiểm tra quan hệ bao hàm, bằng nhau giữa các tập hợp (dựa vào liệt kê hoặc chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử).

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $A = B$; b) $C \subset D$, C khác D; c) $E \subset F$, E khác F.

HĐTH 5

Viết tất cả các tập con của tập hợp $A = \{a; b\}$.

Mục đích: Củng cố khái niệm tập con của tập hợp; thực hành liệt kê (không thừa, không sót) các tập con của những tập hợp đơn giản.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm của mình.

Hướng dẫn – đáp án: $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a; b\}$.

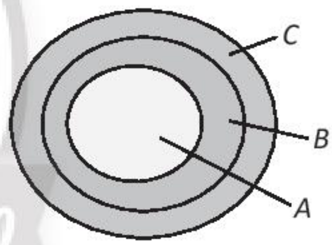
HĐVD

Bạn An khẳng định rằng: Với các tập hợp A, B, C bất kì, nếu $A \subset B$ và $B \subset C$ thì $A \subset C$. Khẳng định của bạn An có đúng không? Hãy giải thích bằng cách sử dụng biểu đồ Ven.

Mục đích: Củng cố kiến thức về quan hệ bao hàm giữa các tập hợp; thực hành dùng biểu đồ Ven để biểu thị quan hệ bao hàm giữa các tập hợp.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án: Khẳng định đúng. Từ biểu đồ Ven như hình bên, ta thấy miền biểu diễn A nằm trong miền biểu diễn C.



3. Một số tập con của tập hợp số thực

HĐTH 6

Dùng các kí hiệu đoạn, khoảng, nửa khoảng để viết các tập hợp sau đây:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3\}$; b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 10\}$;

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x \leq \sqrt{3}\}$; d) $\{x \in \mathbb{R} \mid \pi \leq x < 4\}$;

e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{1}{4}\}$; g) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{\pi}{2}\}$.

Mục đích: Thực hành, luyện tập biểu thị các tập hợp trên đường thẳng thực bằng kí hiệu khoảng, đoạn, nửa khoảng.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $(-2; 3)$; b) $[1; 10]$; c) $(-5; \sqrt{3}]$; d) $[\pi; 4)$; e) $(-\infty; \frac{1}{4})$; g) $[\frac{\pi}{2}; +\infty)$.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$; b) $B = \{\frac{-1}{2}; 1\}$; c) $C = \{10; 11; 12; \ldots; 99\}$.

2. a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ là ước của $18\}$; b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x + 1 > 0\}$;

c) $C = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{R}, 2x - y = 6\}$.

3. a) $A = \{0; 1\}$, $B = \{0; 1\}$. Từ đó, $A = B$.

b) $D \subset C$, vì mỗi hình vuông là một hình thoi. C khác D.

c) $E \subset F$, E khác F. Có thể dựa vào hình biểu diễn trên trục số.

4. Tập hợp B có 8 tập con, gồm: $\varnothing$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0; 1\}$, $\{1; 2\}$, $\{0; 2\}$, $\{0; 1; 2\}$.

5. a) $(-2\pi; 2\pi]$; b) $\left[-\sqrt{3}; \sqrt{3}\right]$; c) $(-\infty; 0)$; d) $[\frac{1}{3}; +\infty)$.

BÀI 3. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Thực hiện được các phép toán trên các tập hợp (hợp, giao, hiệu của hai tập hợp, phần bù của một tập con).

– Sử dụng được biểu đồ Ven để biểu diễn các tập hợp: hợp, giao, hiệu, phần bù.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn liên quan đến đếm số phần tử của tập hợp và các phép toán trên tập hợp.

– Xác định hợp, giao, hiệu, phần bù của các khoảng, đoạn, nửa khoảng trên trục số.

2. Năng lực cần chú trọng

Năng lực giao tiếp toán học: HS sử dụng các khái niệm, thuật ngữ (hợp, giao, hiệu, phần bù); các kí hiệu ($\cup$, $\cap$, ...) để biểu đạt và tiếp nhận các nội dung khác nhau một cách rõ ràng, súc tích và chính xác (trong quá trình học tập, trao đổi, trình bày, thảo luận cũng như trong cuộc sống).

Năng lực mô hình hoá toán học và giải quyết vấn đề toán học: Giải quyết các vấn đề liên quan đến đếm số phần tử bằng cách dùng khái niệm tập hợp để biểu đạt và sử dụng công thức liên quan đến tính số phần tử của hợp hai tập hợp.

3. Tích hợp: Tích hợp nội môn và tích hợp Toán học với cuộc sống.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Khi trình bày về các phép toán trên tập hợp, SGK không đưa vào các kí hiệu phép toán logic tuyển và hội, kiểu như

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right. \text{ hay } x \in A \cap B \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B. \end{array}\right.$$

2. Không yêu cầu HS chứng minh các đẳng thức tập hợp với tập hợp bất kì, kiểu như

$$A \cap B = B \cap A \text{ (giao hoán)}, (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \text{ (kết hợp)}, \ldots$$

Tuy nhiên, cũng có thể nhắc đến với các tập hợp cụ thể hoặc thông qua biểu diễn bằng biểu đồ Ven.

3. Khi lựa chọn, thiết kế các bài toán, cần chú ý tích hợp với các chủ đề đã học như phương trình, bất phương trình (bậc nhất), hệ phương trình (bậc nhất hai ẩn), ... (tích hợp nội môn).

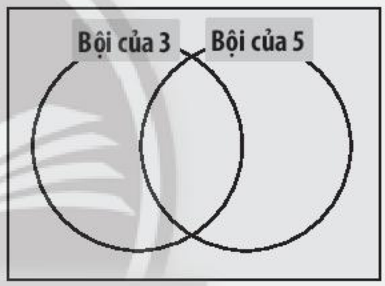
III. HƯỚNG DẪN TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Có hai đường tròn chia một hình chữ nhật thành các miền như hình bên.
Hãy đặt mỗi thẻ số sau đây vào miền thích hợp trên hình chữ nhật và giải thích cách làm.

65 **75** **78** **82** **90**

94 **100** **120** **231**



Mục đích: Thông qua tình huống đơn giản liên quan đến kiến thức đã biết (bội, bội chung), HS bước đầu nhận ra rằng trong thực tế người ta thường cần thực hiện những thao tác khác nhau trên các tập hợp. Điều này nảy sinh yêu cầu xây dựng các phép toán trên tập hợp.

Gợi ý tổ chức: HS thực hiện yêu cầu của hoạt động. GV dẫn dắt, gợi ý để HS sử dụng các từ như *tập hợp*, *bội*, *bội chung*, *phần chung*, ... để mô tả tình huống, trình bày và giải thích kết quả.

1. Hợp và giao của các tập hợp

HĐKP 1

1 Bảng sau đây cho biết kết quả vòng phỏng vấn tuyển dụng vào một công ty (dấu "+" là đạt, dấu "–" là không đạt):

Mã số ứng viên	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
Chuyên môn	+	+	–	–	+	+	+	+	–	+
Ngoại ngữ	+	–	+	–	+	+	–	+	–	+

a) Xác định tập hợp A gồm các ứng viên đạt yêu cầu về chuyên môn, tập hợp B gồm các ứng viên đạt yêu cầu về ngoại ngữ.

b) Xác định tập hợp C gồm các ứng viên đạt yêu cầu cả về chuyên môn và ngoại ngữ.

c) Xác định tập hợp D gồm các ứng viên đạt ít nhất một trong hai yêu cầu về chuyên môn và ngoại ngữ.

Hình 1

Mục đích: Thông qua tình huống thực tế, HS thực hiện các thao tác trên hai tập hợp có trước, tạo lập nên tập hợp mới (là hợp/giao của hai tập hợp, nhưng chưa sử dụng các thuật ngữ này). Qua đó, HS nhận biết khái niệm hợp và giao của hai tập hợp.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm của mình.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $A = \{a_1; a_2; a_5; a_6; a_7; a_8; a_{10}\}$, $B = \{a_1; a_3; a_5; a_6; a_8; a_{10}\}$.

b) $C = \{a_1; a_5; a_6; a_8; a_{10}\}$.

c) $D = \{a_1; a_2; a_3; a_5; a_6; a_7; a_8; a_{10}\}$.

HĐTH 1

1 Xác định các tập hợp $A \cup B$ và $A \cap B$, biết:

a) $A = \{a; b; c; d; e\}$, $B = \{a; e; i; u\}$;

b) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = 1\}$.

Mục đích: HS thực hành, luyện tập xác định hợp và giao của hai tập hợp (cho bằng cách liệt kê và chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử).

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $A \cup B = \{a; b; c; d; e; i; u\}$, $A \cap B = \{a; e\}$.

b) $A = \{-3; 1\}$, $B = \{-1; 1\}$. Từ đó, $A \cup B = \{-3; -1; 1\}$, $A \cap B = \{1\}$.

HĐTH 2

2 Cho $A = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{R}, 3x - y = 9\}$, $B = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x - y = 1\}$.

Hãy xác định $A \cap B$.

Mục đích: Liên hệ, kết nối khái niệm giao của hai tập hợp với khái niệm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất hai ẩn (tích hợp nội môn); củng cố kĩ năng giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm của mình.

Hướng dẫn – đáp án: Ta thấy $(x; y) \in A \cap B$, x và y phải thoả mãn $\begin{cases} 3x - y = 9 \\ x - y = 1. \end{cases}$

(Nói cách khác, $A \cap B$ là tập nghiệm của hệ phương trình này). Giải hệ phương trình, nhận được nghiệm $(4; 3)$. Vậy $A \cap B = \{(4; 3)\}$.

HĐVD

Tại vòng chung kết của một trò chơi trên truyền hình, có 100 khán giả tại trường quay có quyền bình chọn cho hai thí sinh A và B. Biết rằng có 85 khán giả bình chọn cho thí sinh A, 72 khán giả bình chọn cho thí sinh B và 60 khán giả bình chọn cho cả hai thí sinh này. Có bao nhiêu khán giả đã tham gia bình chọn? Có bao nhiêu khán giả không tham gia bình chọn?

Mục đích: Thực hành, luyện tập việc vận dụng công thức tìm số phần tử của giao hai tập hợp hữu hạn để giải các bài toán trong thực tiễn.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình, theo dõi, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: Kí hiệu E là tập hợp các khán giả bình chọn cho thí sinh A, F là tập hợp các khán giả bình chọn cho thí sinh B.

Theo giả thiết, ta có $n(E) = 85$, $n(F) = 72$ và $n(E \cap F) = 60$.

Tập hợp các khán giả đã bình chọn chính là $E \cup F$. Ta có

$$n(E \cup F) = n(E) + n(F) - n(E \cap F) = 85 + 72 - 60 = 97.$$

Vậy có 97 khán giả đã tham gia bình chọn và 3 khán giả không tham gia bình chọn.

2. Hiệu của hai tập hợp, phần bù của tập con

HĐKP 2

Trở lại bảng thông tin về kết quả phỏng vấn tuyển dụng ở 1.

a) Xác định tập hợp E gồm những ứng viên đạt yêu cầu về chuyên môn nhưng không đạt yêu cầu về ngoại ngữ.

b) Xác định tập hợp F gồm những ứng viên không đạt yêu cầu về chuyên môn.

Mục đích: Thông qua tình huống thực tế, HS thực hiện các thao tác trên hai tập hợp có trước để tạo lập nên tập hợp mới. Qua đó, HS nhận biết khái niệm hiệu của hai tập hợp, phần bù của một tập hợp trong một tập hợp.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm của mình.

Hướng dẫn – đáp án: $E = \{a_2; a_7\}$, $F = \{a_3; a_4; a_9\}$.

HĐTH 3

Cho các tập hợp $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 8\}$, $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$, $B = \{3; 4; 5\}$.

Xác định các tập hợp sau đây:

a) $A \setminus B$, $B \setminus A$ và $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$;

b) $C_E(A \cap B)$ và $(C_E A) \cup (C_E B)$;

c) $C_E(A \cup B)$ và $(C_E A) \cap (C_E B)$.

Mục đích: HS thực hành, luyện tập thực hiện các phép toán hiệu, phần bù, hợp, giao giữa các tập hợp.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày và giải thích lời giải của mình, theo dõi, nhận xét lời giải của bạn. GV đặt câu hỏi, gợi ý để HS phát hiện những đẳng thức ở b) và c). GV có thể nhận xét, những đẳng thức đó thực ra đúng với các tập hợp bất kì.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $A \setminus B = \{0; 1; 2\}$, $B \setminus A = \{5\}$, $(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \varnothing$.

b) $A \cap B = \{3; 4\}$, $C_E(A \cap B) = \{0; 1; 2; 5; 6; 7\}$.

$C_E A = \{5; 6; 7\}$, $C_E B = \{0; 1; 2; 6; 7\}$, $(C_E A) \cup (C_E B) = \{0; 1; 2; 5; 6; 7\}$.

Nhận xét: $C_E(A \cap B) = (C_E A) \cup (C_E B)$.

c) $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, $C_E(A \cup B) = \{6; 7\}$, $(C_E A) \cap (C_E B) = \{6; 7\}$.

Nhận xét: $C_E(A \cup B) = (C_E A) \cap (C_E B)$.

HĐTH 4

Xác định các tập hợp sau đây:

a) $(1; 3) \cup [-2; 2]$; b) $(-\infty; 1) \cap [0; \pi]$; c) $[\frac{1}{2}; 3) \setminus (1; +\infty)$; d) $C_{\mathbb{R}}[-1; +\infty)$.

Mục đích: Thực hành xác định hợp, giao, hiệu, phần bù của các khoảng, đoạn, nửa khoảng trên đường thẳng thực.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày và giải thích lời giải của mình, theo dõi, nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: a) $[-2; 3)$; b) $[0; 1)$; c) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$; d) $(-\infty; -1)$.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $A \cap B = \{\text{lục; lam}\}$, $A \cup B = \{\text{đỏ; cam; vàng; lục; lam; chàm; tím}\}$.

b) Ta thấy $A \subset B$. Từ đó, $A \cup B = B$, $A \cap B = A$.

2. a) $A = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$, $B = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$, $A \cap B = \{-\sqrt{2}\}$.

b) $A \cap B = \{(2; 3)\}$.

c) $A \cap B$ là tập hợp các hình vuông.

3. $A = \{0; 3; 6; 9\}$, $B = \{1; 2; 3; 6\}$.

$A \setminus B = \{0; 9\}$, $B \setminus A = \{1; 2\}$, $C_E A = \{1; 2; 4; 5; 7; 8\}$, $C_E B = \{0; 4; 5; 7; 8; 9\}$,

$A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 6; 9\}$, $C_E (A \cup B) = \{4; 5; 7; 8\}$,

$A \cap B = \{3; 6\}$, $C_E (A \cap B) = \{0; 1; 2; 4; 5; 7; 8; 9\}$.

4. a) $A \subset (A \cup B)$; b) $(A \cap B) \subset A$.

5. Kí hiệu A là tập hợp các học sinh lớp 10H thích môn Toán, B là tập hợp các học sinh lớp 10H thích môn Tiếng Anh. Ta có: $n(A) = 20$, $n(B) = 16$, $n(A \cap B) = 12$.

a) Số học sinh của lớp 10H thích ít nhất một trong hai môn này là

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 16 - 12 = 24.$$

b) Số học sinh không thích cả hai môn này là

$$35 - n(A \cup B) = 35 - 24 = 11.$$

6. a) $(-\infty; 0] \cup [-\pi; \pi] = (-\infty; \pi]$; b) $[-3{,}5; 2] \cap (-2; 3{,}5) = (-2; 2]$;

c) $(-\infty; \sqrt{2}] \cap [1; +\infty) = [1; \sqrt{2}]$; d) $(-\infty; \sqrt{2}] \setminus [1; +\infty) = (-\infty; 1)$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) Sai; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.

2. a) Đúng; b) Đúng.

3. a) $B \subset A$ là điều kiện đủ để $A \cup B = A$. Hoặc: $A \cup B = A$ là điều kiện cần để $B \subset A$.

b) Hình bình hành *ABCD* có hai đường chéo vuông góc với nhau là điều kiện đủ để nó là hình thoi.

Hoặc: Hình bình hành *ABCD* là hình thoi là điều kiện cần để nó có hai đường chéo vuông góc với nhau.

4. Với mọi số thực x, $x \in \mathbb{Z}$ là điều kiện cần và đủ để $x + 1 \in \mathbb{Z}$.

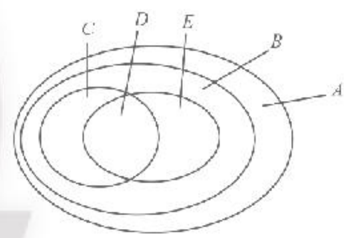
5. a) Sai, vì có $x = 0 \in \mathbb{N}$ mà $x^3 = x$.

b) Đúng, chẳng hạn có $x = -1 \in \mathbb{Z}$ mà $-1 \notin \mathbb{N}$.

c) Đúng, vì mỗi số nguyên cũng là số hữu tỉ.

6. Có $D \subset E \subset B \subset A$ và $D \subset C \subset B \subset A$.

Các quan hệ bao hàm này được biểu diễn bằng biểu đồ Ven như hình bên.



7. a) $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a; b\}$, $\{a; c\}$, $\{b; c\}$, $\{a; b; c\}$.

b) $\{a; b\}$, $\{a; b; c\}$, $\{a; b; d\}$, $\{a; b; c; d\}$.

8. $A = \{-1; 6\}, B = \{-1; 1\}, A \cap B = \{-1\}, A \cup B = \{-1; 1; 6\}, A \setminus B = \{6\}, B \setminus A = \{1\}$.

9. $A = \left[\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$, $B = (-\infty; 2)$, $A \cap B = \left[\dfrac{1}{2}; 2\right)$, $A \cup B = \mathbb{R}$.

10. Kí hiệu A và B lần lượt là tập hợp các học sinh của lớp 10C dự thi vẽ đồ hoạ trên máy tính và dự thi tin học văn phòng. Khi đó, $A \cap B$ là tập hợp các học sinh của lớp dự thi cả hai môn; $A \cup B$ là tập hợp các học sinh của lớp dự thi ít nhất một trong hai môn.

Theo giả thiết, ta có $n(A) = 18$, $n(B) = 24$ và $n(A \cup B) = 45 - 9 = 36$.

Ta có công thức $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

Từ đó, $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 18 + 24 - 36 = 6$.

Vậy lớp 10C có 6 học sinh tham gia đồng thời cả hai cuộc thi.

Chương II

BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực toán học

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

– Nhận biết được bất phương trình bậc nhất hai ẩn; nghiệm và tập hợp nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Biểu diễn được miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

– Nhận biết được hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Biểu diễn được miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.

– Nhận biết ý nghĩa của bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn thông qua các ví dụ thực tiễn.

– Vận dụng được kiến thức về bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá kiến thức mới.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Nhận biết được nghiệm và tập hợp nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Biểu diễn được miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.

– Nhận biết ý nghĩa của bất phương trình bậc nhất hai ẩn thông qua các ví dụ thực tiễn.

2. Năng lực cần chú trọng: mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn là mô hình toán học trực quan để biểu diễn bài toán thực tế.

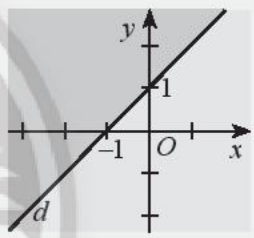
2. Cần ôn tập lại các kiến thức về đồ thị hàm số bậc nhất.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Đường thẳng *d*: $y = x + 1$ chia mặt phẳng toạ độ thành hai miền (không tính đường thẳng *d*) như hình bên. Dùng các nhãn dưới đây đặt vào miền phù hợp để đặt tên cho miền đó.

$y > x + 1$ $y < x + 1$



Mục đích: Hoạt động khởi động có mục đích kết nối khái niệm bất phương trình bậc nhất với các khái niệm về đồ thị hàm bậc nhất, toạ độ điểm và khái niệm bất đẳng thức.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

1. Khái niệm bất phương trình bậc nhất hai ẩn

HĐKP 1

1 Bạn Nam để dành được 700 nghìn đồng. Trong một đợt ủng hộ các bạn học sinh ở vùng bị bão lụt, Nam đã ủng hộ x tờ tiền có mệnh giá 20 nghìn đồng, y tờ tiền có mệnh giá 50 nghìn đồng từ tiền để dành của mình.

a) Biểu diễn tổng số tiền bạn Nam đã ủng hộ theo x và y.

b) Giải thích tại sao ta lại có bất đẳng thức $20x + 50y \leq 700$.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về tình huống xuất hiện bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1

1 Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

a) $2x - 3y + 1 \leq 0$;

b) $x - 3y + 1 \geq 0$;

c) $y - 5 > 0$;

d) $x - y^2 + 1 > 0$.

Mục đích: HS thực hành nhận diện bất phương trình bậc nhất hai ẩn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

2. Nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

HĐKP 2

2 Trường hợp nào sau đây thoả mãn tình huống được nêu trong 1 ?

Trường hợp 1: Nam ủng hộ 2 tờ tiền có mệnh giá 20 nghìn đồng và 3 tờ tiền có mệnh giá 50 nghìn đồng.

Trường hợp 2: Nam ủng hộ 15 tờ tiền có mệnh giá 20 nghìn đồng và 10 tờ tiền có mệnh giá 50 nghìn đồng.

Mục đích: Giúp HS nhận biết nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn thông qua ví dụ thực tế.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

2 Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $4x - 7y - 28 \geq 0$?

a) $(9; 1)$;

b) $(2; 6)$;

c) $(0; -4)$.

Mục đích: HS thực hành nhận biết nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

HĐVD 1

1 Cho biết mỗi 100 g thịt bò chứa khoảng 26,1 g protein, một quả trứng nặng 44 g chứa khoảng 5,7 g protein (*nguồn:* https://www.vinmec.com). Giả sử có một người mỗi ngày cần không quá 60 g protein. Gọi số gam thịt bò và số quả trứng mà người đó ăn trong một ngày lần lượt là x và y.

a) Lập bất phương trình theo x, y diễn tả giới hạn về lượng protein trong khẩu phần ăn hằng ngày của người đó.

b) Dùng bất phương trình ở câu a) để trả lời hai câu hỏi sau:

– Nếu người đó ăn 150 g thịt bò và 2 quả trứng (mỗi quả 44 g) trong một ngày thì có phù hợp không?

– Nếu người đó ăn 200 g thịt bò và 2 quả trứng (mỗi quả 44 g) trong một ngày thì có phù hợp không?

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tính khẩu phần dinh dưỡng.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $\dfrac{26,1}{100}x + 5,7y \leq 60$;

b) $\dfrac{26,1\,.\,150}{100} + 5,7\,.\,2 = 50,55 < 60$: Phù hợp;

$\dfrac{26,1\,.\,200}{100} + 5,7\,.\,2 = 63,6 > 60$: Không phù hợp.

3. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

HĐKP 3

3 Cho bất phương trình $2x - y + 1 < 0$.

a) Vẽ đường thẳng $y = 2x + 1$.

b) Các cặp số $(-2; 0)$, $(0; 0)$, $(1; 1)$ có là nghiệm của bất phương trình đã cho không?

Mục đích: Hướng dẫn HS khám phá các bước biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Gợi ý tổ chức: Yêu cầu HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 3

3 Biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình sau:

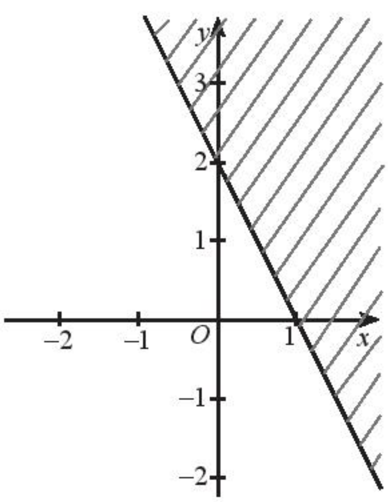
a) $2x + y - 2 \leq 0$; b) $x - y - 2 \geq 0$.

Mục đích: HS thực hành biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

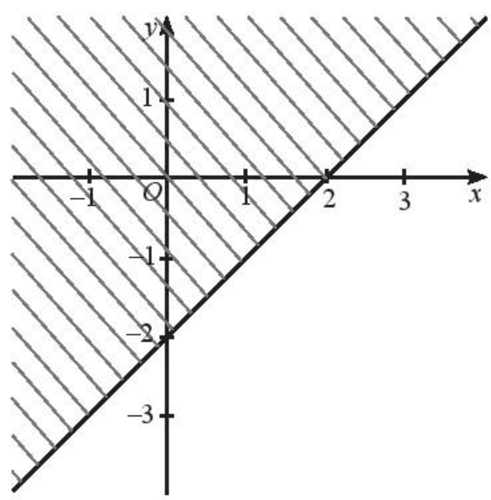
Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án:

a)



b)



HĐVD 2

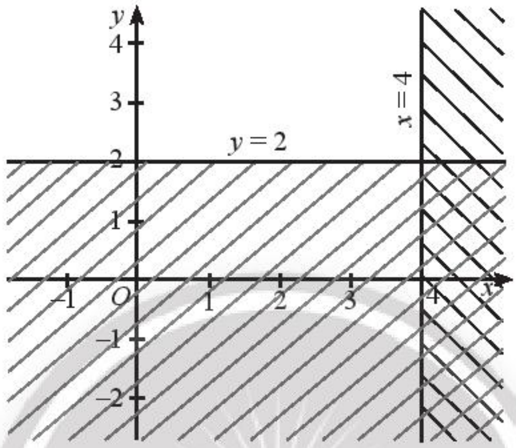
2 Biểu diễn miền nghiệm của hai bất phương trình sau trên cùng một mặt phẳng toạ độ Oxy:

a) $y \geq 2$; b) $x \leq 4$.

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tìm miền nghiệm của các bất phương trình đặc biệt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án:

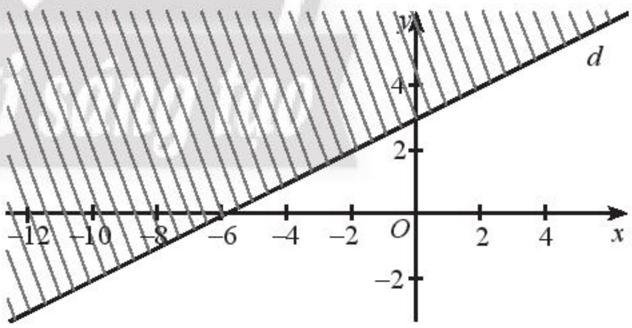


IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

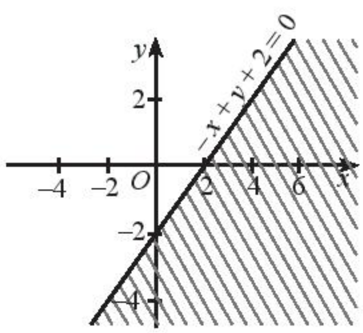
1. a) (0; 0) là một nghiệm của bất phương trình đã cho

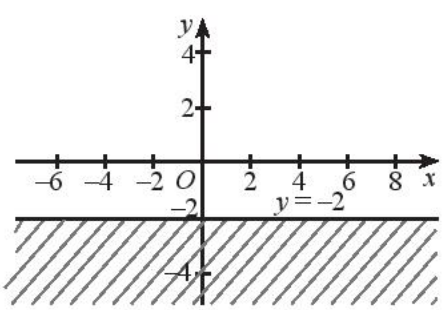
b) Ba cặp số (x; y) thoả mãn bất phương trình đã cho là: (1; 1); (2; 0); (10; –2).

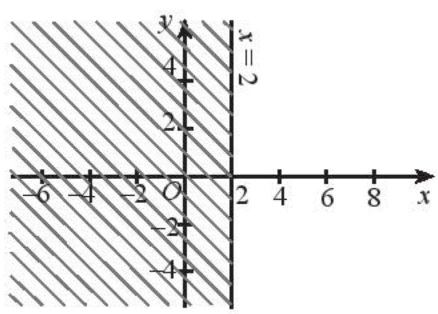
c) Vẽ đường thẳng d: $x - 2y + 6 = 0$. Miền không gạch chéo (không kể bờ d) là miền nghiệm của bất phương trình đã cho trên mặt phẳng Oxy.



2. a) $-x + y + 2 > 0$; b) $y + 2 \geq 0$; c) $-x + 2 \leq 0$.

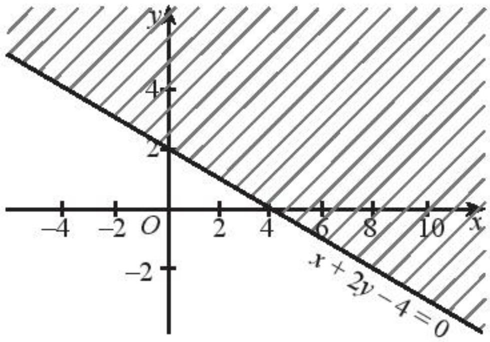






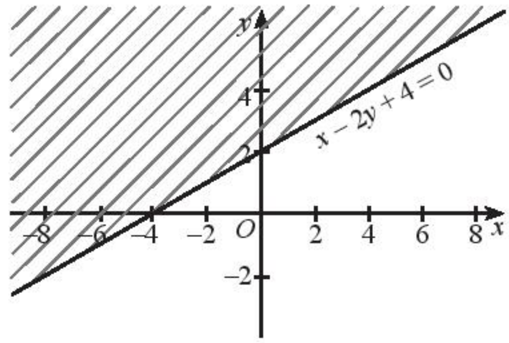
3. a) $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$

Suy ra $x + 2y - 4 < 0$.



b) $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$

Suy ra $x - 2y + 4 > 0$.



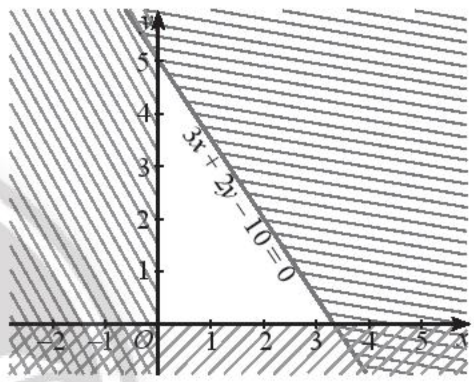
4. Ta có các bất phương trình mô tả điều kiện của x, y là: $x \geq 0$; $y \geq 0$.

Bất phương trình mô tả số lít nước cam loại I và II mà bạn Cúc có thể pha chế được:

$$30x + 20y \leq 100.$$

Suy ra $3x + 2y - 10 \leq 0$.

Biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình đó trên cùng một mặt phẳng toạ độ Oxy, ta được hình bên.



5. a) $2x - 5y + 10 > 0$;

b) $2x + 3y - 6 > 0$.

BÀI 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Nhận biết được nghiệm và tập nghiệp của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

– Biểu diễn được miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.

– Nhận biết ý nghĩa của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn thông qua các ví dụ thực tiễn.

– Vận dụng được kiến thức về bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn.

– Giải được bài toán thực tế đưa về tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ LƯU Ý

1. HS nhận biết hệ bất phương trình thông qua các ví dụ thực tiễn.

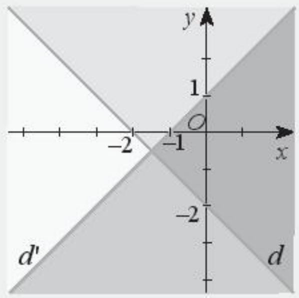
2. Miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là giao của các miền nghiệm của các bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong hệ.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Hai đường thẳng d: $y = -x - 2$ và d': $y = x + 1$ chia mặt phẳng toạ độ thành bốn miền khác nhau (không tính hai đường thẳng d và d') như hình bên. Để kí hiệu một trong bốn miền đó, người ta đã tạo nhãn:

$$\begin{array}{l} y < -x - 2 \\ y < x + 1 \end{array}$$



Hãy đặt nhãn này vào miền phù hợp.

Mục đích: Hoạt động khởi động có mục đích kết nối bất phương trình với khái niệm hệ bất phương trình thông qua thao tác tìm điểm $(x; y)$ có toạ độ thoả mãn đồng thời cả hai bất phương trình.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

1. Khái niệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

HĐKP 1

1 Một người nông dân dự định quy hoạch x sào đất trồng cà tím và y sào đất trồng cà chua. Biết rằng người đó chỉ có tối đa 9 triệu đồng để mua hạt giống và giá tiền hạt giống cho mỗi sào đất trồng cà tím là 200 000 đồng, mỗi sào đất trồng cà chua là 100 000 đồng.

a) Viết các bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc đối với x, y.

b) Cặp số nào sau đây thoả mãn đồng thời tất cả các bất phương trình nêu trên?

(20; 40), (40; 20), (–30; 10).

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về tình huống phát sinh hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1

1 Hãy chỉ ra hai nghiệm của mỗi hệ bất phương trình trong Ví dụ 1.

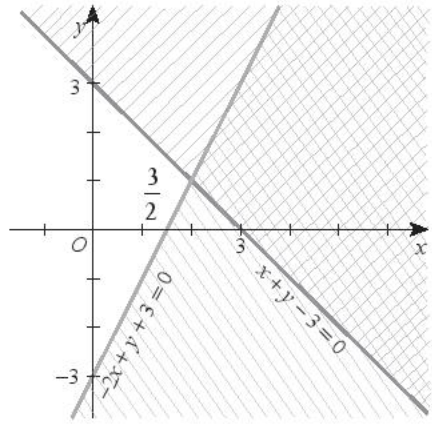
Mục đích: HS thực hành nhận biết nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

HĐKP 2

2 Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} x+y-3\le 0 \\ -2x+y+3\ge 0. \end{cases}$

Miền nào trong Hình 1 biểu diễn phần giao các miền nghiệm của hai bất phương trình trong hệ đã cho?



Hình 1

Mục đích: Giúp HS nhận biết cách tìm điểm thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình từ đó hình thành cách biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

2 Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x+y\le 8 \\ 2x+3y\le 18 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0. \end{cases}$$

Mục đích: HS thực hành biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

3. Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của biểu thức *F* = *ax* + *by* trên một miền đa giác

Ví dụ 4

Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 ha. Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Bác Năm cần trồng bao nhiêu hecta cho mỗi loại cây để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận để giải quyết vấn đề thực tiễn có thể đưa về bài toán tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Ví dụ 5

Một người dùng ba loại nguyên liệu A, B, C để sản xuất ra hai loại sản phẩm P và Q. Để sản xuất 1 kg mỗi loại sản phẩm P hoặc Q phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1 kg sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	**Số kilôgam nguyên liệu đang có**	**Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1 kg sản phẩm**	
		P	Q
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Biết 1 kg sản phẩm P có lợi nhuận 3 triệu đồng và 1 kg sản phẩm Q có lợi nhuận 5 triệu đồng. Hãy lập phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất.

Mục đích: Giúp HS thực hành các bước đã làm quen trong Ví dụ 1 khi giải bài toán tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác.

Bước 1: Đặt x, y cho ẩn số cần tìm.

Bước 2: Lập hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc.

Bước 3: Xác định toạ độ đỉnh của miền đa giác biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Bước 4: Tính giá trị của biểu thức $F = ax + by$ tại các đỉnh của đa giác để tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất.

Bước 5: Nêu kết luận phù hợp với yêu cầu của bài toán.

HĐVD

Một người bán nước giải khát đang có 24 g bột cam, 9 l nước và 210 g đường để pha chế hai loại nước cam A và B. Để pha chế 1 l nước cam loại A cần 30 g đường, 1 l nước và 1 g bột cam; để pha chế 1 l nước cam loại B cần 10 g đường, 1 l nước và 4 g bột cam. Mỗi lít nước cam loại A bán được 60 nghìn đồng, mỗi lít nước cam loại B bán được 80 nghìn đồng. Người đó nên pha chế bao nhiêu lít nước cam mỗi loại để có doanh thu cao nhất?

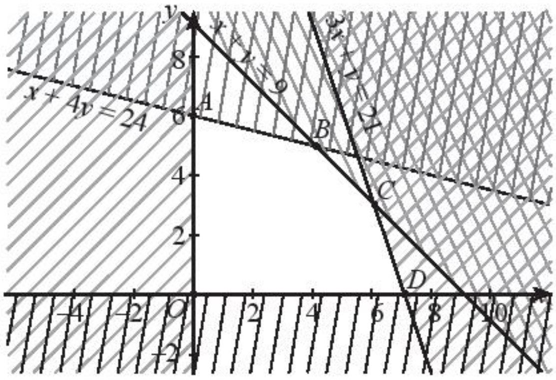
Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tìm phương án tối ưu trong sản xuất pha chế nước giải khát.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc tổ chức thảo luận, thuyết trình.

Hướng dẫn – đáp án:

Gọi x và y là số lít nước cam loại A và B người bán cần pha chế. Ta có hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} 3x + y \le 21 \\ x + y \le 9 \\ x + 4y \le 24 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0. \end{cases}$$



Miền nghiệm là đa giác có toạ độ các đỉnh là $O(0; 0)$, $A(0; 6)$, $B(4; 5)$, $C(6; 3)$, $D(7; 0)$.

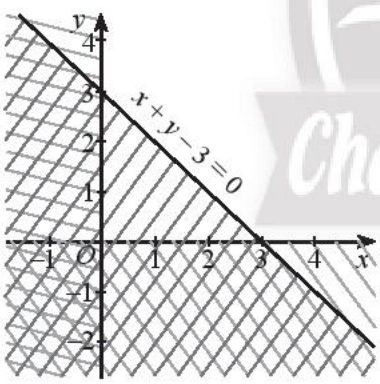
Gọi F là số tiền (đơn vị: nghìn đồng) người đó thu được. Ta có $F = 60x + 80y$. Tính giá trị của F tại các đỉnh, ta thấy F đạt giá trị lớn nhất bằng 640 nghìn đồng tại đỉnh $B(4; 5)$.

Vậy người bán nên pha chế 4 l nước cam loại A và 5 l nước cam loại B thì có doanh thu cao nhất.

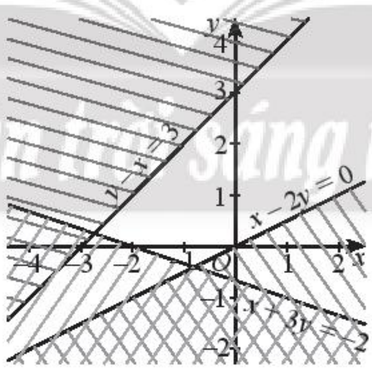
IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1.

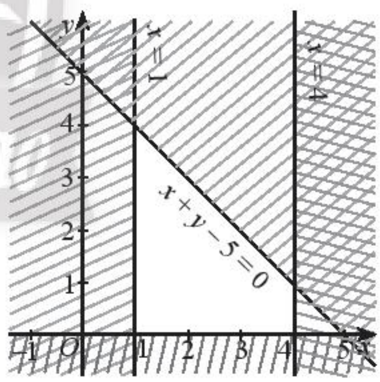
a)



b)



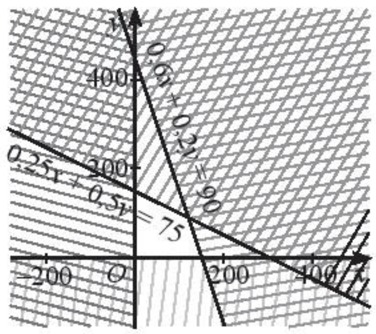
c)



2. a) Gọi x và y lần lượt là số thùng loại A và B mà nhà máy có thể sản xuất. Ta có hệ bất phương trình mô tả số thùng của mỗi loại thuốc trừ sâu mà nhà máy có thể sản xuất mỗi ngày để đáp ứng các điều kiện hạn chế là:

$$\begin{cases} 0,25x + 0,5y \le 75 \\ 0,6x + 0,2y \le 90 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên mặt phẳng toạ độ như hình bên.



b) Điểm $M(100;\ 80)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình.

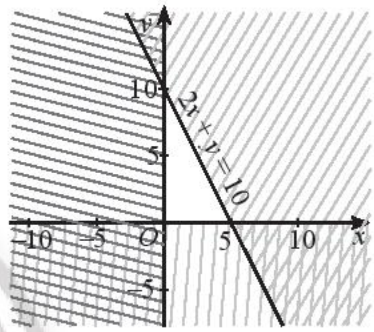
Vậy nhà máy sản xuất 100 thùng loại A và 80 thùng loại B mỗi ngày là phù hợp với quy định.

c) Điểm $N(60;\ 160)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Vậy nhà máy sản xuất 60 thùng loại A và 160 thùng loại B mỗi ngày là không phù hợp với quy định.

3. Hệ bất phương trình mô tả điều kiện của x, y:

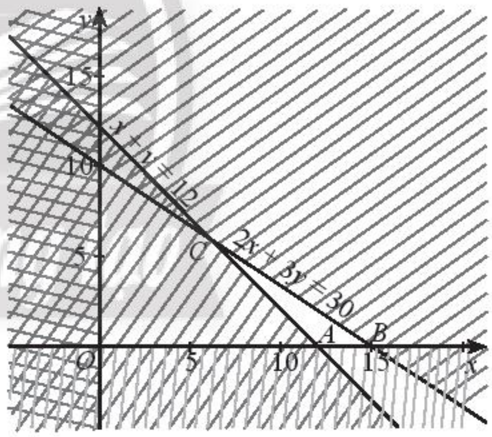
$$\begin{cases} 2x + y \le 10 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0. \end{cases}$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình như hình bên.

4. Gọi x và y lần lượt là số thiệp loại nhỏ và loại lớn.

Ta có hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} x + y \ge 12 \\ 2x + 3y \le 30 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0. \end{cases}$

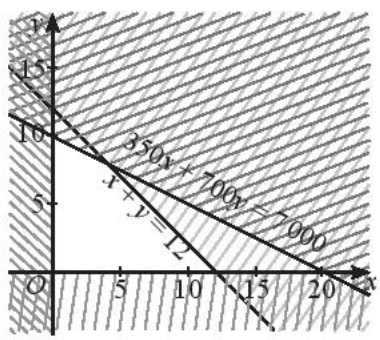


Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tam giác ABC có toạ độ các đỉnh là: $A(12;\ 0)$; $B(15;\ 0)$; $C(6;\ 6)$.

Số tiền bạn đó thu được $F = 10x + 20y$ đạt giá trị lớn nhất là 180 nghìn đồng tại đỉnh $C(6;\ 6)$.

5. Gọi x là số giờ đạp xe và y là số giờ tập tạ trong tuần. Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + y \le 12 \\ 350x + 700y \le 7000 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0. \end{cases}$$



Biểu diễn miền nghiệm như hình bên.

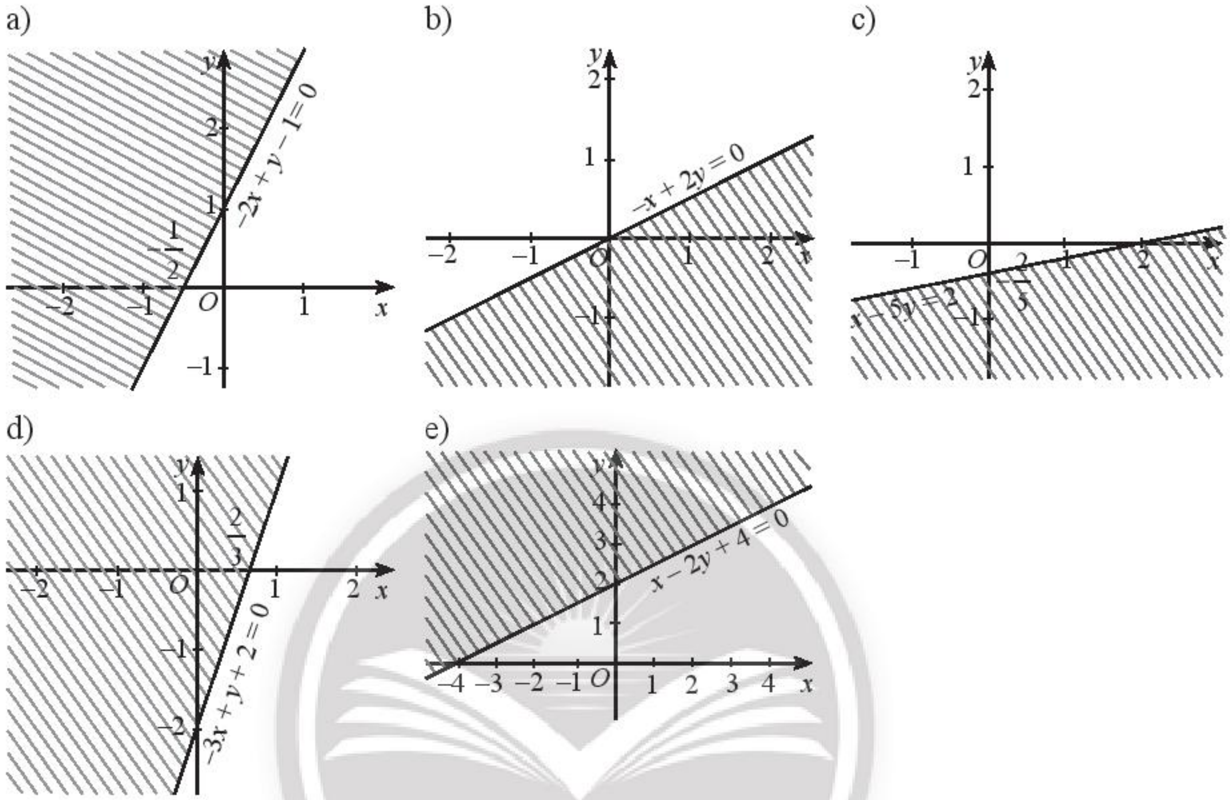
a) Chi phí luyện tập $F = 0x + 50y$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 tại $(12;\ 0)$.

b) Số calo tiêu hao $G = 350x + 700y$ đạt giá trị lớn nhất bằng 7 000 tại $(4;\ 8)$ hoặc tại $(0;\ 10)$.

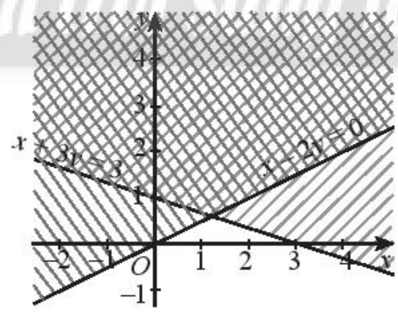
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1.



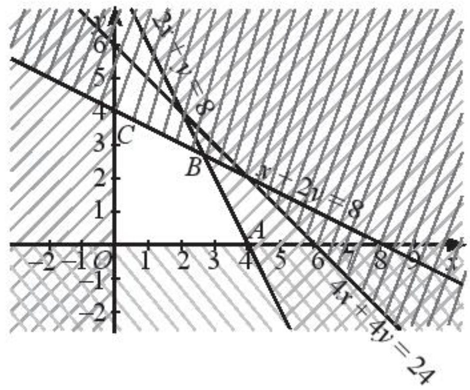
2.



3. Gọi x và y lần lượt là số kilôgam sản phẩm A và B mà công ty sản xuất. Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 2x+y\le 8 \\ 4x+4y\le 24 \\ x+2y\le 8 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tứ giác $OABC$ có toạ độ các đỉnh là: $O(0; 0)$; $A(4; 0)$; $B\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$; $C(0; 4)$.

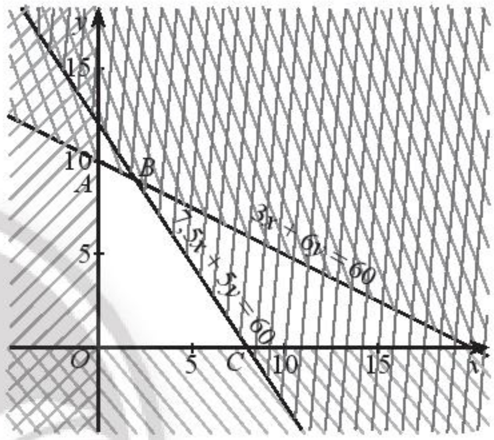


Số tiền lãi $F = 30x + 50y$ đạt giá trị lớn nhất khoảng 213,3 triệu tại $B\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Vậy công ty cần sản xuất $\frac{8}{3}$ kg sản phẩm A và $\frac{8}{3}$ kg sản phẩm B thì tiền lãi thu về lớn nhất.

4. Gọi x và y lần lượt là số tủ loại A và B mà công ty cần mua. Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x + 6y \le 60 \\ 7,5x + 5y \le 60 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0. \end{cases}$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tứ giác $OABC$ có toạ độ các đỉnh là: $O(0; 0)$, $A(0; 10)$, $B(2; 9)$, $C(8; 0)$.

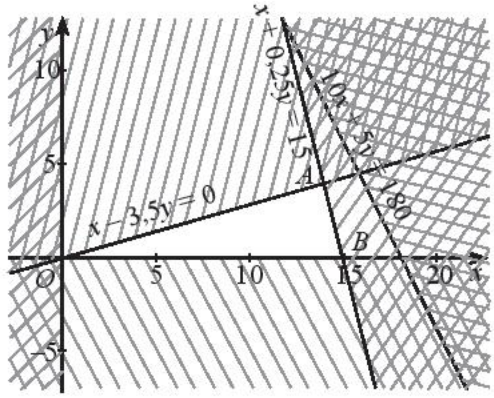
Thể tích đựng hồ sơ $F = 12x + 18y$ đạt giá trị lớn nhất là 186 tại $B(2; 9)$.

Vậy công ty cần mua 2 tủ loại A và 9 tủ loại B thì sẽ có thể tích đựng hồ sơ lớn nhất.

5. Gọi x và y lần lượt là số hũ tương cà loại A và B mà chủ nông trại cần sản xuất. Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 10x + 5y \le 180 \\ x + 0,25y \le 15 \\ x - 3,5y \ge 0 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tam giác OAB có toạ độ các đỉnh là: $O(0; 0)$; $A(14; 4)$; $B(15; 0)$.

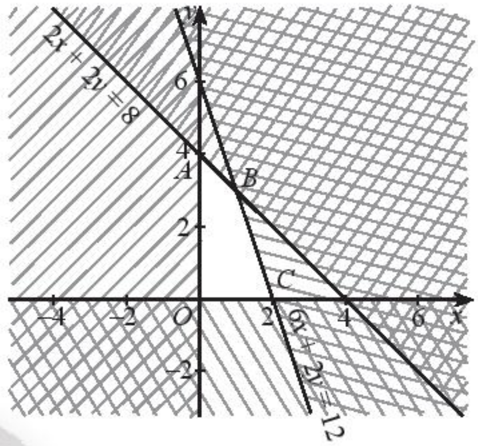


Số tiền lãi $F = 200x + 150y$ đạt giá trị lớn nhất là 3,4 triệu đồng tại $B(14; 4)$.

Vậy chủ trại cần sản xuất 14 hũ tương cà loại A và 4 hũ tương cà loại B thì sẽ có số tiền lãi nhiều nhất.

6. Gọi x và y lần lượt là số tấn sản phẩm X và Y mà xưởng cần sản xuất. Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 6x + 2y \le 12 \\ 2x + 2y \le 8 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0. \end{cases}$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tứ giác $OABC$ có toạ độ các đỉnh là: $O(0; 0)$; $A(0; 4)$; $B(1; 3)$; $C(2; 0)$.

Số tiền lãi $F = 10x + 8y$ đạt giá trị lớn nhất bằng 34 triệu tại $B(1; 3)$.

Vậy xưởng cần sản xuất mỗi ngày 1 tấn sản phẩm X và 3 tấn sản phẩm Y thì sẽ có tổng số tiền lãi cao nhất.

Chương III
HÀM SỐ BẬC HAI VÀ ĐỒ THỊ

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực toán học

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

Hàm số và đồ thị

– Nhận biết được những mô hình thực tế (dạng bảng, biểu đồ, công thức) dẫn đến khái niệm hàm số.

– Mô tả được các khái niệm cơ bản về hàm số: định nghĩa hàm số, tập xác định, tập giá trị, hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến, đồ thị của hàm số.

– Mô tả được các đặc trưng hình học của đồ thị hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến.

– Vận dụng được kiến thức của hàm số vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: xây dựng hàm số bậc nhất trên những khoảng khác nhau để tính số tiền y (phải trả) theo số phút gọi x đối với một gói cước điện thoại, ...).

Hàm số bậc hai

– Thiết lập được bảng giá trị của hàm số bậc hai.

– Vẽ được parabol là đồ thị hàm số bậc hai.

– Nhận biết được các tính chất cơ bản của parabol như đỉnh, trục đối xứng.

– Nhận biết và giải thích được các tính chất của hàm số bậc hai thông qua đồ thị.

– Vận dụng được kiến thức về hàm số bậc hai và đồ thị vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: xác định độ cao của cầu, cổng có hình dạng parabol, ...).

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá kiến thức mới.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Chăm chỉ, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được khái niệm hàm số thông qua mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng từ các mô hình thực tế như bảng giá trị, biểu đồ, công thức.

– Phát biểu được định nghĩa hàm số.

– Mô tả và tìm được tập xác định, tập giá trị của hàm số.

– Vẽ được đồ thị của hàm số khi biết bảng giá trị hoặc công thức.

– Mô tả và chứng minh được hàm số đồng biến hay nghịch biến trên một khoảng.

– Chỉ ra được khoảng đồng biến hay nghịch biến của hàm số khi biết đồ thị của hàm số đó.

– Mô tả được các đặc trưng hình học của đồ thị hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến.

2. Năng lực cần chú trọng: giao tiếp toán học, mô hình hoá toán học, giải quyết vấn đề toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, Toán và Vật lí.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Bảng dữ liệu thống kê minh hoạ mô hình thực tế cho hàm số phải là bảng *số liệu* (dữ liệu bằng số) để bảo đảm rằng hàm số có biến số và có giá trị đều là các số thực. GV cần tránh thay thế học liệu bằng các bảng dữ liệu thu thập từ thực tế (báo, đài, sách Địa lí, …) chưa thoả mãn điều kiện này, chẳng hạn bảng dữ liệu sau có đại lượng thứ nhất không phải là *số liệu*.

Cơ cấu giá trị sản xuất công nghiệp trong nước năm 1997, phân theo thành phần kinh tế.

Các thành phần kinh tế	Số phần trăm
(1) Khu vực doanh nghiệp nhà nước	23,7
(2) Khu vực ngoài quốc doanh	47,3
(3) Khu vực đầu tư nước ngoài	29,0
Cộng	100 (%)

2. GV không nên đề cập đến khái niệm ánh xạ khi giải thích khái niệm hàm số cho HS nhưng nên cho HS kiểm tra ba đặc trưng quan trọng của hàm số:

– Mỗi giá trị *thực* của biến *x đều tương ứng với* một giá trị *y* của hàm số;

– Giá trị tương ứng *y* này là *duy nhất*;

– *y* là số *thực* (xác định).

3. Không nhất thiết phải yêu cầu HS tìm được tập giá trị của một hàm số bất kì. HS chỉ cần hiểu và mô tả được như định nghĩa trong bài. Phần tìm tập giá trị sẽ dành đặc biệt cho hàm số bậc hai sau này vì nó liên quan đến giá trị lớn nhất hay giá trị nhỏ nhất của hàm số bậc hai. Các ví dụ về hàm số có chỉ ra tập xác định và tập giá trị được cố ý chọn sao cho số phần tử của hai tập hợp này không bằng nhau trong trường hợp có hữu hạn số phần tử nhằm tránh tạo tiền lệ là hàm số phải là ánh xạ 1–1.

4. Kí hiệu $f(x)$ được dùng để chỉ hai khái niệm khác nhau, tuỳ theo ngữ cảnh:

– hoặc là *giá trị của hàm số f tại x*,

– hoặc là biểu thức của hàm số f với biến số x.

5. Khái niệm hàm số đồng biến được trình bày một cách nghiêm ngặt bởi dấu < khi viết $f(x_1) < f(x_2)$ chứ không dùng dấu $\leq$; tương tự với khái niệm hàm số nghịch biến là dùng dấu > khi so sánh $f(x_1)$ và $f(x_2)$ mà không dùng dấu $\geq$.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Nguồn: meta.vn

Mục đích: Gợi vấn đề về mối liên hệ giữa hai đại lượng nhiệt độ và thời gian để HS tìm hiểu và nhận biết sự phụ thuộc của nhiệt độ vào thời gian là một quan hệ hàm số.

1. Hàm số. Tập xác định và tập giá trị của hàm số

HĐKP1

1 Bản tin dự báo thời tiết cho biết nhiệt độ ở một số thời điểm trong ngày 01/5/2021 tại Thành phố Hồ Chí Minh đã được ghi lại thành bảng kèm với biểu đồ bên.

Sử dụng bảng hoặc biểu đồ, hãy:

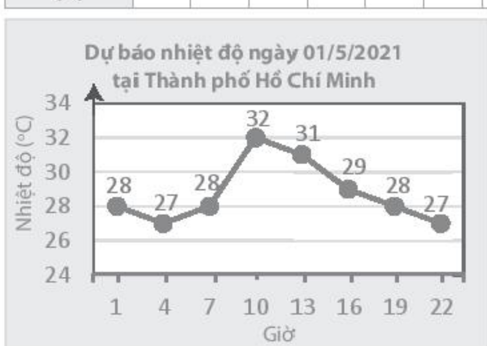
a) Viết tập hợp các mốc giờ đã có dự báo nhiệt độ.

b) Viết tập hợp các số đo nhiệt độ đã dự báo.

c) Cho biết nhiệt độ dự báo tại Thành phố Hồ Chí Minh vào lúc 7 giờ sáng ngày 01/5/2021.

Bảng 1. Dự báo thời tiết ngày 01/5/2021 tại Thành phố Hồ Chí Minh

Giờ	1	4	7	10	13	16	19	22
Nhiệt độ (°C)	28	27	28	32	31	29	28	27



Hình 1. Dự báo thời tiết ngày 01/5/2021 tại Thành phố Hồ Chí Minh

Mục đích: Từ mô hình thực tế là bảng *số liệu* hay biểu đồ (dạng đường gấp khúc) gắn liền với quan sát từ thực tế cuộc sống hằng ngày, HS nhận biết được khái niệm hàm số.

Gợi ý tổ chức: GV cho HS làm việc theo nhóm đôi, một bạn dùng bảng giá trị, một bạn dùng biểu đồ rồi so sánh và đối chiếu kết quả. GV chọn một nhóm đại diện trình bày, cả lớp nhận xét, GV có thể đánh giá năng lực giải quyết vấn đề toán học của HS.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Tập hợp các mốc giờ đã có dự báo nhiệt độ: $X = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19; 22\}$.

b) Tập hợp các số đo nhiệt độ đã dự báo: $T = \{27; 28; 29; 31; 32\}$.

c) Dự báo nhiệt độ tại Thành phố Hồ Chí Minh vào lúc 7 giờ sáng ngày 01/5/2021 là 28 °C.

Lưu ý: Khi thực hiện ***HĐKP 1***, HS chưa biết sử dụng thuật ngữ *tập xác định*, *tập giá trị* mà phải sang phần lí thuyết trọng tâm sau đó, hai tập hợp này mới chính thức được nêu tên.

Trước khi giới thiệu định nghĩa hàm số, GV nên yêu cầu HS kiểm tra hai đặc trưng quan trọng của hàm số như gợi ý sau:

– Với mỗi thời điểm (giờ) trong bảng/biểu đồ, ta có luôn đọc được nhiệt độ dự báo không?

– Có thời điểm (giờ) nào được dự báo từ hai mức nhiệt độ khác nhau không?

HĐTH 1

1 Một thiết bị đã ghi lại vận tốc v (mét/giây) ở thời điểm t (giây) của một vật chuyển động như trong bảng sau:

t (giây)	0,5	1	1,2	1,8	2,5
v (mét/giây)	1,5	3	0	5,4	7,5

Vì sao bảng này biểu thị một hàm số? Tìm tập xác định của hàm số này.

Mục đích: HS vận dụng định nghĩa hàm số để kiểm tra các đặc trưng của một hàm số khi biết bảng giá trị. Lặp lại cách tìm tập xác định bằng cách liệt kê.

Gợi ý tổ chức: GV cho HS thảo luận theo nhóm, cử HS đại diện trả lời, GV đánh giá năng lực tư duy và lập luận toán học của HS khi HS chỉ ra lí do vì sao bảng này biểu thị một hàm số.

Hướng dẫn – đáp án:

– Bảng này biểu thị một hàm số vì ứng với mỗi thời điểm t đều ghi nhận được một giá trị vận tốc duy nhất.

– Tập xác định: $D = \{0,5; 1; 1,2; 1,8; 2,5\}$.

HĐTH 2

2 Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $f(x) = \sqrt{2x+7}$;   b) $f(x) = \dfrac{x+4}{x^2-3x+2}$.

Mục đích: HS thực hành tương tự Ví dụ 2, đồng thời rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Gợi ý tổ chức: GV có thể cho HS giải theo hình thức cá nhân, trao đổi kết quả theo nhóm đôi và đánh giá năng lực giao tiếp toán học qua phần trình bày kết quả của một vài HS đại diện.

Hướng dẫn – đáp án:

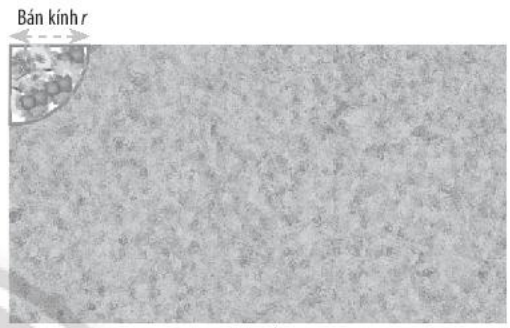
a) $D = \left[-\frac{7}{2}; +\infty\right)$; b) $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

HĐVD

Ở góc của miếng đất hình chữ nhật, người ta làm một bồn hoa có dạng một phần tư hình tròn với bán kính r (Hình 2). Bán kính bồn hoa có kích thước từ 0,5 m đến 3 m.

a) Viết công thức của hàm số biểu thị diện tích bồn hoa theo bán kính r và tìm tập xác định của hàm số này.

b) Bán kính bồn hoa bằng bao nhiêu thì nó có diện tích là $0{,}5\pi$ m^2?



Hình 2

Mục đích: Từ tình huống thực tế, HS được yêu cầu thiết lập công thức hàm số có dạng quen thuộc $y = ax^2$ để biểu thị diện tích bồn hoa theo bán kính r. Sau đó, vận dụng được hàm số để tìm giá trị biến số (bán kính r) khi biết giá trị hàm số (diện tích).

Gợi ý tổ chức: GV có thể cho HS thảo luận theo nhóm và chọn một nhóm đại diện trình bày kết quả trước lớp, GV sửa bài và đánh giá năng lực mô hình hoá toán học của HS.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $S(r) = \frac{\pi}{4}r^2$.

b) Để bồn hoa có diện tích $0{,}5\pi$ m^2 thì bán kính bồn hoa phải bằng $\sqrt{2}$. Giá trị này nằm trong khoảng kích thước quy định (0,5 m đến 3 m), nên kết quả bán kính bồn hoa cần tìm trong thực tế là khoảng 1,4 m.

Lưu ý: Trong bài toán thực tế, cần lấy kết quả là giá trị đã làm tròn số chứ không lấy giá trị chính xác về mặt toán học. Đây là một trong ba biểu hiện của năng lực mô hình hoá toán học, đó là biết chọn và trả lời kết quả phù hợp với thực tế.

2. Đồ thị hàm số

HĐKP 2

2 Xét hàm số $y = f(x)$ cho bởi bảng sau:

x	–2	–1	0	1	2	3	4
$f(x)$	8	3	0	–1	0	3	8

a) Tìm tập xác định D của hàm số trên.

b) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, vẽ tất cả các điểm có toạ độ $(x; y)$ với $x \in D$ và $y = f(x)$.

Mục đích: HS vẽ đủ 7 điểm khác nhau có toạ độ $(x; y)$ lên mặt phẳng toạ độ Oxy. Hoạt động này là để chuẩn bị cho việc tìm hiểu khái niệm đồ thị hàm số là tập hợp *mọi điểm* có toạ độ là cặp giá trị tương ứng $(x; f(x))$ với x thuộc tập xác định D.

Gợi ý tổ chức: GV cho HS vẽ vào vở.

Lưu ý: GV nên tránh thay thế học liệu bằng hàm số cho bởi công thức quen thuộc ở cấp Trung học cơ sở và yêu cầu HS chỉ vẽ vài điểm tượng trưng rồi nối lại bằng đường thẳng (hàm số bậc nhất) hay đường cong (hàm số có dạng $y = ax^2$).

HĐTH 3

3 Vẽ đồ thị hàm số $f(x) = 3x + 8$.

Mục đích: HS huy động kiến thức cũ về hàm số bậc nhất để vẽ đồ thị bằng cách xác định các điểm đặc biệt và nối lại bằng đường thẳng.

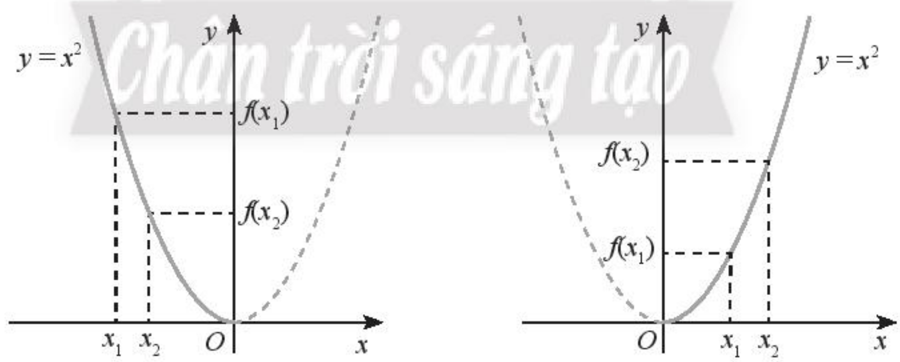
Gợi ý tổ chức: GV cho HS vẽ vào vở.

Hướng dẫn – đáp án: Hàm số cho bởi công thức $f(x) = 3x + 8$ là một hàm bậc nhất nên có đồ thị là đường thẳng. Chọn hai điểm đặc biệt, chẳng hạn $(0; 8)$ và $(-1; 5)$, rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm này.

3. Hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến

HĐKP 3

3 Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2$ rồi so sánh $f(x_1)$ và $f(x_2)$ (với $x_1 < x_2$) trong từng trường hợp sau:



a) $x_1, x_2 \in (-\infty; 0)$ b) $x_1, x_2 \in (0; +\infty)$

Hình 6

Mục đích: HS quan sát đồ thị hàm số trên từng khoảng để khám phá mối liên hệ giữa $f(x_1)$ và $f(x_2)$ so với mối liên hệ giữa x_1 và x_2 từ đó phác thảo khái niệm hàm số đồng biến và hàm số nghịch biến trên một khoảng.

Phần đồ thị được vẽ liền nét trên khoảng này là nhằm tạo sự chú ý, tập trung vào nhánh đồ thị đang quan sát khi khảo sát tính biến thiên của hàm số. Việc chọn hàm số $y = x^2$ nhằm tạo thuận lợi cho HS huy động kiến thức đã học ở cấp Trung học cơ sở.

Gợi ý tổ chức: GV hướng dẫn HS quan sát đồ thị, yêu cầu HS nêu nhận xét, GV chốt kiến thức.

Lưu ý: Nếu GV có thể thiết kế hoạt động này trên môi trường công nghệ thông tin và điều kiện dạy học của cơ sở đào tạo thuận lợi, phù hợp thì nên tận dụng.

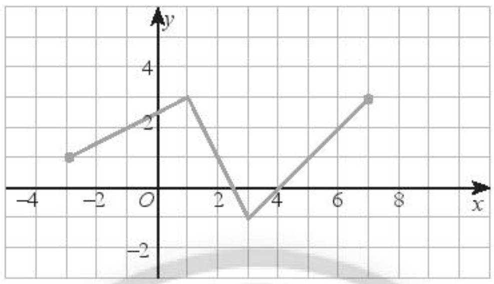
Hướng dẫn – đáp án:

Trường hợp 1: Khi x_1, x_2 thuộc khoảng $(-\infty; 0)$, $x_1 < x_2$, luôn quan sát được $f(x_1) > f(x_2)$.

Trường hợp 2: Khi x_1, x_2 thuộc khoảng $(0; +\infty)$, $x_1 < x_2$, luôn quan sát được $f(x_1) < f(x_2)$.

HĐTH 4

4 a) Tìm khoảng **đồng** biế**n** và ngh**ị**ch biế**n** c**ủ**a hàm s**ố** có đồ th**ị** sau:



Hình 9

b) Xét t**í**nh **đồng** biế**n**, ngh**ị**ch biế**n** c**ủ**a hàm s**ố** $y = f(x) = 5x^2$ trên khoảng $(2; 5)$.

Mục đích: HS thực hành cả hai cách xác định các khoảng đồng biến và khoảng nghịch biến của hàm số:

– Quan sát đồ thị, sử dụng đặc trưng của đồ thị hàm số đồng biến/nghịch biến (câu a);

– Dùng định nghĩa để trình bày, chứng minh lập luận trên biểu thức đại số (câu b).

Gợi ý tổ chức: GV cho HS thực hành cá nhân hoặc nhóm đôi và sửa bài. GV có thể đánh giá năng lực tư duy và lập luận toán học của HS qua nội dung lập luận, năng lực giao tiếp toán học của HS qua cách trình bày lời giải thích.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Trên khoảng $(-3; 1)$ và $(3; 7)$, đồ thị hàm số có dạng đi lên từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên $(-3; 1)$ và $(3; 7)$. Trên khoảng $(1; 3)$, đồ thị hàm số có dạng đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

b) Với giả thiết x_1, x_2 tuỳ ý thuộc $(2; 5)$, $x_1 < x_2$, xét hiệu $f(x_2) - f(x_1) = 5(x_2 + x_1)(x_2 - x_1)$ và lập luận được rằng trên $(2; 5)$, luôn có $x_2 + x_1 > 0$ và $x_2 - x_1 > 0$, từ đó dẫn đến $f(x_2) > f(x_1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 5)$.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $D = \left(-\infty; \dfrac{3}{5}\right]$;   b) $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

2. Từ đồ thị, ta quan sát được rằng khi đi từ trái sang phải, điểm đầu tiên của đồ thị có hoành độ bằng -1 và điểm cuối cùng có hoành độ bằng 9 nên $D = [-1; 9]$.

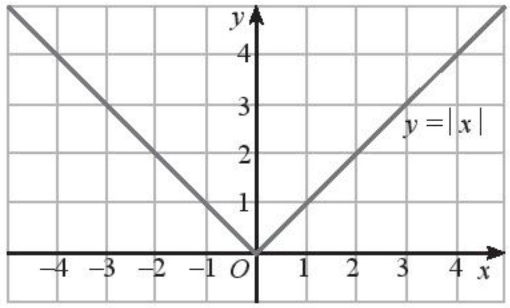
Xét một đường thẳng $y = y_0$ bất kì song song với trục hoành, đường thẳng này luôn cắt đồ thị hàm số khi $-2 \le y_0 \le 6$ nên phương trình $f(x) = y_0$ có nghiệm x khi và chỉ khi $-2 \le y_0 \le 6$. Nên $T = [-2; 6]$.

3. a) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

b) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

4. Khi $x \ge 0$, đồ thị hàm số là một phần của đường phân giác góc phần tư thứ nhất của hệ trục Oxy, có phương trình $y = x$.

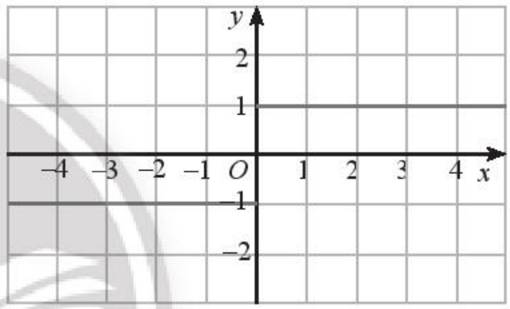
Khi $x < 0$, đồ thị hàm số là một phần của đường phân giác góc phần tư thứ hai, có phương trình $y = -x$.



5. Khi $x < 0$, hàm số luôn có giá trị bằng -1; khi $x > 0$, hàm số luôn có giá trị bằng 1; hàm số không xác định khi $x = 0$ nên có:

– Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$;

– Tập giá trị: $T = \{-1; 1\}$.



6. Gọi x là số kilômét hành khách di chuyển ($x \ge 0$).

a) Khi đã lên taxi 4 chỗ, hành khách luôn phải trả 11 000 đồng dù đi hay không, do đó số tiền phải trả luôn bao gồm 11 000 đồng này.

- Nếu $0 \le x \le 0,5$, số tiền phải trả là 11 000 đồng.
- Nếu $0,5 < x \le 30$, số tiền phải trả là

$$11\,000 + 14\,500(x - 0,5) \text{ hay } 3\,750 + 14\,500x.$$

- Nếu $x > 30$, số tiền phải trả là

$$11\,000 + 14\,500 \,.\, (30 - 0,5) + 11\,600(x - 30) \text{ hay } 90\,750 + 11\,600x.$$

Vậy hàm số $f(x)$ có công thức: $f(x) = \begin{cases} 11000 & \text{với } 0 \le x \le 0,5 \\ 3750 + 14500x & \text{với } 0,5 < x \le 30 \\ 90\,750 + 11600x & \text{với } x > 30. \end{cases}$

Tương tự, đối với taxi 7 chỗ, hàm số $g(x)$ có công thức:

$$g(x) = \begin{cases} 11000 & \text{với } 0 \le x \le 0,5 \\ 3\,250 + 15500x & \text{với } 0,5 < x \le 30 \\ 60\,250 + 13\,600x & \text{với } x > 30. \end{cases}$$

b) Khi có 30 hành khách, nếu đặt toàn bộ xe 4 chỗ thì cần đặt 8 xe. Khi đó, số tiền taxi phải trả là: $f_1(x) = \begin{cases} 8\,.\,11000 & \text{với } 0 \le x \le 0,5 \\ 8(3\,750 + 14\,500x) & \text{với } 0,5 < x \le 30 \\ 8(90\,750 + 11600x) & \text{với } x > 30. \end{cases}$

Nếu đặt toàn bộ xe 7 chỗ thì cần đặt 5 xe. Khi đó, số tiền taxi phải trả là:

$$g_1(x) = \begin{cases} 5\,.\,11000 & \text{với } 0 \le x \le 0,5 \\ 5(3250 + 15\,500x) & \text{với } 0,5 < x \le 30 \\ 5(60\,250 + 13600x) & \text{với } x > 30. \end{cases}$$

Ta cần so sánh $f_1(x)$ với $g_1(x)$.

Xét hiệu số $f_1(x) - g_1(x)$.

• Khi $0 \le x \le 0,5$, ta có:

$$f_1(x) - g_1(x) = 8\,.\,11\,000 - 5\,.\,11\,000 = 33\,000 > 0.$$

Do đó $f_1(x) > g_1(x)$.

Nghĩa là khi 30 người di chuyển quãng đường ít hơn hoặc bằng 0,5 km bằng taxi thì đi xe 4 chỗ sẽ tốn nhiều tiền hơn đi xe 7 chỗ.

• Khi $0,5 < x \le 30$, ta có:

$$f_1(x) - g_1(x) = 8(3\,750 + 14\,500x) - 5(3\,250 + 15\,500x) = 13\,750 + 38\,500x.$$

Vì $x > 0$ nên $f_1(x) - g_1(x) > 0$ hay $f_1(x) > g_1(x)$.

Nghĩa là khi 30 người di chuyển quãng đường trên 0,5 km đến 30 km bằng taxi thì đi xe 4 chỗ sẽ tốn nhiều tiền hơn đi xe 7 chỗ.

• Khi $x > 30$, ta có:

$$f_1(x) - g_1(x) = 8(90\,750 + 11\,600x) - 5(60\,250 + 13\,600x) = 424\,750 + 24\,800x.$$

Vì $x > 0$ nên $f_1(x) - g_1(x) > 0$ hay $f_1(x) > g_1(x)$.

Nghĩa là khi 30 người di chuyển quãng đường từ 30 km trở đi bằng taxi thì đi xe 4 chỗ sẽ tốn nhiều tiền hơn đi xe 7 chỗ.

Từ ba trường hợp trên, ta đưa ra kết luận: Nếu cần đặt xe taxi cho 30 hành khách thì nên đặt toàn bộ xe 7 chỗ sẽ có lợi hơn (tiết kiệm chi phí hơn đặt toàn bộ xe 4 chỗ).

Giải thích: Trong tình huống tính tiền taxi, khi nói kilômét thứ nhất, ta cần hiểu là quãng đường x lấy giá trị từ 0 km đến 1 km, nghĩa là $0 \le x \le 1$ hay $x \in [0; 1]$; khi nói kilômét thứ hai nghĩa là $1 < x \le 2$ hay $x \in (1; 2]$; … và nói kilômét thứ 31 trở đi nghĩa là $x > 30$.

7. Số x đi qua *máy bình phương* thì biến đổi thành x^2;

x^2 đi qua *máy tăng gấp ba lần* thì biến đổi thành $3x^2$;

$3x^2$ đi qua *máy lấy bớt đi 5* thì biến đổi thành $3x^2 - 5$.

Vậy $f(x) = 3x^2 - 5$.

BÀI 2. HÀM SỐ BẬC HAI

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được công thức tổng quát của hàm số bậc hai.

– Thiết lập được bảng giá trị của hàm số bậc hai khi biết biểu thức của hàm số bậc hai.

– Vẽ được parabol là đồ thị hàm số bậc hai.

– Nhận biết được các tính chất cơ bản của parabol như đỉnh, trục đối xứng.

– Lập được bảng biến thiên của hàm số bậc hai khi biết đồ thị hoặc biết biểu thức của hàm số bậc hai.

– Nhận biết và giải thích được các tính chất của hàm số bậc hai thông qua đồ thị.

– Vận dụng được kiến thức về hàm số bậc hai và đồ thị vào giải quyết bài toán thực tiễn như xác định được tầm bay cao và tầm bay xa của quả cầu lông, tính được độ cao dây văng của cầu có hình dạng parabol, …

2. Năng lực cần chú trọng: giao tiếp toán học, mô hình hoá toán học, giải quyết vấn đề toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, Toán và Vật lí.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ chính là đồ thị hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ sau phép tịnh tiến theo vectơ có toạ độ $\left(-\dfrac{b}{2a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. Để giảm nhẹ kiến thức, sách giáo khoa chỉ nói về "đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ là một parabol có được bằng cách ***dời*** đồ thị hàm số $y = ax^2$ ***một cách hợp lí***.

2. Các tính chất của đồ thị hàm số bậc hai được thừa nhận mà không chứng minh.

3. Phần đồ thị hàm số nói chung, đồ thị hàm số bậc hai nói riêng được chú trọng hơn để phát triển kĩ năng đọc đồ thị khi giải một số bài tập, thực hành, … và chuẩn bị cho phần bất phương trình ở chương 7.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

$y = ax^2$ $\quad$ $y = a(x - m)(x - n)$

$y = ax^2 + bx$ $\quad$ $y = a(x - h)^2 + k$

$y = ax^2 + bx + c$

Các hàm số này có chung đặc điểm gì?

Mục đích: Gợi vấn đề để HS tìm hiểu về nhiều dạng biểu thức đại số khác nhau của đa thức bậc hai một ẩn (tam thức bậc hai).

1. Hàm số bậc hai

HĐKP 1

Khai triển biểu thức của các hàm số sau và sắp xếp theo thứ tự luỹ thừa của x giảm dần (nếu có thể). Hàm số nào có luỹ thừa bậc cao nhất của x là bậc hai?

a) $y = 2x(x - 3)$; b) $y = x(x^2 + 2) - 5$; c) $y = -5(x + 1)(x - 4)$.

Mục đích: HS biến đổi đại số và sắp xếp để nhận biết bậc cao nhất của x, biết được các dạng biểu thức đại số khác nhau quy về đa thức bậc hai một ẩn, gồm cả dạng khuyết hệ số c.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $y = 2x^2 - 6x$; b) $y = x^3 + 2x - 5$; c) $y = -5x^2 + 15x + 20$.

Hàm số ở câu a) và câu c) là hàm số có luỹ thừa bậc cao nhất của x là bậc hai.

HĐTH 1

Hàm số nào trong các hàm số **được cho ở** 1 là hàm số bậc hai?

Mục đích: HS nhận biết được dạng tổng quát của công thức của hàm số bậc hai.

Hướng dẫn – đáp án: Hàm số ở câu a) và câu c) là hàm số bậc hai.

2. Đồ thị hàm số bậc hai

HĐKP 2

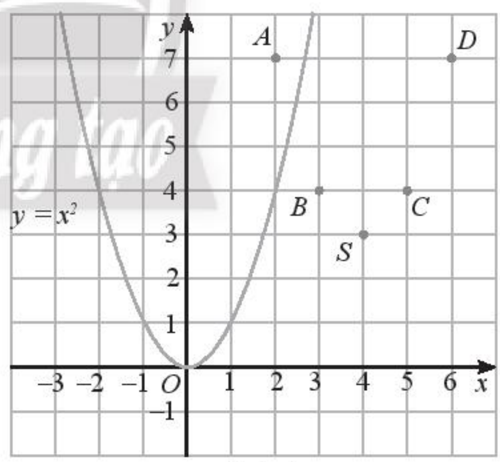
a) Xét hàm số:

$$y = f(x) = x^2 - 8x + 19 = (x - 4)^2 + 3$$

có bảng giá trị:

x	2	3	4	5	6
$f(x)$	7	4	3	4	7

Trên mặt phẳng toạ độ, ta có các điểm $(x; f(x))$ với x thuộc bảng giá trị đã cho (Hình 1).



Hình 1

Hãy vẽ đường cong đi qua các điểm A, B, S, C, D và nêu nhận xét về hình dạng của đường cong này so với đồ thị của hàm số $y = x^2$ trên Hình 1.

b) Tương tự, xét hàm số:

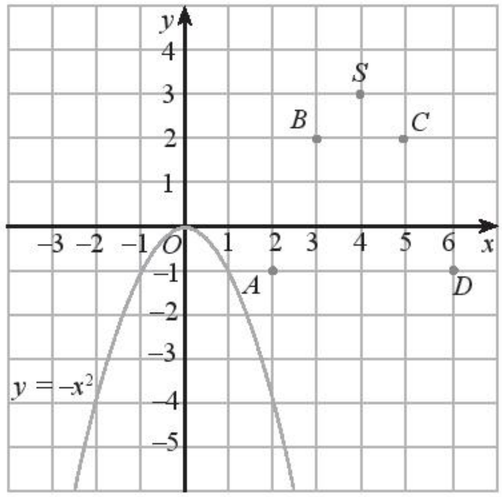
$y = g(x) = -x^2 + 8x - 13 = -(x-4)^2 + 3$

có bảng giá trị:

x	2	3	4	5	6
$g(x)$	-1	2	3	2	-1

Trên mặt phẳng toạ độ, ta có các điểm $(x; g(x))$ với x thuộc bảng giá trị đã cho (Hình 2).

Hãy vẽ đường cong đi qua các điểm A, B, S, C, D và nêu nhận xét về hình dạng của đường cong này so với đồ thị của hàm số $y = -x^2$ trên Hình 2.



Hình 2

Mục đích: HS phác thảo đồ thị hàm số bậc hai quy về dạng $y = f(x) = a(x-h)^2 + k$ khi biết toạ độ một số điểm và so sánh với đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^2$ để nhận ra hai đồ thị này là hai parabol giống nhau và chỉ khác ở toạ độ đỉnh. Sách giáo khoa không dùng cách nói "tịnh tiến đồ thị" nhằm tránh gây khó khăn cho học sinh lớp 10.

Gợi ý tổ chức: GV có thể cho HS thảo luận theo nhóm, nhóm lẻ làm câu a) và nhóm chẵn làm câu b) rồi cử đại diện nhóm trình bày trước lớp để sửa bài. GV đánh giá năng lực giao tiếp toán học của HS khi trình bày bằng ngôn ngữ tự nhiên và ngôn ngữ toán học.

Lưu ý: Đồ thị được cho sẵn để HS quan sát và so chiếu với parabol là đồ thị của hàm số $y = ax^2$ đã học ở lớp 9, từ đó liên hệ các tính chất tương tự. Ngoài ra dạng đại số $y = f(x) = a(x-h)^2 + k$ là để chuẩn bị cho HS nhận biết giá trị h là ứng với $-\dfrac{b}{2a}$ và giá trị k là ứng với $-\dfrac{\Delta}{4a}$ trong phần tính chất đồ thị hàm số bậc hai sau đó.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Đường cong đi qua các điểm A, B, S, C, D giống như đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2$, cũng là parabol nhưng có đỉnh (4; 3).

b) Đường cong đi qua các điểm A, B, S, C, D giống như đồ thị hàm số $y = f(x) = -x^2$, cũng là parabol nhưng có đỉnh (4; 3).

HĐTH 2

2 Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ rồi so sánh đồ thị hàm số này với đồ thị hàm số trong Ví dụ 2a. Nêu nhận xét về hai đồ thị này.

Mục đích: HS thực hành vẽ đồ thị hàm số bậc hai dựa trên kết quả về tính chất đồ thị hàm số này (tương tự Ví dụ 2); nhận ra tính đối xứng của hai đồ thị hai hàm số qua trục hoành $x'Ox$ và tính đối của hai biểu thức của hai hàm số.

Gợi ý tổ chức: GV cho HS tự thực hành vẽ đồ thị hàm số vào vở, sau đó trao đổi trong nhóm đôi và đại diện HS trả lời trước lớp, GV chốt kiến thức. GV có thể đánh giá năng lực giao tiếp toán học của HS qua phần trình bày của HS.

Lưu ý: GV chỉ cần cho HS nhận xét và ghi nhận về tính đối xứng của hai đồ thị hàm số đối với trục hoành, tính đối của hai biểu thức của hai hàm số mà ko cần HS phải chứng minh hay giải thích thêm. Phần kiến thức đầy đủ sẽ được đề cập đến nếu HS chọn học chuyên đề về phép biến hình sau này.

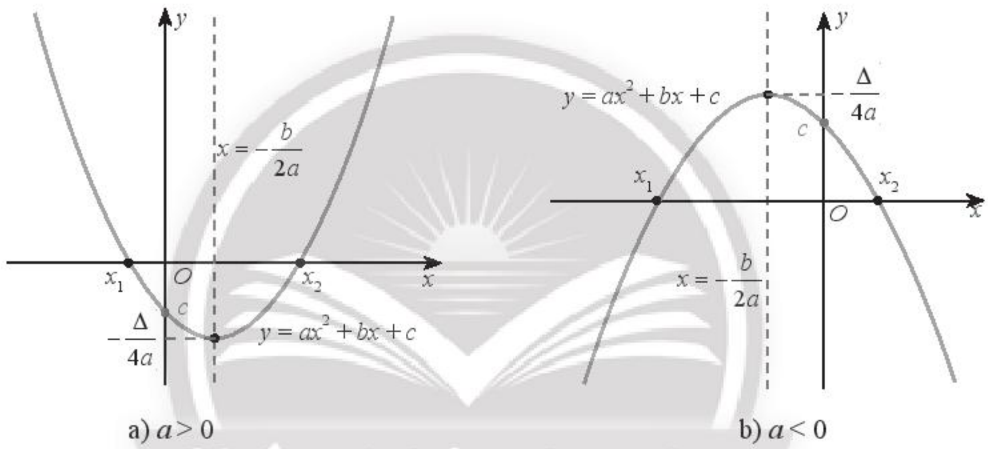
Hướng dẫn – đáp án:

Nhận xét: Hai đồ thị của hai hàm số đối xứng nhau qua trục hoành, còn hai biểu thức của hai hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$ và $y = x^2 - 4x + 3$ là hai biểu thức đối nhau.

3. Sự biến thiên của hàm số bậc hai

HĐKP 3

3 Từ đồ thị của hàm số bậc hai cho ở hai hình sau, tìm khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số trong mỗi trường hợp.



Hình 6

Mục đích: HS vận dụng kiến thức về tính chất đồ thị của hàm số đồng biến và hàm số nghịch biến vào trường hợp đồ thị hàm số bậc hai để nhận biết tính biến thiên của hàm số bậc hai.

Gợi ý tổ chức: GV có thể tổ chức cho HS thảo luận theo nhóm đôi và GV có thể đánh giá năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học khi HS trình bày kết quả và đưa ra chứng cứ.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\dfrac{b}{2a}\right)$ và hàm số đồng biến trên $\left(-\dfrac{b}{2a}; +\infty\right)$.

b) Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\dfrac{b}{2a}\right)$ và hàm số nghịch biến trên $\left(-\dfrac{b}{2a}; +\infty\right)$.

HĐTH 3

3 Tìm khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số $y = 2x^2 - 6x + 11$. Hàm số này có thể đạt giá trị bằng –1 không? Tại sao?

Mục đích: HS áp dụng kiến thức về tính chất hàm số bậc hai để tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho, từ đó chỉ ra tập giá trị của hàm số.

Gợi ý tổ chức: GV có thể tổ chức cho HS thảo luận theo nhóm đôi và GV có thể đánh giá năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học khi HS trình bày kết quả và đưa ra chứng cứ.

Hướng dẫn – đáp án:

Hàm số có hệ số $a = 2$, là số dương; đồ thị hàm số lại có đỉnh $S\left(\frac{3}{2}; \frac{13}{2}\right)$ nên hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ và hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

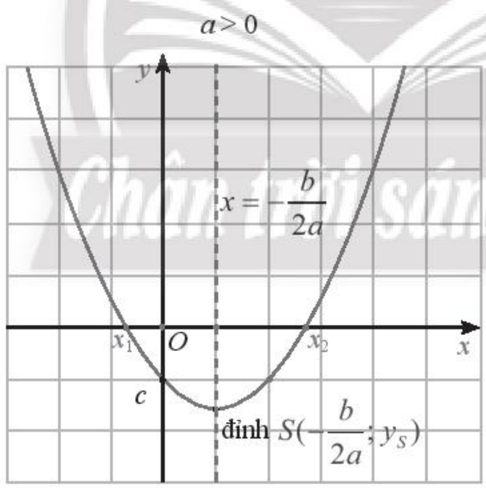
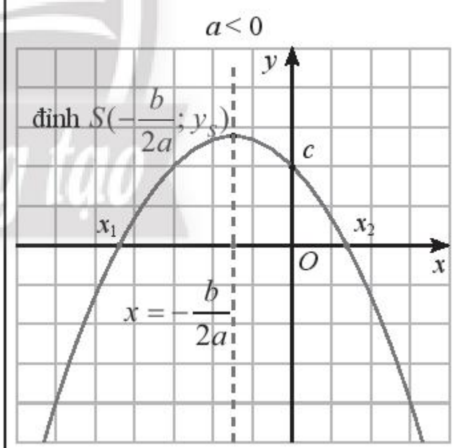
Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là $y = y_S = \frac{13}{2}$. Tức là $f(x) \geq \frac{13}{2}$.

Mà $\frac{13}{2} > -1$ nên suy ra hàm số không thể đạt giá trị -1.

Lưu ý:

Giáo viên có thể tóm tắt các ***Tính chất hàm số bậc hai nhìn từ đồ thị*** như bảng sau:

Khi quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ (với $a \neq 0$), đặc biệt là đỉnh S và hướng quay bề lõm của parabol, ta có thể nhận biết một số tính chất của hàm số như sau:

Đồ thị hàm số bậc hai		
Về giá trị nhỏ nhất / giá trị lớn nhất	Mọi điểm trên đồ thị đều có tung độ **lớn** hơn hoặc bằng tung độ của đỉnh S nên hàm số đạt **giá trị nhỏ nhất** là $y = y_S$ (khi $x = x_S$).	Mọi điểm trên đồ thị đều có tung độ **nhỏ** hơn hoặc bằng tung độ của đỉnh S nên hàm số **đạt giá trị lớn nhất** là $y = y_S$ (khi $x = x_S$).
Về tập giá trị	Hàm số lấy mọi giá trị lớn hơn hoặc bằng y_S nên $T = [y_S; +\infty)$.	Hàm số lấy mọi giá trị nhỏ hơn hoặc bằng y_S nên $T = (-\infty; y_S]$.

Về tính biến thiên	Từ trái sang phải, nhánh bên trái đồ thị đi xuống tới đỉnh S rồi sau đó đi lên ở nhánh bên phải. Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; x_S)$ và đồng biến trên khoảng $(x_S; +\infty)$.	Từ trái sang phải, nhánh bên trái đồ thị đi lên tới đỉnh S rồi sau đó đi xuống ở nhánh bên phải. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; x_S)$ và nghịch biến trên khoảng $(x_S; +\infty)$.

4. Ứng dụng của hàm số bậc hai

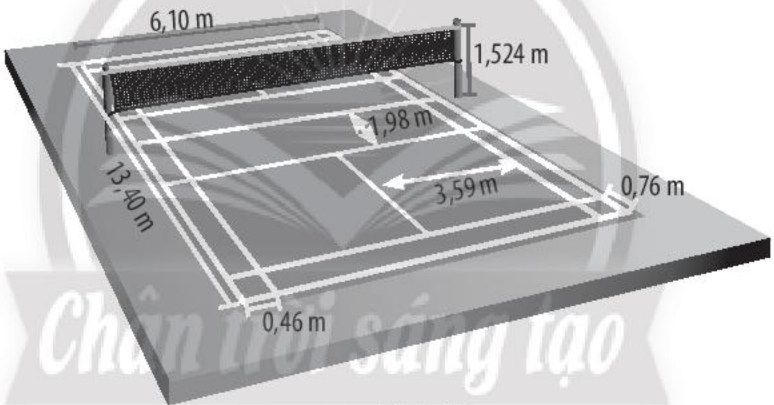
HĐVD

Trong bài toán ứng dụng, khi chơi trên sân cầu lông đơn, các lần phát cầu với thông tin như sau có được xem là hợp lệ không? (Các thông tin không được đề cập thì vẫn giữ như trong giả thiết bài toán trên).

a) Vận tốc ban đầu của cầu là 12 m/s.

b) Vị trí phát cầu cách mặt đất 1,3 m.

Lưu ý: Các thông số về sân cầu lông đơn được cho trong Hình 11.



Hình 11

Mục đích: HS vận dụng kiến thức liên môn: Toán, Vật lí (ở mức độ đơn giản) và Giáo dục thể chất.

Gợi ý tổ chức: GV có thể cho HS thảo luận trong nhóm (4 – 6 HS) và trình bày kết quả trước lớp, qua đó GV có thể đánh giá năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn bằng toán học (năng lực mô hình hoá toán học).

Lưu ý: Phương trình quỹ đạo của chuyển động ném xiên được cho sẵn để HS kết nối kiến thức về công thức của hàm số bậc hai theo x và quỹ đạo chuyển động của một vật khi bị ném xiên, cũng như kết nối với thực tiễn về luật chơi môn thể thao cầu lông.

Hướng dẫn – đáp án:

Trong cả hai câu hỏi, ta có phương trình quỹ đạo của quả cầu là:

$$y = \frac{-9{,}8 \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 30^\circ} + (\tan 30^\circ) \cdot x + y_0$$

hay $$y = \frac{-9,8\,.\,x^2}{2\,.\,v_0^2\,.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{\sqrt{3}}{3}\,.\,x + y_0 = \frac{-19,6}{3v_0^2}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + y_0.$$

– Khoảng cách từ gốc toạ độ đến điểm biên trong (trên sân đối phương): 4 + 1,98 = 5,98.

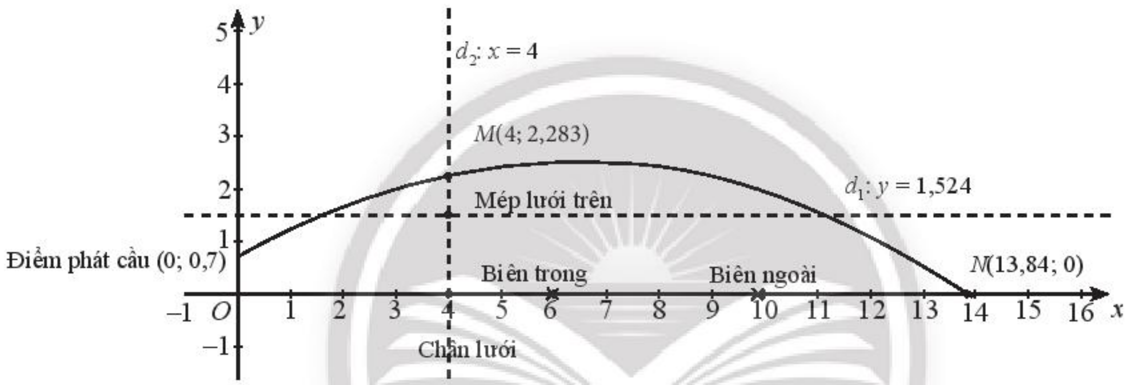
– Khoảng cách từ gốc toạ độ đến biên ngoài (trên sân đối phương): 4 + 5,94 = 9,94.

a) Khi $v_0 = 12$ và $y_0 = 0,7$ thì phương trình quỹ đạo của quả cầu là:

$$y = \frac{-19,6}{3\,.\,12^2}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + 0,7 = -\frac{49}{1080}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + 0,7.$$

– Tìm giao điểm M của quỹ đạo của quả cầu với đường thẳng $x = 4$, ta được $x_M = 4$ và $y_M \approx 2,283$.

– Tìm giao điểm N của quỹ đạo của quả cầu với trục hoành, ta được $x_N \approx 13,84$.



Để xét cú phát bóng có hợp lệ hay không ta xét hai tiêu chí (đối với sân cầu lông đơn):

– Điểm M cao hơn mép lưới trên;

– Điểm N ở giữa biên trong (cách chân lưới 1,98 m) và biên ngoài (cách chân lưới 5,94 m) trên sân đối phương.

Ta có $y_M > 1,524$ (cầu qua khỏi lưới) nhưng $x_N > 9,94$ nghĩa là cầu rơi ngoài vạch biên trên sân đối phương nên cú phát bóng này bị xem là hỏng (đánh ngoài biên).

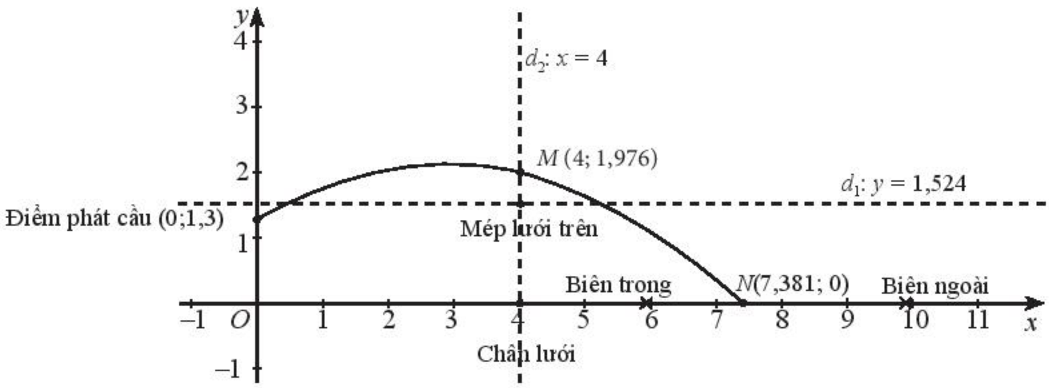
b) Giải tương tự: Khi $y_0 = 1,3$ (với vận tốc đầu như cũ là $v_0 = 8$ m/s) thì phương trình quỹ đạo của quả cầu là:

$$y = \frac{-19,6}{3\,.\,8^2}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1,3 = -\frac{49}{480}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1,3.$$

– Giao điểm M của quỹ đạo cầu lông với đường thẳng $x = 4$: $y_M \approx 1,976$.

– Giao điểm N của quỹ đạo cầu lông với trục hoành: $x_N \approx 7,381$.

Do $y_M > 1,524$ (cầu qua khỏi lưới) và $5,98 < x_N < 9,94$ nghĩa là cầu rơi trong phạm vi an toàn trên sân đối phương nên cú phát bóng này được xem là hợp lệ.



IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. Hàm số cho ở câu a), c) là các hàm số bậc hai.

2. a) Hàm số $y = mx^4 + (m + 1)x^2 + x + 3$ là hàm số bậc hai nếu hệ số của x^4 bằng 0 và hệ số của x^2 khác 0. Do đó $m = 0$ (thoả mãn điều kiện $m \neq -1$).

b) Hàm số $y = (m - 2)x^3 + (m - 1)x^2 + 5$ là hàm số bậc hai nếu hệ số của x^3 bằng 0 và hệ số của x^2 khác 0. Do đó $m = 2$ (thoả mãn điều kiện $m \neq 1$).

3. Hàm số $y = f(x) = x^2 + 2x + 3$ có $-\dfrac{b}{2a} = -1; -\dfrac{\Delta}{4a} = 2$ và $a = 1 > 0$ nên có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	2	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = -1$.

4. a) Với các giả thiết đã cho, ta có:

$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1$

và $\begin{cases} f(1) = 2 \\ f(2) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 4a + 2b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0. \end{cases}$

b) Hàm số có công thức: $y = f(x) = x^2 + 1$.

Ta có: $-\dfrac{b}{2a} = 0; f(0) = 1$ và $a = 1 > 0$ nên hàm số có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	1	$\nearrow$	

5. Hàm số $y = f(x) = 2x^2 + x + m$ có $-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{1}{4}$; $-\dfrac{\Delta}{4a} = m - \dfrac{1}{8}$ và $a = 2 > 0$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\dfrac{1}{4}$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$m - \dfrac{1}{8}$	$\nearrow$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $m - \dfrac{1}{8}$ khi $x = -\dfrac{1}{4}$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 5 thì m phải thoả mãn điều kiện: $m - \dfrac{1}{8} = 5$ hay $m = \dfrac{41}{8}$.

6.

a) Đồ thị hàm số $y = 2x^2 + 4x - 1$ là một parabol có:

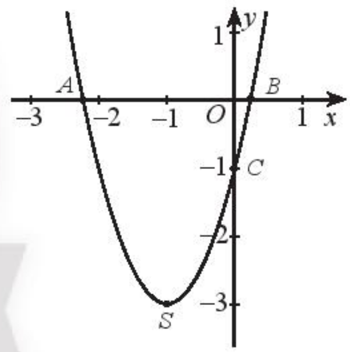
– Đỉnh $S(-1; -3)$;

– Trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$;

– Cắt trục tung tại điểm $C(0; -1)$;

– Bề lõm quay lên trên vì có hệ số $a = 2 > 0$;

– Phương trình $2x^2 + 4x - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{-2-\sqrt{6}}{2}$ và $x_2 = \dfrac{-2+\sqrt{6}}{2}$ nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm $A\left(\dfrac{-2-\sqrt{6}}{2}; 0\right)$ và $B\left(\dfrac{-2+\sqrt{6}}{2}; 0\right)$.



Ta vẽ được đồ thị như hình bên.

b) Đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ là một parabol có:

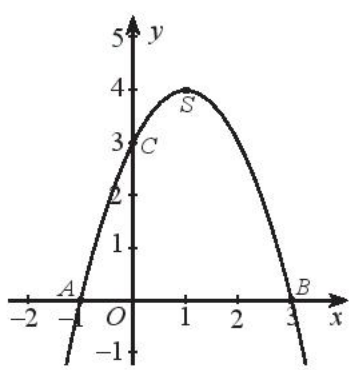
– Đỉnh $S(1; 4)$;

– Trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$;

– Cắt trục tung tại điểm $C(0; 3)$;

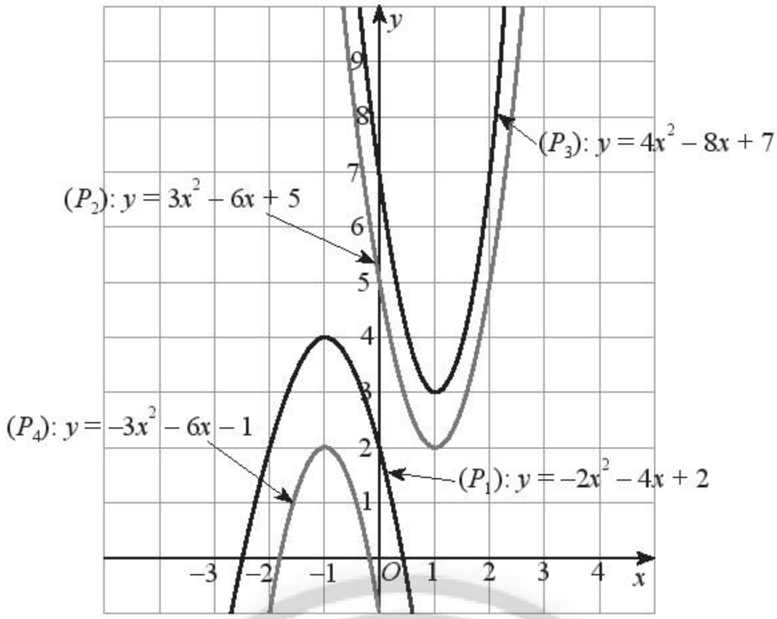
– Bề lõm quay xuống dưới vì có hệ số $a = -1 < 0$.

– Phương trình $-x^2 + 2x + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1$ và $x_2 = 3$ nên đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm $A(-1; 0)$ và $B(3; 0)$.



Ta vẽ được đồ thị như hình bên.

7. Dựa vào hướng quay bề lõm của parabol và giao điểm với trục tung, ta xác định đồ thị ứng với hàm số như sau:



8. Hàm số bậc hai có công thức tổng quát: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ (a khác 0).

Dựa vào đồ thị, ta thấy đây là một parabol cắt trục tung tại điểm $(0; -4)$, cắt trục hoành tại hai điểm có toạ độ lần lượt là $(-1; 0)$ và $(4; 0)$ nên:

$$f(0) = -4 \Rightarrow c = -4$$

và $\begin{cases} f(-1) = 0 \\ f(4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b - 4 = 0 \\ 16a + 4b - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3. \end{cases}$

Vậy $y = x^2 - 3x - 4$.

Cách khác: Đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ lần lượt là -1 và 4 nên công thức hàm số có dạng $y = a(x + 1)(x - 4)$ hay $y = ax^2 - 3ax - 4a$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 nên $-4a = -4$. Suy ra $a = 1$.

Vậy $y = (x + 1)(x - 4)$.

9. Chọn hệ trục toạ độ sao cho đầu mút A của dây ngắn nhất thuộc trục tung và thanh ngang mặt cầu thuộc trục hoành. Gọi B là điểm đầu mút bên phải (khi nhìn thẳng vào mặt bên của thành cầu) của dây cáp dài nhất thì với các giả thiết:

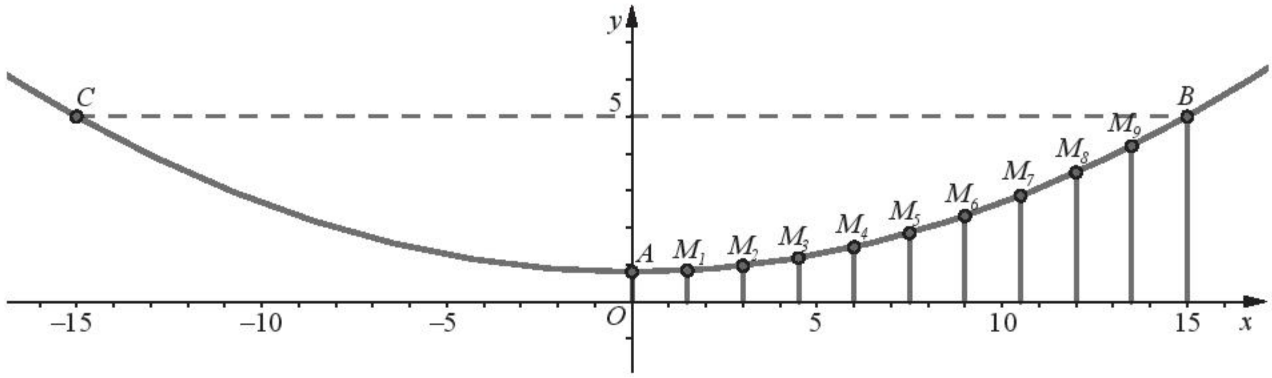
– Dây dài nhất là 5 m, dây ngắn nhất là 0,8 m. Khoảng cách giữa các dây bằng nhau.

– Nhịp cầu dài 30 m.

Ngoài ra, từ bản vẽ ta thấy có tất cả 21 dây cáp dọc. Suy ra $A(0; 0{,}8)$, $B(15; 5)$.

Do parabol nhận trục tung là trục đối xứng nên hàm số có công thức: $y = f(x) = ax^2 + c$.

Ta tìm được $a = \dfrac{4,2}{225}$ và $c = 0,8$. Như vậy: $y = \dfrac{4,2}{225}x^2 + 0,8$.



Chiều dài mỗi dây cáp dọc về mặt lí thuyết là tung độ điểm ứng với đầu mút trên cao của dây cáp, ví dụ dây cáp có đầu mút A có chiều dài bằng tung độ điểm A.

Do tính đối xứng, ta có thể xét chiều dài các dây cáp bên phải rồi nhân hai thay vì tính chiều dài tất cả các dây cáp. Riêng dây cáp tại A chỉ tính một lần. Và các dây cáp cách đều nhau nên chiều dài 21 dây cáp cho một mặt là:

$$L = f(0) + 2[f(1,5) + f(3) + f(4,5) + f(6) + f(7,5) + f(9) + f(10,5) + f(12) + f(13,5) + f(15)]$$

$$= 0,8 + 2 \,.\, (0,842 + 0,968 + 1,178 + 1,472 + 1,850 + 2,312 + 2,858 + 3,488 + 4,202 + 5)$$

$$= 49,14 \text{ (m)}.$$

Do cần tính thêm 5% chiều dài mỗi sợi dây cáp để neo cố định và cần 2 mặt thành cầu nên chiều dài cáp cần sử dụng cho một mặt là: 2 . 49,14 . 105% = 103,194 (m).

Chiều dài cáp cần sử dụng là khoảng 103,2 m.

Lưu ý: GV nên yêu cầu HS sử dụng chức năng Table hoặc chức năng Function của máy tính cầm tay để tính toán các giá trị này.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $D = \mathbb{R}$; b) $D = \mathbb{R}$; c) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

2. a) Hàm số $y = (1 - 3m)x^2 + 3$ là một hàm số bậc hai khi $1 - 3m \neq 0$ hay $m \neq \frac{1}{3}$.

b) Biến đổi biểu thức hàm số $y = (4m - 1)(x - 7)^2$ ta được:

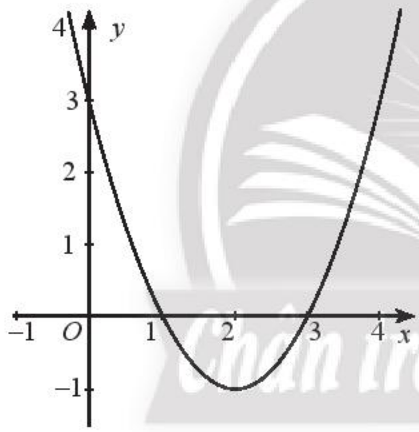
$y = (4m - 1)x^2 - 14(4m - 1)x + 49(4m - 1)$.

Đây là hàm số bậc hai khi $4m - 1 \neq 0$ hay $m \neq \frac{1}{4}$.

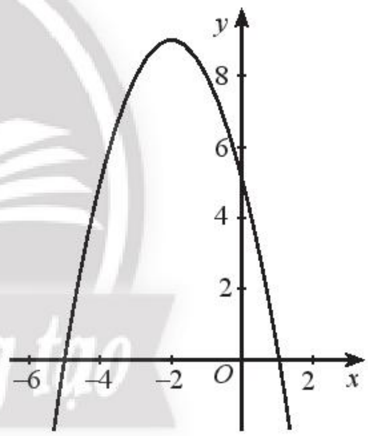
c) Biến đổi biểu thức hàm số $y = 2(x^2 + 1) + 11 - m$ ta có $y = 2x^2 + 13 - m$. Hàm số này có a là hằng số khác 0 nên luôn là hàm số bậc hai với mọi giá trị thực của m.

3.

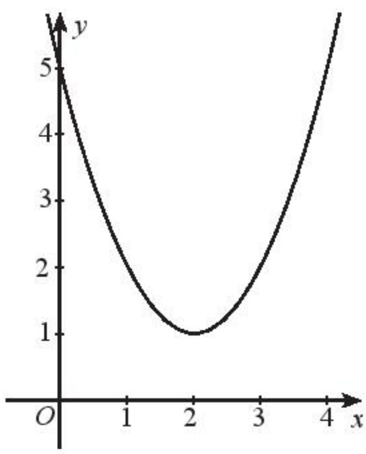
a) $y = x^2 - 4x + 3$



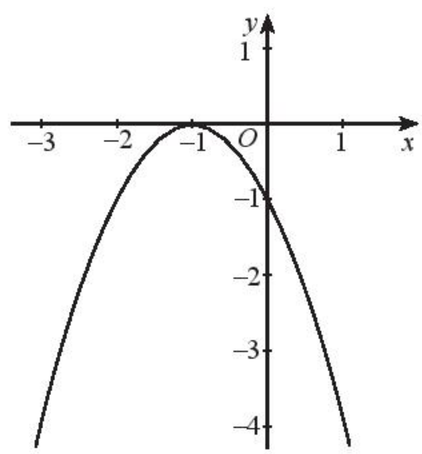
b) $y = -x^2 - 4x + 5$



c) $y = x^2 - 4x + 5$



d) $y = -x^2 - 2x - 1$



4. a) Xem quãng đường s (tính bằng kilômét) mà người vận động viên xe đạp đi được sau t phút là một hàm số theo t. Chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu đạp xe.

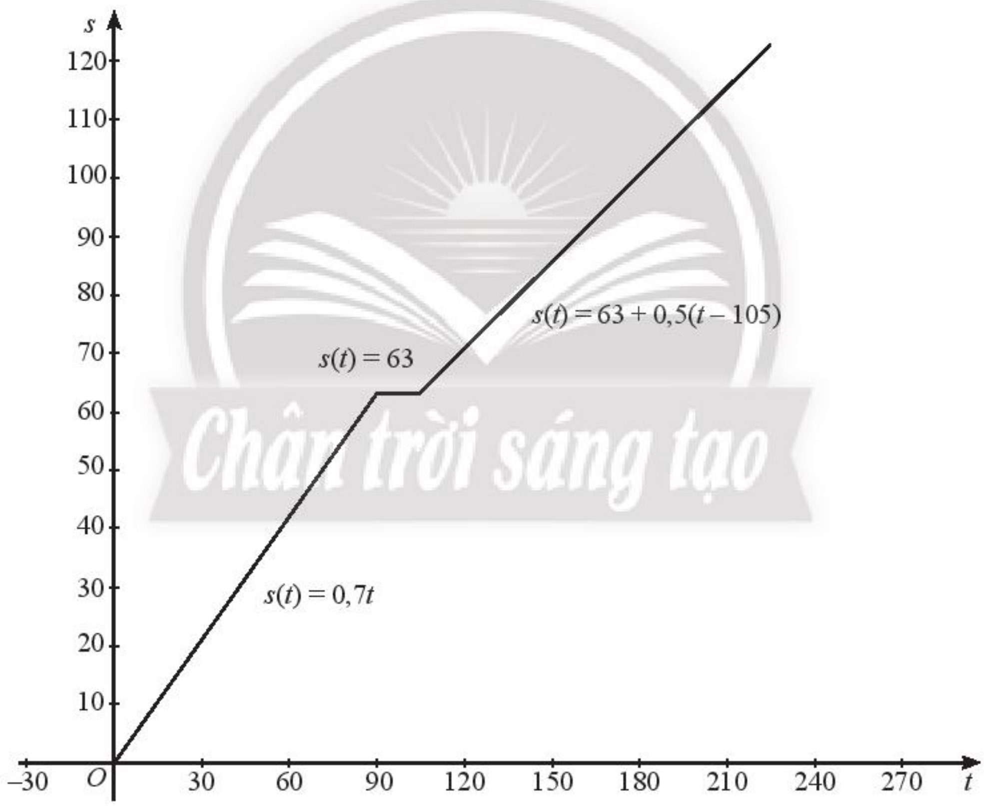
– Trong 1 giờ 30 phút đầu, nghĩa là 90 phút đầu, quãng đường đi được là ứng với chuyển động đều của vận động viên xe đạp với vận tốc 42 km/h = 0,7 km/phút nên $s(t) = 0,7t$.

– Sau khi đi được 0,7 . 90 = 63 (km), người này nghỉ trong 15 phút nên suốt thời gian từ 90 phút đến 105 phút, người này luôn giữ mức quãng đường đi được không đổi là $s(t) = 63$ km.

– Ở 2 giờ sau đó, nghĩa là 120 phút sau đó, người vận động viên chuyển động đều với vận tốc 30 km/h = 0,5 km/phút nên quãng đường đi được bao gồm 63 km và $0,5(t - 105)$, nên $s(t) = 63 + 0,5(t - 105)$.

Ta có hàm số $s(t)$ sau: $s(t) = \begin{cases} 0,7t & \text{với } 0 \le t < 90 \\ 63 & \text{với } 90 \le t < 105 \\ 63 + 0,5(t - 105) & \text{với } 105 \le t \le 225. \end{cases}$

b) Đồ thị biểu diễn hàm số s theo t.

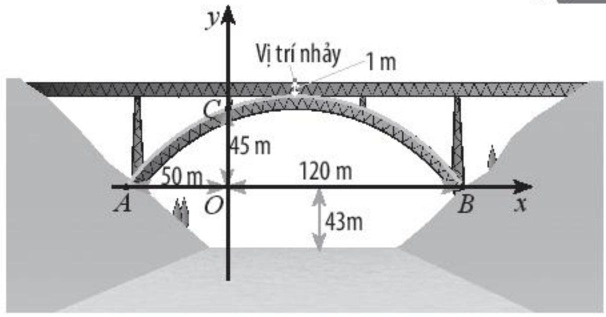


5. Hàm số $y = 2x^2 + mx + n$ giảm trên khoảng $(-\infty; 1)$, tăng trên khoảng $(1; +\infty)$ nên $x = 1$ là hoành độ đỉnh S và ta có $x_S = -\dfrac{b}{2a} = 1$ hay $-\dfrac{m}{4} = 1$ suy ra $m = -4$.

Hàm số có tập giá trị là $[9; +\infty)$ nên $y_S = 9$. Suy ra $S(1; 9)$.

Đỉnh S thuộc đồ thị hàm số nên ta có phương trình: $9 = 2 . 1^2 + (-4) . 1 + n$ hay $n = 11$.

Vậy $m = -4$ và $n = 11$.



6. Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ, ta có bộ phận chống đỡ có dạng parabol đi qua ba điểm $A(-50; 0)$; $B(120; 0)$; $C(0; 45)$.

Hàm số bậc hai tương ứng với parabol này có công thức $y = ax^2 + bx + c$ với a khác 0.

Ta có: $c = 45$

và $\begin{cases}(-50)^2 a - 50b + 45 = 0\\ 120^2 a + 120b + 45 = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{3}{400} \\ b = \dfrac{21}{40}.\end{cases}$

Đỉnh S của parabol có $x_S = 35$; $y_S = \dfrac{867}{16}$.

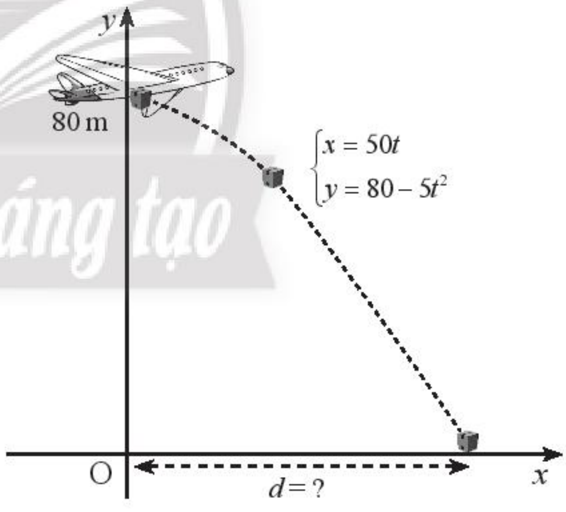
Chiều dài sợi dây an toàn cần trang bị bằng một phần ba khoảng cách từ vị trí bắt đầu nhảy xuống đến mặt nước nên ta tính như sau:

$$L = \frac{1}{3}.\left(y_S + 1 + 43\right) = \frac{1}{3}.\left(\frac{867}{16} + 1 + 43\right) = \frac{1571}{48} \approx 32,73.$$

Người đó cần trang bị sợi dây bảo hiểm dài khoảng 33 m.

7. Chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là hình chiếu trên mặt đất của vị trí hàng cứu trợ bắt đầu được thả (hình vẽ). Với $h = 80$ m, vận tốc đầu của hàng cứu trợ bằng vận tốc máy bay là 50 m/s, thì phương trình chuyển động của hàng cứu trợ được cho bởi hệ sau (chọn $g = 10$ m/s^2):

$$\begin{cases} x = 50t \\ y = 80 - \dfrac{1}{2}.10t^2 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = 50t \\ y = 80 - 5t^2. \end{cases}$$



Khử t, ta được:

$$y = 80 - 5\left(\frac{x}{50}\right)^2 \text{ hay } y = -\frac{x^2}{500} + 80.$$

Vị trí hàng cứu trợ rơi chạm đất chính là giao điểm của quỹ đạo parabol với trục hoành, nên toạ độ hàng cứu trợ lúc đó là $(x_0; 0)$ với x_0 cho bởi $-\dfrac{{x_0}^2}{500} + 80 = 0$. Giải phương trình này ta được: $x_0 = -200$ hay $x_0 = 200$.

Vị trí hàng cứu trợ rơi phải có hoành độ dương (theo cách chọn hệ trục toạ độ) nên ta nhận kết quả $x_0 = 200$.

Để thùng hàng cứu trợ rơi đúng vị trí được chọn, máy bay cần bắt đầu thả hàng từ vị trí có hình chiếu của máy bay trên mặt đất cách vị trí được chọn là 200 m.

Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

Chương IV

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực toán học

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°

– Nhận biết được giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°. Tính được giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180° bằng máy tính cầm tay.

– Giải thích được hệ thức liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau.

Các hệ thức lượng cơ bản trong tam giác

– Giải thích được các hệ thức lượng cơ bản trong tam giác: định lí côsin, định lí sin, công thức tính diện tích tam giác.

Giải tam giác

– Mô tả và thực hiện được các cách giải tam giác.

Áp dụng giải tam giác trong thực tế

– Vận dụng được giải tam giác vào việc giải một số bài toán có nội dung thực tiễn (ví dụ: xác định khoảng cách giữa hai địa điểm khi gặp vật cản, xác định chiều cao của vật khi không thể đo trực tiếp, ...).

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0° ĐẾN 180°

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°.

– Tính được giá trị lượng giác (đúng hoặc gần đúng) của một góc từ 0° đến 180° bằng máy tính cầm tay.

– Giải thích được hệ thức liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Giá trị lượng giác của các góc từ 0° đến 180° là sự mở rộng của khái niệm tỉ số lượng giác của một góc nhọn mà HS đã học ở lớp 9.

2. Sử dụng mô hình nửa đường tròn đơn vị và toạ độ để xây dựng giá trị lượng giác của các góc từ 0° đến 180° và giải thích hệ thức liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Làm thế nào để mở rộng khái niệm tỉ số lượng giác của góc nhọn cho các góc từ 0° đến 180° ?

Mục đích: Ôn tập lại khái niệm tỉ số lượng giác của góc nhọn và nêu vấn đề thảo luận về giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

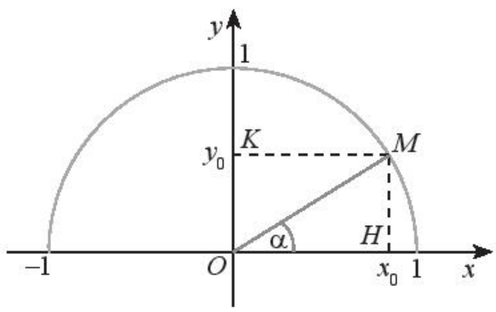
1. Giá trị lượng giác

HĐKP 1

1 Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, nửa đường tròn tâm O bán kính $R = 1$ nằm phía trên trục hoành được gọi là nửa đường tròn đơn vị. Cho trước một góc nhọn α, lấy điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$. Giả sử điểm M có toạ độ $(x_0; y_0)$.

Trong tam giác vuông OHM, áp dụng cách tính các tỉ số lượng giác của một góc nhọn đã học ở lớp 9, chứng tỏ rằng:

$$\sin\alpha = y_0;\ \cos\alpha = x_0;\ \tan\alpha = \frac{y_0}{x_0};\ \cot\alpha = \frac{x_0}{y_0}.$$



Hình 1

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm việc sử dụng nửa đường tròn đơn vị để mở rộng khái niệm tỉ số lượng giác của một góc nhọn mà HS đã học ở lớp 9. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1

1 Tìm các giá trị lượng giác của góc 135°.

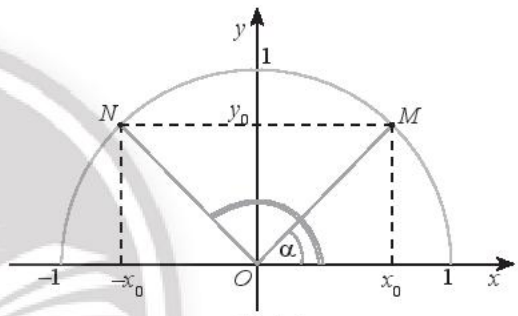
Mục đích: HS thực hành tìm giá trị lượng giác của một góc tù để rèn luyện kĩ năng theo yêu cần cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

2. Quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau

HĐKP 2

2 Trên nửa đường tròn đơn vị, cho hai điểm M, N đối xứng nhau qua trục Oy (Hình 4). Tính tổng số đo của hai góc $\widehat{xOM}$ và $\widehat{xON}$.



Hình 4

Mục đích: Giúp HS khám phá mối liên hệ về giá trị lượng giác của hai góc bù nhau trên mô hình nửa đường tròn đơn vị.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

2 Tính các giá trị lượng giác: sin120°; cos150°; cot135°.

Mục đích: HS thực hành tính giá trị lượng giác của các góc tù bằng cách đưa về giá trị lượng giác của góc nhọn có liên quan đặc biệt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

HĐVD 1

1 Cho biết $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, tìm góc α ($0^\circ \le \alpha \le 180^\circ$) bằng cách vẽ nửa đường tròn đơn vị.

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế bài toán ngược tìm góc α thoả mãn $\sin\alpha = \frac{1}{2}$.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Chú ý: Yêu cầu HS giải thích vì sao có hai góc α thoả mãn $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ ($\alpha = 30^\circ$; $\alpha = 150^\circ$).

Hướng dẫn – đáp án: $\alpha = 30^\circ$; $\alpha = 150^\circ$.

3. Giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt

Giá trị lượng giác \ α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\|\|$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\cot\alpha$	$\|\|$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\|\|$

Mục đích: Hướng dẫn HS xây dựng bảng giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt.

Gợi ý tổ chức: Yêu cầu HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 3

3 Tính: $A = \sin 150^\circ + \tan 135^\circ + \cot 45^\circ$; $B = 2\cos 30^\circ - 3\tan 150^\circ + \cot 135^\circ$.

Mục đích: HS thực hành tính giá trị các biểu thức lượng giác bằng cách sử dụng giá trị lượng giác của góc nhọn có liên quan đặc biệt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

HĐVD 2

2 Tìm góc α ($0^\circ \le \alpha \le 180^\circ$) trong mỗi trường hợp sau:

a) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\cos\alpha = \frac{-\sqrt{2}}{2}$; c) $\tan\alpha = -1$; d) $\cot\alpha = -\sqrt{3}$.

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào bài toán ngược tìm góc α khi biết giá trị lượng giác của α.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: a) 60°, 120°; b) 135°; c) 135°; d) 150°.

4. Sử dụng máy tính cầm tay để tìm giá trị lượng giác của một góc

Ví dụ 3, Ví dụ 4

Mục đích: Hướng dẫn HS làm quen với thao tác dùng máy tính cầm tay để tìm giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°, tìm số đo của một góc từ 0° đến 180° khi biết giá trị lượng giác của góc đó.

HĐTH 4

4 a) Tính $\cos 80^\circ 43'51''$; $\tan 147^\circ 12'25''$; $\cot 99^\circ 9'19''$.

b) Tìm α ($0^\circ \le \alpha \le 180^\circ$), biết $\cos\alpha = -0{,}723$.

Mục đích: HS có cơ hội thực hành dùng máy tính cầm tay để tìm giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°, tìm số đo của một góc từ 0° đến 180° khi biết giá trị lượng giác của góc đó.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. $E = 2.\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2} + (-1) = \sqrt{3} - \dfrac{1}{2}$.

2. Hướng dẫn: Sử dụng các tính chất: $\begin{cases} \sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha \\ \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha. \end{cases}$

a) $\sin 160^\circ = \sin(180^\circ - 20^\circ) = \sin 20^\circ$;

b) $\cos 130^\circ = \cos(180^\circ - 50^\circ) = -\cos 50^\circ$, suy ra $\cos 50^\circ = -\cos 130^\circ$.

3. Sử dụng bảng giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt, ta có:

a) $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 135^\circ$; b) $\sin\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0^\circ$ hoặc $\alpha = 180^\circ$;

c) $\tan\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$; d) $\cot\alpha$ không xác định khi $\alpha = 0^\circ$ hoặc $\alpha = 180^\circ$.

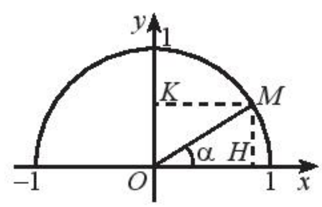
4. Hướng dẫn: Sử dụng các tính chất: $\begin{cases} \sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha \\ \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha. \end{cases}$

Ta có: $A = 180^\circ - (B + C)$ nên

a) $\sin A = \sin[180^\circ - (B + C)] = \sin(B + C)$;

b) $\cos A = \cos[180^\circ - (B + C)] = -\cos(B + C)$.

5. a) Sử dụng nửa đường tròn đơn vị, ta có:



$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = OH^2 + OK^2 = OM^2 = R^2 = 1$;

b) $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 1$;

c) $1 + \tan^2\alpha = 1 + \dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \dfrac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$;

d) $1 + \cot^2\alpha = 1 + \dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \dfrac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$.

6. Vì $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ nên $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$.

Vậy $A = 2.\dfrac{1}{2} + 5.\dfrac{1}{2} = \dfrac{7}{2}$.

7. a) $\sin 168°45'33'' \approx 0{,}195$; $\cos 17°22'35'' \approx 0{,}954$;

$\tan 156°26'39'' \approx -0{,}436$; $\cot 56°36'42'' \approx 0{,}659$.

b) i) $\sin\alpha \approx 0{,}862 \Rightarrow \alpha \approx 59°32'31''$ hoặc $\alpha \approx 120°27'29''$;

ii) $\cos\alpha \approx -0{,}567 \Rightarrow \alpha \approx 124°32'29''$;

iii) $\tan\alpha \approx 0{,}334 \Rightarrow \alpha \approx 18°28'10''$.

BÀI 2. ĐỊNH LÍ CÔSIN VÀ ĐỊNH LÍ SIN

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Giải thích được định lí côsin.

– Giải thích được định lí sin.

– Vận dụng được định lí côsin và định lí sin vào việc giải một số bài toán có nội dung thực tiễn.

– Giải thích được các công thức tính diện tích tam giác.

– Vận dụng được các công thức tính diện tích tam giác vào việc giải một số bài toán có nội dung thực tiễn.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học; giải quyết vấn đề toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Định lí côsin là mở rộng của định lí Pythagore cho tam giác thường.

2. Cần giúp HS phân biệt được các tình huống sử dụng định lí côsin và định lí sin:

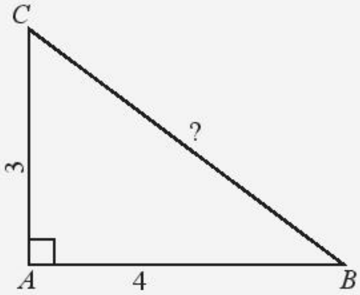
– Sử dụng định lí côsin khi biết hai cạnh và góc xen giữa hai cạnh đó.

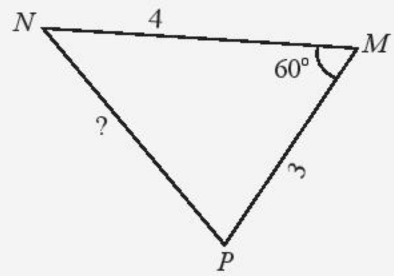
– Sử dụng định lí sin khi biết một cạnh và hai góc của tam giác.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Làm thế nào để tính độ dài cạnh chưa biết của hai tam giác dưới đây?





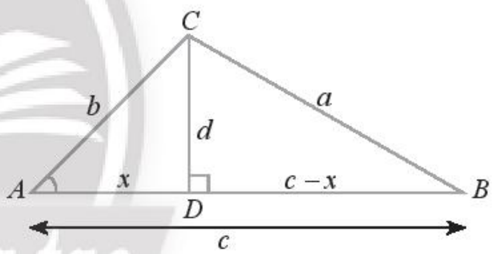
Mục đích: Giới thiệu tình huống nhu cầu phát sinh định lí côsin để mở rộng định lí Pythagore cho tam giác thường.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

1. Định lí côsin trong tam giác

HĐKP 1

1 a) Cho tam giác ABC không phải là tam giác vuông với góc A nhọn và $\widehat{C} \geq \widehat{B}$. Vẽ đường cao CD và đặt tên các độ dài như trong Hình 1. Hãy thay $\boxed{?}$ bằng chữ cái thích hợp để chứng minh công thức $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ theo gợi ý sau:



Hình 1

Xét tam giác vuông BCD, ta có: $a^2 = d^2 + (c-x)^2 = d^2 + x^2 + c^2 - 2xc$. (1)

Xét tam giác vuông ACD, ta có: $b^2 = d^2 + x^2 \Rightarrow d^2 = b^2 - x^2$. (2)

$$\cos A = \frac{\boxed{?}}{b} \Rightarrow \boxed{?} = b\cos A. \quad (3)$$

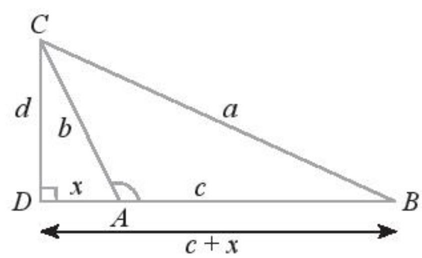
Thay (2) và (3) vào (1), ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$.

Lưu ý: Nếu $\widehat{B} > \widehat{C}$ thì ta vẽ đường cao BD và chứng minh tương tự.

b) Cho tam giác ABC với góc A tù. Làm tương tự như trên, chứng minh rằng ta cũng có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A.$$

Lưu ý: Vì A là góc tù nên $\cos A = -\frac{x}{b}$.



Hình 2

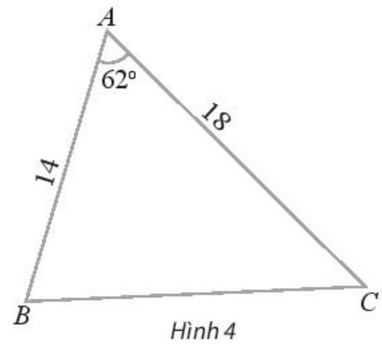
c) Cho tam giác ABC vuông tại A. Hãy chứng tỏ công thức $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ có thể viết là $a^2 = b^2 + c^2$.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về cách chứng minh định lí côsin bằng cách sử dụng định lí Pythagore và tỉ số lượng giác của một góc nhọn. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1

1 Tính các cạnh và các góc chưa biết của tam giác *ABC* trong Hình 4.

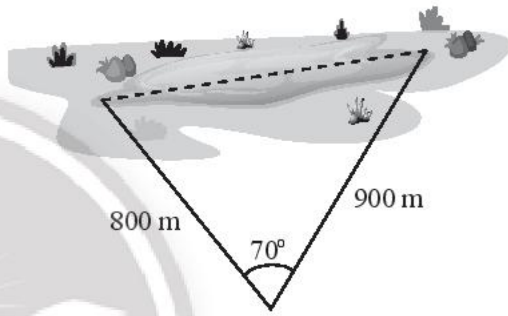


Hình 4

Mục đích: HS thực hành sử dụng định lí côsin trong việc tìm cạnh chưa biết của tam giác để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

HĐVD 1

1 Tính khoảng cách giữa hai điểm ở hai đầu của một hồ nước. Biết từ một điểm cách hai đầu hồ lần lượt là 800 m và 900 m người quan sát nhìn hai điểm này dưới một góc 70° (Hình 5).



Hình 5

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng định lí côsin vừa học vào thực tế tính khoảng cách giữa hai điểm khi không thể đo đạc trực tiếp.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

Hướng dẫn – đáp án: khoảng 979 m.

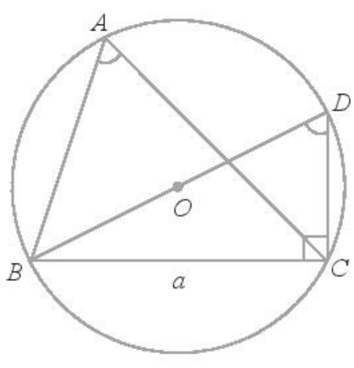
2. Định lí sin trong tam giác

HĐKP 2

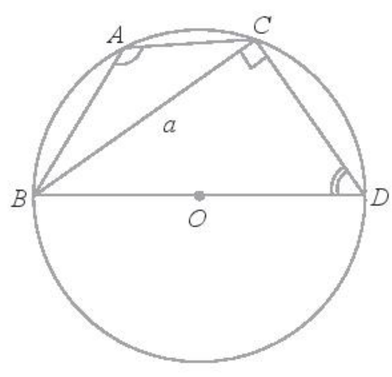
2 a) Cho tam giác *ABC* không phải là tam giác vuông có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và R là bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó. Vẽ đường kính *BD*.

i) Tính $\sin\widehat{BDC}$ theo a và R.

ii) Tìm mối liên hệ giữa hai góc $\widehat{BAC}$ và $\widehat{BDC}$. Từ đó chứng minh rằng $2R = \dfrac{a}{\sin A}$.



Hình 6a. Tam giác *ABC* có góc *A* nhọn



Hình 6b. Tam giác *ABC* có góc *A* tù

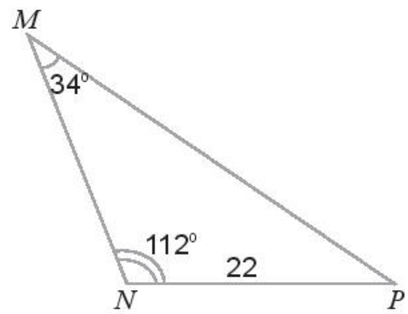
b) Cho tam giác ABC với góc A vuông. Tính $\sin A$ và so sánh a với $2R$ để chứng tỏ ta vẫn có công thức $2R = \dfrac{a}{\sin A}$.

Mục đích: Giúp HS trải nghiệm khám phá định lí sin thông qua việc sử dụng tỉ số lượng giác của một góc nhọn và tính chất lượng giác của hai góc bù nhau.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

2 Tính các cạnh và các góc chưa biết của tam giác MNP trong Hình 8.



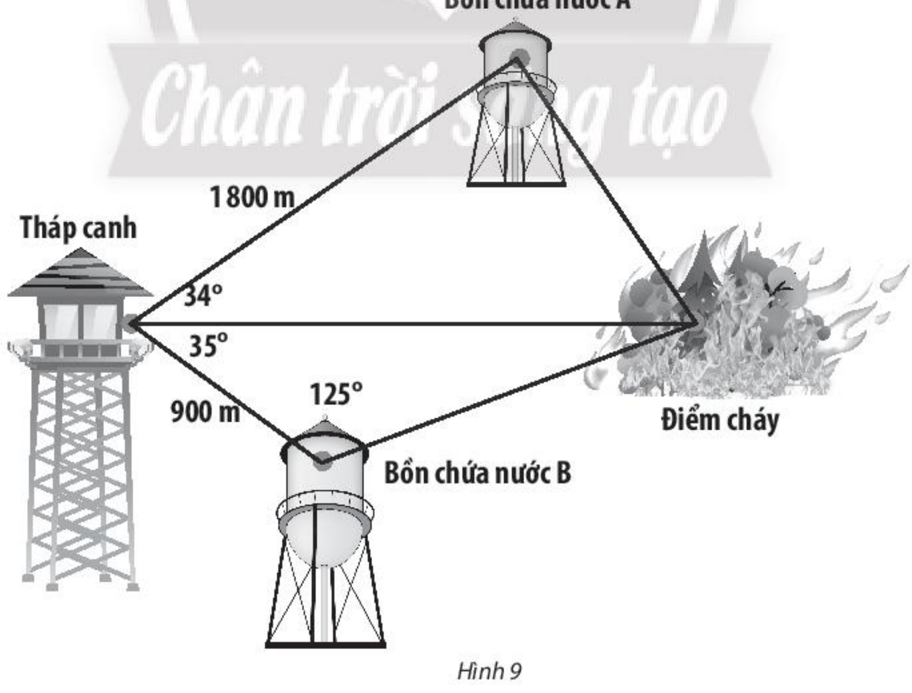
Hình 8

Mục đích: HS thực hành sử dụng định lí sin trong việc tìm cạnh và góc chưa biết của tam giác để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

HĐVD 2

2 Trong một khu bảo tồn, người ta xây dựng một tháp canh và hai bồn chứa nước A, B để phòng hoả hoạn. Từ tháp canh, người ta phát hiện đám cháy và số liệu đưa về như Hình 9. Nên dẫn nước từ bồn chứa A hay B để dập tắt đám cháy nhanh hơn?



Hình 9

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế, áp dụng kiến thức liên môn, vận dụng tổng hợp các kĩ năng thông qua việc so sánh hai khoảng cách để đưa ra quyết định phù hợp.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc có thể dùng làm đề kiểm tra đánh giá thường xuyên.

Hướng dẫn – đáp án: Nên dẫn nước từ bồn chứa A vì bồn chứa A gần đám cháy hơn (1 205 m < 1 509 m).

3. Các công thức tính diện tích tam giác

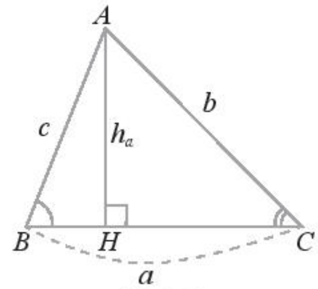
HĐKP 3, 4

3 Cho tam giác ABC như Hình 10.

a) Viết công thức tính diện tích S của tam giác ABC theo a và h_a.

b) Tính h_a theo b và $\sin C$.

c) Dùng hai kết quả trên để chứng minh công thức $S = \frac{1}{2}ab\sin C$.



Hình 10

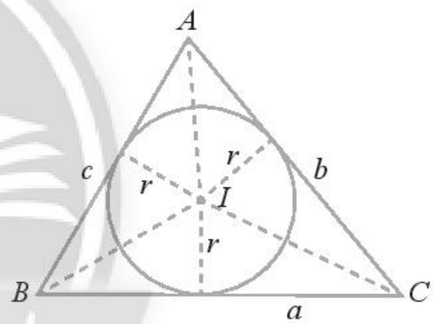
d) Dùng định lí sin và kết quả ở câu c) để chứng minh công thức $S = \frac{abc}{4R}$.

4 Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b, AB = c$ và $(I; r)$ là đường tròn nội tiếp tam giác (Hình 11).

a) Tính diện tích các tam giác IBC, IAC, IAB theo r và a, b, c.

b) Dùng kết quả trên để chứng minh công thức tính diện tích tam giác ABC:

$$S = \frac{r(a+b+c)}{2}.$$



Hình 11

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về cách giải thích công thức tính diện tích tam giác bằng cách sử dụng giá trị lượng giác và định lí sin. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 3

3 Tính diện tích tam giác ABC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC trong các trường hợp sau:

a) Các cạnh $b = 14$, $c = 35$ và $\widehat{A} = 60°$;

b) Các cạnh $a = 4$, $b = 5$, $c = 3$.

Mục đích: HS thực hành chọn lựa công thức tính diện tích tam giác phù hợp để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD 3

3 Tính diện tích một cánh buồm hình tam giác. Biết cánh buồm đó có chiều dài một cạnh là 3,2 m và hai góc kề cạnh đó có số đo là 48° và 105° (Hình 12).

Hình 12

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tìm diện tích một cánh buồm khi chỉ đo đạc được một cạnh và hai góc kề cạnh đó.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc tổ chức thuyết trình.

Hướng dẫn – đáp án: $S \approx 8\ \text{m}^2$.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $x^2 = 6,5^2 + 5^2 - 2.6,5.5.\cos 72° \approx 47,2 \Rightarrow x \approx 6,87$.

b) $x^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2.\frac{1}{5}.\frac{1}{3}.\cos 123° \approx 0,22 \Rightarrow x \approx 0,47$.

2. Áp dụng định lí sin ta có:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow c = AB = \frac{AC.\sin C}{\sin B} = \frac{12\ .\ \sin 105°}{\sin 35°} \approx 20,21\,(\text{cm}).$$

3. $\widehat{A} = 180° - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180° - (79° + 61°) = 40°$.

Áp dụng định lí sin ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \begin{cases} b = \dfrac{a\sin B}{\sin A} = \dfrac{152.\sin 79°}{\sin 40°} \approx 232,1 \\ c = \dfrac{a\sin C}{\sin A} = \dfrac{152.\sin 61°}{\sin 40°} \approx 206,8 \\ R = \dfrac{a}{2\sin A} = \dfrac{152}{2.\sin 40°} \approx 118,2. \end{cases}$$

4. $\widehat{A} \approx 81°47'$, $\widehat{B} \approx 60°$, $\widehat{C} \approx 38°13'$.

5. $S = \frac{1}{2}.90.90.\sin 35° \approx 2\,323\ (\text{cm}^2)$.

6. a) $S = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin A = \frac{1}{2}.6.8.\sin 60° = 12\sqrt{3}$.

b) Ta có: $\widehat{BIC} = 2\widehat{BAC} = 120°$.

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A} = \sqrt{6^2 + 8^2 - 2.6.8.\frac{1}{2}} = 2\sqrt{13}.$$

$$S = \frac{AB.BC.CA}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB.BC.CA}{4S} = \frac{6.8.2\sqrt{13}}{4.12\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{39}}{3} \Rightarrow IB = IC = R = \frac{2\sqrt{39}}{3}.$$

Vậy $S_{IBC} = \frac{1}{2}.IB.IC.\sin\widehat{BIC} = \frac{1}{2}.\frac{2\sqrt{39}}{3}.\frac{2\sqrt{39}}{3}.\sin 120^\circ \approx 7,5.$

7. a) Nửa chu vi của tam giác ABC là: $p = \frac{15+18+27}{2} = 30.$

Vậy $S = \sqrt{30(30-15)(30-18)(30-27)} = 90\sqrt{2}.$

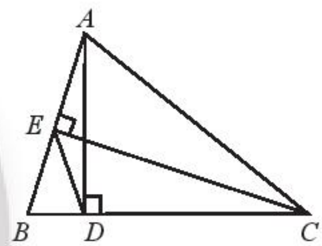
$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{90\sqrt{2}}{30} = 3\sqrt{2}.$

b) Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên $S_{GBC} = \frac{1}{3}S = 30\sqrt{2}.$

8. Ta có: $\begin{cases} S = \frac{abc}{4R} \\ S = \frac{1}{2}.h_a.a \end{cases} \Rightarrow \frac{abc}{4R} = \frac{h_a.a}{2} \Rightarrow bc = 2Rh_a \Rightarrow 2R\sin B.2R\sin C = 2Rh_a.$

$\Rightarrow h_a = 2R\sin B\sin C.$

9. a) Ta có: $\frac{S_{BDE}}{S_{BAC}} = \frac{\frac{1}{2}.BD.BE.\sin\widehat{EBD}}{\frac{1}{2}.BA.BC.\sin\widehat{ABC}} = \frac{BD.BE}{BA.BC}$ (vì $\widehat{EBD} = \widehat{ABC}$).



b) Xét ΔABD và ΔBEC lần lượt vuông tại D, E, ta có:

$$\begin{cases} \cos B = \frac{BD}{AB} \\ \cos B = \frac{BE}{BC} \end{cases} \Rightarrow \cos^2 B = \frac{BD.BE}{AB.BC} = \frac{S_{BDE}}{S_{BAC}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos B = \frac{1}{3} \text{ (vì góc } B \text{ nhọn).}$$

Dễ thấy tứ giác $AEDC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC.

$\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{BED}$ (cùng bù $\widehat{AED}$).

Do đó ΔABC và ΔDBE đồng dạng với nhau.

Mà $\frac{S_{BDE}}{S_{ABC}} = \frac{1}{9}$ nên tỉ số đồng dạng của hai tam giác trên là $k = \frac{1}{3}.$

Mặt khác: $\sin B = \sqrt{1-\cos^2 B} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ (vì góc B nhọn).

Xét ΔDBE có: $\frac{DE}{\sin B} = 2R' \Rightarrow R' = \frac{2\sqrt{2}}{2.\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{3}{2}$ (với R' là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔDBE).

Vậy ΔABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp $R = 3R' = \frac{9}{2}.$

10. a) Từ các đỉnh A và C vẽ hai đường thẳng a_1 và a_2 song song với BD, từ các đỉnh B và D vẽ hai đường thẳng b_1 và b_2 song song với AC. Hai đường thẳng a_1 và b_1 cắt nhau tại M, hai đường thẳng b_1 và a_2 cắt nhau tại N, hai đường thẳng a_2 và b_2 cắt nhau tại P, hai đường thẳng b_2 và a_1 cắt nhau tại Q, ta được hình bình hành $MNPQ$. Ta có:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}S_{MNPQ} = \frac{1}{2}.MN.MQ.\sin\widehat{NMQ} = \frac{1}{2}.x.y.\sin\alpha.$$

b) Nếu $AC \perp BD$ thì $\sin\alpha = 1$, khi đó $S_{ABCD} = \frac{1}{2}xy.$

Khi đó, ta có công thức tính diện tích của tứ giác lồi có hai đường chéo vuông góc với nhau là một nửa tích độ dài hai đường chéo.

BÀI 3. GIẢI TAM GIÁC VÀ ỨNG DỤNG THỰC TẾ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Vận dụng được định lí côsin, định lí sin và các công thức diện tích vào bài toán giải tam giác.

– Vận dụng được giải tam giác vào việc giải một số bài toán có nội dung thực tiễn (ví dụ: xác định khoảng cách giữa hai địa điểm khi gặp vật cản, xác định chiều cao của vật khi không thể đo trực tiếp, ...).

2. Năng lực cần chú trọng: mô hình hoá toán học; giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

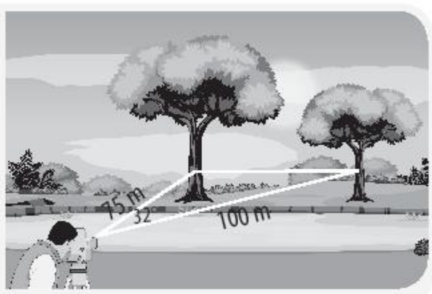
II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Định lí sin và định lí côsin là hai công cụ chính của bài toán giải tam giác.
2. Cần giúp HS phân biệt được các tình huống nên sử dụng hệ thức lượng giác một cách phù hợp để tránh làm lời giải dài dòng không cần thiết.
3. Các công thức diện tích cũng có thể được sử dụng như một công cụ của giải tam giác.
4. Hoạt động thực tiễn giải tam giác là môi trường tốt nhất để HS hiểu rõ hệ thức lượng trong tam giác.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Với số liệu đo được từ một bên bờ sông như hình vẽ bên, bạn hãy giúp nhân viên đo đạc tính khoảng cách giữa hai cái cây bên kia bờ sông.



Mục đích: Giới thiệu tình huống thực tế phát sinh bài toán giải tam giác.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

1. Giải tam giác

Giải tam giác là tìm số đo các cạnh và các góc còn lại của tam giác khi ta biết được các yếu tố đủ để xác định tam giác đó.

Để giải tam giác, ta thường sử dụng một cách hợp lí các hệ thức lượng như: định lí sin, định lí côsin và các công thức tính diện tích tam giác.

Ví dụ 1

Giải tam giác ABC trong các trường hợp sau:

a) $AB = 85$, $AC = 95$ và $\widehat{A} = 40^\circ$;

b) $AB = 15$, $AC = 25$ và $BC = 30$.

Mục đích: Giúp HS làm quen với các bài toán giải tam giác có thể giải bằng định lí sin và côsin:

– Biết một góc và hai cạnh kề.

– Biết ba cạnh.

HĐTH

Giải tam giác ABC trong các trường hợp sau:

a) $a = 17,4$; $\widehat{B} = 44^\circ30'$; $\widehat{C} = 64^\circ$.

b) $a = 10$; $b = 6$; $c = 8$.

Mục đích: HS thực hành giải tam giác để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

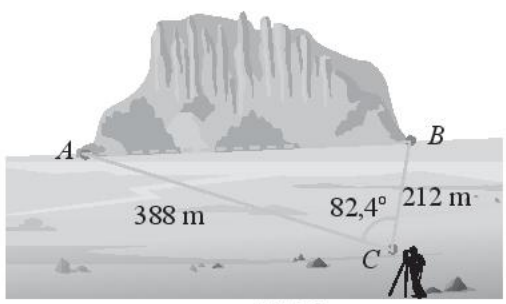
Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở.

2. Áp dụng giải tam giác vào thực tế

Vận dụng giải tam giác giúp ta giải quyết rất nhiều bài toán trong thực tế, đặc biệt là trong thiết kế và xây dựng.

Ví dụ 2

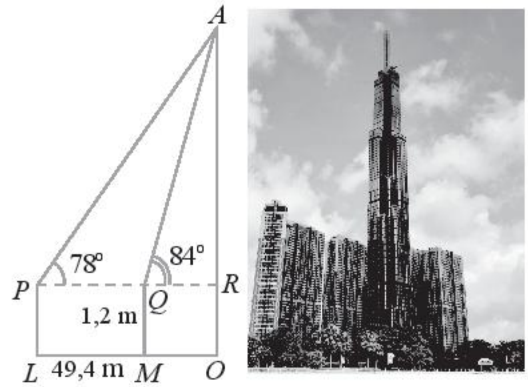
Một đường hầm được dự kiến xây dựng xuyên qua một ngọn núi. Để ước tính chiều dài của đường hầm, một kĩ sư đã thực hiện các phép đo và cho ra kết quả như Hình 1. Tính chiều dài của đường hầm từ các số liệu đã khảo sát được.



Hình 1

Ví dụ 3

Để xác định chiều cao của một toà nhà cao tầng, một người đứng tại điểm M, sử dụng giác kế nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\widehat{RQA} = 84^\circ$, người đó lùi ra xa một khoảng cách $LM = 49{,}4$ m thì nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\widehat{RPA} = 78^\circ$. Tính chiều cao của toà nhà, biết rằng khoảng cách từ mặt đất đến ống ngắm của giác kế đó là $PL = QM = 1{,}2$ m (Hình 2).



Hình 2

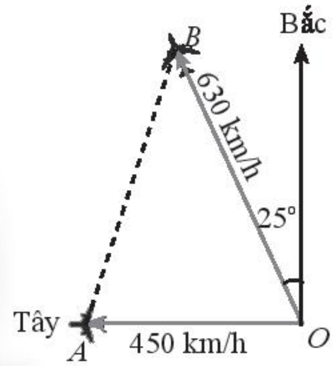
Mục đích: Giúp HS làm quen với các bài toán thực tế điển hình của giải tam giác:

– Xác định khoảng cách giữa hai địa điểm khi gặp vật cản.

– Xác định chiều cao của vật khi không thể đo trực tiếp.

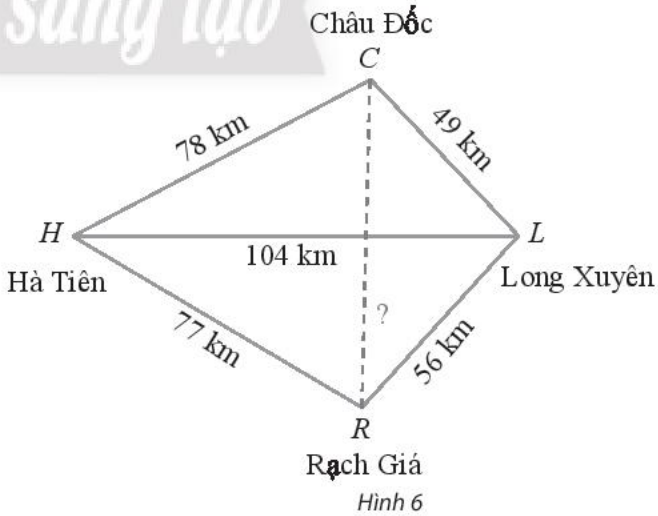
HĐVD 1, 2

1 Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc di chuyển với **tốc độ 450 km/h theo hướng tây và** chiếc còn lại di chuyển theo hướng lệch so với hướng bắc 25° về phía tây với tốc độ 630 km/h (Hình 5). Sau 90 phút, hai máy bay cách nhau bao nhiêu kilômét? Giả sử chúng đang ở cùng độ cao.



Hình 5

2 Trên bản đồ địa lí, người ta thường gọi tứ giác với bốn đỉnh lần lượt là các thành phố Hà Tiên, Châu Đốc, Long Xuyên, Rạch Giá là tứ giác Long Xuyên. Dựa theo các khoảng cách đã cho trên Hình 6, tính khoảng cách giữa Châu Đốc và Rạch Giá.



Hình 6

Mục đích: Giúp HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tính khoảng cách và tính góc trong vận chuyển hoặc đo đạc góc trong xây dựng bản đồ địa lí.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc phân công thuyết trình các dự án tương tự có liên quan đến bản đồ địa lí của địa phương nơi ở của HS.

Hướng dẫn – đáp án:

HĐVD 1: Hai máy bay cách nhau khoảng 900 km.

HĐVD 2: $CR \approx 76$ km.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $AB = 14; AC = 23;\ \widehat{A} = 125^\circ$.

Áp dụng định lí côsin, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos A = 14^2 + 23^2 - 2.14.23.\cos 125^\circ \approx 1\,094,38$$

$$\Rightarrow BC \approx 33,08.$$

Áp dụng định lí sin, ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow \frac{33,08}{\sin 125^\circ} = \frac{23}{\sin B}$$, suy ra $\sin B \approx 0,57$, suy ra $\widehat{B} \approx 34^\circ 45'$.

Vì $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$, suy ra $\widehat{C} \approx 20^\circ 15'$.

b) $BC = 22;\ \widehat{B} = 64^\circ;\ \widehat{C} = 38^\circ$.

$$\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} = 180^\circ - 64^\circ - 38^\circ = 78^\circ.$$

Áp dụng định lí sin, ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{22}{\sin 78^\circ} = \frac{AC}{\sin 64^\circ} = \frac{AB}{\sin 38^\circ}$$, suy ra $AB \approx 13,85$; $AC \approx 20,22$.

c) $AC = 22;\ \widehat{B} = 120^\circ;\ \widehat{C} = 28^\circ$.

$$\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} = 180^\circ - 120^\circ - 28^\circ = 32^\circ.$$

Áp dụng định lí sin, ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{BC}{\sin 32^\circ} = \frac{22}{\sin 120^\circ} = \frac{AB}{\sin 28^\circ}$$, suy ra $BC \approx 13,46$; $AB \approx 11,93$.

d) $AB = 23$, $AC = 32$, $BC = 44$.

Áp dụng hệ quả định lí côsin, ta có:

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = \frac{23^2 + 32^2 - 44^2}{2.23.32} = \frac{-383}{1472} \Rightarrow \widehat{A} \approx 105^\circ 5'.$$

Áp dụng định lí sin, ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow \frac{44}{\sin 105^\circ 5'} = \frac{32}{\sin B}$$, suy ra $\widehat{B} \approx 44^\circ 36'$.

Vì $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$, suy ra $\widehat{C} = 30^\circ 19'$.

2. Ta có: $AC = 10$ km, $BC = 8$ km, $\widehat{ACB} = 70^\circ$.

Áp dụng định lí côsin, ta có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2\,.\,AC\,.\,BC\,.\,\cos C = 10^2 + 8^2 - 2\,.\,10\,.\,8\,.\,\cos 70^\circ \approx 109{,}28$$

$\Rightarrow AB \approx 10{,}45$ (km).

Vậy so với việc nối thẳng từ A đến B người ta tốn thêm $10 + 8 - 10{,}45 = 7{,}55$ (km dây).

3. Khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất:

$1{,}5 + 16\,.\,\tan 56{,}5^\circ \approx 25{,}67$ (m).

4. Ta có: $\widehat{ADC} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$; $\widehat{DAC} = 180^\circ - 32^\circ - 140^\circ = 8^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong ΔACD, ta có:

$$\frac{AD}{\sin\widehat{ACD}} = \frac{CD}{\sin\widehat{CAD}} \Rightarrow AD \approx 3\,808 \text{ (m)}.$$

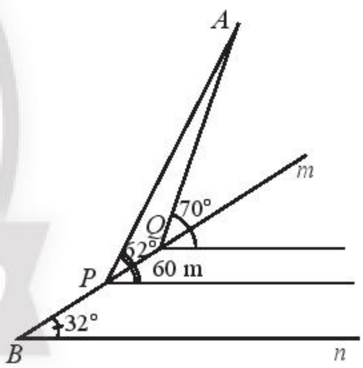
Trong ΔABD, ta có: $AB = \sin\widehat{ADB}.AD \Rightarrow AB \approx 2\,448$ (m).

5. Ta có: $PQ = 60$, $\widehat{APQ} = 62^\circ - 32^\circ = 30^\circ$,

$\widehat{AQm} = 70^\circ - 32^\circ = 38^\circ$

$\Rightarrow \widehat{AQP} = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$,

$\widehat{PAQ} = 180^\circ - 30^\circ - 142^\circ = 8^\circ$.

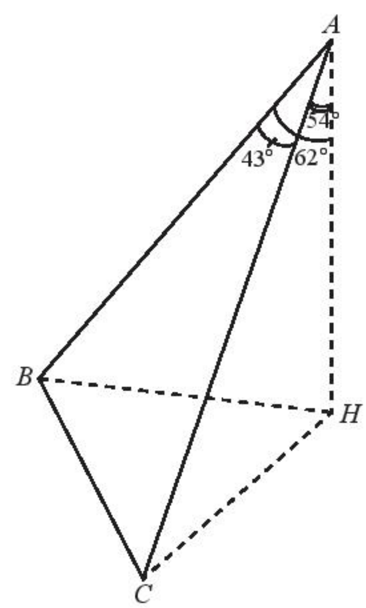


Áp dụng định lí sin cho ΔAPQ, ta có:

$$\frac{PQ}{\sin A} = \frac{AQ}{\sin P} \Leftrightarrow \frac{60}{\sin 8^\circ} = \frac{AQ}{\sin 30^\circ} \Rightarrow AQ \approx 216 \text{ (m)}.$$

6. Ta có: $\widehat{BAC} = 43^\circ$, $\widehat{BAH} = 62^\circ$, $\widehat{CAH} = 54^\circ$,

$\widehat{AHB} = \widehat{AHC} = 90^\circ$, AH = 352.



Xét ΔABH, $AB = \dfrac{AH}{\cos\widehat{BAH}} = \dfrac{352}{\cos 62^\circ} \approx 749{,}78$ (m).

Xét ΔACH, $AC = \dfrac{AH}{\cos\widehat{CAH}} = \dfrac{352}{\cos 54^\circ} \approx 598{,}86$ (m).

Áp dụng định lí côsin trong ΔABC, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\,.\,AB\,.\,AC\,.\,\cos\widehat{BAC}$$

$\Rightarrow BC \approx 513{,}84$ (m).

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. Áp dụng định lí côsin: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \Rightarrow c \approx 37$.

Áp dụng định lí sin, ta có:

$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{c}{\sin C} \Rightarrow \widehat{A} \approx 79^\circ 2'$. Vì $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$, suy ra $\widehat{B} \approx 53^\circ 38'$.

2. Áp dụng hệ quả định lí côsin, ta có: $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \Rightarrow \widehat{A} \approx 117^\circ 49'$.

Áp dụng định lí sin, ta có: $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} \Rightarrow \widehat{B} = 28^\circ 37'$.

Vì $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$, suy ra $\widehat{C} \approx 33^\circ 34'$.

3. a) Ta có: $\cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \dfrac{-1}{32} < 0$ suy ra góc C tù.

b) • $MC = MB = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$.

Áp dụng định lí côsin trong ΔAMC, ta có:

$$AM^2 = CA^2 + CM^2 - 2.CA.CM.\cos\widehat{ACM} = \frac{237}{2} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{474}}{2}.$$

• $p = \dfrac{a+b+c}{2} = \dfrac{31}{2}$, $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \approx 39,98$.

• $S = \dfrac{abc}{4R} \Rightarrow R = \dfrac{abc}{4S} \approx 6,5$.

c) $\cos\widehat{DAB} = \cos\widehat{CAB} = \dfrac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AC.AB} = \dfrac{41}{52}$, $AD = 2AC = 20$.

Áp dụng định lí côsin trong ΔBDA, ta có:

$$BD^2 = AD^2 + AB^2 - 2.AD.AB\cos\widehat{DAB} \Rightarrow BD = \sqrt{159} \approx 12,6.$$

4. a) Áp dụng định lí côsin, ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \Rightarrow a = \sqrt{129}$.

Áp dụng định lí sin, ta có:

$\dfrac{BC}{\sin A} = \dfrac{AC}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \dfrac{4\sqrt{43}}{43} \Rightarrow \widehat{B} \approx 37^\circ 35'$. Vì $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$, suy ra $\widehat{C} \approx 22^\circ 25'$.

b) $S = \dfrac{1}{2}bc\sin A = 10\sqrt{3}$.

c) $S = \dfrac{abc}{4R} \Rightarrow R = \dfrac{abc}{4S} = \sqrt{43}$; $S = \dfrac{1}{2}a.h_a \Rightarrow h_a = \dfrac{2S}{a} = \dfrac{20\sqrt{43}}{43}$.

5. a) Áp dụng định lí côsin, ta có:

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2.BC.BA.\cos B$$

$$BD^2 = BC^2 + DC^2 - 2.BC.DC.\cos C$$

$$= BC^2 + AB^2 + 2.BC.AB.\cos B \text{ (vì } DC = AB, \cos C = -\cos B).$$

Suy ra $AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + BC^2)$.

b) Ta có: $AC^2 = 2(AB^2 + BC^2) - BD^2 = 33$. Suy ra $AC \approx 5{,}7$.

6. a) Nửa chu vi của ΔABC là: $p = \dfrac{15+20+25}{2} = 30$.

Vậy $S = \sqrt{30(30-15)(30-20)(30-25)} = 150$.

b) Ta có $S = \dfrac{abc}{4R} \Rightarrow R = \dfrac{abc}{4S} = \dfrac{15.20.25}{4.150} = 12{,}5$.

7. Ta có: $\cos A = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$; $\sin A = \dfrac{a}{2R} \Rightarrow \cot A = \dfrac{\cos A}{\sin A} = \dfrac{R(b^2+c^2-a^2)}{abc}$.

Tương tự ta có: $\cot B = \dfrac{R(a^2+c^2-b^2)}{abc}$; $\cot C = \dfrac{R(a^2+b^2-c^2)}{abc}$.

Suy ra: $\cot A + \cot B + \cot C = \dfrac{R(a^2+b^2+c^2)}{abc}$.

8. Gọi C là vị trí của vệ tinh. Áp dụng định lí côsin trong tam giác ABC, ta có:

$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2.CA.CB.\cos C = 370^2 + 350^2 - 2.370.350.\cos(2{,}1^\circ) \approx 574$

$\Rightarrow AB \approx 24$ (km).

9. Ta có: $\widehat{BPA} = 35^\circ$, $\widehat{BQA} = 48^\circ$, $\widehat{ABP} = 90^\circ$, $PQ = 300 \Rightarrow \widehat{AQP} = 132^\circ$, $\widehat{PAQ} = 13^\circ$.

Áp dụng định lí sin cho ΔAPQ, ta có:

$$\frac{PQ}{\sin\widehat{PAQ}} = \frac{AQ}{\sin\widehat{BPA}} \Rightarrow AQ = \frac{300 \,.\, \sin 35^\circ}{\sin 13^\circ} \approx 765 \text{ (m)}.$$

Suy ra $AB = AQ \,.\, \sin 48^\circ \approx 765 \,.\, \sin 48^\circ \approx 569$ (m).

10. Ta có: $\widehat{B_1A_1D} = 180^\circ - 49^\circ = 131^\circ$, $\widehat{A_1DB_1} = 180^\circ - 35^\circ - 131^\circ = 14^\circ$.

Áp dụng định lí sin, ta có: $\dfrac{A_1B_1}{\sin\widehat{A_1DB_1}} = \dfrac{DA_1}{\sin\widehat{A_1B_1D}} \Rightarrow DA_1 \approx 28{,}45$ (m).

$\sin\widehat{DA_1C_1} = \dfrac{DC_1}{DA_1} \Rightarrow DC_1 \approx 21{,}47$ (m).

$CD = CC_1 + C_1D \approx 22{,}67$ (m).

Chương V
VECTƠ

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực toán học

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

Khái niệm vectơ

– Nhận biết được khái niệm vectơ, vectơ bằng nhau, vectơ-không.

– Biểu thị được một số đại lượng trong thực tiễn bằng vectơ.

Tổng và hiệu hai vectơ, tích của một số với vectơ

– Thực hiện được các phép toán và mô tả được những tính chất hình học của tổng và hiệu hai vectơ, tích của một số với vectơ bằng vectơ.

Áp dụng của vectơ trong thực tiễn

– Sử dụng được vectơ và các phép toán trên vectơ để giải thích một số hiện tượng có liên quan đến Vật lí và Hoá học. Vận dụng được kiến thức về vectơ để giải một số bài toán hình học và một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

Tích vô hướng của hai vectơ

– Nhận biết khái niệm tích vô hướng của hai vectơ.

– Thực hiện được phép toán tích vô hướng của hai vectơ.

– Mô tả được những tính chất hình học bằng tích vô hướng.

– Vận dụng được kiến thức về tích vô hướng của hai vectơ để giải một số bài toán hình học và một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. KHÁI NIỆM VECTƠ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được khái niệm vectơ và các thành phần liên quan như: điểm đầu, điểm cuối, giá, phương, chiều, độ dài của vectơ.

– Nhận biết được vectơ bằng nhau, vectơ đối nhau, vectơ-không.

– Nhận biết được vectơ cùng phương, cùng hướng.

– Biểu thị được một số đại lượng trong thực tiễn bằng vectơ.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học: giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Cần giúp HS phân biệt được đại lượng có hướng và đại lượng vô hướng và nhu cầu sử dụng vectơ để biểu diễn đại lượng có hướng.
2. Thông qua mô hình đoạn thẳng có hướng để giải thích các thành phần của vectơ và phép toán vectơ của bài sau.
3. Độ dịch chuyển, lực và vận tốc là các đại lượng có hướng giúp HS nắm được bản chất của vectơ một cách hiệu quả.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Chúng ta cần vectơ để biểu diễn các đại lượng có hướng.

Mục đích: Giúp HS nhận diện các đại lượng có hướng quen thuộc như lực, vận tốc, ...

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

1. Định nghĩa vectơ

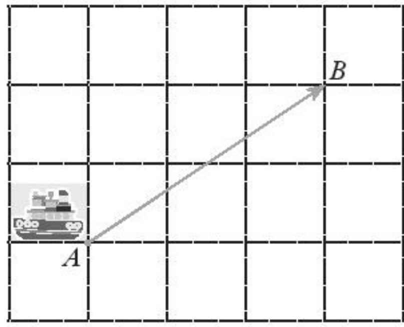
HĐKP 1

1 Trong thông báo: Có một con tàu chở 500 tấn hàng từ cảng A đến cảng B cách nhau 500 km.

Bạn hãy tìm sự khác biệt giữa hai đại lượng sau:

– Khối lượng của hàng: 500 tấn.

– Độ dịch chuyển của tàu: 500 km từ A đến B.



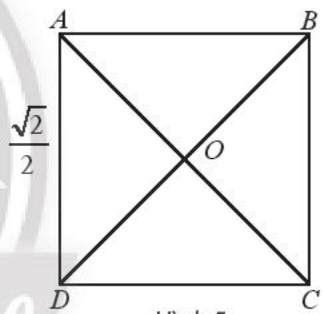
Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về sự khác biệt giữa hai loại đại lượng: có hướng và vô hướng. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1, 2

1 Tìm điểm đầu, điểm cuối, giá và độ dài của các vectơ $\overrightarrow{CH}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{HA}$ trong Ví dụ 1.

2 Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$, hai đường chéo cắt nhau tại O (Hình 5). Tìm độ dài của các vectơ $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AO}$.



Hình 5

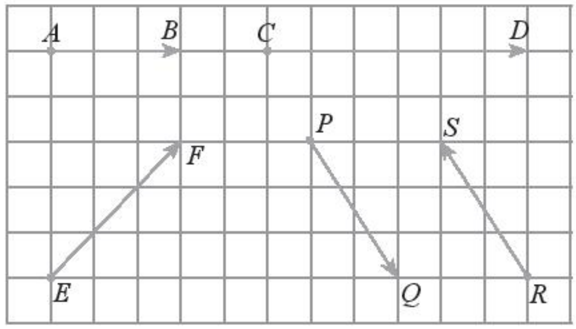
Mục đích: HS thực hành nhận diện các thành phần của vectơ để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

2. Hai vectơ cùng phương, cùng hướng

HĐKP 2

2 Bạn có nhận xét gì về giá của các cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{PQ}$ và $\overrightarrow{RS}$ trong Hình 6?



Hình 6

Mục đích: Giúp HS nhận biết giá của vectơ, làm cơ sở xây dựng khái niệm hai vectơ cùng phương, cùng hướng.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

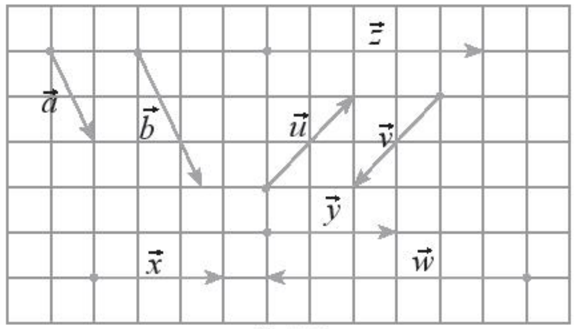
HĐTH 3

3 Quan sát Hình 8 và gọi tên các vectơ:

a) Cùng phương với vectơ $\vec{x}$;

b) Cùng hướng với vectơ $\vec{a}$;

c) Ngược hướng với vectơ $\vec{u}$.



Hình 8

Mục đích: HS thực hành nhận diện các vectơ cùng phương, cùng hướng và ngược hướng để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

HĐTH 4

4 Khẳng định sau đúng hay sai? Hãy giải thích.

Nếu ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng thì hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào nhận biết mối tương quan giữa tính thẳng hàng của ba điểm và tính cùng hướng của hai vectơ.

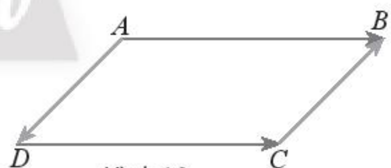
Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

3. Vectơ bằng nhau – Vectơ đối nhau

HĐKP 3

3 Cho hình bình hành $ABCD$ (Hình 10), hãy so sánh độ dài và hướng của hai vectơ:

a) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$; b) $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{CB}$.



Hình 10

Mục đích: Hướng dẫn HS nhận biết hai vectơ bằng nhau và hai vectơ đối nhau thông qua việc so sánh độ dài và hướng của hai vectơ xác định bởi hai cạnh đối của hình bình hành.

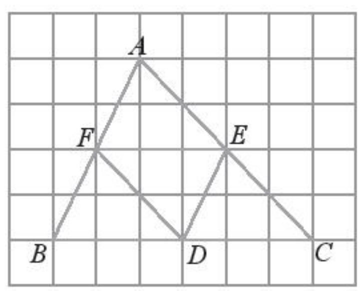
Gợi ý tổ chức: Yêu cầu HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 5

5 Cho D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC (Hình 14).

a) Tìm các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{EF}$.

b) Tìm các vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{EC}$.



Hình 14

Mục đích: HS thực hành tìm các cặp vectơ bằng nhau và đối nhau để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: Yêu cầu HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

4. Vectơ-không

Phần giới thiệu vectơ-không chỉ giới thiệu khái niệm không tổ chức hoạt động.

HĐTH 6

6 Tìm độ dài của các vectơ $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{EE}$, $\overrightarrow{EM}$, $\overrightarrow{MM}$, $\overrightarrow{FF}$ trong Ví dụ 5.

Mục đích: HS thực hành nhận biết vectơ-không để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) Số tiền 20 triệu đồng là đại lượng vô hướng chỉ có độ lớn;

Vận tốc 20 km/h theo hướng đông bắc là đại lượng có hướng.

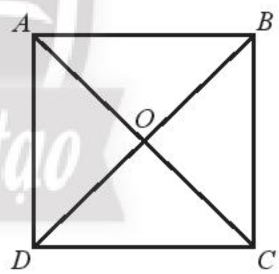
b) Lực, độ dịch chuyển, vận tốc là đại lượng có hướng cần được biểu diễn bởi vectơ.

2. a) Các vectơ cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ là: $\overrightarrow{DM}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{MC}$.

b) Các vectơ ngược hướng với $\overrightarrow{DM}$ là $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{CM}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BA}$.

3. a) $\overrightarrow{AO}$ và $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{CO}$ và $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{BO}$ và $\overrightarrow{OD}$; $\overrightarrow{DO}$ và $\overrightarrow{OB}$.

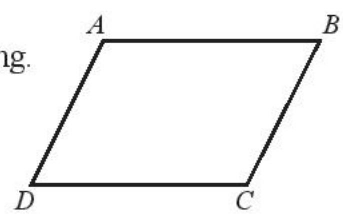
b) $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{DB}$.



4. Ta chứng minh hai mệnh đề:

• *Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì ABCD là hình bình hành.*

Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ nên $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}|$ và hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng.



$\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng suy ra $AB // DC$. (1)

$|\overrightarrow{AB}|$ $|\overrightarrow{DC}|$ suy ra $AB = DC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác *ABCD có* một cặp cạnh song song và bằng nhau nên nó là hình bình hành.

• *Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.*

ABCD là hình bình hành nên $AB // CD$.

Từ hình vẽ suy ra $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng. (3)

Mặt khác $AB = DC$ suy ra $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}|$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Vậy tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

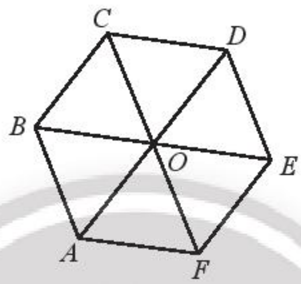
5. Các cặp vectơ cùng hướng: $\vec{a}$ và $\vec{b}$; $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

Các cặp vectơ ngược hướng: $\vec{x}$ và $\vec{y}$.

Các cặp vectơ bằng nhau: $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

6. a) $\overrightarrow{DO}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{EF}$;

b) $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$.



7. Hai lực $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng; hai lực $\vec{c}, \vec{d}$ ngược hướng.

BÀI 2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Thực hiện được các phép toán tính tổng và hiệu hai vectơ.

– Mô tả được những tính chất hình học của phép toán tổng và hiệu hai vectơ.

– Sử dụng được vectơ và các phép toán trên vectơ để giải thích một số hiện tượng có liên quan đến Vật lí (ví dụ: những vấn đề liên quan đến lực, chuyển động, ...).

– Vận dụng được tổng và hiệu hai vectơ để giải một số bài toán hình học và một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Quy tắc ba điểm được dùng để định nghĩa phép cộng hai vectơ.

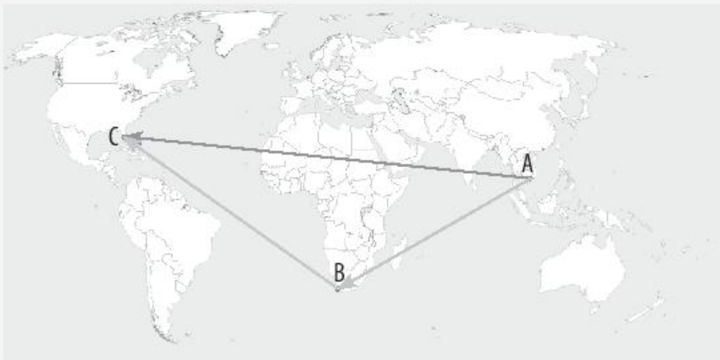
2. Quy tắc hình bình hành suy ra từ quy tắc ba điểm.

3. Phép trừ vectơ được định nghĩa bằng phép cộng cho vectơ đối.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Một kiện hàng được vận chuyển từ điểm *A* đến điểm *B* rồi lại được vận chuyển từ điểm *B* đến điểm *C*. Tìm vectơ biểu diễn tổng của hai độ dịch chuyển: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.



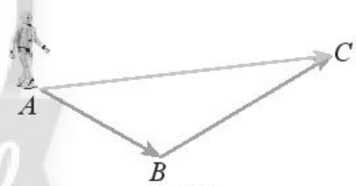
Mục đích: Giúp HS nhận biết phép cộng vectơ thông qua thực hiện liên tiếp hai độ dời.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

1. Tổng của hai vectơ

HĐKP 1

1 Một rô bốt thực hiện liên tiếp hai chuyển động có độ dịch chuyển lần lượt được biểu diễn bởi hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ (Hình 1). Tìm vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của rô bốt sau hai chuyển động trên.



Hình 1

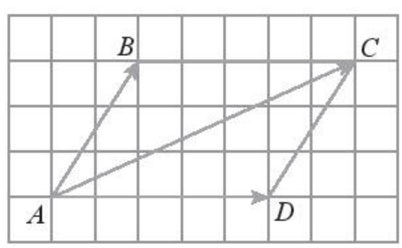
Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về kết quả của hai độ dời của một rô bốt để hình thành quy tắc ba điểm của phép cộng vectơ. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐKP 2

2 Cho hình bình hành $ABCD$ (Hình 4).

Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.



Hình 4

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá quy tắc hình bình hành của phép cộng vectơ được suy ra từ quy tắc ba điểm.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1, 2

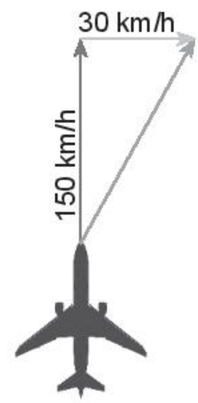
1. Cho hình thang $ABCD$ có hai cạnh đáy là AB và DC. Cho biết $\vec{a} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$; $\vec{b} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC}$. Chứng minh hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.

2. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Tìm độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Mục đích: HS thực hành sử dụng phép cộng vectơ để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

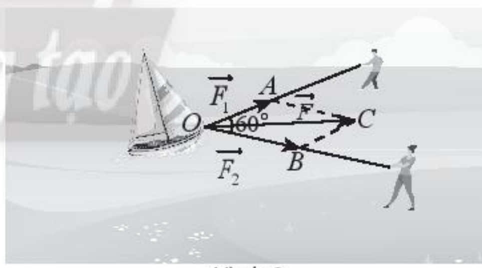
HĐVD 1, 2

1. Một máy bay có vectơ vận tốc chỉ theo hướng bắc, vận tốc gió là một vectơ theo hướng đông như Hình 7. Tính độ dài vectơ tổng của hai vectơ nói trên.



Hình 7

2. Hai người cùng kéo một con thuyền với hai lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{OB}$ có độ lớn lần lượt là 400 N, 600 N (Hình 8). Cho biết góc giữa hai vectơ là 60°. Tìm độ lớn của vectơ hợp lực $\vec{F}$ là tổng của hai lực $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$.



Hình 8

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng quy tắc cộng vectơ vào thực tế, áp dụng kiến thức liên môn, vận dụng tổng hợp các kĩ năng thông qua việc tính tổng vận tốc của máy bay và vận tốc gió, tính hợp lực của hai lực kéo một chiếc thuyền.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Lưu ý: Hướng dẫn HS ôn tập lại định lí côsin trong tam giác.

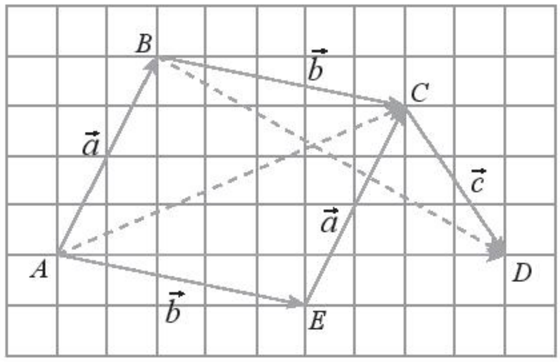
Hướng dẫn – đáp án:

HĐVD 1: khoảng 153 km/h.

HĐVD 2: $|\vec{F}| \approx 872$ N.

2. Tính chất của phép cộng các vectơ

HĐKP 2



Hình 9

Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ được biểu diễn như Hình 9. Hãy hoàn thành các phép cộng vectơ sau và so sánh các kết quả tìm được:

a) $\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=$?;

$\vec{b}+\vec{a}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EC}=$?.

b) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=$?;

$\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=\overrightarrow{AB}+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=$?.

Mục đích: Hướng dẫn HS giải thích được tính chất giao hoán và tính chất kết hợp của phép cộng vectơ.

Gợi ý tổ chức: Yêu cầu HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 3

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1. Tính độ dài của các vectơ sau:

a) $\vec{a}=(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD})+\overrightarrow{CB}$;

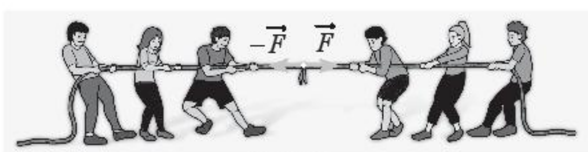
b) $\vec{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}$.

Mục đích: HS thực hành sử dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng vectơ để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

3. Hiệu của hai vectơ

HĐKP 3

Tìm hợp lực của hai lực đối nhau $\vec{F}$ và $-\vec{F}$ (Hình 11).



Hình 11

Mục đích: Giúp HS nhận biết khái niệm hiệu của hai vectơ.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 4

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1 và một điểm O tuỳ ý.
Tính độ dài của các vectơ sau:

a) $\vec{a} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD}$; b) $\vec{b} = (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}) + (\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC})$.

Mục đích: HS thực hành tính độ dài của vectơ thông qua việc thực hiện các phép toán (tổng, hiệu) trên vectơ.

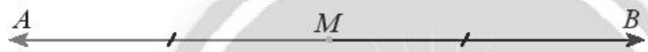
Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

4. Tính chất vectơ của trung điểm đoạn thẳng và trọng tâm tam giác

HĐKP 4

a) Cho điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Ta đã biết $\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AM}$.

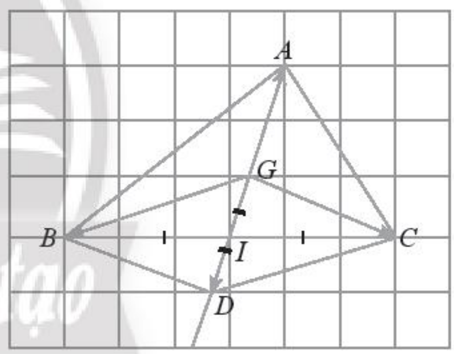
Hoàn thành phép cộng vectơ sau: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MM} =$?.



Hình 14

b) Cho điểm G là trọng tâm của tam giác ABC có trung tuyến AI. Lấy D là điểm đối xứng với G qua I. Ta có $BGCD$ là hình bình hành và G là trung điểm của đoạn thẳng AD. Với lưu ý rằng $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$ và $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{DG}$, hoàn thành phép cộng vectơ sau:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{DD} = \text{?}$$



Hình 15

Mục đích: Giúp HS nhận biết tính chất vectơ của trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 5

Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O. Tìm ba điểm M, N, P thoả mãn:

a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$; b) $\overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$; c) $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN} = \vec{0}$.

Mục đích: HS thực hành sử dụng tính chất vectơ của trung điểm đoạn thẳng và trọng tâm tam giác để giải quyết vấn đề xác định vị trí ba điểm.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) Do $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{DC}$ là hai vectơ đối nhau, suy ra $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BA})+(\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC})=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DC})$

$$=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\vec{0}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}.$$

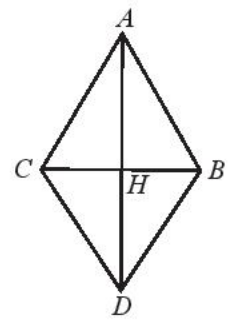
2. a) Theo quy tắc ba điểm, ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CA}$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA})=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$.

Vậy $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$.

c) $\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DB}$.

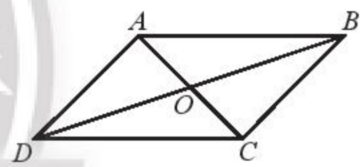


3. a) $\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|=BC=a$.

b) Xác định điểm D sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

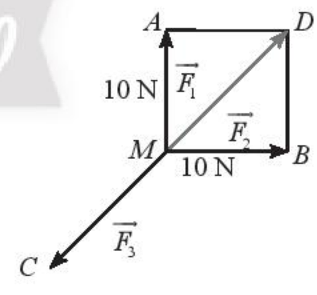
Gọi H là giao điểm của hai đường chéo, ta có:
$\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AD}\right|=AD=2AH=a\sqrt{3}$.

c) $\left|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{CA}\right|=CA=a$.



4. a) $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OC}$.

b) $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$.



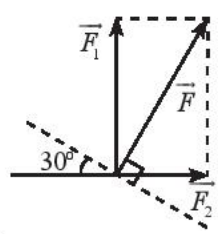
5. Vật đứng yên nên $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=\vec{0}$, suy ra $\overrightarrow{F_3}=-(\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2})$,

suy ra $\left|\overrightarrow{F_3}\right|=\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}\right|$.

Cường độ của $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ đều bằng 10 N, suy ra $\left|\overrightarrow{F_1}\right|=\left|\overrightarrow{F_2}\right|=10$.

Dựng hình vuông $MADB$. Ta có:

$\left|\overrightarrow{F_3}\right|=\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MD}\right|=MD=10\sqrt{2}$.



6. $\left|\overrightarrow{F_2}\right|=\left|\overrightarrow{F}\right|.\cos 60^\circ=\dfrac{a}{2}$;

$\left|\overrightarrow{F_1}\right|=\left|\overrightarrow{F}\right|.\cos 30^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

7. $\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KC}=\vec{0}$ suy ra K là trung điểm của AC. Khi đó $\left|\overrightarrow{KA}\right|=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ suy ra G là trọng tâm của tam giác ABC.

$\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ suy ra H là trọng tâm của tam giác ACD.

Khi đó $\left|\overrightarrow{GH}\right|=GH=GK+KH=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Gọi M là trung điểm của BC, suy ra $AM=\sqrt{AB^2+\left(\dfrac{BC}{2}\right)^2}=\sqrt{a^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Khi đó $\left|\overrightarrow{AG}\right|=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

8. Khoảng 31,62 km/h.

BÀI 3. TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Thực hiện được các phép toán tính tích của một số với một vectơ.

– Sử dụng được vectơ và tích của một số với một vectơ để giải thích một số hiện tượng có liên quan đến Vật lí.

– Vận dụng được tích của một số với một vectơ để giải một số bài toán hình học và một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Tích của một số với một vectơ liên quan chặt chẽ đến tính cùng phương của hai vectơ.

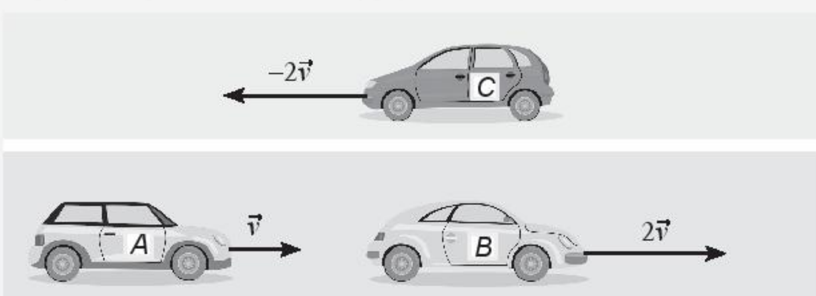
2. Sử dụng vận tốc, lực để mô tả phép toán tích của một số với một vectơ.

3. Lưu ý cách vận dụng vectơ cùng phương để chứng minh ba điểm thẳng hàng.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Xe *B* đi cùng hướng với xe *A* và có tốc độ gấp 2 lần xe *A*.
Xe *C* đi ngược hướng với xe *A* và có tốc độ gấp 2 lần xe *A*.



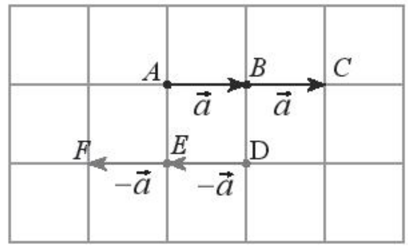
Mục đích: Giúp HS nhận biết khái niệm tích một số với một vectơ thông qua thực tế vận tốc xe B gấp 2 lần vận tốc xe A, vận tốc xe C bằng -2 lần vận tốc xe A.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

1. Tích của một số với một vectơ và các tính chất

HĐKP 1

1 Cho vectơ $\vec{a}$. Hãy xác định độ dài và hướng của hai vectơ: $\vec{a}+\vec{a}$, $(-\vec{a})+(-\vec{a})$ (Hình 1).



Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về phép nhân một số với một vectơ thông qua phép cộng nhiều vectơ bằng nhau:

$$\vec{a}+\vec{a}=2\vec{a};\ (-\vec{a})+(-\vec{a})=(-2)\vec{a}.$$

Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

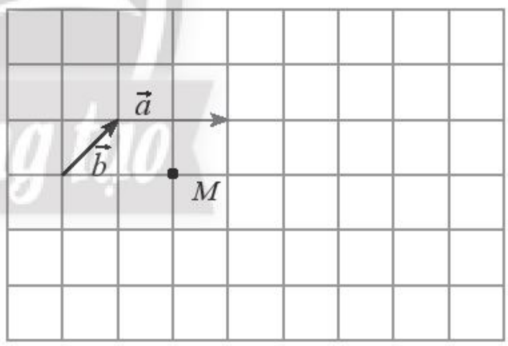
HĐTH 1

1 Cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và một điểm M như Hình 3.

a) Hãy vẽ các vectơ $\overrightarrow{MN}=3\vec{a}$, $\overrightarrow{MP}=-3\vec{b}$.

b) Cho biết mỗi ô vuông có cạnh bằng 1.

Tính: $|3\vec{b}|$, $|-3\vec{b}|$, $|2\vec{a}+2\vec{b}|$.



Hình 3

Mục đích: HS thực hành phép nhân một số với một vectơ để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

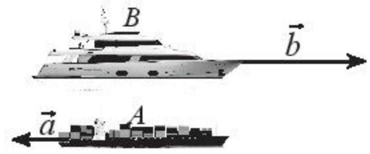
2 Cho tam giác ABC và một điểm M tuỳ ý. Chứng minh G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$.

Mục đích: HS thực hành sử dụng các phép toán vectơ đã học để chứng minh hệ thức vectơ liên quan đến trọng tâm của tam giác.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD

Một con tàu chở hàng A đang đi về hướng tây với tốc độ 20 hải lí/giờ. Cùng lúc đó, một con tàu chở khách B đang đi về hướng đông với tốc độ 50 hải lí/giờ. Biểu diễn vectơ vận tốc $\vec{b}$ của tàu B theo vectơ vận tốc $\vec{a}$ của tàu A.



Hình 4

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tiễn, áp dụng kiến thức liên môn, vận dụng tổng hợp các kĩ năng thông qua việc dùng phép nhân một số với một vectơ để biểu diễn tương quan vận tốc giữa hai chiếc thuyền.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án: $\vec{b} = -\dfrac{5}{2}\vec{a}$.

2. Điều kiện để hai vectơ cùng phương

HĐKP 2

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương, $\vec{b}$ khác $\vec{0}$ và cho $\vec{c} = \dfrac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}\cdot\vec{b}$. So sánh độ dài và hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$.

Mục đích: Giúp HS nhận biết điều kiện để hai vectơ cùng phương.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 3

Cho tứ giác $ABCD$ có I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Cho điểm G thoả mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Chứng minh ba điểm I, G, J thẳng hàng.

Mục đích: HS thực hành sử dụng phép nhân một số với một vectơ để chứng tỏ hai vectơ cùng phương và chứng minh ba điểm thẳng hàng.

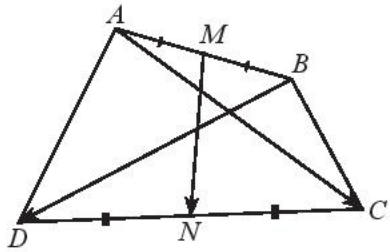
Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}) + (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}) = 2\overrightarrow{MO} + 2\overrightarrow{MO} = 4\overrightarrow{MO}$.

b) Theo quy tắc hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$,

suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$.



2. a) M là trung điểm của AB nên ta có $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=\vec{0}$.

N là trung điểm CD nên ta có: $\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}=\vec{0}$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}&=(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NC})+(\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{ND})\\&=(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM})+(\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MN})+(\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND})\\&=\vec{0}+2\overrightarrow{MN}+\vec{0}=2\overrightarrow{MN}.\end{aligned}$$

b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD})=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA})+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD})=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$.

3. Ta có $\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{MA}=-4\overrightarrow{MB}\Rightarrow\overrightarrow{AM}=4\overrightarrow{MB}\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\dfrac{4}{5}\overrightarrow{AB}$.

Vậy M nằm giữa A và B sao cho $AM=\dfrac{4}{5}AB$.

4. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB})+(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD})=2(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF})=2(2\overrightarrow{MG})=4\overrightarrow{MG}$.

5. Vectơ vận tốc của máy bay B là: $\vec{b}=-\dfrac{4}{3}\vec{a}$.

6. a) Điểm O nằm trong đoạn thẳng AB và chia AB thành hai đoạn thẳng sao cho $\dfrac{OA}{OB}=3$.

b) Với mọi điểm M, ta có:

$$\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OA})+3(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OB})=4\overrightarrow{MO}+(\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB})=4\overrightarrow{MO}+\vec{0}=4\overrightarrow{MO}.$$

7. a) M nằm trên tia đối của tia BC và thoả mãn $MB=\dfrac{1}{2}BC$.

N nằm trên đoạn thẳng AB và thoả mãn $AN=3NB$.

P là trung điểm AC.

b) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BN}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BA}$.

$$\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CP}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}.$$

c) Ta có $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{BC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA}=2\left(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BA}\right)=2(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BN})=2\overrightarrow{MN}$.

Suy ra M, N, P thẳng hàng.

BÀI 4. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được khái niệm tích vô hướng của hai vectơ.

– Thực hiện được phép toán tính tích vô hướng của hai vectơ.

– Mô tả được những tính chất hình học bằng tích vô hướng.

– Vận dụng được kiến thức về tích vô hướng của hai vectơ để giải một số bài toán hình học và một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: tìm góc, tính công của lực di chuyển trên một đoạn thẳng, ...).

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giải quyết vấn đề toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Cần lưu ý kết quả của phép toán tính tích vô hướng của hai vectơ là một số thực.

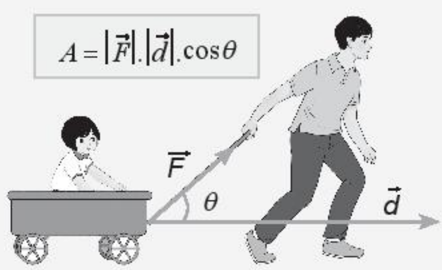
2. Có thể dùng mô hình hình chiếu để giải thích công thức tích vô hướng.

3. Tích vô hướng là công cụ để tính góc và khoảng cách bằng phương pháp toạ độ.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Tác dụng một lực $\vec{F}$ vào một vật và làm cho vật đó dịch chuyển theo vectơ $\vec{d}$ thì sẽ sinh ra một công là A được tính theo công thức: $A=|\vec{F}|.|\vec{d}|.\cos\theta$, trong đó θ là góc giữa hai vectơ $\vec{F}$ và $\vec{d}$.

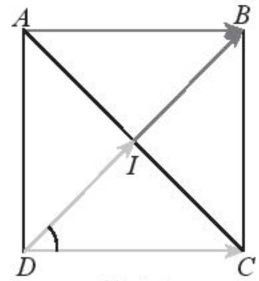


Mục đích: Giúp giải thích ý nghĩa của công thức tích vô hướng thông qua mô hình công tạo ra bởi một lực khi thực hiện một độ dời.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

1. Góc giữa hai vectơ

HĐKP 1



Hình 1

Cho hình vuông $ABCD$ có tâm I (Hình 1).

a) Tính $\widehat{IDC}$.

b) Tìm hai vectơ cùng có điểm đầu là D và điểm cuối lần lượt là I và C.

c) Tìm hai vectơ cùng có điểm đầu là D và lần lượt bằng vectơ $\overrightarrow{IB}$ và $\overrightarrow{AB}$.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về góc giữa hai vectơ. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1

Cho tam giác đều ABC có H là trung điểm của cạnh BC. Tìm các góc:

$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right), \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right), \left(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BC}\right), \left(\overrightarrow{BH}, \overrightarrow{BC}\right), \left(\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{BC}\right)$.

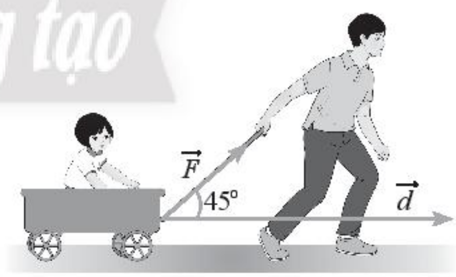
Mục đích: HS thực hành tìm góc giữa hai vectơ để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

2. Tích vô hướng của hai vectơ

HĐKP 2

Một người dùng một lực $\overrightarrow{F}$ có cường độ 10 N kéo một chiếc xe đi quãng đường dài 100 m. Tính công sinh bởi lực $\overrightarrow{F}$, biết rằng góc giữa vectơ $\overrightarrow{F}$ và hướng di chuyển là 45°. (*Công A (đơn vị: J) bằng tích của ba đại lượng: cường độ của lực $\overrightarrow{F}$, độ dài quãng đường và côsin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{F}$ và độ dịch chuyển $\overrightarrow{d}$*).



Hình 5

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm tính công sinh bởi một lực khi thực hiện một độ dời, từ đó khám phá ra phép toán tính tích vô hướng của hai vectơ. Cách đặt vấn đề này dẫn đến kiến thức trọng tâm:

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$.

Tích vô hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a}.\vec{b}$, được xác định bởi công thức:

$$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right).$$

HĐTH 2, 3

2 Cho tam giác ABC vuông cân tại A, có cạnh huyền bằng $\sqrt{2}$.

Tính các tích vô hướng: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.

3 Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có độ dài lần lượt là 3 và 8 và có tích vô hướng là $12\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Mục đích: HS thực hành tìm tích vô hướng và sử dụng tích vô hướng khi tìm góc giữa hai vectơ để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

HĐVD 1

1 Một người dùng một lực $\vec{F}$ có độ lớn là 20 N kéo một vật dịch chuyển một đoạn 50 m cùng hướng với $\vec{F}$. Tính công sinh bởi lực $\vec{F}$.

Mục đích: HS cơ hội vận dụng tích vô hướng để tính công sinh bởi một lực khi thực hiện một độ dời.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án: $A = 1\,000$ J.

3. Tính chất của tích vô hướng

Ba tính chất cơ bản của tích vô hướng là:

– Tính chất giao hoán.

– Tính chất phân phối với phép cộng vectơ.

– Tính chất kết hợp hỗn hợp.

Với ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bất kì và mọi số k, ta có:

$\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a}$; $\quad \vec{a}.(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}.\vec{b} + \vec{a}.\vec{c}$; $\quad (k\vec{a}).\vec{b} = k(\vec{a}.\vec{b}) = \vec{a}.(k\vec{b})$.

HĐTH 4

4 Cho hai vectơ $\vec{i}$, $\vec{j}$ vuông góc, cùng có độ dài bằng 1.

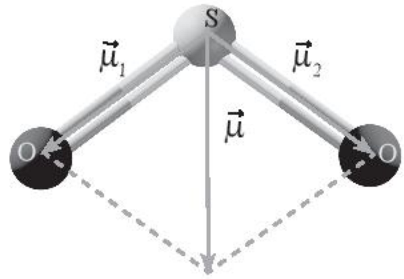
a) Tính: $(\vec{i} + \vec{j})^2$; $(\vec{i} - \vec{j})^2$; $(\vec{i} + \vec{j}).(\vec{i} - \vec{j})$.

b) Cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$. Tính tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$ và tính góc $(\vec{a}, \vec{b})$.

Mục đích: HS thực hành sử dụng các tính chất cơ bản của tích vô hướng để rèn luyện kĩ năng tính toán trên vectơ theo yêu cầu cần đạt.

HĐVD 2

2 Phân tử sulfur dioxide (SO_2) có cấu tạo hình chữ V, góc liên kết $\widehat{OSO}$ gần bằng 120°. Người ta biểu diễn sự phân cực giữa nguyên tử S với mỗi nguyên tử O bằng các vectơ $\vec{\mu}_1$ và $\vec{\mu}_2$ có cùng phương với liên kết cộng hoá trị, có chiều từ nguyên tử S về mỗi nguyên tử O và cùng có độ dài là 1,6 đơn vị (Hình 6). Cho biết vectơ tổng $\vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2$ được dùng để biểu diễn sự phân cực của cả phân tử SO_2. Tính độ dài của $\vec{\mu}$.



Hình 6

Mục đích: HS có cơ hội trải nghiệm dùng tích vô hướng vào thực tế tính vectơ biểu diễn sự phân cực của phân tử SO_2.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

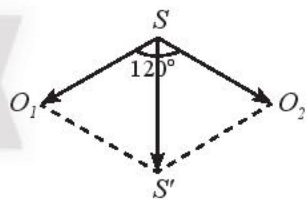
Hướng dẫn – đáp án: Có thể tính độ dài của $\vec{\mu}$ theo hai cách:

Cách 1: Áp dụng tích vô hướng.

$(\vec{\mu})^2 = (\vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2)^2 = (\vec{\mu}_1)^2 + (\vec{\mu}_2)^2 + 2.\vec{\mu}_1.\vec{\mu}_2 = 1,6^2 + 1,6^2 + 2.1,6^2.\cos 120^\circ = 1,6^2 \Rightarrow |\vec{\mu}| = 1,6.$

Cách 2: Áp dụng hình học phẳng.

Hình bình hành $SO_1S'O_2$ có hai cạnh liên tiếp bằng nhau nên nó là một hình thoi. SO_1S' là tam giác cân và có một góc bằng 60° nên nó là tam giác đều. Do đó, $|\vec{\mu}| = |\vec{\mu}_1| = 1,6$.



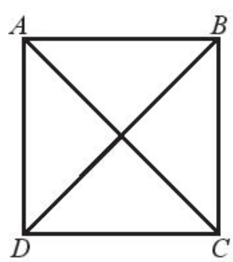
IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = a.\,a.\cos 90^\circ = 0;$

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = a.\,a\sqrt{2}.\cos 45^\circ = a^2;$

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB} = a\sqrt{2}.\,a.\cos 135^\circ = -a^2;$

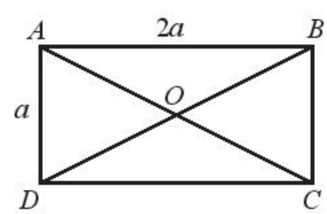
$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD} = a\sqrt{2}.\,a\sqrt{2}.\cos 90^\circ = 0.$



2. a) $\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AO}\right) = \cos\widehat{BAC} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{2a}{a\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}.$

Khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AO} = |\overrightarrow{AB}|.|\overrightarrow{AO}|.\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AO}\right) = 2a.\dfrac{a\sqrt{5}}{2}.\dfrac{2}{\sqrt{5}} = 2a^2.$

b) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = |\overrightarrow{AB}|.|\overrightarrow{AD}|.\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) = 2a.a.\cos 90^\circ = 0.$



3. a) Khi O nằm ngoài đoạn thẳng AB thì hai vectơ $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ cùng hướng.

Do đó $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right) = 0^\circ$, suy ra $\cos\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right) = \cos 0^\circ = 1$.

Nên $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \left|\overrightarrow{OA}\right|.\left|\overrightarrow{OB}\right|.\cos\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right) = OA\ .\ OB\ .\ \cos 0^\circ = a\ .\ b\ .\ 1 = ab$.

b) Khi O nằm trong đoạn thẳng AB thì hai vectơ $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ ngược hướng.

Do đó $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right) = 180^\circ$, suy ra $\cos\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right) = \cos 180^\circ = -1$.

Nên $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \left|\overrightarrow{OA}\right|.\left|\overrightarrow{OB}\right|.\cos\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right) = OA\ .\ OB\ .\ \cos 180^\circ = a\ .\ b\ .\ (-1) = -ab$.

4. $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = \left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}\right)\left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}\right) = \left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}\right)\left(\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{OA}\right) = \overrightarrow{MO}^2 - \overrightarrow{OA}^2 = MO^2 - OA^2$.

5. $A = \left|\vec{F}\right|.\left|\vec{d}\right|.\cos\left(\vec{F}, \vec{d}\right) = 90.100.\cos 60^\circ = 4500$ (J).

6. Gọi hai vectơ có độ dài 3 và 4 lần lượt là $\vec{a}$ và $\vec{b}$, ta có:

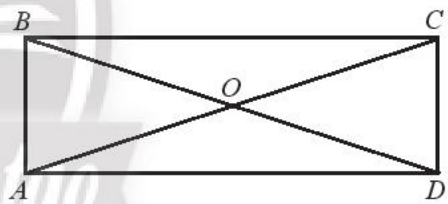
$\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{-6}{3.4} = -\dfrac{1}{2}$, suy ra $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 120^\circ$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) Đúng; b) Đúng.

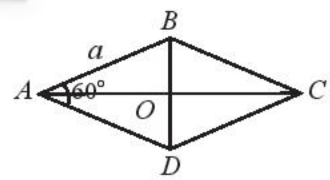
2. a) $\left|\overrightarrow{AC}\right| = \left|\overrightarrow{BD}\right| = a\sqrt{10}$.



b) Các cặp vectơ đối nhau và có độ dài bằng $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$ là:

$\overrightarrow{AO}$ và $\overrightarrow{CO}$; $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{BO}$ và $\overrightarrow{DO}$; $\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OD}$.

3. $\vec{p} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, suy ra $\left|\vec{p}\right| = AC = 2AO = a\sqrt{3}$.



$\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$, suy ra $\left|\vec{u}\right| = DB = a$.

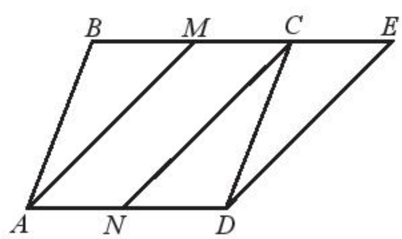
$\vec{v} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$,

suy ra $\left|\vec{v}\right| = DB = a$.

4. a) $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{NE}$;

$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{ND}$;

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.



b) $\overrightarrow{NC} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} - \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{DC}$;

$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC}$;

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

c) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

5. a) Đẳng thức xảy ra khi $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.

b) Đẳng thức xảy ra khi $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau.

6. Từ $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = 0$, ta có $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$, suy ra $\vec{a}=-\vec{b}$.

Do đó hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ đối nhau nên có cùng độ dài, cùng phương và ngược hướng.

7. Ta cần chứng minh hai mệnh đề:

• *Nếu $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ thì trung điểm của hai đoạn thẳng AD và BC trùng nhau.*

Gọi I là trung điểm của AD, ta chứng minh I cũng là trung điểm của BC.

Theo quy tắc ba điểm, ta có: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{ID}$.

Vì $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ nên $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{ID} \Rightarrow \overrightarrow{AI}-\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{CI}-\overrightarrow{IB} \Rightarrow \overrightarrow{AI}+\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{BI}$. (1)

Vì I là trung điểm của AD nên $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{DI}=\vec{0}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{BI}=\vec{0}$.

Do đó I cũng là trung điểm của BC.

• *Nếu trung điểm của hai đoạn thẳng AD và BC trùng nhau thì $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.*

Giả sử I là trung điểm của AD và BC.

I là trung điểm của $AD \Rightarrow \overrightarrow{AI}+\overrightarrow{DI}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AI}-\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.

I là trung điểm của $BC \Rightarrow \overrightarrow{CI}+\overrightarrow{BI}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CI}-\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

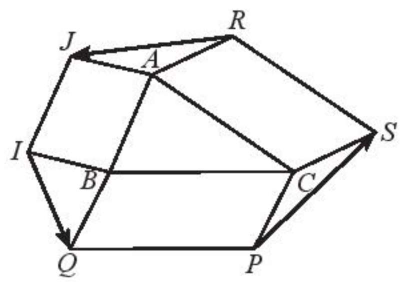
Do đó $\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{CI}-\overrightarrow{IB} \Rightarrow \overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{ID} \Rightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

Vậy $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ khi và chỉ khi trung điểm của hai đoạn thẳng AD và BC trùng nhau.

8. $\overrightarrow{RJ}+\overrightarrow{IQ}+\overrightarrow{PS}=\overrightarrow{RA}+\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{CS}$

$=\left(\overrightarrow{RA}+\overrightarrow{CS}\right)+\left(\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{IB}\right)+\left(\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{PC}\right)$

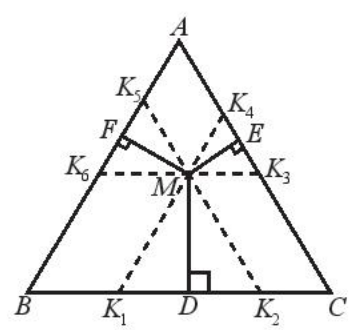
$=\vec{0}+\vec{0}+\vec{0}=\vec{0}$.



(Vì $ABIJ$, $BCPQ$, $CARS$ là các hình bình hành.)

Vậy $\overrightarrow{RJ}+\overrightarrow{IQ}+\overrightarrow{PS}=\vec{0}$.

9. $v_2=\sqrt{v_1^2+v^2-2v_1.v.\cos 20^\circ}\approx 15{,}98$ (m/s).



10. Qua M kẻ các đường thẳng:

$K_1K_4 \,//\, AB$, $K_2K_5 \,//\, AC$, $K_3K_6 \,//\, BC$

($K_1, K_2 \in BC$; $K_3, K_4 \in AC$; $K_5, K_6 \in AB$).

Ta có: $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MK_1}+\overrightarrow{MK_2}+\overrightarrow{MK_3}+\overrightarrow{MK_4}+\overrightarrow{MK_5}+\overrightarrow{MK_6}\right)$

$$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right).$$

(Vì MK_5AK_4, MK_3CK_2, MK_1BK_6 là các hình bình hành.)

Vậy $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}.3\overrightarrow{MO}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MO}.$

11. Ta có $\left(\vec{F},\overrightarrow{AB}\right)=30^\circ$, $\left(\vec{F_1},\overrightarrow{AB}\right)=90^\circ$, $\left(\vec{F_2},\overrightarrow{AB}\right)=0^\circ$.

$$A_{\vec{F}}=\vec{F}.\overrightarrow{AB}=|\vec{F}|.|\overrightarrow{AB}|.\cos\left(\vec{F},\overrightarrow{AB}\right)=50.200.\cos 30^\circ=5000\sqrt{3}\text{ (J)}.$$

$$A_{\vec{F_1}}=\vec{F_1}.\overrightarrow{AB}=\left|\vec{F_1}\right|.\left|\overrightarrow{AB}\right|.\cos\left(\vec{F_1},\overrightarrow{AB}\right)=\left|\vec{F_1}\right|.AB.\cos 90^\circ=0\text{ (J)}.$$

$$A_{\vec{F_2}}=\vec{F_2}.\overrightarrow{AB}=\left|\vec{F_2}\right|.\left|\overrightarrow{AB}\right|.\cos\left(\vec{F_2},\overrightarrow{AB}\right)=\left|\vec{F}\right|.\cos 30^\circ.AB.\cos 0^\circ$$

$$=50.\frac{\sqrt{3}}{2}.200.1=5000\sqrt{3}\text{ (J)}.$$

12. a) $\left|\vec{v_1}\right|=0,75$ m/s; $\left|\vec{v_2}\right|=1,2$ m/s.

Vì $\vec{v_1}\perp\vec{v_2}$ nên $|\vec{v}|=\sqrt{\left|\vec{v_1}\right|^2+\left|\vec{v_2}\right|^2}=\sqrt{0,75^2+1,2^2}\approx 1,415$ (m/s).

b) Tốc độ dịch chuyển của thuyền so với bờ là khoảng 1,415 m/s.

c) $\sin\theta=\frac{v_1}{v}=\frac{0,75}{1,415}\approx 0,53\Rightarrow\theta\approx 32^\circ.$

Phần THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

Chương VI

THỐNG KÊ

A. MỤC TIÊU

Trong chương này, HS được học các số đặc trưng thường gặp nhất của mẫu số liệu không ghép nhóm, bao gồm các số đo xu thế trung tâm: số trung bình, trung vị, mốt, các tứ phân vị và các số đo xu thế trung tâm: khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai và độ lệch chuẩn. Các số đặc trưng này là công cụ giúp so sánh độ lớn và sự đồng đều của các quan sát trong mẫu ngẫu nhiên. HS cũng được học về số gần đúng và sai số, phương pháp đánh giá sai số khi làm tròn số và khi tính toán với số gần đúng.

1. Năng lực toán học

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

– Hiểu được khái niệm số gần đúng. Ước lượng được cận trên của sai số tuyệt đối, sai số tương đối.

– Xác định được số gần đúng của một số với độ chính xác cho trước; xác định được số quy tròn của số gần đúng với độ chính xác cho trước.

– Tính được các số đặc trưng đo xu thế trung tâm (số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt) và số đặc trưng đo mức độ phân tán (khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai, độ lệch chuẩn) của mẫu số liệu không ghép nhóm.

– Giải thích được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong thực tiễn. Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của các số đặc trưng nói trên trong một số trường hợp đơn giản.

– Nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức của các môn học khác trong chương trình lớp 10 và trong thực tiễn.

– Biết sử dụng máy tính cầm tay để tính toán với số gần đúng và tính toán các số đặc trưng của mẫu ngẫu nhiên không ghép nhóm.

2. Năng lực chung

– *Năng lực tư duy và lập luận toán học*: Thực hiện được các thao tác tư duy như so sánh, phân tích số liệu thống kê; khái quát hoá, đưa ra kết luận dựa trên mẫu số liệu thu thập được.

– *Năng lực mô hình hoá toán học*: Sử dụng số gần đúng trong đo đạc và đánh giá sai số của phép đo hay các tính toán với số gần đúng; chuyển vấn đề thực tiễn về bài toán thống kê (ví dụ như kiểm định chất lượng sản phẩm, so sánh chất lượng sản phẩm, dịch vụ, ...); sử dụng bảng, biểu đồ để mô tả mẫu số liệu và phát hiện tình huống có vấn đề.

– *Năng lực giải quyết vấn đề toán học*: Xác định được tình huống có vấn đề khi xem xét tính hợp lí của dữ liệu, phát hiện số liệu ngoại lệ; lựa chọn công cụ phù hợp để so sánh giá trị của mẫu số liệu trong từng hoàn cảnh cụ thể.

– *Năng lực giao tiếp toán học*: Sử dụng các khái niệm và thuật ngữ của thống kê (số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai, độ lệch chuẩn) để mô tả và phân tích dữ liệu.

– *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán*: Sử dụng máy tính cầm tay để tính toán với số gần đúng và tính các số đặc trưng của mẫu ngẫu nhiên không ghép nhóm; sử dụng bảng, biểu đồ để biểu diễn dữ liệu thống kê; sử dụng thước đo, cân để đo đạc trong thực tế nhằm thu thập dữ liệu thống kê.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– HS thể hiện sự chăm chỉ khi phải tính toán với một dãy dài các số liệu thống kê; sự trung thực khi thu thập, xử lí số liệu, lựa chọn số quy tròn, số gần đúng; trách nhiệm khi đánh giá sai số của các phép đo đạc, tính toán, cân nhắc lựa chọn các công cụ thống kê để đưa ra kết luận.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. SỐ GẦN ĐÚNG VÀ SAI SỐ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Hiểu được khái niệm số gần đúng, sai số tuyệt đối.

– Xác định được số gần đúng của một số với độ chính xác cho trước.

– Xác định được sai số tương đối của số gần đúng.

– Xác định được số quy tròn của số gần đúng với độ chính xác cho trước.

– Biết sử dụng máy tính cầm tay để tính toán với các số gần đúng.

2. Năng lực cần chú trọng

– *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán:* Sử dụng máy tính cầm tay để tính toán với số gần đúng; sử dụng thước, cân để đo đạc.

– *Năng lực giải quyết vấn đề toán học:* Đánh giá sai số của phép đo đạc; tìm số quy tròn, số gần đúng với độ chính xác cho trước.

– *Năng lực mô hình hoá toán học:* Đưa việc đo đạc, tính toán trong thực tế về việc tính toán với số gần đúng để xác định được sai số của phép đo.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. HS đã học cách làm tròn số nguyên và số thập phân. Nội dung chính của bài này nhằm giúp HS đánh giá, ước lượng sai số tuyệt đối và sai số tương đối của phép đo.

2. Có nhiều cách khác nhau để đánh giá sai số tuyệt đối Δ và sai số tương đối δ và có thể dẫn đến các kết quả khác nhau.

3. Sai số tuyệt đối dùng để so sánh chất lượng của phép đo trên cùng một đối tượng. Sai số tương đối dùng để so sánh chất lượng của phép đo với nhiều đối tượng khác nhau.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

1. Số gần đúng

HĐKP 1

1 Hãy đo chiều dài của bàn học bạn đang sử dụng.

Mục đích: HS nhận biết được không thể ghi lại chính xác kết quả phép đo chiều dài của cái bàn nói riêng và nhiều kết quả phép đo khác nói chung.

Gợi ý tổ chức: GV yêu cầu nhiều HS đo với các dụng cụ khác nhau và ghi lại kết quả chính xác đến cm, đến mm. HS thảo luận để dẫn ra được đến kết luận là không thể ghi lại chính xác kết quả của phép đo mà chỉ có thể ghi lại đến một mức độ chính xác nhất định nào đó.

GV yêu cầu HS nêu thêm ví dụ về những phép đo hay số liệu có thể đo chính xác và không thể đo chính xác rồi giải thích nguyên nhân.

HĐTH 1

1 Trong trích đoạn một báo cáo tài chính dưới đây, theo bạn, số nào là số đúng, số nào là số gần đúng?

Trong tháng 01/2021 có 47 dự án được cấp phép mới với số vốn đăng kí đạt gần 1,3 tỉ USD, giảm khoảng 81,8% về số dự án và 70,3% về số vốn đăng kí so với cùng kì năm trước; 46 lượt dự án đã cấp phép từ các năm trước đăng kí điều chỉnh vốn đầu tư với số vốn tăng thêm trên 0,5 tỉ USD, tăng gần 41,4%.

(*Nguồn:* tapchitaichinh.vn)

Mục đích: Nhận biết được số đúng và số gần đúng trong thực tế.

Gợi ý tổ chức: HS suy nghĩ, thảo luận theo nhóm. GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án: Số đúng: 47; 46. Các số sau có thể là số gần đúng: 1,3 tỉ; 81,8%; 70,3%; 0,5 tỉ; 41,4%.

2. Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

Sai số tuyệt đối

HĐKP 2

2 Vinh và Hoa đo chiều dài trang bìa của một quyển sổ (Hình 2). Vinh đọc kết quả là 21 cm. Hoa đọc kết quả là 20,7 cm. Kết quả của bạn nào có sai số nhỏ hơn?

Hình 2

Mục đích: Giúp HS làm quen với việc đánh giá, ước lượng sai số của số gần đúng thông qua một tình huống cụ thể.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS thảo luận và trả lời.

Ví dụ 1

An tính diện tích của hình tròn bán kính $r = 4$ cm bằng công thức $S = 3{,}145 \cdot 4^2 = 50{,}32$ (cm^2).

Biết rằng $3{,}14 < \pi < 3{,}15$, hãy ước lượng độ chính xác của S.

Mục đích: Ước lượng độ chính xác của số gần đúng và biểu diễn số gần đúng theo độ chính xác.

Gợi ý tổ chức: GV thuyết trình, vấn đáp. Với đối tượng HS có học lực trung bình, GV thay vì đánh giá bất đẳng thức kép $a < b < c$ có thể tách thành hai bất đẳng thức đơn $a < b$ và $b < c$ để dễ theo dõi hơn.

HĐTH 2

2 Cho biết $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$. Hãy tính độ dài đường chéo của một hình vuông có cạnh bằng 10 cm và xác định độ chính xác của kết quả tìm được.

Mục đích: Củng cố kĩ năng ước lượng độ chính xác của số gần đúng.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án: Độ dài đường chéo của hình vuông, kí hiệu là $\overline{x}$, thoả mãn $\overline{x} = 10\sqrt{2}$.

Vì $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$ nên nếu lấy $\sqrt{2} \approx 1{,}415$ thì được giá trị gần đúng của $\overline{x}$ là

$$x = 10 \cdot 1{,}415 = 14{,}15.$$

Mặt khác, vì $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$ nên $14{,}1 < \overline{x} < 14{,}2$ và $-0{,}05 < \overline{x} - x < 0{,}05$,

tức là $|\overline{x} - x| < 0{,}05$. Vậy độ chính xác của kết quả $x = 14{,}15$ là 0,05.

HĐVD 1

1 Một tấm bìa có dạng hình chữ nhật với kích thước được in như trong Hình 3.

a) Hãy cho biết kích thước chiều dài và chiều rộng của tấm bìa nằm trong khoảng nào.

b) Tính diện tích của tấm bìa.

Kích thước: 170×240 ($\pm$ 2mm)
Định lượng: 100g/m^2 (M)
Độ trắng: 80 – 82% ISO

Hình 3

Mục đích: Tìm hiểu số gần đúng trong thực tế.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình. Sau khi hoàn thành hoạt động này, GV có thể yêu cầu HS tìm các số gần đúng tương tự trên bao bì các sản phẩm.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Chiều dài của tấm bìa kí hiệu là $\overline{d}$ (mm) thoả mãn: $238 \le \overline{d} \le 242$.

Chiều rộng của tấm bìa kí hiệu là $\overline{r}$ (mm) thoả mãn: $168 \le \overline{r} \le 172$.

b) Diện tích của tấm bìa là $\overline{x} = \overline{d}.\overline{r}$.

Lấy $d = 240$ và $r = 170$ thì được giá trị gần đúng của diện tích tấm bìa là

$$x = 240\ .\ 170 = 40\,800\ (\text{mm}^2).$$

Mà $238\ .\ 168 \le \overline{x} \le 242\ .\ 172$, suy ra $39\,984 \le \overline{x} \le 41\,624$ nên $-816 \le \overline{x} - x \le 824$, tức là $|\overline{x} - x| \le 824$. Vậy diện tích tấm bìa là $40\,800\ \text{mm}^2$ với độ chính xác $d = 824$ mm.

Sai số tương đối

HĐKP 3

3 Vào năm 2015, các nhà khoa học trên thế giới ước lượng độ tuổi của vũ trụ là $13\,799 \pm 21$ triệu năm.

Trọng tài bấm thời gian chạy 100 m của một vận động viên là $10{,}3 \pm 0{,}1$ giây.

Theo bạn, trong hai phép đo trên, phép đo nào có độ chính xác cao hơn?

Mục đích: Để so sánh độ chính xác của nhiều phép đo trên các đối tượng khác nhau, người ta có thể sử dụng sai số tương đối.

Gợi ý tổ chức: GV nêu tình huống, đặt câu hỏi; HS thảo luận, trình bày câu trả lời.

HĐTH 3

3 Hãy ước lượng sai số tương đối trong phép đo tuổi của vũ trụ và thời gian chạy của vận động viên ở 3.

Mục đích: HS thực hành tính sai số tương đối của phép đo khi biết độ chính xác.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án: Sai số tương đối của phép đo tuổi vũ trụ nhỏ hơn 0,16%.

Sai số tương đối của thời gian chạy 100 m của vận động viên nhỏ hơn 0,98%.

3. Số quy tròn

Quy tắc làm tròn số

HS đã được học quy tắc làm tròn số ở các lớp dưới. Mục này nhằm củng cố quy tắc này.

Ví dụ 2

Hãy quy tròn số $\overline{a} = \dfrac{4}{3} = 1{,}3333...$ đến hàng phần trăm và ước lượng sai số tương đối.

Mục đích: Vận dụng quy tắc làm tròn số.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình.

HĐTH 4

4 Hãy quy tròn số $\overline{b} = 5\,496$ đến hàng chục và ước lượng sai số tương đối.

Mục đích: Luyện tập quy tắc làm tròn của số.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án: Số quy tròn là 5 500.

$$\text{Sai số tương đối } \delta = \frac{|5\,496 - 5\,500|}{5500} = \frac{4}{5500} \approx 7{,}3.10^{-4}.$$

Xác định số quy tròn của số gần đúng với độ chính xác cho trước

Ví dụ 3

a) Cho số gần đúng $a = 1\,903$ với độ chính xác $d = 50$. Hãy viết số quy tròn của số a.

b) Hãy viết số quy tròn của số gần đúng b biết $\overline{b} = 0{,}1891 \pm 0{,}005$.

Mục đích: Vận dụng quy tắc quy tròn của số gần đúng với độ chính xác cho trước.

Gợi ý tổ chức: GV thuyết trình, vấn đáp, có thể diễn giải cụ thể hơn quy tắc giúp HS hiểu rõ vấn đề.

HĐTH 5

5 Hãy viết số quy tròn của số gần đúng trong những trường hợp sau:

a) $318\,081 \pm 2\,000$; b) $18{,}0113 \pm 0{,}003$.

Mục đích: Củng cố kĩ năng quy tròn số gần đúng với độ chính xác cho trước.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: a) 320 000; b) 18,01.

Xác định số gần đúng của một số với độ chính xác cho trước

Ví dụ 4

a) Cho $\overline{a} = \frac{12}{7} = 1{,}71428571...$. Hãy xác định số gần đúng của $\overline{a}$ với độ chính xác $d = 0{,}002$.

b) Cho $\overline{b} = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = -0{,}61803398...$. Hãy xác định số gần đúng của $\overline{b}$ với độ chính xác $d = 0{,}0005$.

Mục đích: Vận dụng quy tắc xác định số gần đúng của số âm và số dương với độ chính xác cho trước.

Gợi ý tổ chức: GV thuyết trình, vấn đáp, có thể diễn giải cụ thể hơn quy tắc giúp HS hiểu rõ vấn đề.

HĐTH 6

6 Hãy xác định số gần đúng của các số sau với độ chính xác $d = 0,0001$.

a) $\overline{a} = \frac{20}{11} = 1,8181818...$; b) $\overline{b} = 1 - \sqrt{7} = -1,6457513...$.

Mục đích: Củng cố kĩ năng xác định số gần đúng của một số âm và dương với độ chính xác cho trước.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: $a = 1,8182$; $b = -1,6458$.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. Vì $3,141 < \pi < 3,142$ nên $3,141 - 3,1250 < \pi - 3,1250 < 3,142 - 3,1250$. Do đó sai số tuyệt đối $\Delta < 0,017$, sai số tương đối $\delta < \frac{0,017}{3,125} < 0,6\%$.

2. a) 7000; b) Vì $6\,447 < \overline{a} < 6\,647$ nên $6\,447 - 7\,000 < \overline{a} - 7\,000 < 6\,647 - 7\,000$. Do đó sai số tuyệt đối $\Delta < 553$, sai số tương đối $\delta < \frac{553}{7\,000} = 7,9\%$.

3. a) 1,73. Vì $\left|\sqrt{3} - 1,73\right| < 0,005$ nên $\Delta < 0,005$ và sai số tương đối $\delta < \frac{0,005}{1,73} < 0,3\%$.

Chú ý: HS có thể sử dụng đánh giá $1,73 < \sqrt{3} < 1,733$ để có sai số tuyệt đối nhỏ hơn.

b) 1,732; c) 1,7321.

4. a) 4 540 000; b) 10,05.

5. $22,3 \pm 0,5$.

6. Kim chỉ vào vị trí giữa 63 và 64 nên cân nặng của bác Phúc là $63,5 \pm 0,5$.

BÀI 2. MÔ TẢ VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU TRÊN CÁC BẢNG VÀ BIỂU ĐỒ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng và biểu đồ (cột, cột kép, đoạn thẳng và quạt).

– Phát hiện và lí giải được số liệu không chính xác hoặc các phát biểu không chính xác, hợp lí dựa trên mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn trong nhiều ví dụ.

2. Năng lực cần chú trọng

– *Năng lực giải quyết vấn đề toán học:* Phát hiện số liệu không chính xác.

– *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán:* Biểu diễn số liệu bằng bảng và các loại biểu đồ.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

– HS đã được học trong chương trình Tiểu học và Trung học cơ sở sử dụng bảng số liệu thống kê và các loại biểu đồ cột, biểu đồ đoạn thẳng và biểu đồ quạt để trình bày và biểu diễn số liệu.

– Để phát hiện được số liệu không chính xác ta có thể dựa vào:

+ Phạm vi của mỗi loại số liệu trong thực tế. Ví dụ như thời gian chạy 100 m của vận động viên không thể dưới 9 giây; số HS trong một lớp học bình thường không thể trên 100, …

+ Mối quan hệ giữa các số liệu với thông tin đã được đưa ra. Ví dụ như nếu sĩ số trung bình của các lớp khối 10 là 36,5 thì phải có ít nhất một lớp có nhiều hơn 36 HS và ít nhất một lớp có không quá 36 HS.

+ Kiểm tra sự chính xác khi chuyển dữ liệu giữa bảng và các loại biểu đồ.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

1. Bảng số liệu

Ví dụ 1

Trong 6 tháng đầu năm, số sản phẩm bán ra mỗi tháng của một cửa hàng đều tăng khoảng 20% so với tháng trước đó. Biết rằng, trong bảng dưới đây, số sản phẩm bán ra của một tháng bị nhập sai. Hãy tìm tháng đó.

Tháng	1	2	3	4	5	6
Số sản phẩm bán ra	145	175	211	256	340	371

Mục đích: Phát hiện tính không hợp lí của dữ liệu cho bởi bảng dựa trên mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu. Phát triển năng lực mô hình hoá toán học.

Gợi ý tổ chức: GV thuyết trình, nhắc lại công thức tính tỉ lệ phần trăm và gợi ý HS tính tỉ lệ phần trăm số lượng sản phẩm bán ra tăng thêm từng tháng. Sau đó HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Ví dụ 2

Một đội 20 thợ thủ công được chia đều vào 5 tổ. Trong một ngày, mỗi người thợ làm được 4 hoặc 5 sản phẩm. Cuối ngày, đội trưởng thống kê lại số sản phẩm mà mỗi tổ làm được ở bảng sau:

Tổ	1	2	3	4	5
Số sản phẩm	17	19	19	21	20

Đội trưởng đã thống kê đúng chưa? Tại sao?

Mục đích: Phát hiện tính không hợp lí của dữ liệu cho bởi bảng dựa trên mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu. Cụ thể bài này HS cần đánh giá cận trên và cận dưới của số lượng sản phẩm mỗi tổ làm được, từ đó tìm ra số liệu không hợp lí.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

2. Biểu đồ

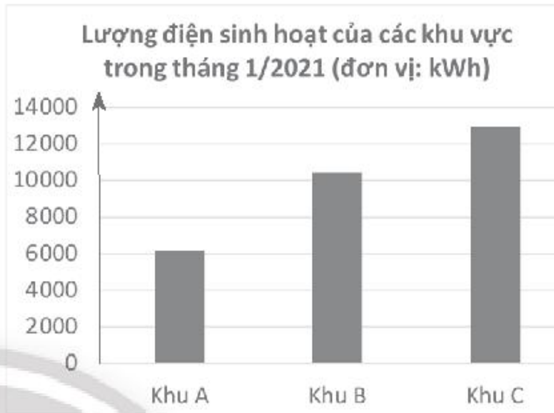
Ví dụ 3

Lượng điện sinh hoạt trong tháng 1/2021 của các hộ gia đình thuộc Khu A (60 hộ), Khu B (100 hộ) và Khu C (120 hộ) được biểu diễn ở biểu đồ bên.

Hãy cho biết các phát biểu sau là đúng hay sai:

a) Mỗi khu đều tiêu thụ trên 6 000 kWh.

b) Trung bình mỗi hộ ở Khu C sử dụng số điện gấp hai lần mỗi hộ ở Khu A.



Mục đích: Kiểm tra tính hợp lí của các kết luận thống kê dựa trên mẫu số liệu được trình bày dưới dạng biểu đồ cột.

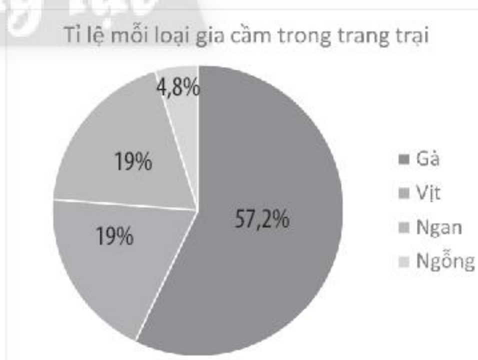
Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

GV lưu ý cho HS về một số sai lầm thường gặp khi đọc các biểu đồ cột.

Ví dụ 4

Bình vẽ biểu đồ biểu thị tỉ lệ số lượng mỗi loại gia cầm trong một trang trại theo bảng thống kê dưới đây:

Loại gia cầm	Số con
Gà	120
Ngan	40
Ngỗng	40
Vịt	10



Bạn hãy cho biết biểu đồ Bình vẽ đã chính xác chưa. Nếu chưa thì cần điều chỉnh lại như thế nào cho đúng?

Mục đích: Kiểm tra sự chính xác, hợp lí khi chuyển dữ liệu từ bảng sang biểu đồ quạt.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. Theo bảng thống kê đã cho, sĩ số trung bình của mỗi lớp theo từng khối cho ở bảng sau:

Khối	10	11	12
Sĩ số trung bình mỗi lớp	44	46,25	43,125

Theo thông tin hiệu trưởng cung cấp thì thông tin Khối 11 đã bị thống kê sai.

2. Phát biểu a) là đúng. Ở tỉnh Gia Lai, số trường năm 2018 là khoảng 42 trường, số trường năm 2008 là khoảng 34 trường do đó phát biểu b) là sai.

Lưu ý rằng, ở tỉnh Gia Lai, mặc dù cột số trường năm 2018 nhìn cao gấp đôi cột số trường năm 2008 nhưng các cột này được vẽ từ mức thấp nhất là 25 nên không thể suy ra được số trường THPT năm 2018 nhiều gấp đôi năm 2008.

3. Phát biểu a) và b) đều đúng. Phát biểu c) là sai vì trong năm 2017, giá trị sản phẩm trung bình trên một hecta mặt nước nuôi trồng thuỷ sản và đất trồng trọt lần lượt là khoảng 210 và 90, tức là giá trị sản phẩm trung bình trên một hecta mặt nước nuôi trồng thuỷ sản gấp chưa đến 2,5 lần trên một hecta đất trồng trọt.

BÀI 3. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CỦA MẪU SỐ LIỆU

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Tính được số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu không ghép nhóm:

- Số trung bình cộng (hay số trung bình)
- Trung vị (median)
- Tứ phân vị (quartiles)
- Mốt (mode).

– Giải thích được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong thực tiễn.

– Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Trọng tâm bài là nhận biết ý nghĩa của các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu không ghép nhóm và vận dụng được chúng trong thực hành, cụ thể là:

– Trung bình cộng: Số trung bình của mẫu số liệu được dùng làm đại diện cho các số liệu của mẫu. Nó là một số đo xu thế trung tâm của mẫu đó.

– Trung vị: Trung vị của mẫu số liệu là giá trị nằm ở chính giữa của mẫu số liệu, tức là luôn có ít nhất 50% số liệu trong mẫu lớn hơn hoặc bằng trung vị và ít nhất 50% số liệu trong mẫu nhỏ hơn hoặc bằng trung vị. Khi các số liệu trong mẫu không có sự chênh lệch quá lớn thì số trung bình và trung vị xấp xỉ nhau. Mặt khác, khi trong mẫu xuất hiện thêm một giá trị rất lớn hoặc rất nhỏ thì số trung bình sẽ bị thay đổi đáng kể nhưng trung vị thì ít thay đổi.

– Tứ phân vị: Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu. Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa dưới của mẫu số liệu (phần nhỏ hơn trung vị M_e) và tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa trên của mẫu số liệu (phần lớn hơn trung vị M_e).

– Mốt là giá trị xuất hiện nhiều lần nhất trong mẫu số liệu. Mốt thích hợp để thể hiện xu thế trung tâm của mẫu dữ liệu định tính.

2. Các bước tìm tứ phân vị:

Bước 1: Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm.

Bước 2: Tìm tứ phân vị thứ hai.

Bước 3: Tìm tứ phân vị thứ nhất và thứ ba.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG CỤ THỂ

HĐKĐ

Sau khi đã thu thập dữ liệu về lượng nước sinh hoạt trong một tháng của từng hộ gia đình ở hai khu vực dân cư, bác Vinh muốn đánh giá xem hộ gia đình ở khu vực nào dùng hết nhiều nước sinh hoạt hơn.

Theo bạn, bác Vinh nên làm thế nào?

Mục đích: HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về vai trò và lợi ích của việc sử dụng các số đặc trưng khi phân tích số liệu.

Gợi ý tổ chức: GV nêu tình huống. HS thảo luận tìm câu trả lời.

Hướng dẫn – đáp án: Bác Vinh tính và so sánh lượng nước trung bình các hộ ở từng khu vực sử dụng.

1. Số trung bình

HĐKP 1

1 Điểm số bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong Tổ 1 là 6; 10; 6; 8; 7; 10, còn của các bạn Tổ 2 là 10; 6; 9; 9; 8; 9. Theo em, tổ nào có kết quả kiểm tra tốt hơn? Tại sao?

Mục đích: HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận để giải quyết vấn đề về tìm số đại diện cho mẫu số liệu, nhận biết được ý nghĩa của số trung bình.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi mở, HS thảo luận để trả lời, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án: Điểm trung bình của Tổ 1 và Tổ 2 lần lượt là 7,83 và 8,5. Do đó có thể thấy các bạn Tổ 2 có kết quả kiểm tra tốt hơn.

Ví dụ 1

Một cửa hàng bán xe đạp thống kê số xe bán được hằng tháng trong năm 2021 ở bảng sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số xe	10	8	7	5	8	22	28	25	20	10	9	7

a) Hãy tính số xe trung bình cửa hàng bán được mỗi tháng trong năm 2021.

b) Hãy so sánh hiệu quả kinh doanh trong quý III của cửa hàng với 6 tháng đầu năm 2021.

Mục đích: HS thực hành công thức tính số trung bình và sử dụng số trung bình để so sánh hiệu quả kinh doanh trong hai giai đoạn khác nhau.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày và giải thích lời giải của mình, đối chiếu với lời giải trong SGK.

HĐVD 1

1 Thời gian chạy 100 mét (đơn vị: giây) của các bạn học sinh ở hai nhóm A và B được ghi lại ở bảng sau:

Nhóm A	12,2	13,5	12,7	13,1	12,5	12,9	13,2	12,8
Nhóm B	12,1	13,4	13,2	12,9	13,7			

Nhóm nào có thành tích chạy tốt hơn?

Mục đích: HS sử dụng số trung bình để so sánh thành tích của hai nhóm để luyện tập kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc theo nhóm, trình bày lời giải của nhóm với giải thích rõ ràng, GV theo dõi và nhận xét lời giải của các nhóm.

Hướng dẫn – đáp án: Thời gian chạy trung bình của HS nhóm A và B lần lượt là 12,8625 và 13,06. Do đó nhóm A có thành tích chạy tốt hơn nhóm B.

HĐVD 2

2 Số bàn thắng mà một đội bóng ghi được ở mỗi trận đấu trong một mùa giải được thống kê lại ở bảng sau:

Số bàn thắng	0	1	2	3	4	6
Số trận	5	10	5	3	2	1

Hãy xác định số bàn thắng trung bình đội đó ghi được trong một trận đấu của mùa giải.

Mục đích: HS tính số trung bình của mẫu số liệu cho ở dạng bảng tần số để luyện tập kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc theo nhóm, trình bày lời giải của nhóm với giải thích rõ ràng, GV theo dõi và nhận xét lời giải của các nhóm.

Hướng dẫn – đáp án: Tổng số trận đấu là: 5 + 10 + 5 + 3 + 2 + 1 = 26.

Số bàn thắng trung bình đội đó ghi được trong mỗi trận đấu là

$$\frac{5.0+10.1+5.2+3.3+2.4+1.6}{26}=\frac{43}{26}\approx 1,65.$$

2. Trung vị và tứ phân vị

HĐKP 2

2 Bảng sau thống kê số sách mỗi bạn học sinh Tổ 1 và Tổ 2 đã đọc ở thư viện trường trong một tháng:

Tổ 1	3	1	2	1	2	2	3	25	1
Tổ 2	4	5	4	3	3	4	5	4	

a) Trung bình mỗi bạn Tổ 1 và mỗi bạn Tổ 2 đọc bao nhiêu quyển sách ở thư viện trường trong tháng đó?

b) Em hãy thảo luận với các bạn trong nhóm xem tổ nào chăm đọc sách ở thư viện hơn.

Mục đích: HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận để giải quyết vấn đề về tìm số đại diện cho mẫu số liệu khác với số trung bình thông qua việc trả lời các câu hỏi mở giúp HS nhận biết được vai trò của số trung vị.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án: a) Trung bình mỗi bạn Tổ 1 và mỗi bạn Tổ 2 đọc số quyển sách lần lượt là $\frac{40}{9}\approx 4,44$ và 4.

b) Số trung bình của Tổ 1 cao hơn của Tổ 2 nhưng không thể khẳng định các bạn Tổ 1 chăm đọc sách hơn các bạn Tổ 2 vì phần lớn các bạn Tổ 2 đọc nhiều sách hơn các bạn Tổ 1.

Ví dụ 2

a) Tính các trung vị của số sách các bạn ở Tổ 1 và số sách các bạn ở Tổ 2 đã đọc trong 2.

b) Sử dụng trung vị, hãy so sánh xem các bạn ở tổ nào đọc nhiều sách ở thư viện hơn.

Mục đích: HS thực hành tìm trung vị dựa theo hướng dẫn trong ví dụ để luyện tập kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV thuyết trình, vấn đáp, có thể diễn giải cụ thể hơn quy tắc giúp HS hiểu rõ vấn đề.

Ví dụ 3

Khi kiểm tra ngẫu nhiên một số công nhân trong một xí nghiệp, người ta thống kê lại độ tuổi của họ ở bảng sau:

Tuổi	25	26	27	29	31	34
Số công nhân	4	9	8	3	1	1

Tìm trung vị và trung bình cộng của mẫu số liệu trên.

Mục đích: HS thực hành tìm trung vị của số liệu cho bởi bảng tần số để luyện tập kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc theo nhóm, trình bày lời giải của nhóm với giải thích rõ ràng, GV theo dõi và nhận xét lời giải của các nhóm.

HĐTH 1

1 Hãy tìm trung vị của các số liệu ở 1 và 2.

Mục đích: HS thực hành tìm trung vị của số liệu cho bởi bảng tần số để luyện tập kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, sau đó trao đổi kết quả với bạn.

HĐKP 3

3 Cân nặng của 20 vận động viên môn vật của một câu lạc bộ được ghi lại ở bảng sau:

50	56	57	62	58	52	66	61	54	61
64	69	52	65	58	68	67	56	59	54

Để thuận tiện cho việc luyện tập, ban huấn luyện muốn xếp 20 vận động viên trên thành 4 nhóm, mỗi nhóm gồm 25% số vận động viên có cân nặng gần nhau. Bạn hãy giúp ban huấn luyện xác định các ngưỡng cân nặng để phân nhóm mỗi vận động viên.

Mục đích: Gợi vấn đề cho HS về tứ phân vị.

Gợi ý tổ chức: GV gợi ý cho HS sắp xếp lại dữ liệu theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

Ví dụ 4

Tìm tứ phân vị của các mẫu số liệu sau:

a) 5; 13; 5; 7; 10; 2; 3. b) 2; 3; 10; 13; 5; 15; 5; 7.

Mục đích: HS thực hành tìm tứ phân vị của dãy số liệu để luyện tập kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nhấn mạnh 3 bước tìm tứ phân vị. HS thực hành theo hướng dẫn của GV.

HĐTH 2

2 Hãy tìm tứ phân vị của các mẫu số liệu sau:

a) 10; 13; 15; 2; 10; 19; 2; 5; 7. b) 15; 19; 10; 5; 9; 10; 1; 2; 5; 15.

Mục đích: HS thực hành cách tìm tứ phân vị dựa theo hướng dẫn trong ví dụ để luyện tập kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: a) $Q_2 = 10$; $Q_1 = 3{,}5$; $Q_3 = 14$; b) $Q_2 = 9{,}5$; $Q_1 = 5$; $Q_3 = 15$.

3. Mốt

HĐKP 4

4 Một cửa hàng kinh doanh hoa thống kê số hoa hồng bán được trong ngày 14 tháng 2 theo loại hoa và thu được bảng tần số sau:

Loại hoa	Hồng bạch	Hồng nhung	Hồng vàng	Hồng kem
Số bông bán được	120	230	180	150

Cửa hàng nên nhập loại hoa hồng nào nhiều nhất để bán trong ngày 14 tháng 2 năm tiếp theo? Tại sao?

Mục đích: Gợi vấn đề cho HS về ý nghĩa và vai trò của mốt trong thực tế.

Gợi ý tổ chức: GV đặt câu hỏi và yêu cầu HS thảo luận để tìm ra đáp án.

Ví dụ 5

Số vụ va chạm giao thông mỗi ngày tại một ngã tư được ghi lại trong bảng tần số sau:

Số vụ va chạm	0	1	2	3	4
Số ngày	12	17	6	4	1

Tìm mốt của mẫu số liệu trên.

Mục đích: HS thực hành tìm mốt của mẫu số liệu.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Lưu ý: HS có thể nhầm mốt là 17.

Hướng dẫn – đáp án: $M_o = 1$.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $\overline{x} = 46{,}25$; $Q_1 = 35$; $Q_2 = 43$; $Q_3 = 59{,}5$; $M_o = 41$.

b) $\overline{x} \approx 49{,}89$; $Q_1 = 18$; $Q_2 = 54$; $Q_3 = 78$; $M_o \in \{12; 78\}$.

2. a) $\overline{x} \approx 28{,}29$; $Q_1 = 25$; $Q_2 = 28$; $Q_3 = 31$; $M_o = 28$.

b) $\overline{x} = 1{,}3$; $Q_1 = 0$; $Q_2 = 0$; $Q_3 = 2$; $M_o = 0$.

3. $\overline{x} = 1{,}7$; $Q_1 = 1$; $Q_2 = 2$; $Q_3 = 2$; $M_o = 2$.

4. a) $\overline{x} \approx 9{,}08$; $Q_1 = 6$; $Q_2 = 7$; $Q_3 = 7{,}5$; $M_o = 7$.

b) Nói chung năm nay có một vài thí sinh có tay nghề yếu hơn năm ngoái mặc dù đa số thí sinh trình độ cũng tương tự năm ngoái.

5. a)

	Trung bình	Q_1	Q_2	Q_3	Mốt
Bác Dũng	3,4	1	3,5	5	1
Bác Thu	3,9	1	2	3	1; 2

b) Nếu xét theo trung bình thì bác Thu gọi điện thoại thường xuyên hơn.

c) Nếu xét theo trung vị thì bác Dũng gọi điện thoại thường xuyên hơn.

d) Nên dùng trung vị để so sánh.

6. Giai đoạn 2001 – 2010: $\overline{x} = 156{,}8$; $M_e = 160$.

Giai đoạn 2011 – 2020: $\overline{x} = 153$; $M_e = 151$.

Vậy so sánh theo cả số trung bình và trung vị thì điểm thi giai đoạn 2001 – 2010 cao hơn giai đoạn 2011 – 2020.

7. a) Bảng thống kê điểm thi bài kiểm tra giữa kì:

Điểm	Lớp 10A	Lớp 10B	Lớp 10C
5	1	4	1
6	4	6	3
7	5	10	17
8	8	10	11
9	14	6	6
10	8	4	2

b) Bảng các số đặc trưng:

Lớp	Trung bình	Trung vị	Mốt
10A	8,35	9	9
10B	7,5	7,5	7; 8
10C	7,6	7	7

So sánh theo số trung bình thì thấy điểm các lớp theo thứ tự tăng dần là 10B, 10C, 10A. So sánh theo trung vị và mốt thì đều thấy điểm các lớp theo thứ tự tăng dần là 10C, 10B, 10A.

BÀI 4. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Tính được số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu không ghép nhóm:

- Khoảng biến thiên
- Khoảng tứ phân vị
- Phương sai
- Độ lệch chuẩn.

– Giải thích được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong thực tiễn.

– Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

Trọng tâm bài là nhận biết ý nghĩa của các số đặc trưng đo mức độ phân tán mẫu số liệu không ghép nhóm và vận dụng được chúng trong thực hành, cụ thể là:

– Khoảng biến thiên: Khoảng biến thiên đặc trưng cho độ phân tán của toàn bộ mẫu số liệu.

– Khoảng tứ phân vị đặc trưng cho độ phân tán của một nửa các số liệu, có giá trị thuộc đoạn từ Q_1 đến Q_3 trong mẫu. Khoảng tứ phân vị không bị ảnh hưởng bởi các giá trị rất lớn hoặc rất bé trong mẫu.

Khoảng tứ phân vị được dùng để xác định các giá trị ngoại lệ trong mẫu, đó là các giá trị quá nhỏ hay quá lớn so với đa số các giá trị của mẫu. Việc phát hiện ra các giá trị ngoại lệ là một trong những bước đầu tiên trong quá trình phân tích, xử lí số liệu. Nếu các giá trị ngoại lệ xuất hiện do nhầm lẫn trong quá trình thu thập dữ liệu, ta có thể loại nó ra ngoài mẫu đang xét. Trái lại, ta cần tìm hiểu rõ nguyên nhân xuất hiện giá trị ngoại lệ này để có biện pháp xử lí phù hợp.

– Sự xuất hiện của các giá trị ngoại lệ làm cho số trung bình và phạm vi của mẫu thay đổi lớn. Do đó, khi mẫu có giá trị ngoại lệ, trung vị và khoảng tứ phân vị sẽ đại diện cho mức độ tập trung và mức độ phân tán của đa số các phần tử trong mẫu số liệu.

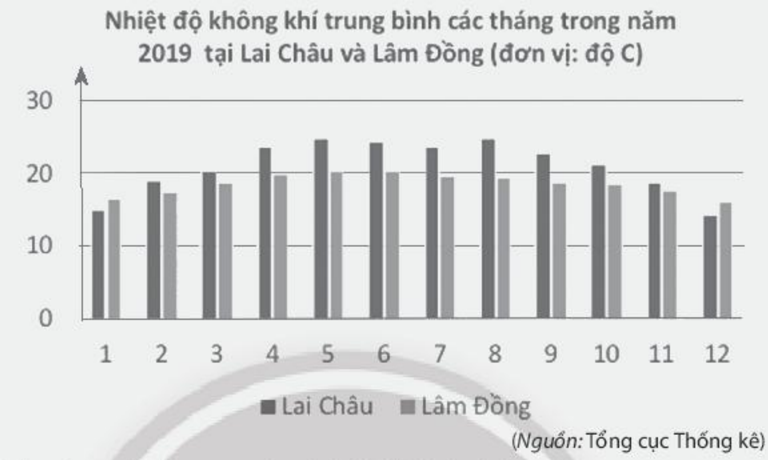
– Phương sai: Đo mức độ phân tán của toàn bộ mẫu số liệu xung quanh trung bình mẫu. Mẫu dữ liệu có phương sai càng cao thì các dữ liệu càng nằm xa so với trung bình mẫu. Phương sai mẫu dữ liệu bằng 0 khi và chỉ khi tất cả các dữ liệu bằng nhau.

Phương sai hiệu chỉnh là ước lượng không chệch của phương sai. Trong các phương pháp suy luận thống kê như tìm khoảng ước lượng cho trung bình hay kiểm định giả thuyết cho trung bình người ta thường sử dụng phương sai hiệu chỉnh.

– Độ lệch chuẩn cũng đo độ phân tán của toàn bộ mẫu số liệu xung quanh trung bình mẫu. Ưu điểm của độ lệch chuẩn so với phương sai là độ lệch chuẩn có cùng đơn vị đo với các giá trị của mẫu.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ



Theo bạn, địa phương nào có thời tiết ôn hoà hơn?

Mục đích: Gợi vấn đề cho HS về việc xây dựng tiêu chuẩn để đo độ phân tán của mẫu số liệu.

Gợi ý tổ chức: GV hỏi HS: "Ôn hoà hơn có nghĩa là gì?". HS thảo luận để tìm ra câu trả lời: "Ôn hoà có nghĩa là nhiệt độ ít biến động trong năm". GV hỏi HS: "Làm thế nào để đo được độ biến động của nhiệt độ?". HS thảo luận, GV lắng nghe, kết luận và vào bài dạy.

1. Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị

HĐKP 1

1 Thời gian hoàn thành bài chạy 5 km (tính theo phút) của hai nhóm thanh niên được cho ở bảng sau:

Nhóm 1	30	32	47	31	32	30	32	29	17	29	32	31
Nhóm 2	32	29	32	30	32	31	29	31	32	30	31	29

a) Hãy tính độ chênh lệch giữa thời gian chạy của người nhanh nhất và người chậm chất trong từng nhóm.

b) Nhóm nào có thành tích chạy đồng đều hơn?

Mục đích: Gợi vấn đề cho HS về khái niệm khoảng biến thiên và sử dụng khoảng biến thiên để đo sự phân tán của mẫu số liệu.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Ví dụ 1

Hãy tính khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu: 10; 20; 3; 1; 3; 4; 7; 4; 9.

Mục đích: HS thực hành tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị.

Gợi ý tổ chức: GV thuyết trình, vấn đáp, có thể diễn giải cụ thể hơn quy tắc giúp HS hiểu rõ vấn đề.

Ý nghĩa khoảng biên thiên và khoảng tứ phân vị

HĐTH 1

1 Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của các mẫu số liệu sau:

a) 10; 13; 15; 2; 10; 19; 2; 5; 7. b) 15; 19; 10; 5; 9; 10; 1; 2; 5; 15.

Mục đích: HS củng cố kĩ năng tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu nhằm hoàn thiện các yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: a) $R = 17$, $\Delta_Q = 14 - 3{,}5 = 10{,}5$. b) $R = 18$, $\Delta_Q = 15 - 5 = 10$.

HĐVD 1

1 Dưới đây là bảng số liệu thống kê của Biểu đồ nhiệt độ trung bình (đơn vị: độ C) các tháng trong năm 2019 của hai tỉnh Lai Châu và Lâm Đồng (được đề cập đến ở hoạt động khởi động của bài học).

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lai Châu	14,8	18,8	20,3	23,5	24,7	24,2	23,6	24,6	22,7	21,0	18,6	14,2
Lâm Đồng	16,3	17,4	18,7	19,8	20,2	20,3	19,5	19,3	18,6	18,5	17,5	16,0

a) Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của nhiệt độ trung bình mỗi tháng của tỉnh Lai Châu và Lâm Đồng.

b) Hãy cho biết trong một năm, nhiệt độ ở địa phương nào ít thay đổi hơn.

Mục đích: HS củng cố kĩ năng tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu và vận dụng kiến thức vào thực tiễn.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, so sánh đáp số với bạn.

Hướng dẫn – đáp án: a) Lai Châu: $R = 10{,}5$, $\Delta_Q = 23{,}9 - 18{,}7 = 5{,}2$.

Lâm Đồng: $R = 4{,}3$; $\Delta_Q = 19{,}65 - 17{,}45 = 2{,}2$

b) Trong một năm, nhiệt độ của Lâm Đồng ít thay đổi hơn của Lai Châu.

Giá trị ngoại lệ

HĐTH 2

2 Hãy tìm giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu: 37; 12; 3; 9; 10; 9; 12; 3; 10.

Mục đích: HS làm quen với việc xác định giá trị ngoại lệ dựa vào định nghĩa vừa học.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

2. Phương sai và độ lệch chuẩn

HĐKP 2

2 Hai cung thủ *A* và *B* đã ghi lại kết quả từng lần bắn của mình ở bảng sau:

Cung thủ *A*	8	9	10	7	6	10	6	7	9	8
Cung thủ *B*	10	6	8	7	9	9	8	7	8	8

a) Tính kết quả trung bình của mỗi cung thủ trên.
b) Cung thủ nào có kết quả các lần bắn ổn định hơn?

Mục đích: Gợi vấn đề để HS làm quen với khái niệm phương sai và độ lệch chuẩn. Lưu ý rằng trong tình huống này, số liệu được lựa chọn sao cho khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của kết quả của hai cung thủ là như nhau do đó không thể dùng hai số đặc trưng này để so sánh. GV nhấn mạnh hai số đặc trưng đó chưa tính đến tất cả các giá trị của tập dữ liệu từ đó dẫn đến khái niệm phương sai và độ lệch chuẩn.

Gợi ý tổ chức: HS thảo luận nhóm, thuyết trình phương án so sánh. GV nhận xét.

Chú ý: Có thể biến đổi công thức tính phương sai

$$S^2 = \frac{1}{n}\left[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2\right] \text{ thành } S^2 = \frac{1}{n}\left(x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2\right)-\overline{x}^2.$$

Gợi ý tổ chức: GV hướng dẫn HS chứng minh công thức trên với $n = 2, 3$.

Ví dụ 2

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mỗi mẫu số liệu ghi kết quả các lần bắn của từng cung thủ trong 2.

Mục đích: HS thực hành công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn, qua đó trả lời câu hỏi đặt ra ở HĐKP 2.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Ví dụ 3

Điều tra một số học sinh về số cái bánh chưng mà gia đình mỗi bạn tiêu thụ trong dịp Tết Nguyên đán, kết quả được ghi lại ở bảng sau. Hãy tính số trung bình và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.

Số cái bánh chưng	6	7	8	9	10	11	15
Số gia đình	5	7	10	8	5	4	1

Mục đích: HS thực hành công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn của dữ liệu cho bởi bảng tần số.

Gợi ý tổ chức: GV thuyết trình, vấn đáp, có thể diễn giải cụ thể hơn quy tắc giúp HS hiểu rõ vấn đề.

HĐVD 2

2 Bảng dưới đây thống kê tổng số giờ nắng trong năm 2019 theo từng tháng được đo bởi hai trạm quan sát khí tượng đặt ở Tuyên Quang và Cà Mau.

Tháng	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Tuyên Quang	25	89	72	117	106	177	156	203	227	146	117	145
Cà Mau	180	223	257	245	191	111	141	134	130	122	157	173

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

a) Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của dữ liệu từng tỉnh.

b) Nêu nhận xét về sự thay đổi tổng số giờ nắng theo từng tháng ở mỗi tỉnh.

Mục đích: HS củng cố việc vận dụng công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn của số liệu cho bởi bảng tần số.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Tuyên Quang: $S^2 \approx 2921{,}22$; $S \approx 54{,}05$. Cà Mau: $S^2 \approx 2\,183$; $S \approx 46{,}72$.

b) Tổng số giờ nắng ở Tuyên Quang theo từng tháng có sự biến động lớn hơn ở Cà Mau.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. So sánh độ đồng đều của chiều cao dựa trên khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, độ lệch chuẩn.

2. a) $S \approx 1{,}83$; $R = 6$; $\Delta_Q = 3$. b) $S \approx 16$; $R = 52$; $\Delta_Q = 22$.

Hai mẫu đều không có giá trị ngoại lệ.

3. a) $S \approx 1,15; R = 4; \Delta_Q = 2.$ b) $S \approx 1,1; R = 4; \Delta_Q = 2.$

4. *Lưu ý:* Với a và k là hai số thực khác 0. Xét ba mẫu số liệu sau:

Mẫu 1: $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Mẫu 2: $x_1 + a, x_2 + a, \ldots, x_n + a$.

Mẫu 3: $kx_1, kx_2, \ldots, kx_n$.

Khi đó trung bình và phương sai của các mẫu trên quan hệ như sau:

$\overline{x}(2) = \overline{x}(1) + a; \overline{x}(3) = k\overline{x}(1);$

$S^2(2) = S^2(1); S^2(3) = k^2S^2(1);$

$S(2) = S(1); S(3) = kS(1).$

5. a) Thái Bình: $S \approx 45,24; R = 119,3$; Hậu Giang: $S \approx 29,58; R = 88,5$.

b) Tỉnh Hậu Giang có sản lượng lúa ổn định hơn tỉnh Thái Bình.

6. a) Công nhân nhà máy A: $\overline{x} = 10; M_o \in \{4; 5\}; Q_1 = 4; Q_2 = 5; Q_3 = 5,5; S = 14$.

Công nhân nhà máy B: $\overline{x} \approx 8,44; M_o = 9; Q_1 = 8,5; Q_2 = 9; Q_3 = 9,5; S \approx 2,41$.

b) Giá trị ngoại lệ của mẫu công nhân nhà máy A là 47, của mẫu công nhân nhà máy B là 2.

Nếu bỏ đi hai giá trị ngoại lệ này thì thấy công nhân nhà máy B có lương cao hơn công nhân nhà máy A.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) Do $2,7 < e < 2,72$ nên $0 < e - 2,7 < 0,02$.

Vì vậy $\Delta = |e - 2,7| < 0,02$ và $\delta < \dfrac{0,02}{2,7} < 0,00741 < 0,75\%$.

b) Số quy tròn của e đến hàng phần nghìn là 2,718.

c) Số gần đúng của e với độ chính xác 0,00002 là 2,71828.

2. Số quy tròn của a là 54 920 000; của b là 5,79.

3. Lớp trưởng thống kê chưa chính xác vì số sách mỗi tổ đóng góp phải là số chẵn mà số sách lớp trưởng thống kê cho Tổ 4 lại là số lẻ.

4. a) Các phát biểu sai là (i), (ii), (iv). Các phát biểu đúng (iii), (v).

b) Biểu đồ cột kép.

5. a) $\overline{x} = 20,02; M_e = 20; M_o = 20$.

b) $S \approx 1,91; R = 14; Q_1 = Q_2 = 20; Q_3 = 21; \Delta_Q = 1$. Giá trị ngoại lệ là 8.

6. Đội A: $\overline{x} \approx 24,4545; M_o = 24; S \approx 2,54; Q_1 = 23; Q_2 = 24; Q_3 = 26$.

Đội B: $\overline{x} \approx 24,4545; M_o = 29; S \approx 4,68; Q_1 = 20; Q_2 = 22; Q_3 = 29$.

7. a) Năm 2019: $\overline{x} = 33,5; \Delta_Q = 9,5; S \approx 8,2$.

Năm 2020: $\overline{x} = 34,5; \Delta_Q = 3,5; S \approx 3,97$.

b) Chiến lược kinh doanh mới làm tăng nhẹ số lượng xe bán ra mỗi tháng; lượng xe bán ra mỗi tháng cũng đồng đều hơn so với chiến lược kinh doanh cũ.

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

BÀI 1. DÙNG MÁY TÍNH CẦM TAY ĐỂ TÍNH TOÁN VỚI SỐ GẦN ĐÚNG VÀ TÍNH CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU THỐNG KÊ

1. Mục tiêu

– Sử dụng được máy tính cầm tay (MTCT) để tính toán với các số gần đúng.

– Sử dụng được MTCT để tính các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê.

– Vận dụng các kĩ năng tính toán với MTCT vào các tình huống thực tế.

2. Chuẩn bị

– Giấy, viết, sách giáo khoa Toán 10 (tập một).

– Máy tính cầm tay.

3. Sản phẩm

– Các giá trị gần đúng với độ chính xác cho trước.

– Các số đặc trưng của mẫu số liệu đã được làm tròn.

– Báo cáo quy trình, phương pháp cài đặt và các thao tác trên MTCT.

4. Tổ chức thực hiện

– Giao nhiệm vụ: GV trình bày cụ thể nội dung nhiệm vụ được giao cho HS (đọc/nghe/nhìn/làm) với thiết bị dạy học/học liệu cụ thể để tất cả HS đều hiểu rõ nhiệm vụ phải thực hiện.

– Thực hiện nhiệm vụ: HS thực hiện (đọc/nghe/nhìn/làm) theo yêu cầu của GV.

– Biện pháp hỗ trợ: GV dự kiến những khó khăn mà HS có thể gặp phải kèm theo biện pháp hỗ trợ.

– Dự kiến các mức độ cần phải hoàn thành nhiệm vụ theo yêu cầu.

– Báo cáo, thảo luận: GV tổ chức, điều hành; HS báo cáo, thảo luận.

– Làm việc theo nhóm:

+ Mỗi nhóm cùng tìm hiểu cách cài đặt làm tròn số trên máy tính cầm tay theo hướng dẫn của SGK.

+ Thực hiện làm tròn số.

+ Thực hành sử dụng MTCT để tính toán với số gần đúng.

+ Thực hành sử dụng MTCT để tính toán các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê.

– Nhóm trưởng thu thập số liệu của các bạn, kiểm tra và phân công bạn làm báo cáo, thuyết trình.

– Trình bày các báo cáo trước lớp theo phân công của GV

Lưu ý: Có thể chỉ chọn một số nhóm trình bày/báo cáo theo giải pháp sư phạm của GV.

5. Kết luận, nhận định

Phân tích cụ thể về sản phẩm học tập mà HS phải hoàn thành theo yêu cầu (làm căn cứ để nhận xét, đánh giá các mức độ hoàn thành của HS trên thực tế tổ chức dạy học); làm rõ những nội dung/yêu cầu về kiến thức, kĩ năng để HS ghi nhận, thực hiện.

BÀI 2. DÙNG BẢNG TÍNH ĐỂ TÍNH CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU THỐNG KÊ

1. Mục tiêu

– Sử dụng được máy tính bảng hoặc máy tính xách tay (laptop) có cài phần mềm bảng tính (PMBT MS Excel) để tính toán với các số gần đúng.

– Sử dụng được PMBT MS Excel để tính các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê.

– Vận dụng các kĩ năng tính toán với PMBT MS Excel vào các tình huống thực tế.

2. Chuẩn bị

– Giấy, viết, sách giáo khoa Toán 10 (tập một).

– Máy tính xách tay có cài PMBT MS Excel.

3. Sản phẩm

– Các giá trị gần đúng với độ chính xác cho trước.

– Các số đặc trưng của mẫu số liệu đã được làm tròn.

– Báo cáo quy trình cài đặt và các thao tác trên máy tính xách tay có cài PMBT MS Excel.

4. Tổ chức thực hiện

– Giao nhiệm vụ: GV trình bày cụ thể nội dung nhiệm vụ được giao cho HS (đọc/nghe/nhìn/làm) với thiết bị dạy học/học liệu cụ thể để tất cả HS đều hiểu rõ nhiệm vụ phải thực hiện.

– Thực hiện nhiệm vụ: HS thực hiện (đọc/nghe/nhìn/làm) theo yêu cầu của GV.

– Biện pháp hỗ trợ: GV dự kiến những khó khăn mà HS có thể gặp phải kèm theo biện pháp hỗ trợ.

– Dự kiến các mức độ cần phải hoàn thành nhiệm vụ theo yêu cầu.

– Báo cáo, thảo luận: GV tổ chức, điều hành; HS báo cáo, thảo luận.

– Làm việc theo nhóm:

+ Mỗi nhóm cùng tìm hiểu cách cài đặt làm tròn số trên máy tính xách tay có cài PMBT MS Excel.

+ Thực hiện làm tròn số.

+ Thực hành sử dụng máy tính xách tay có cài PMBT MS Excel để tính toán các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê.

– Nhóm trưởng thu thập số liệu của các bạn, kiểm tra và phân công bạn làm báo cáo, thuyết trình.

– Trình bày các báo cáo trước lớp theo phân công của GV.

Lưu ý: Có thể chỉ chọn một số nhóm trình bày/báo cáo theo giải pháp sư phạm của GV.

5. Kết luận, nhận định

Phân tích cụ thể về sản phẩm học tập mà HS phải hoàn thành theo yêu cầu (làm căn cứ để nhận xét, đánh giá các mức độ hoàn thành của HS trên thực tế tổ chức dạy học); làm rõ những nội dung/yêu cầu về kiến thức, kĩ năng để HS ghi nhận, thực hiện.

Phần ĐẠI SỐ VÀ MỘT SỐ YẾU TỐ GIẢI TÍCH

Chương VII

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

A. MỤC TIÊU

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

1. Năng lực toán học

Dấu của tam thức bậc hai. Bất phương trình bậc hai một ẩn

– Nhận biết được tam thức bậc hai. Giải thích được định lí về dấu của tam thức bậc hai từ việc quan sát đồ thị của hàm số bậc hai.

– Giải được bất phương trình bậc hai.

– Vận dụng được bất phương trình bậc hai một ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn.

Phương trình quy về phương trình bậc hai

– Giải được một số dạng phương trình chứa căn thức và quy về được phương trình bậc hai.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được tam thức bậc hai.

– Tính được nghiệm và biệt thức của tam thức bậc hai.

– Xét được dấu của tam thức bậc hai.

– Áp dụng việc xét dấu tam thức bậc hai để giải quyết một số bài toán thực tế.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, Toán học và Vật lí.

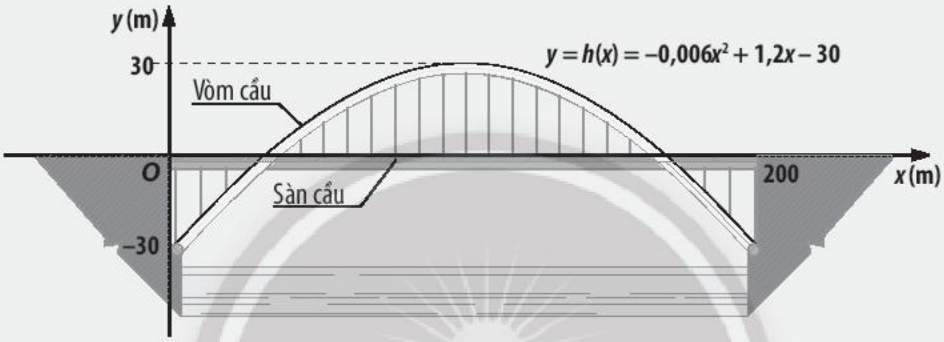
II. MỘT SỐ CHÚ Ý

Nội dung của bài được xây dựng dựa trên kiến thức đã học về phương trình bậc hai, hàm số bậc hai và đồ thị của hàm số bậc hai, trong đó kĩ năng đọc đồ thị là quan trọng.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Cầu vòm được thiết kế với thanh vòm hình parabol và mặt cầu đi ở giữa. Trong hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ, phương trình của vòm cầu là $y = h(x) = -0{,}006x^2 + 1{,}2x - 30$. Với giá trị $h(x)$ như thế nào thì tại vị trí x ($0 \le x \le 200$), vòm cầu: cao hơn mặt cầu, thấp hơn mặt cầu?



Mục đích: Tạo sự tò mò và hứng thú cho HS thông qua hình ảnh quen thuộc trong cuộc sống là cây cầu vòm. Câu hỏi khi nào vòm cầu cao hơn mặt cầu, thấp hơn mặt cầu dẫn tới nhu cầu xét dấu hàm số bậc hai.

Gợi ý tổ chức: GV có thể đưa thêm một số hình ảnh cầu vòm trong thực tế trước, sau đó cho HS xem hình ảnh trong SGK và đặt câu hỏi cho HS trả lời.

Hướng dẫn – đáp án: Vòm cầu cao hơn mặt cầu khi $h(x) > 0$, thấp hơn mặt cầu khi $h(x) < 0$.

Lưu ý: Mặc dù trên hình ảnh có ghi phương trình cầu, GV nên nhắc lại và kết nối hình ảnh parabol với đồ thị của hàm số bậc hai để dẫn nhập vào bài.

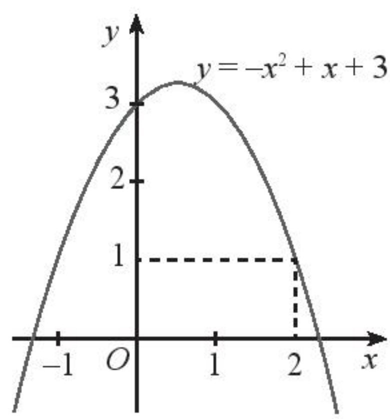
1. Tam thức bậc hai

HĐKP 1

1 Đồ thị của hàm số $y = f(x) = -x^2 + x + 3$ được biểu diễn trong Hình 1.

a) Biểu thức $f(x)$ là đa thức bậc mấy?

b) Xác định dấu của $f(2)$.



Hình 1

Mục đích: Đưa ví dụ cụ thể để dẫn đến khái niệm tam thức bậc hai và dấu của tam thức bậc hai.

Gợi ý tổ chức: GV đặt câu hỏi cho HS trả lời.

Lưu ý: Việc xác định dấu của $f(2)$ có thể được thực hiện bằng cách thay trực tiếp $x = 2$ vào công thức hoặc quan sát đồ thị. Câu hỏi trong hoạt động này giúp HS rút ra mối liên hệ giữa dấu của $f(x)$ với vị trí tương đối của điểm $(x; f(x))$ so với trục hoành, là cơ sở cho định lí về dấu của tam thức bậc hai trong phần sau.

Ví dụ 1

Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai? Nếu là tam thức bậc hai, hãy xét dấu của nó tại $x = 2$.

a) $f(x) = -x^2 + x + 3$; b) $g(x) = -3x + \dfrac{13}{2}$.

Mục đích: Minh hoạ cách xác định dấu của tam thức bậc hai tại một điểm theo định nghĩa.

Gợi ý tổ chức: GV làm mẫu, HS quan sát và thực hiện theo.

HĐTH 1

1 Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai? Nếu là tam thức bậc hai, hãy xét dấu của nó tại $x = 1$.

a) $f(x) = 2x^2 + x - 1$; b) $g(x) = -x^4 + 2x^2 + 1$; c) $h(x) = -x^2 + \sqrt{2}x - 3$.

Mục đích: Củng cố khái niệm tam thức bậc hai và dấu của tam thức bậc hai.

Gợi ý tổ chức: HS tự làm và trình bày trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $f(x) = 2x^2 + x - 1$ là một tam thức bậc hai; $f(x)$ dương tại 1.

b) $g(x) = -x^4 + 2x^2 + 1$ không phải là một tam thức bậc hai.

c) $h(x) = -x^2 + \sqrt{2}x - 3$ là một tam thức bậc hai; $h(x)$ âm tại 1.

Ví dụ 2

Tìm biệt thức và nghiệm của các tam thức bậc hai sau:

a) $f(x) = x^2 + 2x - 4$; b) $g(x) = 2x^2 + x + 1$; c) $h(x) = -x^2 + x - \dfrac{1}{4}$.

Mục đích: Minh hoạ cách tìm biệt thức và nghiệm của tam thức bậc hai theo định nghĩa.

Gợi ý tổ chức: GV làm mẫu, HS quan sát và thực hiện theo. GV có thể nhắc lại cách dùng máy tính bỏ túi để giải.

HĐTH 2

2 Tìm biệt thức và nghiệm của các tam thức bậc hai sau:

a) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$; b) $g(x) = -x^2 + 6x - 9$; c) $h(x) = 4x^2 - 4x + 9$.

Mục đích: Củng cố khái niệm nghiệm và biệt thức của tam thức bậc hai.

Gợi ý tổ chức: HS tự làm và trình bày trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án:

$f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ có $\Delta = 9$, nghiệm là $x = \dfrac{1}{2}$ và $x = 2$;

$g(x) = -x^2 + 6x - 9$ có $\Delta = 0$, nghiệm là $x = 3$;

$h(x) = 4x^2 - 4x + 9$ có $\Delta = -128$, vô nghiệm.

Lưu ý: Có thể cho HS giải bằng máy tính cầm tay nhưng nếu sử dụng máy tính cầm tay thì mối liên hệ giữa Δ và số nghiệm không được làm rõ. Trong trường hợp này, GV nên yêu cầu HS tính Δ trước, rút ra kết luận về số nghiệm, sau đó mới dùng máy tính cầm tay để tính nghiệm.

2. Định lí về dấu của tam thức bậc hai

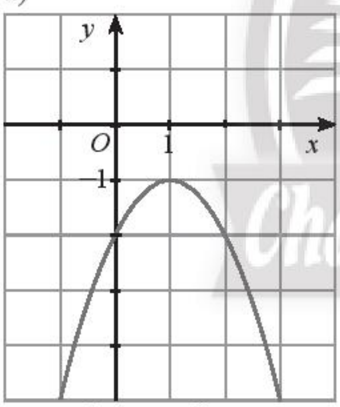
HĐKP 2

2 Quan sát đồ thị của các hàm số bậc hai trong các hình dưới đây. Trong mỗi trường hợp, hãy cho biết:

– Các nghiệm (nếu có) và dấu của biệt thức Δ.

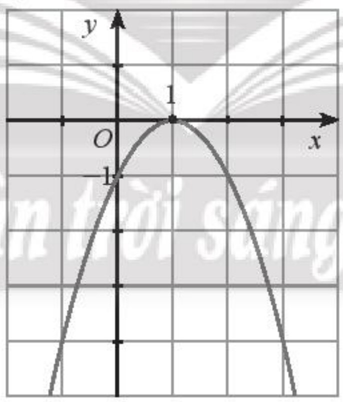
– Các khoảng giá trị của x mà trên đó $f(x)$ cùng dấu với hệ số của x^2.

a)



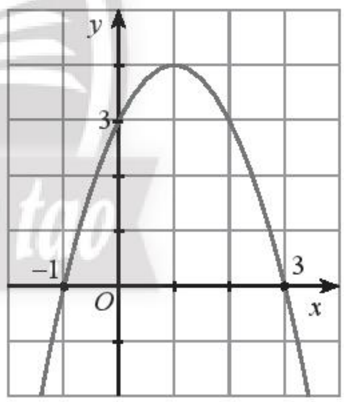
$y = f(x) = -x^2 + 2x - 2$

b)



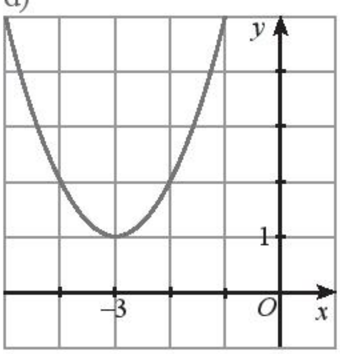
$y = f(x) = -x^2 + 2x - 1$

c)



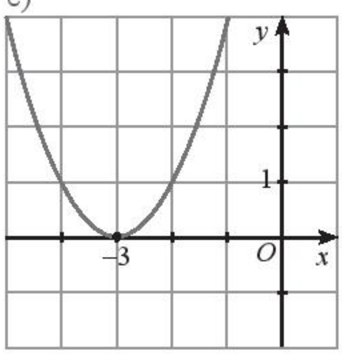
$y = f(x) = -x^2 + 2x + 3$

d)



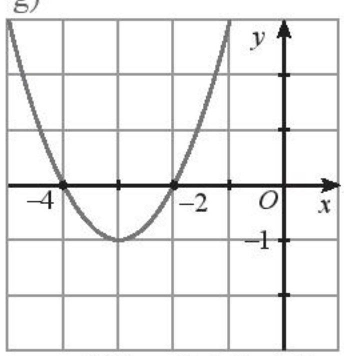
$y = f(x) = x^2 + 6x + 10$

e)



$y = f(x) = x^2 + 6x + 9$

g)



$y = f(x) = x^2 + 6x + 8$

Mục đích: Sử dụng đồ thị của hàm số bậc hai để giúp HS hiểu sự liên hệ giữa hệ số a, biệt thức Δ và dấu của tam thức bậc hai trong các trường hợp khác nhau, từ đó hiểu được định lí về dấu của tam thức bậc hai.

Gợi ý tổ chức: HS thảo luận nhóm để đưa ra câu trả lời với từng đồ thị bằng cách điền vào bảng như gợi ý trong đáp án dưới đây.

Hướng dẫn – đáp án:

	Nghiệm	Dấu của Δ	Dấu của a (hệ số của x^2)	Khoảng của x mà $f(x)$ cùng dấu với a
a) $y = f(x) = -x^2 + 2x - 2$	Vô nghiệm	$\Delta < 0$	$a < 0$	$\mathbb{R}$
b) $y = f(x) = -x^2 + 2x - 1$	1	$\Delta = 0$	$a < 0$	$(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$
c) $y = f(x) = -x^2 + 2x + 3$	$-1; 3$	$\Delta > 0$	$a < 0$	$(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$
d) $y = f(x) = x^2 + 6x + 10$	Vô nghiệm	$\Delta < 0$	$a > 0$	$\mathbb{R}$
e) $y = f(x) = x^2 + 6x + 9$	-3	$\Delta = 0$	$a > 0$	$(-\infty; -3)$ và $(-3; +\infty)$
f) $y = f(x) = x^2 + 6x + 8$	$-4; -2$	$\Delta > 0$	$a > 0$	$(-\infty; -4)$ và $(-2; +\infty)$

Lưu ý:

– HS có thể gặp khó khăn với câu hỏi xác định dấu của Δ bằng đồ thị. GV có thể định hướng HS bằng cách liên hệ số nghiệm của phương trình bậc hai với dấu của Δ.

– Khi GV tổng hợp kết quả của 2 thành định lí, có thể nêu ngắn gọn cách xét dấu trong trường hợp tam thức bậc hai có $\Delta > 0$ thành "Trong trái (dấu với a), ngoài cùng (dấu với a)".

Ví dụ 3

Xét dấu của các tam thức bậc hai sau:

a) $f(x) = -x^2 + 3x + 10$; b) $f(x) = 4x^2 + 4x + 1$; c) $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$.

Mục đích: Minh hoạ cách xét dấu tam thức bậc hai sử dụng định lí vừa học. Ba ví dụ minh hoạ đầy đủ cho ba trường hợp xét dấu tam thức bậc hai với $\Delta > 0$, $\Delta = 0$ và $\Delta < 0$.

Gợi ý tổ chức: GV làm mẫu, HS quan sát và thực hiện theo. GV có thể nhắc lại cách dùng máy tính cầm tay để giải.

HĐTH 3

3 Xét dấu của các tam thức bậc hai sau:

a) $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$; b) $g(x) = -x^2 + 2x - 3$.

Mục đích: Củng cố định lí về dấu của tam thức bậc hai.

Gợi ý tổ chức: HS tự làm và trình bày trên lớp.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $f(x)$ dương trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(2;+\infty)$, $f(x)$ âm trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

b) $f(x)$ âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lưu ý: GV nên yêu cầu HS sử dụng cả biệt thức và biệt thức rút gọn để xét dấu.

HĐVD

Xét dấu tam thức bậc hai $h(x) = -0{,}006x^2 + 1{,}2x - 30$ trong bài toán khởi động và cho biết ở khoảng cách nào tính từ đầu cầu O thì vòm cầu: cao hơn mặt cầu, thấp hơn mặt cầu.

Mục đích: Áp dụng việc xét dấu tam thức bậc hai để giải bài toán khởi động được đưa ra ở đầu bài.

Gợi ý tổ chức: HS tự làm và trình bày trên lớp.

Hướng dẫn – đáp án: Khác với các ví dụ và thực hành được làm ở trên, đáp số của bài toán thực tiễn thường là số gần đúng.

Do đó các nghiệm của tam thức bậc hai $h(x) = -0{,}006x^2 + 1{,}2x - 30$ chỉ cần ghi ở dạng số thập phân được làm tròn.

x	0		29,29		170,71		200
$h(x)$		–	0	+	0	–	
Vị trí vòm	Thấp hơn mặt cầu			Cao hơn mặt cầu		Thấp hơn mặt cầu	

Lưu ý: Nên lưu ý với HS về ý nghĩa thực tiễn của các đại lượng: x là khoảng cách tính từ đầu O của cầu nên chỉ nhận giá trị từ 0 đến 200 (độ dài của cầu), chứ không nhận tất cả các giá trị từ $-\infty$ đến $+\infty$ như trong bài toán lí thuyết.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a), c).

2. a) $m \neq -1$; b) $m = 0$; c) $m \in \mathbb{R}$.

3. a) Bảng xét dấu của $f(x)$

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		+	0	–	0	+	

b) Bảng xét dấu của $g(x)$

x	$-\infty$		$+\infty$
$g(x)$		+	

c) Bảng xét dấu của $h(x)$

x	$-\infty$		$-\dfrac{2}{3}$		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$-$	

d) Bảng xét dấu của $f(x)$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

e) Bảng xét dấu của $g(x)$

x	$-\infty$		-2		$\dfrac{3}{2}$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

g) Bảng xét dấu của $h(x)$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$+\infty$
$h(x)$		$+$	0	$+$	

4. a) $f(x)$ dương với mọi $x \neq -1$.

b) $f(x)$ dương trong khoảng $\left(-\dfrac{7}{3}; 3\right)$ và âm trong hai khoảng $\left(-\infty; -\dfrac{7}{3}\right)$ và $(3; +\infty)$.

c) $f(x)$ âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

d) $f(x)$ âm với mọi $x \neq -\dfrac{3}{2}$.

e) $f(x)$ dương trong hai khoảng $\left(-\infty; -\dfrac{5}{2}\right)$, $(3; +\infty)$ và âm trong khoảng $\left(-\dfrac{5}{2}; 3\right)$.

5. Ta xét dấu $h(x) = -0,1x^2 + x - 1$.

x	0		$1,1$		$8,9$		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Vị trí bóng		Thấp hơn vành rổ		Cao hơn vành rổ		Thấp hơn vành rổ	

6. Công thức tính sự thay đổi về diện tích của khung chữ nhật:

$\Delta S = (20 + x)(15 - x) - 20 \, . \, 15 = -x(x + 5)$.

Xét dấu ΔS ta có:

– Diện tích tăng lên nếu $\Delta S > 0$, nghĩa là x nằm trong khoảng $(-5; 0)$;

– Diện tích không thay đổi nếu $\Delta S = 0$, nghĩa là $x = 0$ hoặc $x = -5$;

– Diện tích giảm đi nếu $\Delta S < 0$, nghĩa là x nằm trong hai khoảng $(-20; -5)$, $(0; 15)$.

7. Xét $f(x) = 9m^2 + 2m + 3$ có $\Delta' = -26 < 0$, $a = 9 > 0$.

Suy ra $9m^2 + 2m + 3 > 0$ với mọi $m \in \mathbb{R}$ nên $9m^2 + 2m > -3$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.

8. a) $f(x) = 2x^2 + 3x + m + 1$ là tam thức bậc hai.

$f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a > 0$ và $\Delta < 0 \Leftrightarrow 2 > 0$ và $9 - 8(m + 1) < 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{1}{8}$.

b) $f(x) = mx^2 + 5x - 3$.

- Khi $m = 0$ thì $f(x) = 5x - 3$.

$f(x) \le 0 \Leftrightarrow x \le \dfrac{3}{5}$.

$m = 0$ không thoả mãn yêu cầu.

- Khi $m \ne 0$ thì $f(x)$ là tam thức bậc hai.

$f(x) \le 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a < 0$ và $\Delta \le 0 \Leftrightarrow m < 0$ và $25 + 12m \le 0 \Leftrightarrow m \le -\dfrac{25}{12}$.

BÀI 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được bất phương trình bậc hai một ẩn.

– Giải được bất phương trình bậc hai một ẩn.

– Áp dụng việc giải bất phương trình bậc hai một ẩn vào một số bài toán thực tiễn.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, Toán học và kinh tế, Vật lí.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

– Sau khi học xét dấu tam thức bậc hai, việc giải bất phương trình bậc hai một ẩn là bài toán không khó khăn với HS. Do đó bài học và bài tập chú trọng vào các bài toán thực tiễn dẫn đến việc giải bất phương trình bậc hai một ẩn. GV có thể tích hợp các kiến thức kinh tế, Vật lí, đời sống để bài dạy sinh động hơn.

– Phương pháp giải bất phương trình bậc hai là xét dấu tam thức bậc hai, bản chất của việc này là dựa vào đồ thị. Do đó việc dựa vào đồ thị cho sẵn để giải bất phương trình bậc hai một ẩn cũng được đề cập trong bài học và bài tập. Các bài tập này cũng giúp HS củng cố và ghi nhớ định lí về dấu của tam thức bậc hai tốt hơn.

– Mặc dù nhiều máy tính cầm tay hiện nay có chức năng giải bất phương trình bậc hai một ẩn, ở bài này, GV nên yêu cầu HS giải các bất phương trình này bằng cách xét dấu để HS nắm được phương pháp giải. Trong bài này, máy tính cầm tay chỉ nên được sử dụng như một công cụ để kiểm tra lại kết quả bài giải.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Với giá trị nào của *x* thì tam thức bậc hai $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ mang dấu dương?

Mục đích: Dẫn nhập vào bài toán bất phương trình bậc hai từ kiến thức đã học về dấu của tam thức bậc hai ở bài trước.

Gợi ý tổ chức: GV đặt câu hỏi, HS giải và trả lời. GV kết luận về việc trong một số bài toán ta chỉ quan tâm đến các giá trị của x mà tại đó $f(x)$ mang một dấu cố định.

Hướng dẫn – đáp án: $x < 1$ hoặc $x > \dfrac{3}{2}$.

HĐKP

Lợi nhuận (I) thu được trong một ngày từ việc kinh doanh một loại gạo của cửa hàng phụ thuộc vào giá bán (x) của một kilôgam loại gạo đó theo công thức $I = -3x^2 + 200x - 2\,325$, với I và x được tính bằng nghìn đồng. Giá trị x như thế nào thì cửa hàng có lãi từ loại gạo đó?

Hình 1

Mục đích: Giới thiệu một bài toán thực tiễn dẫn đến nhu cầu giải bất phương trình bậc hai một ẩn. Lợi nhuận một ngày (I) của cửa hàng là hàm số bậc hai theo giá bán gạo (x). Việc tìm giá bán để cửa hàng có lãi đồng nghĩa với việc tìm x để lợi nhuận dương, nghĩa là $-3x^2 + 200x - 2\,325 > 0$. Đây là một bất phương trình bậc hai một ẩn. Giá bán mà ta cần tìm chính là nghiệm của bất phương trình này.

Gợi ý tổ chức: GV đặt câu hỏi, HS trả lời.

Hướng dẫn – đáp án: Giá bán x làm cho lợi nhuận I dương thì cửa hàng có lãi.

Lưu ý: Trong hoạt động này, chưa cần HS giải ra đáp số.

Ví dụ 1

Các bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc hai một ẩn? Nếu là bất phương trình bậc hai một ẩn, $x = 1$ và $x = 2$ có là nghiệm của bất phương trình đó hay không?

a) $x^2 + x - 3 \geq 0$; b) $3x^3 + x^2 - 1 \leq 0$.

Mục đích: Minh hoạ cho bất phương trình bậc hai một ẩn và nghiệm của nó.

Gợi ý tổ chức: GV làm mẫu, HS quan sát và thực hiện theo.

HĐTH 1

1 Các bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc hai một ẩn? Nếu là bất phương trình bậc hai một ẩn, $x = 2$ có là nghiệm của bất phương trình đó hay không?

a) $x^2 + x - 6 \leq 0$; b) $x + 2 > 0$; c) $-6x^2 - 7x + 5 > 0$.

Mục đích: Củng cố khái niệm bất phương trình bậc hai một ẩn và nghiệm của nó.

Gợi ý tổ chức: HS tự làm và trình bày trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Bất phương trình $x^2 + x - 6 \leq 0$ là một bất phương trình bậc hai một ẩn, $x = 2$ là nghiệm của bất phương trình này.

b) Bất phương trình $x + 2 > 0$ không phải là một bất phương trình bậc hai một ẩn.

c) Bất phương trình $-6x^2 - 7x + 5 > 0$ là một bất phương trình bậc hai một ẩn, $x = 2$ không là nghiệm của bất phương trình này.

Ví dụ 2

Giải bất phương trình bậc hai $6x^2 + 7x - 5 > 0$.

Ví dụ 3

Giải bất phương trình bậc hai $-x^2 + 4x - 5 \geq 0$.

Mục đích: Minh hoạ cách giải bất phương trình bậc hai một ẩn bằng cách xét dấu. Các ví dụ có phần lưu ý nhằm nhắc lại ý nghĩa của đồ thị hàm số, giúp HS hiểu và nhớ tốt hơn quy tắc xét dấu.

Gợi ý tổ chức: GV làm mẫu, HS quan sát và thực hiện theo.

HĐTH 2

2 Giải các bất phương trình bậc hai sau:

a) $15x^2 + 7x - 2 \leq 0$; b) $-2x^2 + x - 3 < 0$.

Mục đích: Củng cố kĩ năng giải bất phương trình bậc hai một ẩn.

Gợi ý tổ chức: HS tự giải và trình bày trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: a) $-\dfrac{2}{3} \leq x \leq \dfrac{1}{5}$; b) $x \in \mathbb{R}$.

HĐVD

Hãy giải bất phương trình lập được trong 🔍 và tìm giá bán gạo sao cho cửa hàng có lãi.

Mục đích: Vận dụng việc giải bất phương trình bậc hai để giải bài toán thực tiễn đặt ra trong HĐKP.

Gợi ý tổ chức: HS tự giải và trình bày trước lớp.

Hướng dẫn và đáp số: $15 < x < 51,67$.

Lưu ý:

– Trước khi giải, GV cần nhắc lại bối cảnh và yêu cầu của bài toán thực tiễn chứ không chỉ yêu cầu giải bất phương trình $-3x^2 + 200x - 2\,325 > 0$.

– GV có thể kết hợp giải thích thêm về tính thực tiễn của đáp số này: Khi giá thấp quá (dưới 15 000 đồng) thì thường sẽ bán được nhiều, nhưng vì giá thấp nên tổng doanh thu không bù được chi phí như điện nước, vận tải, lương nhân công, ... Ngược lại, khi giá quá cao (trên 51670 đồng) thì số lượng gạo bán ra sẽ không được nhiều, cũng có thể dẫn đến lỗ. Do đó cân nhắc giá bán hợp lí để tối ưu lợi nhuận là một bài toán quan trọng trong kinh tế.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $\left[-3; \frac{1}{2}\right]$; b) $(-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$; c) $\left(\frac{3}{2}; 4\right)$; d) Vô nghiệm.

2. a) $x \le \frac{7}{2}$; $x \ge 4$; b) $-7,5 < x < 17$; c) Vô nghiệm; d) $\frac{1}{2}$.

3. Gọi x (m) là chiều rộng của mảnh vườn.

Chiều dài của mảnh vườn là $(15 - x)$ (m).

Diện tích mảnh vườn là $x(15 - x) \ge 50$, suy ra $5 \le x \le 10$.

Vậy chiều rộng mảnh vườn nằm trong đoạn $[5; 7,5]$ (mét).

4. a) Giải bất phương trình $-4,9t^2 + 10t + 1,6 > 7$.

Bất phương trình vô nghiệm nên bóng không thể cao trên 7 m.

b) Giải bất phương trình $-4,9t^2 + 10t + 1,6 > 5$.

Ta kết luận được bóng ở độ cao trên 5 m trong thời gian khoảng 1,18 giây.

5. Giải bất phương trình $-0,006x^2 \ge -0,15$, suy ra $-5 \le x \le 5$.

Vậy chiều rộng của đường không vượt quá $5 - (-5) = 10$ (m).

Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Giải được phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$.

– Giải được phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: tích hợp nội môn, Toán học và cuộc sống.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

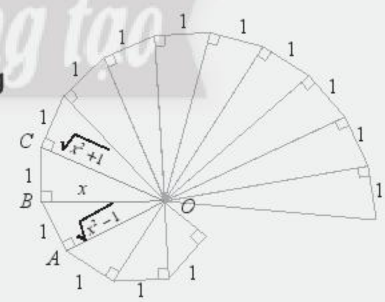
– Đối với các phương trình có chứa căn, cần lưu ý HS luôn thử lại nghiệm sau khi thực hiện bình phương hai vế của phương trình.

– Đối với các bài toán thực tiễn liên quan đến phương trình chứa căn, ngoài việc kiểm tra điều kiện có nghĩa của căn, còn cần lưu ý đến ý nghĩa thực tiễn của đại lượng được tìm.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Trong hình bên, các tam giác vuông được xếp với nhau để tạo thành một đường tương tự đường xoắn ốc. Với x bằng bao nhiêu thì $OA=\frac{1}{2}OC$?



Giải phương trình

$$\sqrt{x^2-1}=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+1}$$

Mục đích: Tạo hứng thú cho HS đối với việc giải phương trình có chứa căn thức thông qua bài toán tìm x để vẽ được đường tương tự đường xoắn ốc.

Gợi ý tổ chức: GV cho HS quan sát hình ảnh đường xoắn ốc, yêu cầu HS giải thích vì sao độ dài các cạnh OA và OC là các biểu thức được cho như trong hình và lập phương trình để tìm x sao cho $OA=\frac{1}{2}OC$.

1. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$

HĐKP 1

1 Lời giải cho phương trình $\sqrt{-2x^2-2x+11}=\sqrt{-x^2+3}$ như sau đúng hay sai?

$\sqrt{-2x^2-2x+11}=\sqrt{-x^2+3}$

$\Rightarrow -2x^2-2x+11=-x^2+3$ *(bình phương cả hai vế để làm mất dấu căn)*

$\Rightarrow x^2+2x-8=0$ *(chuyển vế, rút gọn)*

$\Rightarrow x=2$ hoặc $x=-4$. *(giải phương trình bậc hai)*

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là 2 và –4.

Mục đích: Giúp HS dựa vào nhận xét bài giải sai cho phương trình trên tự suy luận cách giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$.

Gợi ý tổ chức: HS thảo luận nhóm và trình bày câu trả lời trước lớp. Tuỳ trường hợp, GV có thể gợi ý thêm để HS phát hiện lỗi sai của bài giải bằng cách yêu cầu HS thay $x=2$ và $x=-4$ vào phương trình (1) để thử lại nghiệm. HS sẽ phát hiện với $x=2$ thì hai biểu thức dưới dấu căn là số âm và biểu thức căn ở hai bên không có nghĩa.

Hướng dẫn – đáp án: Khi giải phương trình có dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$ bằng cách bình phương hai vế của phương trình, phương trình thu được có thể có nhiều nghiệm hơn phương trình ban đầu vì không đảm bảo được việc các biểu thức dưới dấu căn phải không âm. Do đó cần thay các nghiệm của phương trình sau vào phương trình ban đầu để xác định nghiệm.

Ví dụ 1

Giải phương trình $\sqrt{2x^2-6x-8}=\sqrt{x^2-5x-2}$.

Mục đích: Minh hoạ cách giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$.

Gợi ý tổ chức: GV làm mẫu, HS quan sát và thực hiện theo.

HĐTH 1

1 Giải phương trình $\sqrt{31x^2-58x+1}=\sqrt{10x^2-11x-19}$.

Mục tiêu: Củng cố kĩ năng giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$.

Gợi ý tổ chức: HS tự giải và trình bày trước lớp.

Hướng dẫn – đáp số: Phương trình vô nghiệm.

2. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$

HĐKP 2

2 Lời giải cho phương trình $\sqrt{-x^2+x+1}=x$ như sau đúng hay sai?

$\sqrt{-x^2+x+1}=x$

$\Rightarrow -x^2+x+1=x^2$ *(bình phương cả hai vế để làm mất dấu căn)*

$\Rightarrow -2x^2+x+1=0$ *(chuyển vế, rút gọn)*

$\Rightarrow x=1$ hoặc $x=-\dfrac{1}{2}$. *(giải phương trình bậc hai)*

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là 1 và $-\dfrac{1}{2}$.

Mục tiêu: Giúp HS dựa vào nhận xét một bài giải sai cho phương trình $\sqrt{-x^2+x+1}=x$ tự suy luận cách giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$.

Gợi ý tổ chức: HS thảo luận nhóm và trình bày câu trả lời trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: Khi giải phương trình có dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$ bằng cách bình phương hai vế của phương trình, phương trình thu được có thể có nhiều nghiệm hơn phương trình ban đầu vì không đảm bảo được việc biểu thức $dx+e$ phải không âm. Do đó cần thay các nghiệm của phương trình sau vào phương trình ban đầu để xác định nghiệm.

Ví dụ 2

Giải phương trình $\sqrt{3x^2+5x-13}=x+1$.

Mục tiêu: Minh hoạ cách giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$.

Gợi ý tổ chức: GV làm mẫu, HS quan sát và thực hiện theo.

HĐTH 2

2 Giải phương trình $\sqrt{3x^2+27x-41}=2x+3$.

Mục tiêu: Củng cố kĩ năng giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$.

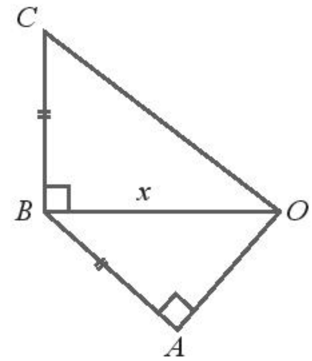
Gợi ý tổ chức: HS tự giải và trình bày trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: $x=5, x=10$.

HĐVD

Cho các tam giác OAB và OBC lần lượt vuông tại A và B như Hình 1. Các cạnh AB và BC bằng nhau và ngắn hơn OB là 1 cm. Hãy biểu diễn độ dài OC và OA qua OB, từ đó xác định OB để:

a) $OC = 3OA$; b) $OC = \frac{5}{4}OB$.



Hình 1

Mục tiêu: Áp dụng việc giải phương trình chứa căn thức được học ở trên để giải bài toán hình học về tam giác vuông.

Gợi ý tổ chức: HS tự giải và trình bày lời giải trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: $OC = \sqrt{2x^2 - 2x + 1}$; $OA = \sqrt{2x - 1}$.

a) $\sqrt{2x^2 - 2x + 1} = 3\sqrt{2x - 1}$ có hai nghiệm $x = 5 + 2\sqrt{5}$, $x = 5 - 2\sqrt{5}$ đều thoả mãn phương trình đã cho, tuy nhiên ta loại nghiệm $x = 5 - 2\sqrt{5}$ vì làm độ dài AB (bằng $x - 1$) âm.

b) $\sqrt{2x^2 - 2x + 1} = \frac{5}{4}x$ có nghiệm $x = 4$ và $x = \frac{4}{7}$ đều thoả mãn phương trình đã cho, tuy nhiên ta loại nghiệm $x = \frac{4}{7}$ vì làm độ dài BC (bằng $x - 1$) âm.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $\frac{5}{2}$; b) Vô nghiệm; c) 3; –1; d) –4.

2. a) $\frac{-3+\sqrt{41}}{2}$; $\frac{-3-\sqrt{41}}{2}$. b) $-\frac{8}{5}$; c) 4; d) Vô nghiệm.

3. a) Đặt $AB = x$ (cm) ($x > 0$). Khi đó $AC = x + 2$.

Do đó $BC = \sqrt{x^2 + (x+2)^2} = \sqrt{2x^2 + 4x + 4}$.

b) Ta có $AB + AC + BC = 24$.

Do đó $2x + 2 + \sqrt{2x^2 + 4x + 4} = 24$ hay $\sqrt{2x^2 + 4x + 4} = 22 - 2x$.

Giải phương trình này ta được $x = 6$.

Vậy $AB = 6$, $AC = 8$, $BC = 10$.

4. a) Sử dụng định lí côsin ta có $MA = \sqrt{x^2 + x + 1}$ và $MB = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$, $x \geq 0$;

b) $x = \frac{11+\sqrt{37}}{3}$; $x = \frac{11-\sqrt{37}}{3}$; c) $x = 3{,}75$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VII

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $f(x)$ dương trong hai khoảng $\left(-\infty; -\frac{11}{2}\right), \left(-\frac{4}{3}; +\infty\right)$ và âm trong khoảng $\left(-\frac{11}{2}; -\frac{4}{3}\right)$.

b) $f(x)$ âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

c) $f(x)$ dương với mọi $x \neq -\frac{2}{3}$.

2. a) $\left(-\infty; -\frac{2}{7}\right] \cup [3; +\infty)$; b) Vô nghiệm; c) $\mathbb{R}$; d) 5.

3. a) $\left[-2; \frac{5}{2}\right]$; b) Vô nghiệm.

4. a) $-\frac{3}{5}$; b) $\frac{7}{3}$; c) $1; -\frac{2}{3}$; d) Vô nghiệm.

5. Tam giác ABC vuông tại A. Đặt $BC = x$. Nếu $AB = x - 8$ thì $AC = \sqrt{x^2 - (x-8)^2} = \sqrt{16x - 64}$.

Ta có: $AB + AC + BC = 30$ suy ra $2x - 8 + \sqrt{16x-64} = 30$ nên $\sqrt{16x-64} = 38 - 2x$.

Giải phương trình này ta được $x = 13$.

Vậy độ dài cạnh huyền là 13 cm.

6. Giải bất phương trình $-4{,}9t^2 + 30t + 2 > 40$ hay $-4{,}9t^2 + 30t - 38 > 0$, ta được $1{,}79 < t < 4{,}33$.

Vậy quả bóng nằm ở độ cao trên 40 m trong thời gian khoảng $4{,}33 - 1{,}79 = 2{,}54$ (giây).

7. Giải bất phương trình $-4{,}9t^2 + 9{,}6t > 0$, ta được $0 < t < \frac{96}{49}$.

Vậy cá heo ở trên không trong thời gian khoảng 2 giây.

8. Đổi đơn vị sang nghìn đồng: 15 triệu đồng = 15 000 nghìn đồng.

Giải bất phương trình $-30x^2 + 2\,100x - 15\,000 \geq 15\,000$, ta được $20 \leq x \leq 50$.

Vậy giá bán trung bình là từ 20 000 đồng đến 50 000 đồng.

9. Để bóng ném qua lưới cao 2 m thì $-0{,}03x^2 + 0{,}4x + 1{,}5 > 2$.

Giải bất phương trình này, ta được $1{,}4 < x < 11{,}9$.

Vậy vị trí đứng cách xa lưới từ 1,4 m đến 11,9 m thì bóng ném qua lưới.

Chương VIII

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực toán học

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

Quy tắc cộng, quy tắc nhân

– Nhận biết quy tắc cộng và quy tắc nhân.

– Vận dụng hai quy tắc đếm này giải các bài toán thực tiễn đếm đơn giản.

– Vẽ và sử dụng được sơ đồ hình cây để giải các bài toán đếm thực tiễn đơn giản.

Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp

– Thông qua ví dụ thực tế, nhận biết khái niệm hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.

– Nhận biết được các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp trong các tình huống thực tế đơn giản; vận dụng khái niệm và công thức tính số hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp để giải các bài toán thực tiễn đơn giản.

– Tính được số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp bằng máy tính cầm tay.

Công thức nhị thức Newton

– Nhận biết công thức khai triển nhị thức Newton $(a + b)^n$; sử dụng công thức này khai triển các nhị thức Newton với số mũ thấp ($n \leq 5$).

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

Bài 1. QUY TẮC CỘNG VÀ QUY TẮC NHÂN

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Từ ví dụ thực tế cụ thể, nhận biết quy tắc cộng và quy tắc nhân.

– Vận dụng được quy tắc cộng và quy tắc nhân để giải những bài toán đếm trong tình huống thực tế đơn giản.

– Vẽ và sử dụng được sơ đồ hình cây trong mô tả, trình bày, giải thích khi giải các bài toán đếm đơn giản.

2. Năng lực cần chú trọng

– *Năng lực giải quyết vấn đề toán học, tư duy và lập luận toán học:* Phát triển các năng lực này thông qua quá trình giải các bài toán đếm với tình huống thực tiễn đơn giản bằng cách vận dụng quy tắc nhân và quy tắc cộng.

– *Năng lực mô hình hoá toán học:* HS thiết lập, sử dụng công thức (quy tắc cộng, quy tắc nhân), sơ đồ (đồ thị gồm các điểm và đường, …), sơ đồ hình cây để mô tả, tìm phương án và giải các bài toán đếm gắn với tình huống thực tế đơn giản.

– *Năng lực giao tiếp toán học:* HS sử dụng các thuật ngữ (quy tắc cộng, quy tắc nhân), từ ngữ (công việc, phương án, công đoạn, …), sơ đồ hình cây, kí hiệu, … để biểu đạt, trao đổi ý tưởng, thông tin rõ ràng và chính xác.

3. Tích hợp: Toán học với cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Các tình huống thực tế đơn giản đóng vai trò quan trọng giúp HS nhận biết, hiểu và vận dụng hai quy tắc đếm. Điều này đã được chú ý khi thiết kế các hoạt động trong SGK. GV có thể lựa chọn, thiết kế các bài toán để thay thế, bổ sung cho các tư liệu có sẵn trong SGK, nhưng cần chú ý tính thực tiễn và đơn giản (không chọn các tình huống quá phức tạp đối với HS). GV cũng nên chú ý chọn các bài đếm số kết quả của phép thử ngẫu nhiên đơn giản (tung đồng xu, xúc xắc, …) như là sự chuẩn bị cho việc học xác suất ở phía sau.

2. Để HS hiểu đúng và vận dụng được các khái niệm, quy tắc, tại mỗi bài toán cụ thể, HS cần có nhiều cơ hội, điều kiện để suy nghĩ, làm và nói (phân tích, trình bày, giải thích, thảo luận, nhận xét, đánh giá, …). GV cần chú ý sử dụng phương pháp dạy học linh hoạt (vấn đáp, làm việc cá nhân, làm việc nhóm, …) để hỗ trợ và khuyến khích HS thực hiện các điều trên.

3. GV nên chú ý tận dụng các cơ hội, nhấn mạnh điểm đặc trưng của các bài toán đếm sử dụng quy tắc cộng (công việc có nhiều phương án thực hiện, mỗi phương án đều hoàn thành công việc, cách thực hiện của phương án này không trùng với cách thực hiện của phương án kia) hay quy tắc nhân (công việc được chia thành nhiều công đoạn, mỗi công đoạn chỉ thực hiện một phần mà không hoàn thành công việc, …). Điều này giúp HS hiểu rõ, vận dụng đúng, không nhầm lẫn giữa hai quy tắc.

4. GV nên chú ý sử dụng tối đa các biểu diễn trực quan (biểu đồ, sơ đồ), giúp học sinh dễ hiểu nội dung được truyền đạt, cũng là để học sinh quen và thành thạo trong việc sử dụng chúng vào giải các bài toán đếm.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Một công ty dự kiến tạo các mã số nhân viên, mỗi mã số có ba kí tự gồm một chữ cái tiếng Anh viết hoa đứng trước hai chữ số. Tuy nhiên, họ đang băn khoăn rằng số mã số như vậy có đủ để cấp cho mỗi nhân viên của họ một mã số riêng hay không. Họ cần làm gì để biết được điều đó?

Mục đích: Từ tình huống thực tế quen thuộc, đặt câu hỏi mở nhằm thu hút sự chú ý và gây sự tò mò, dẫn dắt HS cùng bước vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV thuyết trình, vấn đáp, có thể diễn giải cụ thể hơn tình huống trên giúp HS hiểu rõ vấn đề.

Hướng dẫn – đáp án: Họ cần biết công ty có bao nhiêu nhân viên, có bao nhiêu mã số có thể tạo ra theo cách đó, rồi so sánh hai số này. Nếu số sau lớn hơn hoặc bằng số trước thì có đủ mã số để cấp cho mỗi nhân viên một mã số riêng.

Câu hỏi đặt ra: "Làm sao để biết được số mã số có thể tạo ra?". Sau bài học, HS có thể tìm được câu trả lời.

1. Quy tắc cộng

Hoạt động khám phá 1 (HĐKP 1)

1 Trong một cửa hàng bán kem có 5 loại kem que và 4 loại kem ốc quế như Hình 1. Có bao nhiêu cách chọn mua một loại kem que hoặc kem ốc quế ở cửa hàng này?

Hình 1

Mục đích: Thông qua tình huống thực tế đơn giản và trực quan, HS tìm số phần tử của một tập hợp là hợp của hai tập hợp không giao nhau, HS có được trải nghiệm và nhận biết quy tắc cộng.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án: $5 + 4 = 9$.

Chú ý: Khi nhận xét và tổng kết hoạt động, GV sử dụng các từ như "công việc", "phương án", "cách thực hiện", … để giúp HS làm quen dần với cách diễn đạt có tính khái quát của phát biểu quy tắc cộng.

HĐTH 1

1 Hà có 5 cuốn sách khoa học, 4 cuốn tiểu thuyết và 3 cuốn truyện tranh (các sách khác nhau từng đôi một). Hà đồng ý cho Nam mượn một cuốn sách trong số đó để đọc. Nam có bao nhiêu cách chọn một cuốn sách để mượn?

Mục đích: Thực hành vận dụng quy tắc cộng vào giải quyết vấn đề thực tiễn đơn giản.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án: Việc chọn một cuốn sách của Nam có 3 phương án thực hiện.

Phương án 1: Chọn một cuốn sách khoa học, có 5 cách chọn.

Phương án 2: Chọn một cuốn tiểu thuyết, có 4 cách chọn.

Phương án 3: Chọn một cuốn truyện tranh, có 3 cách chọn.

Mỗi cách chọn này đều hoàn thành công việc và mỗi cách chọn phương án này không trùng với bất kì cách chọn nào của phương án khác. Do đó, áp dụng quy tắc cộng, số cách chọn một cuốn sách của Nam là $5 + 4 + 3 = 12$ (cách).

Chú ý: Trên đây là lời giải đầy đủ. HS có thể trình bày lời giải ngắn gọn hơn (không diễn giải chi tiết).

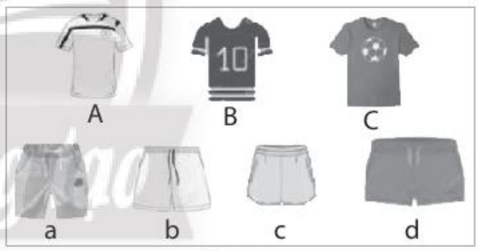
2. Quy tắc nhân

HĐKP 2

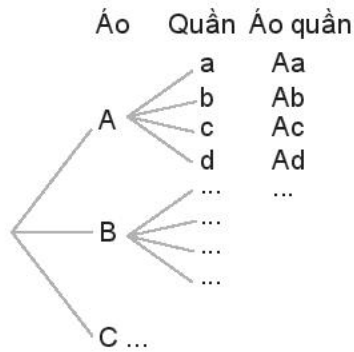
2 An có 3 chiếc áo và 4 chiếc quần thể thao. An muốn chọn một bộ quần áo trong số đó để mặc chơi thể thao cuối tuần này.

a) Vẽ vào vở và hoàn thành sơ đồ hình cây như Hình 4 để thể hiện tất cả các khả năng mà An có thể lựa chọn một bộ quần áo.

b) An có bao nhiêu cách lựa chọn bộ quần áo? Hãy giải thích.



Hình 3



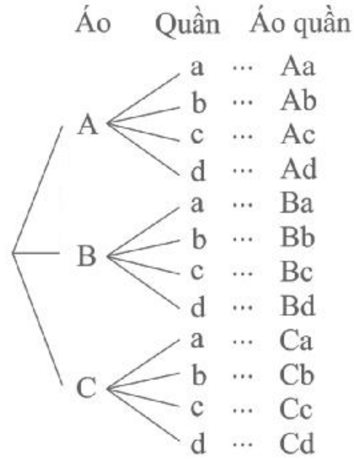
Hình 4

Mục đích: Thông qua tình huống thực tế, nhờ được gợi ý và hình ảnh trực quan, HS thực hiện thao tác vẽ sơ đồ hình cây và đếm số trường hợp, qua đó phát hiện quy tắc nhân.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, thảo luận, trình bày kết quả và giải thích cách làm.

GV sử dụng các từ ngữ như "gốc", "nhánh/cành", "nhánh/cành lớn", "nhánh/cành bé", "lá",... để mô tả về sơ đồ cây giúp HS quen dần cách sử dụng; dẫn dắt, gợi ý bằng câu hỏi giúp HS phát hiện quy tắc nhân.

Hướng dẫn – đáp án: a) Sơ đồ hình cây như hình vẽ bên.



b) Từ sơ đồ hình cây, đếm được có tất cả 12 cách chọn bộ quần áo.

Có thể sử dụng phép tính nhân để tính, với lập luận như: sơ đồ có 3 nhánh lớn (hoặc cành), mỗi nhánh lớn có 4 nhánh con (hoặc lá), nên có 3 . 4 = 12 nhánh con (hoặc lá).

Mỗi nhánh con (hoặc lá) tương ứng với một cách chọn bộ quần áo nên có 12 cách chọn bộ quần áo.

HĐTH 2

2 Một mẫu xe ô tô có 4 màu ngoại thất là trắng, đen, cam và bạc. Mẫu xe này cũng có 2 màu nội thất là đen và xám.

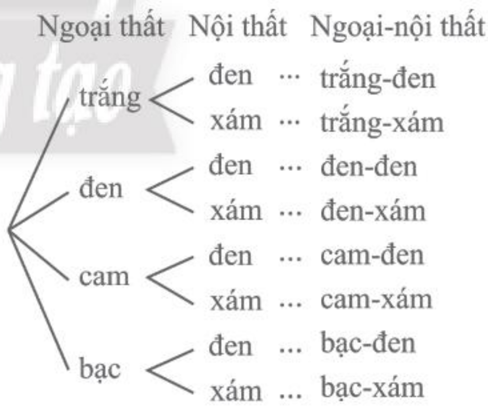
a) Khách hàng có bao nhiêu lựa chọn về màu ngoại thất và nội thất khi mua một chiếc xe ô tô mẫu này?

b) Hãy vẽ sơ đồ hình cây để giải thích cho kết quả tính toán ở trên.

Mục đích: Thực hành, luyện tập vận dụng quy tắc nhân để giải bài toán đếm đơn giản có tình huống thực tế; thực hành vẽ sơ đồ hình cây để mô tả các trường hợp.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:



a) Việc chọn xe của khách hàng gồm hai bước.

Bước 1: Chọn màu ngoại thất, có 4 cách chọn.

Bước 2: Chọn màu nội thất, có 2 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, khách hàng có 4 . 2 = 8 cách chọn màu nội thất và ngoại thất khi mua xe.

b) Sơ đồ hình cây như hình bên. Từ đây, ta cũng thấy khách hàng có 8 lựa chọn màu ngoại thất và nội thất cho xe.

Chú ý: Sơ đồ hình cây ở trên thực tế không cần bao gồm cột ngoài cùng bên phải (không nhất thiết tạo thêm cột này).

HĐTH 3

3 Có nhiều nhất bao nhiêu đoạn phân tử RNA khác nhau chứa 4 phân tử nucleotide, trong đó:

a) không có nucleotide A nào?

b) có nucleotide A nằm ở vị trí đầu tiên?

Mục đích: Vận dụng linh hoạt quy tắc nhân vào giải bài toán thực tế (lĩnh vực sinh học) với những tình huống khác nhau.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Khi không có nucleotide A, mỗi vị trí có 3 cách chọn một nucleotide từ ba nucleotide C, G và U. Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số đoạn phân tử RNA khác nhau chứa 4 phần tử nucleotide mà không chứa nucleotide A nào là $3 . 3 . 3 . 3 = 3^4 = 81$.

b) Có 4 cách chọn một nucleotide từ 4 nucleotide A, C, G, U cho mỗi vị trí thứ hai, thứ ba và thứ tư. Do đó, theo quy tắc nhân, có $4 . 4 . 4 = 64$ đoạn phân tử RNA khác nhau chứa 4 phần tử nucleotide mà nucleotide A ở vị trí đầu tiên.

Thông tin tham khảo: Những hiểu biết ngày càng sâu sắc về cấu trúc và chức năng của các phân tử RNA (cũng như DNA) giúp con người đạt được nhiều thành tựu quan trọng trong sinh học và y học. Vắc xin mRNA ngừa vi rút Covid-19 là một ví dụ điển hình.

HĐVD

Trong phần khởi động đầu bài học này, nếu công ty có 2 500 nhân viên thì số mã số như vậy có đủ để cấp cho mỗi nhân viên một mã số riêng hay không?

Mục đích: Vận dụng quy tắc nhân vào giải quyết vấn đề thực tế.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: Việc tạo mã số nhân viên gồm 3 công đoạn.

Công đoạn 1: Chọn 1 chữ cái từ 26 chữ cái tiếng Anh cho kí tự đầu tiên, có 26 cách thực hiện.

Công đoạn 2: Ứng với mỗi cách trên, chọn 1 chữ số từ 10 chữ số (0 đến 9) cho kí tự thứ hai, có 10 cách thực hiện.

Công đoạn 3: Ứng với mỗi cách trên, chọn 1 chữ số từ 10 chữ số (0 đến 9) cho kí tự thứ ba, có 10 cách thực hiện.

Áp dụng quy tắc nhân, số mã số có thể tạo ra là $26 . 10 . 10 = 2\,600$.

Vì $2\,600 > 2\,500$ nên công ty đó có thể cấp cho mỗi nhân viên một mã số riêng.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) Việc chọn một quả dưa hấu hoặc một quả thanh long đều hoàn thành công việc nên số cách chọn bằng $6 + 15 = 21$.

b) Có thể chia công việc thành hai bước.

Bước 1: chọn một quả dưa hấu, có 6 cách chọn.

Bước 2: chọn một quả thanh long, có 15 cách chọn.

Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số cách chọn là $6 . 15 = 90$.

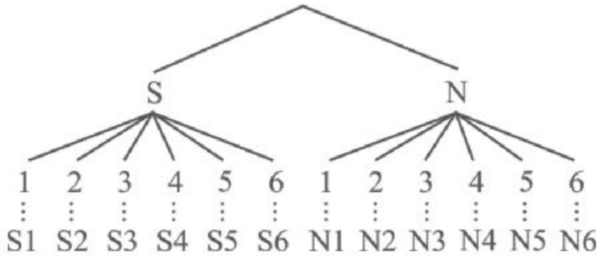
2. a) Việc ghi lại kết quả của việc tung đồng thời đồng xu và con xúc xắc có thể chia thành hai công đoạn.

Công đoạn thứ nhất là ghi lại mặt xuất hiện của đồng xu, có 2 kết quả.

Công đoạn thứ hai là ghi số chấm xuất hiện của con xúc xắc, có 6 kết quả.

Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số kết quả có thể xảy ra là $2 . 6 = 12$.

b) Sơ đồ hình cây như hình dưới đây. Từ đây, ta cũng có tất cả 12 kết quả có thể xảy ra.



3. Việc chọn bữa trưa có thể chia thành ba bước, gồm chọn một món chính, chọn một món phụ và chọn một loại đồ uống. Từ đó, dẫn đến áp dụng quy tắc nhân và nhận được kết quả là $5 . 3 . 4 = 60$ cách chọn.

4. Việc chọn một số tự nhiên có ba chữ số, trong đó chữ số hàng trăm là chữ số chẵn, chữ số hàng đơn vị là chữ số lẻ gồm 3 bước.

Bước 1: Chọn chữ số hàng trăm, có 4 cách chọn số (2; 4; 6; 8).

Bước 2: Chọn chữ số hàng chục, có 10 cách chọn số (từ 0 đến 9).

Bước 3: Chọn chữ số hàng đơn vị, có 5 cách chọn số (1; 3; 5; 7; 9).

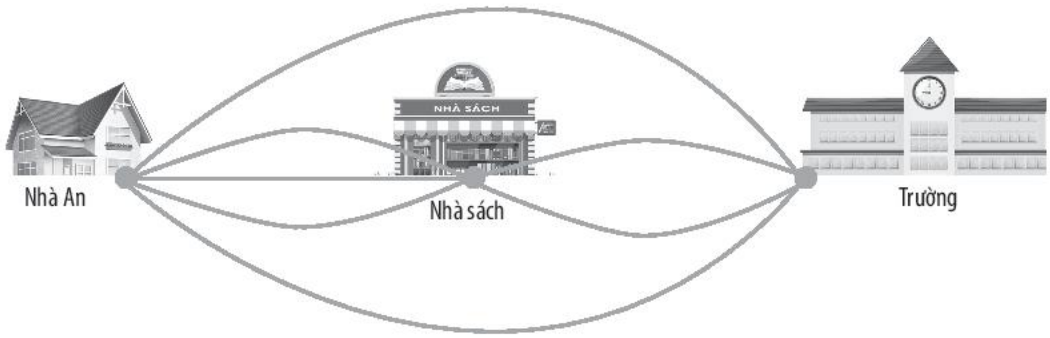
Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, ta có $4 . 10 . 5 = 200$ (số).

5. a) Việc đi từ nhà An qua nhà sách, rồi đến trường có thể chia thành 2 công đoạn.

Công đoạn 1: Chọn đường đi từ nhà An đến nhà sách, có 3 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn đường đi từ nhà sách đến trường, có 2 cách chọn.

Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số cách chọn của An là $3 . 2 = 6$ (cách).



b) Để đi từ nhà đến trường, An có hai phương án.

Phương án 1: Chọn đường có đi qua nhà sách. Theo a), phương án này có 6 cách thực hiện.

Phương án 2: Chọn đường không đi qua nhà sách. Theo sơ đồ, có 2 con đường như vậy.

Từ đó, áp dụng quy tắc cộng, An có $6 + 2 = 8$ cách chọn.

Bài 2. HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Thông qua ví dụ thực tế, nhận biết các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.

– Nhận biết được các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp trong những tình huống thực tế đơn giản; vận dụng công thức tính số hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp vào giải các bài toán đếm trong các tình huống thực tế đó.

2. Năng lực cần chú trọng

– *Năng lực giải quyết vấn đề toán học, tư duy và lập luận toán học:* Như mô tả chung ở đầu chương (liên quan đến vận dụng các khái niệm và công thức hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp, cũng như sự kết hợp giữa chúng và kết hợp với quy tắc cộng, quy tắc nhân).

– *Năng lực mô hình hoá toán học:* HS sử dụng sơ đồ hình cây, công thức (hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp) để mô tả, giải các bài toán đếm với tình huống thực tiễn.

– *Năng lực giao tiếp toán học:* HS sử dụng các khái niệm, thuật ngữ (hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp), từ ngữ (công việc, phương án, công đoạn, …), sơ đồ hình cây, kí hiệu, … để biểu đạt, trao đổi các ý tưởng, thông tin một cách rõ ràng và chính xác.

– *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán:* Sử dụng máy tính cầm tay và các phần mềm như GeoGebra để tính giá trị các biểu thức chứa công thức hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.

3. Tích hợp: Toán học với cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Các tình huống thực tế đơn giản đóng vai trò quan trọng giúp HS khám phá, nhận biết các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp, cũng như để thiết lập các công thức tính số hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp (dựa trên quy tắc nhân). Điều này đã được chú ý khi thiết kế các hoạt động trong SGK. GV có thể lựa chọn, thiết kế các bài toán để thay thế, bổ sung cho các tư liệu có sẵn trong SGK, nhưng cần chú ý tính thực tiễn và đơn giản (không chọn các tình huống quá phức tạp đối với HS).

2. SGK không đưa vào chứng minh công thức tính số chỉnh hợp và tổ hợp tổng quát (chỉ thiết lập trong ví dụ cụ thể đơn giản, tránh nặng nề cho HS). Tuỳ theo đối tượng HS mà GV có thể tổ chức hoạt động để HS chứng minh các công thức này.

3. Nhìn chung, HS dễ lúng túng, sử dụng nhầm lẫn giữa chỉnh hợp và tổ hợp, khó xác định sử dụng công thức nào để giải bài toán. Do đó, thông qua quá trình giải quyết các vấn đề thực tiễn đơn giản, GV nên chú ý nhấn mạnh, giúp HS phân tích, làm rõ điểm đặc trưng của các khái niệm này (có sắp xếp và không sắp xếp).

4. Các bài toán đếm liên quan đến hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp nói chung có nhiều cách giải (áp dụng các khái niệm này, áp dụng trực tiếp hai quy tắc đếm hoặc kết hợp giữa chúng). GV nên khuyến khích HS giải toán bằng những cách khác nhau, trình bày, giải thích cách làm của mình.

5. Về thiết bị dạy học:

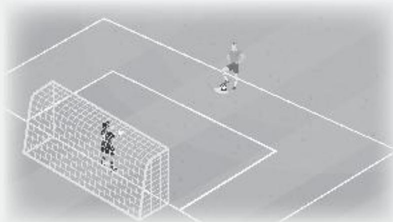
HS có máy tính cầm tay.

GV có thể dùng máy tính cầm tay hoặc phần mềm giả lập máy tính cầm tay chạy trên máy tính, phần mềm GeoGebra, …

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ? Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 cầu thủ đó theo thứ tự để thực hiện loạt đá luân lưu? Bằng cách sử dụng quy tắc nhân, bạn có tìm được câu trả lời? Học xong bài này, bạn hãy tìm cách nhanh hơn để trả lời các câu hỏi trên.



Mục đích: Xuất phát từ tình huống thực tế cụ thể và quen thuộc, đặt ra câu hỏi để tạo sự tò mò và thu hút sự chú ý của HS, dẫn nhập HS cùng bước vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV thuyết trình, vấn đáp giúp HS hiểu rõ hơn về tình huống (bối cảnh xảy ra tình huống, chủ thể của hành động, ...), nhấn mạnh hành động chọn và sắp xếp, sự phổ biến của loại hành động này trong cuộc sống, sự hữu dụng của các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp như là những công cụ giải các bài toán đếm.

1. Hoán vị

HĐKP 1

1 Sau giờ thực hành trải nghiệm, ba đội A, B, C bốc thăm để xác định thứ tự trình bày, thuyết minh về sản phẩm của mỗi đội.

a) Hãy liệt kê tất cả các kết quả bốc thăm có thể xảy ra.

b) Có tất cả bao nhiêu kết quả như vậy? Ngoài cách đếm lần lượt từng kết quả, có cách tìm nào nhanh hơn không?

Mục đích: Thông qua tình huống thực tế với hình ảnh trực quan, HS tạo lập hoán vị của các phần tử; phát hiện cách tìm số hoán vị của các phần tử nhờ được gợi ý liên hệ và vận dụng quy tắc nhân.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc theo nhóm, trình bày lời giải của nhóm với giải thích rõ ràng, theo dõi và nhận xét lời giải của các nhóm.

Hướng dẫn – đáp án: a) ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

b) Vẽ sơ đồ hình cây hoặc sử dụng quy tắc nhân.

Việc xếp thứ tự ba đội có thể chia thành ba công đoạn.

Công đoạn 1: Chọn 1 trong 3 đội xếp vào vị trí thứ nhất, có 3 cách chọn.

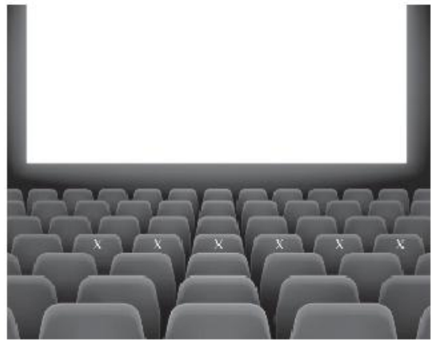
Công đoạn 2: Chọn 1 trong 2 đội còn lại xếp vào vị trí thứ hai, có 2 cách chọn.

Công đoạn 3: Xếp đội còn lại vào vị trí thứ ba.

Từ đó, theo quy tắc nhân, có $3 . 2 . 1 = 6$ kết quả khác nhau có thể xảy ra.

HĐTH 1

1 Một nhóm bạn gồm sáu thành viên cùng đi xem phim, đã mua sáu vé có ghế ngồi cùng dãy và kế tiếp nhau (như Hình 3). Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho các thành viên của nhóm?



Hình 3

Mục đích: HS luyện tập nhận biết hoán vị trong tình huống thực tế (đơn giản), sử dụng công thức tính hoán vị để tính số hoán vị.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: Mỗi cách sắp xếp chỗ ngồi cho các thành viên của nhóm là một hoán vị của sáu thành viên này. Do đó, số cách sắp xếp chỗ ngồi là $P_6 = 6! = 720$.

HĐVD 1

1 Một giải bóng đá có 14 đội bóng tham gia. Có bao nhiêu khả năng về thứ hạng các đội bóng khi mùa giải kết thúc?

Mục đích: Nhận biết hoán vị của các phần tử trong tình huống thực tế (tương đối phức tạp, trừu tượng) và sử dụng công thức tính hoán vị để tính số hoán vị.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: Một kết quả về thứ hạng của 14 đội bóng sau khi mùa giải kết thúc là một hoán vị của các đội bóng này. Do đó, số kết quả có thể xảy ra là

$$P_{14} = 14! = 87\,178\,291\,200.$$

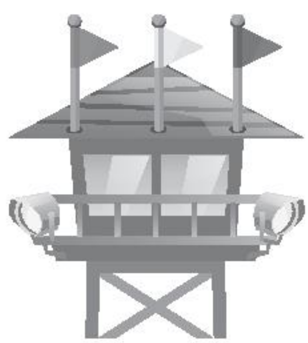
2. Chỉnh hợp

HĐKP 2

2 Tại một trạm quan sát, có sẵn 5 lá cờ màu đỏ, trắng, xanh, vàng và cam (kí hiệu Đ, T, X, V, C). Khi cần báo một tín hiệu, người ta chọn 3 lá cờ và cắm vào ba vị trí có sẵn thành một hàng (xem Hình 4).

a) Hãy chỉ ra ít nhất bốn cách chọn và cắm cờ để báo bốn tín hiệu khác nhau.

b) Bằng cách này, có thể báo nhiều nhất bao nhiêu tín hiệu khác nhau?



Hình 4

Mục đích: Thông qua tình huống thực tế, HS được trải nghiệm với khái niệm chỉnh hợp (kết quả của việc chọn và sắp xếp) và tính số chỉnh hợp của các phần tử nhờ được gợi ý liên hệ và vận dụng quy tắc nhân.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc theo nhóm, trình bày lời giải của nhóm với giải thích rõ ràng, theo dõi và nhận xét lời giải của các nhóm.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Chẳng hạn: *ĐTX*, *TXĐ*, *XVC*, *CVT*.

b) Coi việc chọn và cắm ba lá cờ là công việc gồm ba công đoạn.

Công đoạn 1: Chọn 1 lá cờ trong 5 lá cờ và cắm vào vị trí thứ nhất, có 5 cách thực hiện.

Công đoạn 2: Chọn 1 lá cờ trong 4 lá cờ còn lại và cắm vào vị trí thứ hai, có 4 cách thực hiện.

Công đoạn 3: Chọn 1 lá cờ trong 3 lá cờ còn lại và cắm vào vị trí thứ ba, có 3 cách thực hiện.

Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, có $5 \,.\, 4 \,.\, 3 = 60$ tín hiệu khác nhau có thể tạo ra.

HĐTH 2

2 Từ bảy chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7, lập các số có ba chữ số đôi một khác nhau.

a) Có thể lập được bao nhiêu số như vậy?

b) Trong các số đó có bao nhiêu số lẻ?

Mục đích: Câu a: Luyện tập nhận biết chỉnh hợp của các phần tử trong tình huống thực tế (đơn giản), sử dụng công thức để tính số chỉnh hợp. Câu b: Phân tích tình huống, vận dụng kết hợp nhiều kiến thức.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Mỗi số tự nhiên có ba chữ số khác nhau từ bảy chữ số đã cho là một chỉnh hợp chập 3 của 7 chữ số đó. Do đó, có $A_7^3 = 7 \,.\, 6 \,.\, 5 = 210$ số tự nhiên như vậy.

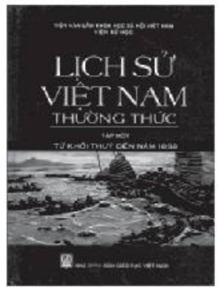
b) Để số tự nhiên lập được là số lẻ thì chữ số hàng đơn vị của nó phải là số lẻ. Có 4 cách chọn chữ số như vậy. Có $A_6^2 = 6 \,.\, 5 = 30$ cách chọn hai chữ số trong sáu chữ số còn lại và xếp vào vị trí hàng trăm và hàng chục của số cần lập. Từ đó, theo quy tắc nhân, có thể lập được $4 \,.\, 30 = 120$ số tự nhiên lẻ có ba chữ số khác nhau từ các chữ số đã cho.

3. Tổ hợp

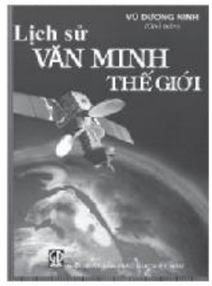
HĐKP 3

3 Lan vừa mua 4 cuốn sách, kí hiệu là *A*, *B*, *C* và *D*. Bạn ấy dự định chọn ra 3 cuốn để đưa về quê đọc trong dịp nghỉ hè.

A



B



C

D

a) Hãy liệt kê tất cả các cách Lan có thể chọn 3 cuốn sách từ 4 cuốn sách. Có tất cả bao nhiêu cách?

b) Lan dự định đọc lần lượt từng cuốn. Lan có bao nhiêu cách xếp thứ tự 3 cuốn đã chọn?

c) Lan có bao nhiêu cách chọn 3 cuốn sách từ 4 cuốn sách và xếp theo thứ tự để đọc lần lượt từng cuốn một?

Mục đích: Thông qua tình huống thực tế cụ thể và đơn giản, HS được trải nghiệm với việc tạo lập tổ hợp của các phần tử và tính số tổ hợp; tìm công thức tính số tổ hợp theo sự gợi ý, dẫn dắt (liên hệ với số chỉnh hợp và hoán vị).

Gợi ý tổ chức: HS làm việc theo nhóm, trình bày lời giải của nhóm với giải thích rõ ràng, theo dõi và nhận xét lời giải của các nhóm. GV theo dõi và hỗ trợ HS bằng những câu hỏi, gợi ý (chẳng hạn, gợi ý HS kí hiệu các kết quả tìm được ở a), b), c) lần lượt là m, n, p).

Hướng dẫn – đáp án:

a) Các cách chọn: $\{A; B; C\}$, $\{A; B; D\}$, $\{A; C; D\}$, $\{B; C; D\}$. Tất cả có 4 cách chọn.

b) Mỗi cách xếp thứ tự ba cuốn sách đã chọn là một hoán vị của ba cuốn này. Do đó, có

$3! = 3\,.\,2\,.\,1 = 6$ cách xếp.

c) Mỗi cách chọn ba cuốn sách và xếp theo thứ tự là một chỉnh hợp chập 3 của 4 cuốn sách. Do đó, có $A_4^3 = 4\,.\,3\,.\,2 = 24$ cách chọn ba trong bốn cuốn sách và xếp theo thứ tự.

HĐTH 3

3 Tính: a) C_7^2; b) $C_9^0 + C_9^9$; c) $C_{15}^3 - C_{14}^3$.

Mục đích: Thực hành tính giá trị của các biểu thức chứa công thức tổ hợp.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày kết quả, theo dõi, kiểm tra kết quả của mình và của bạn.

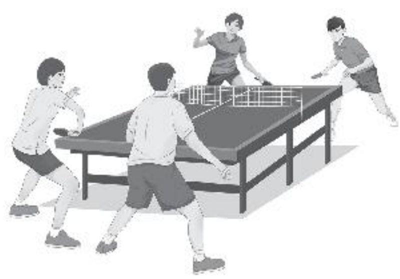
Hướng dẫn – đáp án: a) $C_7^2 = 21$; b) $C_9^0 + C_9^9 = 2$; c) $C_{15}^3 - C_{14}^3 = 91$.

HĐTH 4

4 Nội dung thi đấu đôi nam nữ của giải bóng bàn cấp trường có 7 đội tham gia. Các đội thi đấu vòng tròn một lượt.

a) Nội dung này có tất cả bao nhiêu trận đấu?

b) Sau giải đấu, ba đội có thành tích tốt nhất sẽ được chọn đi thi đấu cấp liên trường. Có bao nhiêu khả năng có thể xảy ra về ba đội được chọn đi thi đấu cấp liên trường?



Hình 7

Mục đích: Luyện tập nhận biết tổ hợp từ tình huống thực tế, sử dụng công thức tổ hợp để tính số tổ hợp.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Mỗi trận đấu tương ứng với một tổ hợp chập 2 của 7 đội. Do đó, số trận đấu nội dung bóng bàn đôi nam nữ cấp trường là $C_7^2 = \dfrac{7!}{2!5!} = 21$.

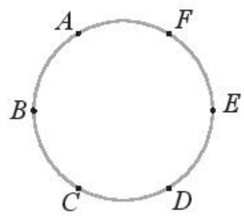
b) Số khả năng về ba đội được chọn là $C_7^3 = \dfrac{7!}{3!4!} = 35$.

HĐVD 2

2 Cho 6 điểm cùng nằm trên một đường tròn như Hình 8.

a) Có bao nhiêu đoạn thẳng có điểm đầu mút thuộc các điểm đã cho?

b) Có bao nhiêu tam giác có đỉnh thuộc các điểm đã cho?



Hình 8

Mục đích: Vận dụng khái niệm tổ hợp vào giải bài toán đếm các đối tượng hình học quen thuộc.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Mỗi đoạn thẳng nối hai điểm tương ứng với một tổ hợp chập 2 của 6 điểm đã cho. Do đó, số đoạn thẳng là $C_6^2 = \dfrac{6!}{2!4!} = 15$.

b) Mỗi tam giác tạo thành có các đỉnh là các điểm đã cho tương ứng với một tổ hợp chập 3 của 6 điểm đó. Do đó, số tam giác là $C_6^3 = \dfrac{6!}{3!3!} = 20$.

4. Tính số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp bằng máy tính cầm tay

HĐTH 5

5 Sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị các biểu thức sau:

a) A_{15}^{10}; b) $C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{11}^8$; c) $C_5^1 C_{20}^2 + C_5^2 C_{20}^1$.

Mục đích: Thực hành tính chỉnh hợp, tổ hợp bằng máy tính cầm tay.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân với máy tính cầm tay, trình bày kết quả, theo dõi, kiểm tra và phát hiện sai sót của mình và của bạn.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $P_5 = 5! = 120$; b) $P_4 = 4! = 24$.

2. a) $A_6^4 = 360$; b) $5.A_5^3 = 300$.

3. a) $C_9^3 = 84$; b) $C_4^2 . C_5^1 = 30$.

4. $A_8^4 = 1680$.

5. $C_7^3 . C_4^2 . C_2^2 = 210$.

6. $C_4^2 . C_5^2 = 60$.

7. $2.C_{14}^2 = 182$.

Bài 3. NHỊ THỨC NEWTON

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

Nhận biết công thức khai triển nhị thức Newton $(a + b)^n$; sử dụng công thức này khai triển các nhị thức Newton với số mũ thấp ($n \leq 5$).

2. Năng lực cần chú trọng

– *Năng lực tư duy và lập luận toán học:* HS rèn luyện các thao tác tư duy so sánh, phân tích, tương tự, khái quát hoá trong quá trình khám phá công thức nhị thức Newton.

– *Năng lực giao tiếp toán học:* HS sử dụng thuật ngữ (nhị thức Newton, khai triển, số hạng, biểu thức, ...), kí hiệu, … để biểu đạt, trao đổi các ý tưởng, thông tin một cách rõ ràng và chính xác.

– *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán:* Sử dụng máy tính cầm tay tính toán các công thức tổ hợp trong quá trình khám phá, giải toán liên quan đến công thức nhị thức Newton.

3. Tích hợp: Toán học với cuộc sống, tích hợp nội môn.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

SGK thiết kế hoạt động để HS khám phá công thức nhị thức Newton thông qua tính toán và kiểm tra trực tiếp trong trường hợp $n = 4$ và $n = 5$. Từ đó, HS dự đoán và nhận biết công thức tổng quát (không chứng minh). Theo chương trình, chỉ yêu cầu HS khai triển các nhị thức với số mũ thấp ($n = 4$ hoặc $n = 5$). GV cần chú ý điều này khi giao nhiệm vụ cho HS. Với những HS chọn học chuyên đề học tập của môn Toán thì chủ đề này sẽ được học tiếp sâu rộng hơn.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Ở Trung học cơ sở, ta đã quen thuộc với các công thức khai triển:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \,;\ (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Với số tự nhiên $n > 3$ thì công thức khai triển biểu thức $(a + b)^n$ sẽ như thế nào?

Mục đích: Thông qua kiến thức quen thuộc đã học ở lớp dưới, đặt vấn đề mở về sự có hay không công thức khai triển tổng quát, thu hút sự chú ý và kích thích sự tò mò của HS.

Gợi ý tổ chức: GV thuyết trình về sự quan trọng và tính hữu dụng của các công thức khai triển quen thuộc, sự tự nhiên của việc đặt ra vấn đề tìm công thức khai triển tổng quát hơn, tính quan trọng của nó đối với nhiều lĩnh vực toán học sau này.

HĐKP

a) Xét công thức khai triển $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

i) Liệt kê các số hạng của khai triển trên.

ii) Liệt kê các hệ số của khai triển trên.

iii) Tính giá trị của $C_3^0, C_3^1, C_3^2, C_3^3$ (có thể sử dụng máy tính) rồi so sánh với các hệ số trên. Có nhận xét gì?

b) Hoàn thành biến đổi sau đây để tìm công thức khai triển của $(a + b)^4$:

$$(a+b)^4 = (a+b)(a+b)^3 = \boxed{?} = \boxed{?}\, a^4 + \boxed{?}\, a^3b + \boxed{?}\, a^2b^2 + \boxed{?}\, ab^3 + \boxed{?}\, b^4.$$

Tính giá trị của $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$, rồi so sánh với các hệ số của khai triển trên.

Từ đó, hãy sử dụng các kí hiệu $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$ để viết lại công thức khai triển trên.

c) Từ kết quả của câu a) và b), hãy dự đoán công thức khai triển của $(a + b)^5$. Tính toán để kiểm tra dự đoán đó.

Mục đích: Thông qua tính toán trực tiếp, theo gợi ý và dẫn dắt, HS dự đoán và kiểm tra công thức khai triển nhị thức Newton $(a + b)^n$ với $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$. Từ đó, dự đoán công thức khai triển tổng quát.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, trình bày kết quả với giải thích rõ ràng, theo dõi và nhận xét lời giải của các bạn/nhóm.

Tổng kết hoạt động, GV có thể viết lại và nhấn mạnh công thức khai triển nhị thức với $n = 4$ và $n = 5$ với các hệ số tường minh, để HS có thể ghi nhớ và áp dụng trực tiếp trong thực hành tính toán.

HĐTH 1

Khai triển các biểu thức sau:

a) $(x-2)^4$; b) $(x+2y)^5$.

Mục đích: Thực hành vận dụng trực tiếp công thức nhị thức Newton để khai triển biểu thức ($n = 4$, $n = 5$).

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $(x-2)^4 = x^4 + 4x^3(-2) + 6x^2(-2)^2 + 4x(-2)^3 + (-2)^4$

$= x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16.$

b) $(x+2y)^5 = x^5 + 5x^4(2y) + 10x^3(2y)^2 + 10x^2(2y)^3 + 5x(2y)^4 + (2y)^5.$

$= x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5.$

HĐTH 2

Sử dụng công thức nhị thức Newton, chứng tỏ rằng:

a) $C_4^0 + 2C_4^1 + 2^2C_4^2 + 2^3C_4^3 + 2^4C_4^4 = 81$;

b) $C_4^0 - 2C_4^1 + 2^2C_4^2 - 2^3C_4^3 + 2^4C_4^4 = 1$.

Mục đích: Thực hành sử dụng công thức nhị thức Newton để chứng minh đẳng thức với việc chọn công thức khai triển và giá trị thích hợp của biến.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: Sử dụng công thức nhị thức Newton, ta có

$$(1+x)^4 = C_4^0 + C_4^1x + C_4^2x^2 + C_4^3x^3 + C_4^4x^4.$$

a) Thay $x = 2$ vào công thức trên, nhận được

$$C_4^0 + 2C_4^1 + 2^2C_4^2 + 2^3C_4^3 + 2^4C_4^4 = (1+2)^4 = 3^4 = 81.$$

b) Thay $x = -2$ vào công thức trên, nhận được

$$C_4^0 - 2C_4^1 + 2^2C_4^2 - 2^3C_4^3 + 2^4C_4^4 = (1-2)^4 = (-1)^4 = 1.$$

HĐVD

Trên quầy còn 4 vé xổ số khác nhau. Một khách hàng có bao nhiêu lựa chọn mua một số vé trong số các vé xổ số đó? Tính cả trường hợp mua không vé, tức là không mua vé nào.

Mục đích: Vận dụng công thức nhị thức Newton vào giải bài toán đếm liên quan tính số tập con của một tập hợp.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: Mỗi cách chọn tương ứng với một tập con của tập hợp gồm 4 vé số. Giải như Ví dụ 3, nhận được $2^4 = 16$ cách chọn.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $81x^4 + 108x^3y + 54x^2y^2 + 12xy^3 + y^4$.

b) $x^5 - 5\sqrt{2}x^4 + 20x^3 - 20\sqrt{2}x^2 + 20x - 4\sqrt{2}$.

2. a) $68 + 48\sqrt{2}$; b) 136; c) $97 - 56\sqrt{3}$.

3. $C_5^2 3^3 (-2)^2 = 1080$.

4. Xét khai triển $(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1x + C_5^2x^2 + C_5^3x^3 + C_5^4x^4 + C_5^5x^5$.

Thay $x = -1$ vào công thức trên ta nhận được điều phải chứng minh.

5. Số tập hợp con của A có số lẻ phần tử là $C_5^1 + C_5^3 + C_5^5$. Số tập hợp con của A có số chẵn phần tử là $C_5^0 + C_5^2 + C_5^4$. Giải như Bài tập 4 ta nhận được điều phải chứng minh.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VIII

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $4 + 5 + 6 = 15$; b) $4 . 5 . 6 = 120$; c) $4 . 5 + 4 . 6 + 5 . 6 = 74$.

2. $10 . 10 . 10 = 10^3 = 1\,000$.

3. a) $P_6 = 6! = 720$; b) $3 . P_5 = 3 . 5! = 360$; c) $A_6^5 = \frac{6!}{1!} = 720$.

d) Số có năm chữ số (ghép từ các thẻ số đã cho) lớn hơn số 50 000 thì chữ số hàng chục nghìn phải là 5 hoặc 6, các chữ số khác là tuỳ ý. Đáp số: $2 . A_5^4 = 240$.

4. $C_6^2 . C_5^2 . C_3^1 = 450$.

5. $C_4^1 . C_5^2 + C_4^2 . C_5^1 = 70$.

6. a) $a^4 - 2a^3b + \frac{3}{2}a^2b^2 - \frac{1}{2}ab^3 + \frac{1}{16}b^4$.

b) $32x^{10} + 80x^8 + 80x^6 + 40x^4 + 10x^2 + 1$.

7. $(1 + x)^4 + (1 - x)^4 = 2x^4 + 12x^2 + 2$.

Áp dụng kết quả khai triển trên, ta có:

$$\begin{aligned} 1{,}05^4 + 0{,}95^4 &= (1 + 0{,}05)^4 + (1 - 0{,}05)^4 = 2 . 0{,}05^4 + 12 . 0{,}05^2 + 2 \\ &\approx 12 . 0{,}05^2 + 2 \text{ (bỏ đi số hạng } 2 . 0{,}05^4 \text{ vì số này rất bé)} \\ &= 3 . 4 . 0{,}0025 + 2 = 3 . 0{,}01 + 2 = 2{,}03. \end{aligned}$$

Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

Chương IX

PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực toán học

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

Toạ độ của vectơ

– Nhận biết được toạ độ của vectơ đối với một hệ trục toạ độ. Tìm được toạ độ của một vectơ, độ dài của một vectơ khi biết toạ độ hai đầu mút của nó.

– Sử dụng được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong tính toán.

– Vận dụng được kiến thức về toạ độ của vectơ để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

Đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ và ứng dụng

– Mô tả được phương trình tổng quát và phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ. Giải thích được mối liên hệ giữa đồ thị hàm số bậc nhất và đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ.

– Nhận biết được hai đường thẳng cắt nhau, song song, trùng nhau, vuông góc với nhau bằng phương pháp toạ độ. Thiết lập được công thức tính góc giữa hai đường thẳng. Tính được khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng bằng phương pháp toạ độ.

– Vận dụng được kiến thức về phương trình đường thẳng để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

Đường tròn trong mặt phẳng toạ độ và ứng dụng

– Thiết lập được phương trình đường tròn khi biết toạ độ tâm và bán kính; biết toạ độ ba điểm mà đường tròn đi qua; xác định được tâm và bán kính đường tròn khi biết phương trình của đường tròn.

– Thiết lập được phương trình tiếp tuyến của đường tròn khi biết toạ độ của tiếp điểm.

– Vận dụng được kiến thức về phương trình đường tròn để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: bài toán về chuyển động tròn trong Vật lí, ...).

Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ và ứng dụng

– Nhận biết được ba đường conic bằng hình học.

– Nhận biết được phương trình chính tắc của ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với ba đường conic.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. TOẠ ĐỘ CỦA VECTƠ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được toạ độ của vectơ đối với một hệ trục toạ độ.

– Tìm được toạ độ của một vectơ, độ dài của một vectơ khi biết toạ độ hai đầu mút của nó.

– Sử dụng được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong tính toán.

– Vận dụng được phương pháp toạ độ vào bài toán giải tam giác.

– Vận dụng được kiến thức về toạ độ của vectơ để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: vị trí của vật trên mặt phẳng toạ độ, ...).

2. Năng lực cần chú trọng: mô hình hoá toán học; giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Bài 1 đặt cơ sở cho việc tìm hiểu về phương pháp hình học toạ độ.

2. Hệ toạ độ được xây dựng dựa trên đại số vectơ.

3. Trọng tâm là biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Tìm cách xác định vị trí các quân mã trên bàn cờ vua.

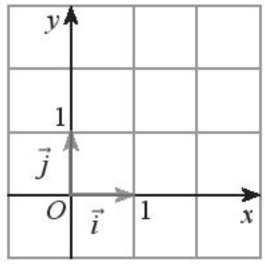
Mục đích: Kết nối phương pháp toạ độ với nhu cầu thực tế về xác định một điểm trên mặt phẳng (xác định quân cờ trên bàn cờ vua).

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

1. Toạ độ của vectơ đối với một hệ trục toạ độ

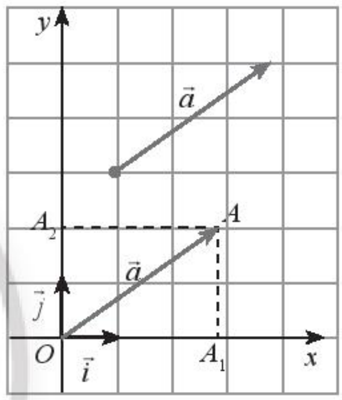
HĐKP 1, 2, 3

1 Nêu nhận xét về độ lớn, phương và chiều của vectơ $\vec{i}$ trên trục Ox và vectơ $\vec{j}$ trên trục Oy (Hình 1).



Hình 1

2 Trong mặt phẳng Oxy, cho một vectơ $\vec{a}$ tuỳ ý. Vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên Ox và Oy (Hình 4). Đặt $\overrightarrow{OA_1} = x\vec{i}$, $\overrightarrow{OA_2} = y\vec{j}$. Biểu diễn vectơ $\vec{a}$ theo hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$.



Hình 4

3 Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm M. Xác định toạ độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$.

Mục đích: Hoạt động khám phá 1, 2, 3 của bài có mục đích giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá cách xây dựng hệ toạ độ bằng phương pháp vectơ. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1

1 Trong mặt phẳng Oxy, cho ba điểm $D(-1; 4)$, $E(0; -3)$, $F(5; 0)$.

a) Vẽ các điểm D, E, F trên mặt phẳng Oxy.

b) Tìm toạ độ của các vectơ $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{OF}$.

c) Vẽ và tìm toạ độ hai vectơ đơn vị $\vec{i}$ và $\vec{j}$ lần lượt trên hai trục toạ độ Ox và Oy.

Mục đích: HS thực hành sử dụng định nghĩa để tính toạ độ của các vectơ.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

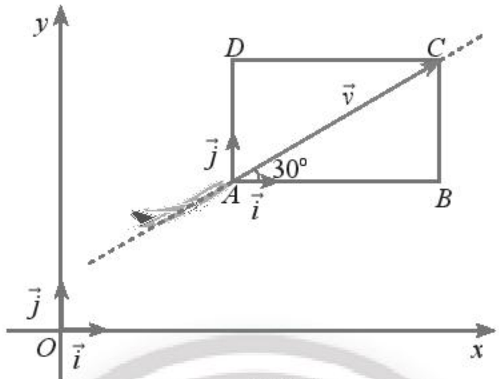
HĐVD 1

1 Một máy bay đang cất cánh với vận tốc 240 km/h theo phương hợp với phương nằm ngang một góc 30° (Hình 7).

a) Tính độ dài mỗi cạnh của hình chữ nhật *ABCD*.

b) Biểu diễn vectơ vận tốc $\vec{v}$ theo hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$.

c) Tìm toạ độ của $\vec{v}$.



Hình 7

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng khái niệm toạ độ vectơ vào thực tế tính toạ độ vectơ vận tốc của máy bay khi cất cánh.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $AB = 240 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 208$ (km); $AD = 120$ km;

b) $\vec{v} = 120\sqrt{3}\,\vec{i} + 120\vec{j}$;

c) $\vec{v} = (120\sqrt{3}; 120)$.

2. Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ

HĐKP 4

4 Trong mặt phẳng *Oxy*, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ và số thực *k*. Ta đã biết có thể biểu diễn từng vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ theo hai vectơ $\vec{i}$, $\vec{j}$ như sau: $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$; $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}$.

a) Biểu diễn từng vectơ: $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $k\vec{a}$ theo hai vectơ $\vec{i}$, $\vec{j}$.

b) Tìm $\vec{a}.\vec{b}$ theo toạ độ của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Mục đích: Giúp HS khám phá các công thức toạ độ vectơ.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

HĐTH 2

2 Cho hai vectơ $\vec{m} = (-6; 1)$, $\vec{n} = (0; 2)$.

a) Tìm toạ độ của các vectơ $\vec{m}+\vec{n}$, $\vec{m}-\vec{n}$, $10\vec{m}$, $-4\vec{n}$.

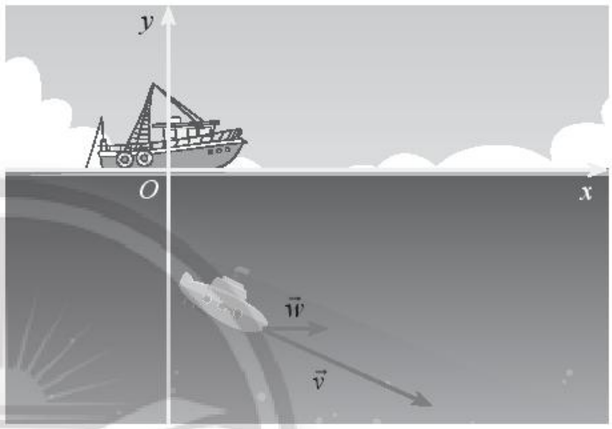
b) Tính các tích vô hướng $\vec{m}.\vec{n}$, $(10\vec{m}).(-4\vec{n})$.

Mục đích: HS thực hành sử dụng các phép toán về toạ độ vectơ theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD 2

2 Một thiết bị thăm dò đáy biển đang lặn với vận tốc $\vec{v} = (10; -8)$ (Hình 8). Cho biết vận tốc của dòng hải lưu vùng biển là $\vec{w} = (3,5; 0)$. Tìm toạ độ của vectơ tổng hai vận tốc $\vec{v}$ và $\vec{w}$.



Hình 8

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng các phép toán về toạ độ vectơ vào thực tế tính toạ độ tổng hai vectơ vận tốc của tàu ngầm và dòng hải lưu.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án: $\vec{v}+\vec{w} = (13,5; -8)$.

3. Áp dụng của toạ độ vectơ

HĐKP 5, 6, 7

5 Cho hai điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Từ biểu thức $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$, tìm toạ độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ theo toạ độ hai điểm A, B.

6 Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có toạ độ ba đỉnh là $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. Gọi $M(x_M; y_M)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB, $G(x_G; y_G)$ là trọng tâm của tam giác ABC.

a) Biểu thị vectơ $\overrightarrow{OM}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$.

b) Biểu thị vectơ $\overrightarrow{OG}$ theo ba vectơ $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OC}$.

c) Từ các kết quả trên, tìm toạ độ điểm M và G theo toạ độ của các điểm A, B, C.

7 Cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ và hai điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Hoàn thành các phép biến đổi sau:

a) $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 = .?.$;

b) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = tb_1 \\ a_2 = tb_2 \end{cases}$ hay $\begin{cases} b_1 = ka_1 \\ b_2 = ka_2 \end{cases} \Leftrightarrow a_1b_2 - a_2b_1 = .?.$;

c) $|\vec{a}| = \sqrt{(\vec{a})^2} = \sqrt{.?.}$;

d) $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) \Rightarrow AB = \sqrt{\left(\overrightarrow{AB}\right)^2} = \sqrt{.?.}$;

e) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|} = \dfrac{.?.}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$ ($\vec{a}$, $\vec{b}$ khác $\vec{0}$).

Mục đích: Hướng dẫn HS khám phá biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ.

Gợi ý tổ chức: Yêu cầu HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 5

5 Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác DEF có toạ độ các đỉnh là $D(2; 2)$, $E(6; 2)$ và $F(2; 6)$.

a) Tìm toạ độ điểm H là chân đường cao của tam giác DEF kẻ từ D.

b) Giải tam giác DEF.

Mục đích: HS thực hành sử dụng các phép toán vectơ trong việc xác định toạ độ điểm và giải tam giác để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

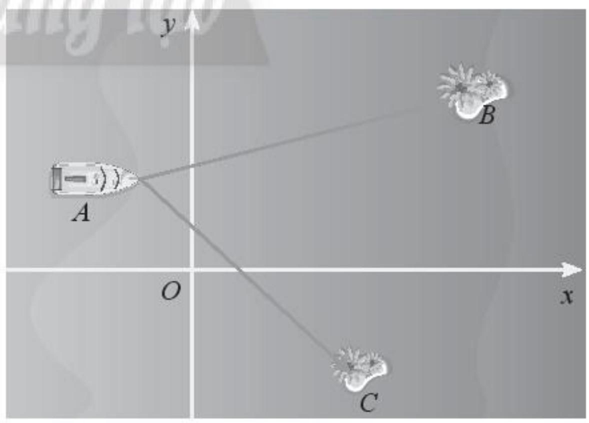
Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá

HĐVD 3

3 Một trò chơi trên máy tính đang mô phỏng một vùng biển có hai hòn đảo nhỏ có toạ độ $B(50; 30)$ và $C(32; -23)$. Một con tàu đang neo đậu tại điểm $A(-10; 20)$.

a) Tính số đo của $\widehat{BAC}$.

b) Cho biết một đơn vị trên hệ trục toạ độ tương ứng với 1 km. Tính khoảng cách từ con tàu đến mỗi hòn đảo.



Hình 9

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng các phép toán về toạ độ vectơ vào thực tế tham gia một trò chơi trên màn hình máy tính.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc làm một bài kiểm tra thường xuyên tại lớp.

Hướng dẫn – đáp án: a) $\widehat{BAC} \approx 55°$; b) $AB \approx 61$ km; $AC \approx 60$ km.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) HS tự vẽ. b) $\overline{AB} = x_B - x_A = -1 - 4 = -5$; $\overline{CD} = x_D - x_C = 0 - (-5) = 5$.

Ta có: $\overline{CD} = -\overline{AB}$ suy ra hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

2. a) $\vec{a} = (4; -6) = -2(-2; 3) = -2\vec{b}$. Suy ra $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ ngược hướng.

b) $\vec{a} = (-2; 3) = \dfrac{1}{4}(-8; 12) = \dfrac{1}{4}\vec{b}$. Suy ra $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng.

c) $\vec{a} = (0; 4) = -(0; -4) = -\vec{b}$. Suy ra $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ đối nhau.

3. a) $\vec{a} = 2\vec{i} + 7\vec{j}$ suy ra $\vec{a} = (2; 7)$; b) $\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j}$ suy ra $\vec{b} = (-1; 3)$;

c) $\vec{c} = 4\vec{i} + 0\vec{j}$ suy ra $\vec{c} = (4; 0)$; d) $\vec{d} = 0\vec{i} - 9\vec{j}$ suy ra $\vec{d} = (0; -9)$.

4. a) $B(4; 0)$ thuộc trục hoành; b) $C(0; -3)$ thuộc trục tung;

c) $D(2; 2)$ thuộc đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

5. a) $H(x_0; 0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Ox;

b) $M'(x_0; -y_0)$ là điểm đối xứng với M qua trục Ox;

c) $K(0; y_0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oy;

d) Điểm $M''(-x_0; y_0)$ là điểm đối xứng với M qua trục Oy;

e) Điểm $C(-x_0; -y_0)$ là điểm đối xứng với M qua gốc toạ độ.

6. a) $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2 = 5-x_D \\ 5-2 = 5-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 2. \end{cases}$

Vậy $D(4; 2)$.

b) Toạ độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$ là: $M(3,5; 3,5)$.

c) $AB \approx 3,16$; $AC \approx 4,24$; $BC = 2$; $\widehat{A} \approx 26,6^\circ$; $\widehat{B} \approx 108,4^\circ$; $\widehat{C} \approx 45^\circ$.

7. a) Tính toạ độ các đỉnh của tam giác ABC:

Ta có: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PN} \Rightarrow (2 - x_A; 2 - y_A) = (3 - 5; 4 - 3) \Rightarrow A(4; 1)$;

$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{NP} \Rightarrow (2 - x_B; 2 - y_B) = (5 - 3; 3 - 4) \Rightarrow B(0; 3)$;

$\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{PM} \Rightarrow (3 - x_C; 4 - y_C) = (2 - 5; 2 - 3) \Rightarrow C(6; 5)$.

b) Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và MNP, ta có:

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = \dfrac{4+0+6}{3} = \dfrac{10}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = \dfrac{1+3+5}{3} = 3 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x_{G'} = \dfrac{x_M + x_N + x_P}{3} = \dfrac{2+3+5}{3} = \dfrac{10}{3} \\ y_{G'} = \dfrac{y_M + y_N + y_P}{3} = \dfrac{2+4+3}{3} = 3. \end{cases}$$

Suy ra $G \equiv G'$.

c) $AB \approx 4,47$; $AC \approx 4,47$; $BC \approx 6,32$; $\widehat{A} = 90^\circ$; $\widehat{B} = \widehat{C} = 45^\circ$.

8. a) $D \in Ox \Rightarrow D(a; 0)$.

$$DA = DB \Leftrightarrow DA^2 = DB^2 \Leftrightarrow (1-a)^2 + (3-0)^2 = (4-a)^2 + (2-0)^2$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2a + a^2 + 9 = 16 - 8a + a^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow 6a = 10 \Leftrightarrow a = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}.$$

Vậy $D\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.

b) Chu vi ΔOAB là

$$OA + AB + OB = \sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2} + \sqrt{(4-1)^2 + (2-3)^2} + \sqrt{(4-0)^2 + (2-0)^2}.$$

$$= 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5}.$$

c) $\overrightarrow{OA} = (1; 3)$; $\overrightarrow{AB} = (3; -1) \Rightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{AB} = 1\,.\,3 + 3\,.\,(-1) = 0 \Rightarrow OA \perp AB$.

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}\,.\,OA\,.\,AB = \frac{1}{2}\,.\,\sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2}\,.\sqrt{(4-1)^2 + (2-3)^2} = 5.$$

9. a) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{2\,.\,6 + (-3)\,.\,4}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}\,.\,\sqrt{6^2 + 4^2}} = 0 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$;

b) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{3\,.\,5 + 2\,.\,(-1)}{\sqrt{3^2 + 2^2}\,.\sqrt{5^2 + (-1)^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$;

c) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{(-2).3 + (-2\sqrt{3}).\sqrt{3}}{\sqrt{(-2)^2 + (-2\sqrt{3})^2}\,.\sqrt{3^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2}} = \dfrac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 150^\circ$.

10. $\overrightarrow{AB} = (1; 7)$; $\overrightarrow{DC} = (1; 7)$; $\overrightarrow{BC} = (-7; 1)$ nên ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = (1; 7) \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 1\,.\,(-7) + 7\,.\,1 = 0 \Rightarrow AB \perp BC \\ AB = BC = \sqrt{50}. \end{cases}$

Vậy $ABCD$ là hình vuông.

11. $\vec{u} = \vec{v} + \vec{w} = (-222; -46)$; $|\vec{u}| = \sqrt{(-222)^2 + (-46)^2} \approx 227$ (km/h).

BÀI 2. ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Mô tả được phương trình tổng quát và phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ. Thiết lập được phương trình của đường thẳng trong mặt phẳng khi biết: một điểm và một vectơ pháp tuyến; biết một điểm và một vectơ chỉ phương; biết hai điểm. Giải thích được mối liên hệ giữa đồ thị hàm số bậc nhất và đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ.

– Nhận biết được hai đường thẳng cắt nhau, song song, trùng nhau, vuông góc với nhau bằng phương pháp toạ độ.

– Thiết lập được công thức tính góc giữa hai đường thẳng.

– Tính được khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng bằng phương pháp toạ độ.

– Vận dụng được kiến thức về phương trình đường thẳng để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giải quyết vấn đề toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Phương trình đường thẳng được xây dựng dựa trên vectơ chỉ phương hoặc vectơ pháp tuyến của đường thẳng.

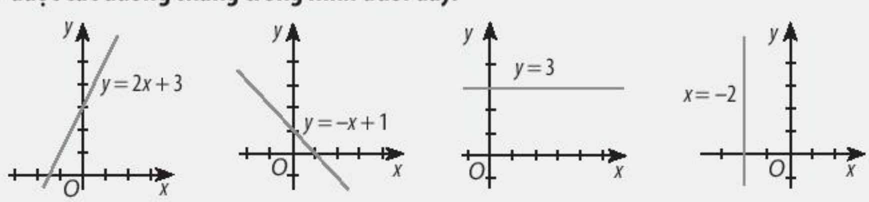
2. Cần yêu cầu HS giải thích được mối liên hệ giữa đồ thị hàm số bậc nhất và đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ.

3. Cần nhấn mạnh là phương trình tổng quát $ax + by + c = 0$ (a và b không đồng thời bằng 0) biểu diễn được mọi dạng đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Tìm các giá trị của tham số a, b, c để phương trình $ax + by + c = 0$ có thể biểu diễn được các đường thẳng trong hình dưới đây.



Mục đích: Hoạt động khởi động có mục đích kết nối kinh nghiệm của học sinh THCS về đồ thị hàm bậc nhất và đường thẳng song song, vuông góc vào khái niệm phương trình tổng quát của đường thẳng.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

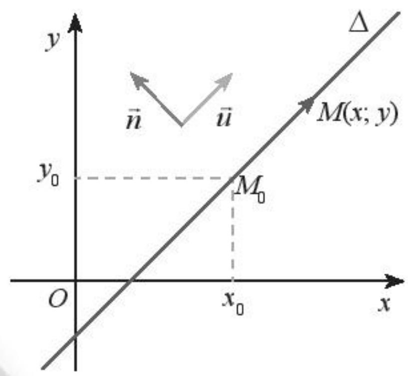
1. Phương trình đường thẳng

HĐKP 1

1 Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và cho hai vectơ $\vec{n} = (a; b)$ và $\vec{u} = (b; -a)$ khác vectơ-không. Cho biết $\vec{u}$ có giá song song hoặc trùng với Δ.

a) Tính tích vô hướng $\vec{n}.\vec{u}$ và nêu nhận xét về phương của hai vectơ $\vec{n}$, $\vec{u}$.

b) Gọi $M(x; y)$ là điểm di động trên Δ. Chứng tỏ rằng vectơ $\overrightarrow{M_0M}$ luôn cùng phương với vectơ $\vec{u}$ và luôn vuông góc với vectơ $\vec{n}$.



Hình 1

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về cách xác định đường thẳng bằng vectơ pháp tuyến hoặc vectơ chỉ phương. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐKP 2

2 Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và nhận $\vec{u} = (u_1; u_2)$ làm vectơ chỉ phương. Với mỗi điểm $M(x; y)$ thuộc Δ, tìm toạ độ của M theo toạ độ của M_0 và $\vec{u}$.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá cách viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua một điểm và có vectơ chỉ phương cho trước. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1

1 a) Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $B(-9; 5)$ và nhận $\vec{v} = (8; -4)$ làm vectơ chỉ phương.

b) Tìm toạ độ điểm P trên Δ, biết P có tung độ bằng 1.

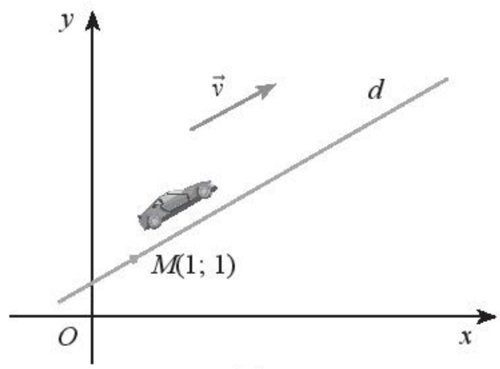
Mục đích: HS thực hành viết phương trình tham số của đường thẳng để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

HĐVD 1

1 Một trò chơi đua xe ô tô vượt sa mạc trên máy tính đã xác định trước một hệ trục toạ độ Oxy. Cho biết một ô tô chuyển động thẳng đều từ điểm $M(1; 1)$ với vectơ vận tốc $\vec{v} = (40; 30)$.

a) Viết phương trình tham số của đường thẳng d biểu diễn đường đi của ô tô.

b) Tìm toạ độ của xe ứng với $t = 2$; $t = 4$.



Hình 2

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng phương trình tham số của đường thẳng vào việc tham gia một trò chơi trên máy tính.

Hướng dẫn – đáp án:

a) d: $\begin{cases} x = 1 + 40t \\ y = 1 + 30t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$;

b) Với $t = 2$, toạ độ xe là $(81; 61)$; Với $t = 4$, toạ độ xe là $(161; 121)$.

HĐKP 3

3 Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và nhận $\vec{n} = (a; b)$ làm vectơ pháp tuyến. Với mỗi điểm $M(x; y)$ thuộc Δ, chứng tỏ rằng điểm $M(x; y)$ có toạ độ thoả mãn phương trình:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0 \text{ hay } ax + by + c = 0 \text{ (với } c = -ax_0 - by_0).$$

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá cách viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua một điểm và có vectơ pháp tuyến cho trước. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

2 Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng Δ trong các trường hợp sau:

a) Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 5)$;

b) Đường thẳng Δ đi qua gốc toạ độ $O(0; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -7)$;

c) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $M(4; 0)$, $N(0; 3)$.

HĐVD 2

2 Một người đang lập trình một trò chơi trên máy tính. Trên màn hình máy tính đã xác định trước một hệ trục toạ độ Oxy. Người đó viết lệnh để một điểm $M(x; y)$ từ vị trí $A(1; 2)$ chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc $\vec{v} = (3; -4)$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ biểu diễn đường đi của điểm M.

b) Tìm toạ độ của điểm M khi Δ cắt trục hoành.

HĐTH 3

Tìm các hàm số bậc nhất có đồ thị là các đường thẳng trong .

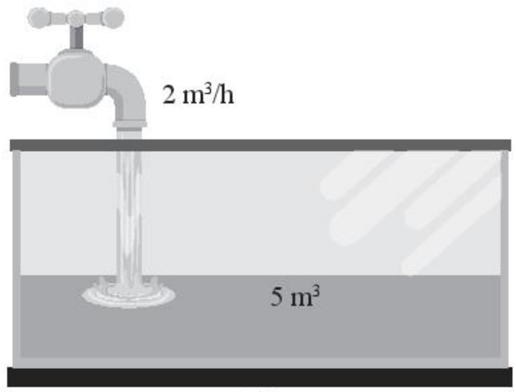
HĐVD 3

Một người bắt đầu mở một vòi nước. Nước từ vòi chảy với tốc độ là 2 m^3/h vào một cái bể đã chứa sẵn 5 m^3 nước.

a) Viết biểu thức tính thể tích y của nước có trong bể sau x giờ.

b) Gọi $y = f(x)$ là hàm số xác định được từ câu a). Vẽ đồ thị d của hàm số này.

c) Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng d.



Hình 4

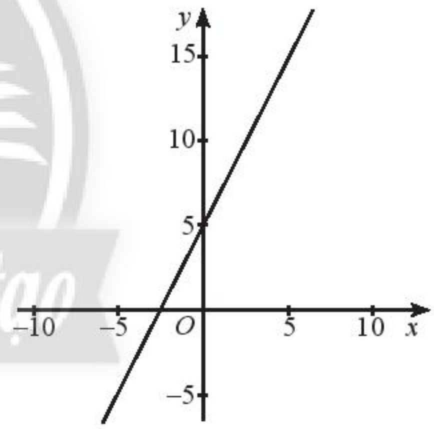
Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào việc giải thích mối liên hệ giữa đồ thị hàm bậc nhất và phương trình tổng quát của đường thẳng.

Hướng dẫn – đáp án:

HĐVD 3:

a) $y = 2x + 5$;

b) Đồ thị như hình bên;



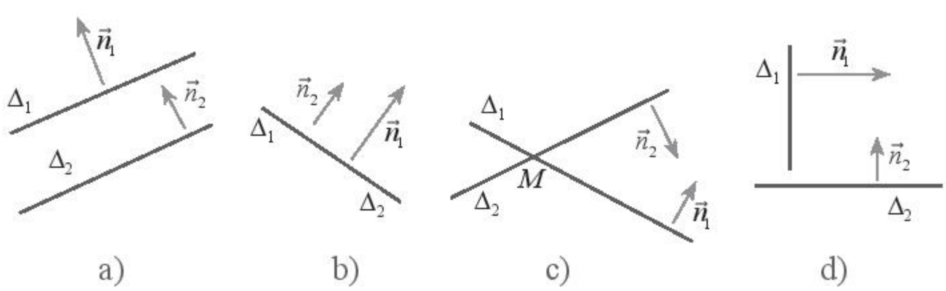
c) $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2t + 5; \end{cases}$

$d: 2x - y + 5 = 0.$

2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

HĐKP 4

Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n_1}$ và $\vec{n_2}$.



Hình 5

Nêu nhận xét về vị trí tương đối giữa Δ_1 và Δ_2 trong các trường hợp sau:

a) $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng phương (Hình 5a, b);

b) $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương (Hình 5c, d);

c) $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ vuông góc (Hình 5d).

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về cách xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng thông qua việc phân tích vectơ chỉ phương hoặc vectơ pháp tuyến để dẫn đến kết luận về vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 4

4 Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng d_1 và d_2 trong các trường hợp sau:

a) d_1: $x - 5y + 9 = 0$ và d_2: $10x + 2y + 7 = 10$;

b) d_1: $3x - 4y + 9 = 0$ và d_2: $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 3t; \end{cases}$

c) d_1: $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 4 + 3t \end{cases}$ và d_2: $\begin{cases} x = 1 + 8t' \\ y = 1 + 6t'. \end{cases}$

Mục đích: HS thực hành xét vị trí tương đối của hai đường thẳng bằng phương pháp toạ độ để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

HĐVD 4

4 Viết phương trình đường thẳng d_1:

a) Đi qua điểm $A(2; 3)$ và song song với đường thẳng d_2: $x + 3y + 2 = 0$;

b) Đi qua điểm $B(4; -1)$ và vuông góc với đường thẳng d_3: $3x - y + 1 = 0$.

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế viết phương trình đường thẳng song song hoặc vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc cho bài kiểm tra thường xuyên 15 phút.

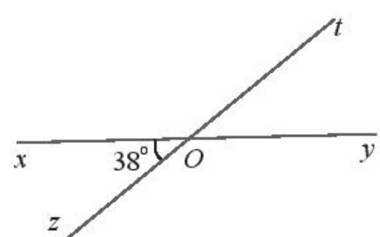
Hướng dẫn – đáp án: a) $x + 3y - 11 = 0$; b) $x + 3y - 1 = 0$.

3. Góc giữa hai đường thẳng

HĐKP 5

5 Cho hai đường thẳng xy và zt cắt nhau tại O và cho biết $\widehat{xOz} = 38°$ (Hình 6).

Tính số đo các góc $\widehat{xOt}$, $\widehat{tOy}$ và $\widehat{yOz}$.



Hình 6

Mục đích: Hướng dẫn HS nhận biết khái niệm góc giữa hai đường thẳng.

Gợi ý tổ chức: Yêu cầu HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐKP 6

6 Cho hai đường thẳng

Δ_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $(a_1^2 + b_1^2 > 0)$ và Δ_2: $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ $(a_2^2 + b_2^2 > 0)$

có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n_1}$ và $\vec{n_2}$.

Tìm toạ độ của $\vec{n_1}$, $\vec{n_2}$ và tính $\cos(\vec{n_1}, \vec{n_2})$.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về cách xác định góc giữa hai đường thẳng thông qua việc phân tích vectơ chỉ phương hoặc vectơ pháp tuyến để dẫn đến kết luận về vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 5

5 Tìm số đo của góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 trong các trường hợp sau:

a) Δ_1: $x + 3y - 7 = 0$ và Δ_2: $x - 2y + 3 = 0$;

b) Δ_1: $4x - 2y + 5 = 0$ và Δ_2: $\begin{cases} x = t \\ y = 13 + 2t; \end{cases}$

c) Δ_1: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ và Δ_2: $\begin{cases} x = -7 + 2t' \\ y = 1 - t'. \end{cases}$

Mục đích: HS thực hành sử dụng công thức tính góc giữa hai đường thẳng để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

HĐVD 5

5 Tìm số đo của góc giữa hai đường thẳng là đồ thị của hai hàm số $y = x$ và $y = 2x + 1$.

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tìm góc giữa hai đường thẳng là đồ thị của hai hàm số bậc nhất .

Hướng dẫn – đáp án: $(d_1, d_2) \approx 18{,}4^\circ$.

4. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

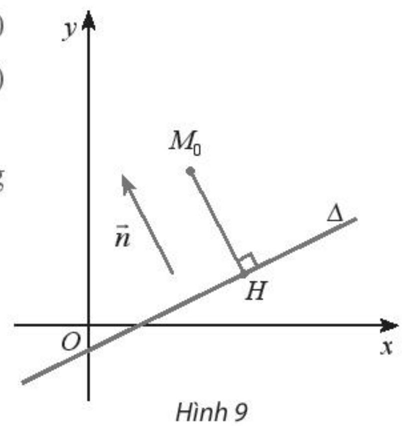
HĐKP 7

7 Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$ $(a^2 + b^2 > 0)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ và cho điểm $M_0(x_0, y_0)$ có hình chiếu vuông góc $H(x_H; y_H)$ trên Δ (Hình 9).

a) Chứng minh rằng hai vectơ $\vec{n}$ và $\overrightarrow{HM_0}$ cùng phương và tìm toạ độ của chúng.

b) Gọi p là tích vô hướng của hai vectơ $\vec{n}$ và $\overrightarrow{HM_0}$.
Chứng minh rằng $p = ax_0 + by_0 + c$.

c) Giải thích công thức $\left|\overrightarrow{HM_0}\right| = \dfrac{|p|}{|\vec{n}|}$.



Hình 9

Mục đích: Giúp HS khám phá công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng dựa trên tích vô hướng.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 6

6 Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có toạ độ các đỉnh là $A(1; 1)$, $B(5; 2)$, $C(4; 4)$. Tính độ dài các đường cao của tam giác ABC.

Mục đích: HS thực hành tìm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

HĐVD 6

6 Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1: $4x - 3y + 2 = 0$ và d_2: $4x - 3y + 12 = 0$.

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng song song.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc cho bài kiểm tra thường xuyên 15 phút.

Hướng dẫn – đáp án: Khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là 2.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 5 + t. \end{cases}$

Phương trình tổng quát của d là: $x - 2y + 11 = 0$.

b) Vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2)$ nên vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 3)$.

Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -2 + 3t. \end{cases}$

Phương trình tổng quát của d là: $3x - 2y - 16 = 0$.

c) Phương trình tổng quát của d là $y - 1 = -2(x - 1) \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0$.

Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t. \end{cases}$

d) Vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{QR} = (-3; 2)$ nên vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3)$.

Phương trình tổng quát của d là: $2(x - 3) + 3(y - 0) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 6 = 0$.

Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 2t. \end{cases}$

2. a) $\vec{u}_1 = \overrightarrow{BC} = (4; 2) \Rightarrow \vec{n}_1 = (2; -4)$.

Phương trình tổng quát của BC là: $2(x-1) - 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3 = 0$.

b) M là trung điểm của BC, ta có:

$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_B + x_C}{2} = 3 \\ y_M = \dfrac{y_B + y_C}{2} = 3. \end{cases}$$

$\vec{u}_2 = \overrightarrow{AM} = (1; -2) \Rightarrow \vec{n}_2 = (2; 1)$.

$A(2; 5) \in AM$ nên phương trình tổng quát của AM là: $2(x-2) + (y-5) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 9 = 0$.

c) AH là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow AH \perp BC$.

$\vec{n}_3 = \overrightarrow{BC} = (4; 2) = 2(2; 1)$.

$A(2; 5) \in AH$ nên phương trình tổng quát của AH là: $2(x-2) + (y-5) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 9 = 0$.

3. a) Δ song song với đường thẳng $3x + y + 9 = 0$ nên có vectơ pháp tuyến là $(3; 1)$.

Phương trình đường thẳng Δ là: $3(x-2) + (y-1) = 0$ hay $3x + y - 7 = 0$ hay Δ: $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t. \end{cases}$

b) Δ vuông góc với đường thẳng $2x - y - 2 = 0$ nên có vectơ pháp tuyến là $(1; 2)$.

Phương trình đường thẳng Δ là: $(x+1) + 2(y-4) = 0$ hay $x + 2y - 7 = 0$ hay Δ: $\begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = t. \end{cases}$

4. a) Xét hệ phương trình $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x + y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1. \end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất nên hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

b) d_1 có phương trình tổng quát: $5x - 2y + 1 = 0$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 2y + 1 = 0 \\ 5x - 2y + 9 = 0. \end{cases}$

Hệ phương trình này vô nghiệm nên hai đường thẳng d_1 và d_2 song song.

c) d_1 có phương trình tổng quát: $3x + y - 11 = 0$.

Vậy hai đường thẳng d_1 và d_2 trùng nhau.

5. Giao điểm của d với Ox: Cho $y = 0$ ta có $t = -\dfrac{5}{3}$, khi đó $x = 2 + \dfrac{5}{3} = \dfrac{11}{3}$.

Vậy d cắt Ox tại $M\left(\dfrac{11}{3}; 0\right)$.

Giao điểm của d với Oy: Cho $x = 0$ ta có $t = 2$, khi đó $y = 5 + 6 = 11$.

Vậy d cắt Oy tại $N(0; 11)$.

6.

a) $\cos(d_1, d_2) = \dfrac{|1 . 3 + (-2) . (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2} . \sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \dfrac{5}{5\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (d_1, d_2) = 45^\circ$.

b) d_1: $5x - y + 3 = 0$ và d_2: $x + 5y - 5 = 0$;

$\cos(d_1, d_2) = \dfrac{|5 . 1 + (-1) . 5|}{\sqrt{5^2 + (-1)^2} . \sqrt{1^2 + 5^2}} = 0 \Rightarrow (d_1, d_2) = 90^\circ$.

c) d_1: $2x - y + 1 = 0$ và d_2: $2x - y - 9 = 0$.

$d_1 \,//\, d_2 \Rightarrow (d_1, d_2) = 0^\circ$.

7. a) $d(M, \Delta) = \dfrac{|3 . 1 - 4 . 2 + 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \dfrac{7}{5}$;

b) $d(M, \Delta) = \dfrac{|1 . 4 + 1 . 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \dfrac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$;

c) $d(M, \Delta) = \dfrac{|0 . 0 + 4 . 5 + 19|}{\sqrt{0^2 + 4^2}} = \dfrac{39}{4}$;

d) $d(M, \Delta) = \dfrac{|3 . 0 + 4 . 0 - 25|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \dfrac{25}{5} = 5$.

8. Ta thấy Δ và Δ' là hai đường thẳng song song. Lấy điểm $M\left(0; \dfrac{5}{2}\right)$ trên Δ, ta có:

$$d(\Delta, \Delta') = d(M, \Delta') = \dfrac{\left|6 . 0 + 8 . \dfrac{5}{2} - 1\right|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \dfrac{19}{10}.$$

9. Khoảng cách ngắn nhất từ M đến S bằng:

$$d(M, \Delta) = \dfrac{|12 . 5 - 5 . 10 + 16|}{\sqrt{144 + 25}} = \dfrac{26}{13} = 2.$$

10. a) AB: $x - 2y + 3 = 0$; AC: $2x + 3y - 1 = 0$; BC: $9x - 4y - 57 = 0$.

b) $\cos(AB, AC) = \dfrac{|1 . 2 + (-2) . 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2} . \sqrt{2^2 + 3^2}} = \dfrac{4}{\sqrt{65}} \Rightarrow (AB, AC) \approx 60,3^\circ$.

c) $d(A, BC) = \dfrac{|9 . (-1) - 4 . 1 - 57|}{\sqrt{81 + 16}} = \dfrac{70}{\sqrt{97}} \approx 7,1$.

BÀI 3. ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Thiết lập được phương trình đường tròn khi biết toạ độ tâm và bán kính; biết toạ độ ba điểm mà đường tròn đi qua; xác định được tâm và bán kính đường tròn khi biết phương trình của đường tròn.

– Thiết lập được phương trình tiếp tuyến của đường tròn khi biết toạ độ của tiếp điểm.

– Vận dụng được kiến thức về phương trình đường tròn để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: bài toán về chuyển động tròn trong Vật lí, ...).

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Phương trình đường tròn được xem như một cách xác định đường tròn bằng phương pháp toạ độ.
2. Cần nhấn mạnh đến hai kĩ năng: Thiết lập được phương trình đường tròn khi biết toạ độ tâm và bán kính; biết xác định tâm và bán kính đường tròn khi biết phương trình của đường tròn.
3. Phương trình tiếp tuyến tại một điểm trên đường tròn được suy ra từ phương trình đường thẳng đi qua một điểm và có vectơ pháp tuyến đã được xác định.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Một nông trại tưới nước theo phương pháp vòi phun xoay vòng trung tâm. Cho biết tâm một vòi phun được đặt tại toạ độ (30; 40) và vòi có thể phun xa tối đa 50 m. Làm thế nào để viết phương trình biểu diễn tập hợp các điểm xa nhất mà vòi này có thể phun tới?

Mục đích: Hoạt động khởi động có mục đích kết nối sự chú ý của HS vào thực tiễn xác định đường tròn bằng phương pháp toạ độ thông qua công thức khoảng cách. Chuẩn bị hình thành khái niệm phương trình đường tròn.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm.

1. Phương trình đường tròn

HĐKP 1

1 Hãy nhắc lại công thức tính khoảng cách giữa hai điểm $I(a; b)$ và $M(x; y)$ trong mặt phẳng Oxy.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về liên hệ giữa phương trình đường tròn và công thức tính khoảng cách giữa hai điểm. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1, 2

1 Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) (C) có tâm $O(0; 0)$, bán kính $R = 4$; b) (C) có tâm $I(2; -2)$, bán kính $R = 8$;

c) (C) đi qua ba điểm $A(1; 4)$, $B(0; 1)$, $C(4; 3)$.

2 Phương trình nào trong các phương trình sau đây là phương trình đường tròn? Tìm toạ độ tâm và bán kính của đường tròn đó.

a) $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$; b) $(x + 5)^2 + (y + 1)^2 = 121$;

c) $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 5 = 0$; d) $2x^2 + 2y^2 + 6x + 8y - 2 = 0$.

Mục đích: HS thực hành viết phương trình đường tròn khi biết toạ độ tâm và bán kính; xác định được tâm và bán kính đường tròn khi biết phương trình của đường tròn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

HĐVD 1, 2

1 Theo dữ kiện đã cho trong hoạt động khởi động của bài học, viết phương trình đường tròn biểu diễn tập hợp các điểm xa nhất mà vòi nước có thể phun tới.

2 Một sân khấu đã được thiết lập một hệ trục toạ độ để đạo diễn có thể sắp đặt ánh sáng và xác định vị trí của các diễn viên. Cho biết một đèn chiếu đang rọi trên sân khấu một vùng sáng bên trong đường tròn (C) có phương trình $(x - 13)^2 + (y - 4)^2 = 16$.

a) Tìm toạ độ tâm và bán kính của đường tròn (C).

b) Cho biết toạ độ trên sân khấu của ba diễn viên A, B, C như sau: $A(11; 4)$, $B(8; 5)$, $C(15; 5)$. Diễn viên nào đang được đèn chiếu sáng?

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế mô tả bằng phương trình đường tròn các tập hợp điểm xa nhất mà vòi tưới có thể phun đến hoặc các điểm trên sân khấu được chiếu sáng bởi đèn.

Hướng dẫn – đáp án:

HĐVD 2: a) $I(13; 4)$, $r = 4$; b) A và C đang được đèn chiếu sáng.

2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

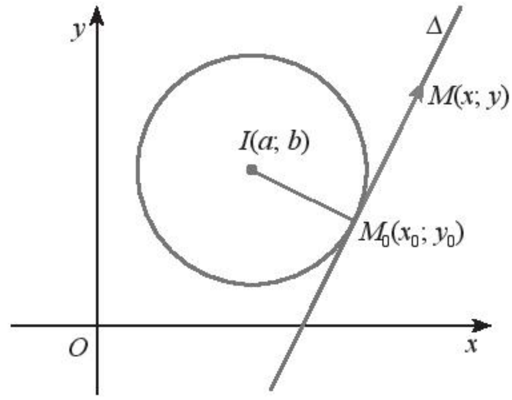
HĐKP 2

2 Cho điểm $M_0(x_0; y_0)$ nằm trên đường tròn (C) tâm $I(a; b)$ và cho điểm $M(x; y)$ tuỳ ý trong mặt phẳng Oxy. Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại M_0.

a) Viết toạ độ của hai vectơ $\overrightarrow{M_0M}$ và $\overrightarrow{M_0I}$.

b) Viết biểu thức toạ độ của tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{M_0M}$ và $\overrightarrow{M_0I}$.

c) Hệ thức $\overrightarrow{M_0M}.\overrightarrow{M_0I} = 0$ cho ta phương trình của đường thẳng nào?



Hình 2

Mục đích: Giúp HS khám phá cách viết phương trình tiếp tuyến bằng tích vô hướng.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 3

3 Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ tại điểm $A(4; 6)$.

Mục đích: HS thực hành viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn khi biết toạ độ tiếp điểm và phương trình đường tròn để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

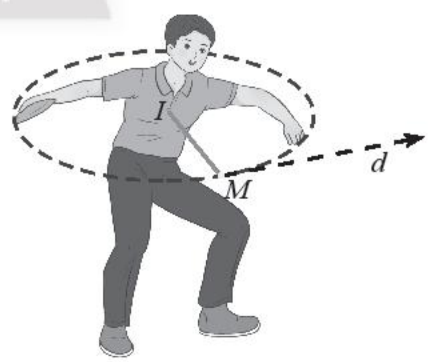
Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

HĐVD 3

3 Một vận động viên ném đĩa đã vung đĩa theo một đường tròn (C) có phương trình:

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{169}{144}.$$

Khi người đó vung đĩa đến vị trí điểm $M\left(\frac{17}{12}; 2\right)$ thì buông đĩa (Hình 4). Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm M.



Hình 4

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học để viết phương trình của tiếp tuyến với đường tròn trong thực tế của vận động viên ném đĩa.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án: $60x + 144y - 373 = 0$.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$ (1)

Phương trình (1) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Với $a = 3$, $b = 4$, $c = 21$, ta có: $a^2 + b^2 - c = 9 + 16 - 21 = 4 > 0$.

Vậy (1) là phương trình đường tròn tâm $I(3; 4)$ bán kính $R = 2$.

b) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$ (2)

Phương trình (2) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Với $a = 1$, $b = -2$, $c = 2$, ta có: $a^2 + b^2 - c = 1 + 4 - 2 = 3 > 0$.

Vậy (2) là phương trình đường tròn tâm $I(1; -2)$ bán kính $R = \sqrt{3}$.

c) $x^2 + y^2 - 3x + 2y + 7 = 0$ (3)

Phương trình (3) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Với $a = \frac{3}{2}$, $b = -1$, $c = 7$, ta có: $a^2 + b^2 - c = \frac{9}{4} + 1 - 7 = -\frac{15}{4} < 0$.

Vậy (3) không phải là phương trình đường tròn.

d) $2x^2 + 2y^2 + x + y - 1 = 0$ (4)

Chia hai vế của phương trình (4) cho 2 ta có: $x^2 + y^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2} = 0$.

Vậy phương trình (4) đã được đưa về dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Với $a = -\frac{1}{4}$, $b = -\frac{1}{4}$, $c = -\frac{1}{2}$, ta có: $a^2 + b^2 - c = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{2} = \frac{10}{16} > 0$.

Vậy (4) là phương trình đường tròn tâm $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{4}\right)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{10}}{4}$.

2. a) (C) có tâm $I(1; 5)$ và có bán kính $r = 4$ nên có phương trình:

$$(x - 1)^2 + (y - 5)^2 = 16.$$

b) (C) có tâm $I(6; 1)$ là trung điểm của MN và có bán kính $R = IM = \sqrt{13}$ nên có phương trình:

$$(x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 13.$$

c) (C) có tâm $I(2; 1)$ và có bán kính $R = d(I, d) = \frac{|5 \,.\, 2 - 12 \,.\, 1 + 11|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{9}{13}$ nên có phương trình:

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = \frac{81}{169}.$$

d) (C) có tâm $A(1; -2)$ và có bán kính $R = AB = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$ nên có phương trình:

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 18.$$

3. a) Phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 13 = 0$.

b) Phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$.

4. Gọi đường tròn là (C) có tâm $I(a; b)$ và bán kính R.

(C) tiếp xúc với Ox; Oy và đi qua điểm $A(4; 2)$ nên $a > 0$, $b > 0$ và $R = a = b$.

$A \in (C)$ nên $IA = R$. Từ đó ta có $IA^2 = R^2$, suy ra $(4 - a)^2 + (2 - a)^2 = a^2$.

Do đó $a^2 - 12a + 20 = 0$ hay $a = 2$; $a = 10$.

Vậy phương trình đường tròn là $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ hoặc $(x - 10)^2 + (y - 10)^2 = 100$.

5. a) Toạ độ điểm $M(4; 6)$ thoả mãn phương trình đường tròn (C): $4^2 + 6^2 - 8 - 24 - 20 = 0$ suy ra điểm $M(4; 6)$ thuộc đường tròn (C).

b) (C) có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 5$ nên phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(4; 6)$:

$$(1 - 4)(x - 4) + (2 - 6)(y - 6) = 0 \text{ hay } 3x + 4y - 36 = 0.$$

c) Phương trình tiếp tuyến d của (C) song song với đường thẳng $4x + 3y + 2022 = 0$ có dạng

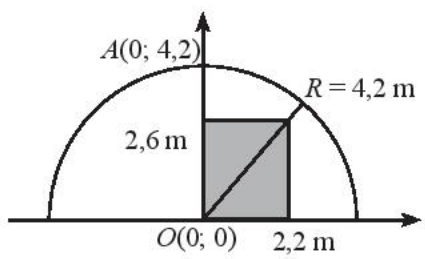
$$4x + 3y + c = 0$$

Ta có: $d(I; d) = R \Rightarrow \dfrac{|4 \,.\, 1 + 3 \,.\, 2 + c|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 5 \Rightarrow |10 + c| = 25$.

Suy ra $c = 15$ hay $c = -35$.

Vậy d có phương trình $4x + 3y + 15 = 0$ hay $4x + 3y - 35 = 0$.

6. a) Chọn hệ toạ độ sao cho tâm của hình bán nguyệt có toạ độ $(0; 0)$ và đỉnh của cổng có toạ độ $A(0; 4{,}2)$. Ta có phương trình mô phỏng của cổng là: $x^2 + y^2 = 4{,}2^2$ $(y > 0)$.



b) Ta có: $\sqrt{2{,}2^2 + 2{,}6^2} \approx 3{,}4$ m $< R = 4{,}2$ m.

Vậy nếu đi đúng làn đường quy định, xe tải có thể đi qua mà không làm hư hỏng cổng.

BÀI 4. BA ĐƯỜNG CONIC TRONG MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ

I. MỤC TIÊU

1.Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được ba đường conic bằng hình học.

– Nhận biết được phương trình chính tắc của ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với ba đường conic (ví dụ: giải thích một số hiện tượng trong Quang học,...).

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

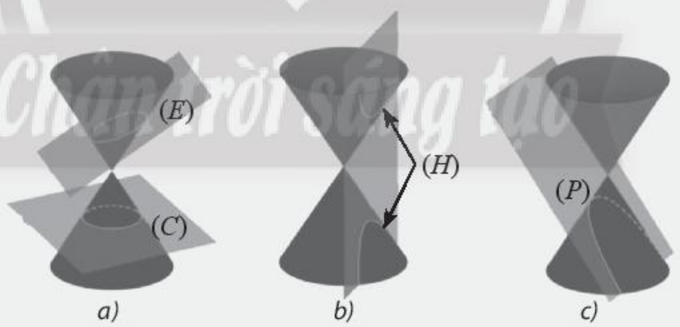
1. Ba đường conic được nhận biết bằng hình học và phương trình chính tắc.

2. Phương trình chính tắc của elip và hypebol được công nhận.

3. Cần tổ chức các hoạt động thực tiễn gắn với ba đường conic một cách hiệu quả và phong phú.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ



Nếu cắt mặt nón tròn xoay bởi mặt phẳng vuông góc với trục và không đi qua đỉnh của mặt nón thì ta thu được một đường tròn (*C*). Nếu thay đổi vị trí của mặt phẳng, ta sẽ có thêm các loại "đường" khác như hình trên, các đường đó gọi là các đường conic. Chúng ta sẽ cùng tìm hiểu về đặc điểm của các "đường" này và cách viết phương trình của chúng trong mặt phẳng toạ độ.

Mục đích: Hoạt động khởi động có mục đích kết nối khái niệm ba đường conic và thiết diện mặt nón.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức thảo luận nhóm. GV có thể dùng một đèn pin chiếu lên tường với các góc nghiêng khác nhau để tăng hiệu quả.

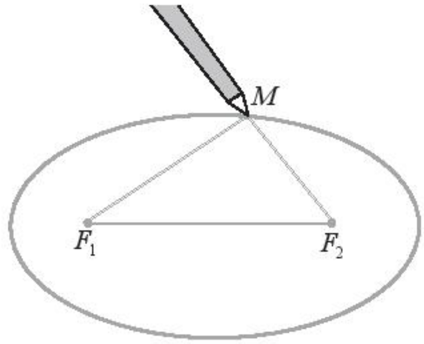
1. Elip

HĐKP 1

1 Lấy một tấm bìa, ghim hai cái đinh lên đó tại hai điểm F_1 và F_2. Lấy một vòng dây kín không đàn hồi có độ dài lớn hơn hai lần đoạn F_1F_2. Quàng vòng dây đó qua hai chiếc đinh và kéo căng tại một điểm M nào đó. Tựa đầu bút chì vào trong vòng dây tại điểm M rồi di chuyển sao cho dây luôn luôn căng. Đầu bút chì vạch lên tấm bìa một đường mà ta gọi là đường elip.

Cho biết $2c$ là khoảng cách F_1F_2 và $2a + 2c$ là độ dài của vòng dây.

Tính tổng hai khoảng cách F_1M và F_2M.



Hình 1

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về cách vẽ một elip để đưa đến định nghĩa của elip. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐKP 2

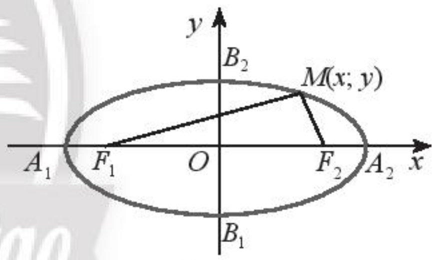
2 Cho elip (E) có các tiêu điểm F_1 và F_2 và đặt $F_1F_2 = 2c$. Chọn hệ trục toạ độ Oxy sao cho $F_1(-c; 0)$ và $F_2(c; 0)$.

Xét điểm $M(x; y)$.

a) Tính F_1M và F_2M theo x, y và c.

b) Giải thích phát biểu sau:

$M(x; y) \in (E) \Leftrightarrow \sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$.



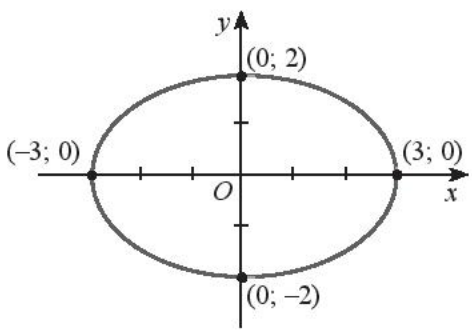
Hình 2

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về cách viết phương trình chính tắc của một elip.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1

1 Viết phương trình chính tắc của elip trong Hình 4.



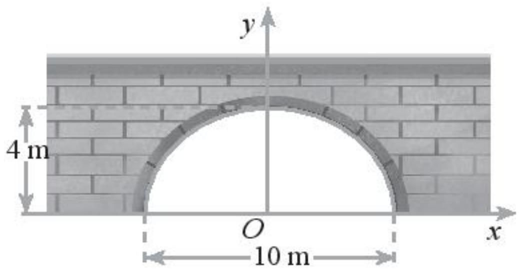
Hình 4

Mục đích: HS thực hành viết phương trình elip khi biết độ dài các trục để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD 1

1 Một đường hầm có mặt cắt hình nửa elip cao 4 m, rộng 10 m (Hình 5). Viết phương trình chính tắc của elip đó.



Hình 5

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế, áp dụng kiến thức liên môn vận dụng tổng hợp các kĩ năng thông qua việc dùng phương trình elip để biểu diễn một đường hầm có dạng elip.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: Phương trình chính tắc của elip: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

2. Hypebol

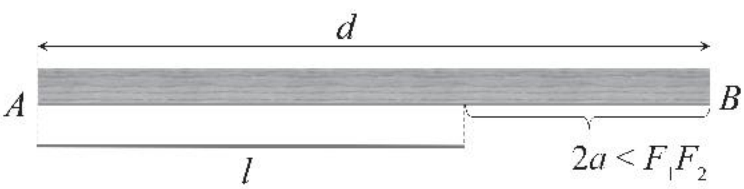
HĐKP 3

3 Lấy một tấm bìa, trên đó đánh dấu hai điểm F_1 và F_2. Lấy một cây thước thẳng với mép thước AB có chiều dài d và một đoạn dây không đàn hồi có chiều dài l sao cho $d - l = 2a$ nhỏ hơn khoảng cách F_1F_2 (Hình 6a).

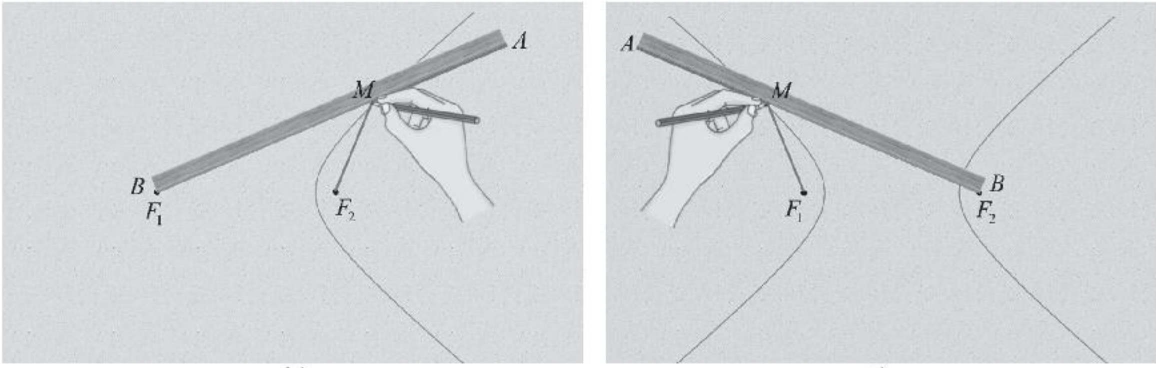
Đính một đầu dây vào đầu A của thước, dùng đinh ghim đầu dây còn lại vào điểm F_2. Đặt thước sao cho đầu B của thước trùng với điểm F_1 và đoạn thẳng BA có thể quay quanh F_1. Tựa đầu bút chì M vào đoạn dây, di chuyển M trên tấm bìa và giữ sao cho dây luôn căng, đoạn AM ép sát vào thước, khi đó M sẽ vạch ra trên tấm bìa một đường (H) (xem Hình 6b).

a) Chứng tỏ rằng khi M di động, ta luôn có $MF_1 - MF_2 = 2a$.

b) Vẫn đính một đầu dây vào đầu A của thước nhưng đổi chỗ cố định đầu dây còn lại vào F_1, đầu B của thước trùng với F_2 sao cho đoạn thẳng BA có thể quay quanh F_2 và làm tương tự như lần đầu để đầu bút chì M vẽ được một nhánh khác của đường (H) (Hình 6c). Tính $MF_2 - MF_1$.



a)



b) c)

Hình 6

Mục đích: Giúp HS làm quen với đường hypebol thông qua cách vẽ bằng một dụng cụ stem đơn giản. GV có thể hướng dẫn để HS tự chế tạo theo nhóm. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐKP 4

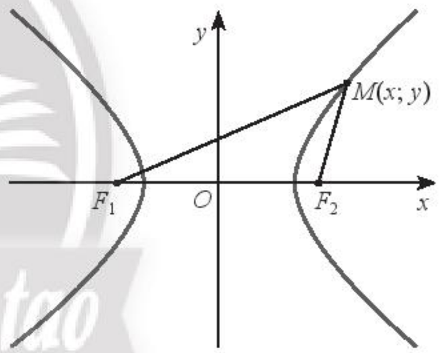
4 Cho hypebol (H) có các tiêu điểm F_1 và F_2 và đặt $F_1F_2 = 2c$. Điểm M thuộc hypebol (H) khi và chỉ khi $|F_1M - F_2M| = 2a$. Chọn hệ trục toạ độ Oxy sao cho $F_1 = (-c; 0)$ và $F_2 = (c; 0)$.

Xét điểm $M(x; y)$.

a) Tính F_1M và F_2M theo x, y và c.

b) Giải thích phát biểu sau:

$$M(x; y) \in (H) \Leftrightarrow \left|\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right| = 2a.$$



Hình 7

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về cách viết phương trình chính tắc của một hypebol.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

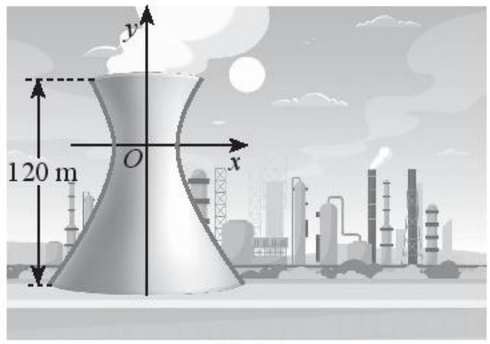
2 Viết phương trình chính tắc của hypebol có tiêu cự bằng 10 và độ dài trục ảo bằng 6.

Mục đích: HS thực hành viết phương trình hypebol để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

HĐVD 2

2 Một tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là một hypebol có phương trình $\frac{x^2}{27^2}-\frac{y^2}{40^2}=1$ (Hình 9). Cho biết chiều cao của tháp là 120 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng một nửa khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính đường tròn nóc và bán kính đường tròn đáy của tháp.



Hình 9

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế, áp dụng kiến thức liên môn, vận dụng tổng hợp các kĩ năng thông qua việc sử dụng phương trình hypebol để tính bán kính đáy và nóc của một công trình xây dựng có mặt cắt hình hypebol.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc có thể làm đề bài kiểm tra, đánh giá thường xuyên.

Hướng dẫn – đáp án: Bán kính đường tròn nóc $r_1 \approx 38$ m; bán kính đường tròn đáy $r_2 \approx 60$ m.

3. Parabol

HĐKP 5

5 Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $F\left(0;\frac{1}{2}\right)$, đường thẳng Δ: $y+\frac{1}{2}=0$ và điểm $M(x;y)$.

Để tìm hệ thức giữa x và y sao cho M cách đều F và Δ, một học sinh đã làm như sau:

• Tính MF và MH (với H là hình chiếu của M lên Δ):

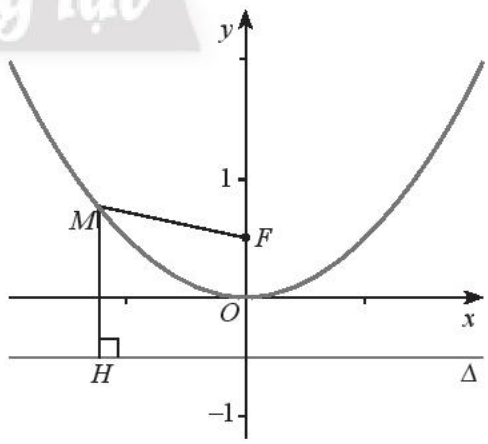
$$MF=\sqrt{x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2},\ MH=d(M,\Delta)=\left|y+\frac{1}{2}\right|.$$

• Điều kiện để M cách đều F và Δ:

$$MF=d(M,\Delta)\Leftrightarrow\sqrt{x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2}=\left|y+\frac{1}{2}\right|.$$

$$\Leftrightarrow x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\left(y+\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2=2y\Leftrightarrow y=\frac{1}{2}x^2.\quad (*)$$



Hình 10

Hãy cho biết tên đồ thị (P) của hàm số (*) vừa tìm được.

Mục đích: Giúp HS nhận biết tính chất hình học của đồ thị parabol đã học:

$$P=\{M(x;y)\mid d(M;\Delta)=MF\}$$

Hoạt động này đưa đến việc xây dựng phương trình chính tắc của parabol.

HĐKP 6

6 Cho parabol (*P*) có tiêu điểm *F* và đường chuẩn Δ. Gọi khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là *p*, hiển nhiên $p > 0$.

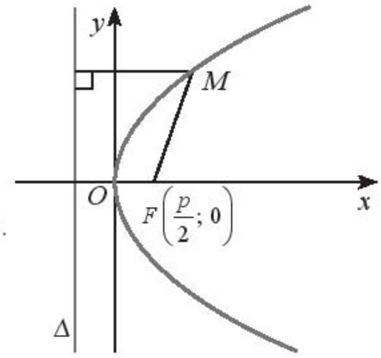
Chọn hệ trục toạ độ *Oxy* sao cho $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ và $\Delta: x + \frac{p}{2} = 0$.

Xét điểm $M(x; y)$.

a) Tính *MF* và $d(M, \Delta)$.

b) Giải thích phát biểu sau:

$$M(x; y) \in (P) \Leftrightarrow \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = \left|x + \frac{p}{2}\right|.$$



Hình 11

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về cách viết phương trình chính tắc của một parabol.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 3

3 Viết phương trình chính tắc của parabol (*P*) có đường chuẩn $\Delta: x + 1 = 0$.

Mục đích: HS thực hành viết phương trình chính tắc của parabol để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

HĐVD 3

3 Một cổng chào có hình parabol cao 10 m và bề rộng của cổng tại chân cổng là 5 m. Tính bề rộng của cổng tại chỗ cách đỉnh 2 m.

Mục đích: HS cơ hội vận dụng kiến thức vừa học vào thực tế, áp dụng kiến thức liên môn vận dụng tổng hợp các kĩ năng thông qua việc sử dụng phương trình parabol để tính bề rộng của một cổng chào có hình parabol .

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc có thể cho báo cáo thuyết trình với phần mềm Geogebra để lấy điểm đánh giá hoạt động trải nghiệm.

Hướng dẫn – đáp án: khoảng 2,24 m.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) (*E*): $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$;

b) (*H*): $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$;

c) (*P*): $y^2 = 2x$.

2. a) (C_1): $4x^2 + 16y^2 = 1$ suy ra $\dfrac{x^2}{\dfrac{1}{4}} + \dfrac{y^2}{\dfrac{1}{16}} = 1$.

$c^2 = a^2 - b^2 = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{16} = \dfrac{3}{16} \Rightarrow c = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

(C_1) là elip có hai tiêu điểm là: $F_1\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{4}; 0\right)$ và $F_2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}; 0\right)$.

b) (C_2): $16x^2 - 4y^2 = 144$ suy ra $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{36} = 1$.

$c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 36 = 45 \Rightarrow c = 3\sqrt{5}$.

(C_2) là hypebol có hai tiêu điểm là: $F_1(-3\sqrt{5}\,; 0)$ và $F_2(3\sqrt{5}\,; 0)$.

c) (C_3): $x = \dfrac{1}{8}y^2$ suy ra $y^2 = 8x$ nên $p = 4$.

(C_3) là parabol có tiêu điểm $F(2; 0)$.

3. Ta có $a = 40$; $b = 20$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 40^2 - 20^2 = 1\,200 \Rightarrow c = 20\sqrt{3}$.

Vậy phải ghim hai cái đinh cách các mép tấm ván ép là $a - c = 40 - 20\sqrt{3}$ (cm) và lấy vòng dây có độ dài là $2a + 2c = 80 + 40\sqrt{3}$ (cm).

4. a) $a = 10$; $b = 8$. Phương trình của elip là: $\dfrac{x^2}{100} + \dfrac{y^2}{64} = 1$.

b) Thay toạ độ điểm $M(5; y)$ vào phương trình elip, ta tính được: $y = 4\sqrt{3} \approx 6{,}9$ (m).

5. Gọi r và R lần lượt là bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.

Ta tính được khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng 60 m và khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy bằng 90 m.

Thay toạ độ hai điểm $M(R; -90)$ và $N(r; 60)$ vào phương trình hypebol, ta tính được:

$R = 28\sqrt{1 + \dfrac{90^2}{42^2}} \approx 66$ (m); $r = 28\sqrt{1 + \dfrac{60^2}{42^2}} \approx 49$ (m).

6. Ta chọn hệ toạ độ sao cho parabol có phương trình: $y^2 = 2px$. (1)

Thay toạ độ điểm $M(24; 50)$ vào phương trình (1) ta tính được $p = \dfrac{625}{12}$.

Thay toạ độ điểm $N(x; 18)$ vào phương trình $y^2 = \dfrac{625}{6}x$ ta tính được $x \approx 3{,}11$ (m).

Vậy chiều dài của thanh cách điểm giữa cầu 18 m là 9,11 m.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IX

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;3)$; $\overrightarrow{DC}=(-1;3)$; $\overrightarrow{AD}=(3;1)$

nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=0$; $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AD}\right|$.

Suy ra $ABCD$ là một hình vuông.

b) Tâm I là trung điểm AC, ta có $I(3;3)$

2. Đặt $a=EA$; $b=EB$; $c=EC$; $d=ED$. Ta có: $a.b=c.d$.

Ta chọn hệ trục toạ độ sao cho $E(0;0)$, $A(-a;0)$, $B(b;0)$, $C(0;c)$, $D(0;-d)$, $F(-a;c)$.

Ta có: $\overrightarrow{EF}=(-a;c)$; $\overrightarrow{DB}=(b;d)$ nên $\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{DB}=-ab+cd=0$.

Suy ra EF vuông góc với DB.

3. a) d_1 cắt d_2 tại $M(-3;-1)$; $(d_1,d_2)=90^\circ$; b) d_1 cắt d_2 tại $M\left(-\dfrac{1}{5};\dfrac{3}{5}\right)$; $(d_1,d_2)=45^\circ$;

c) d_1 cắt d_2 tại $M\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{7}{2}\right)$; $(d_1,d_2)=90^\circ$.

4. $R=d(M,d)=\dfrac{|14.(-2)-5.3+60|}{\sqrt{14^2+5^2}}=\dfrac{17}{\sqrt{221}}=\dfrac{\sqrt{221}}{13}$.

5. $d(\Delta,\Delta')=4{,}1$.

6. a) $I(2;7)$; $R=8$; b) $I(-3;-2)$; $R=2\sqrt{2}$; c) $I(2;3)$; $R=5$.

7. a) $(x+2)^2+(y-4)^2=81$;

b) $(x-1)^2+(y-2)^2=18$;

c) Gọi $I(a;b)$ là tâm của đường tròn.

Ta có: $\begin{cases} I(a;b)\in d \\ IA=IB\ (=R) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+b-16=0 \\ IA^2=IB^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+b-16=0 \\ (4-a)^2+(1-b)^2=(6-a)^2+(5-b)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a+b=16 \\ 4a+8b=44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4. \end{cases}$

Tâm $I(3;4)$; Bán kính $R=\sqrt{(4-3)^2+(1-4)^2}=\sqrt{10}$.

Phương trình đường tròn là $(x-3)^2+(y-4)^2=10$.

d) (C) có tâm $I\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2}\right)$ và có bán kính $R=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$.

Vậy phương trình của (C) là: $\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{b}{2}\right)^2=\dfrac{a^2+b^2}{4}$ hay $x^2+y^2-ax-by=0$.

8. $(11-5)(x-11)+(11-3)(y-3)=0$ hay $3x+4y-77=0$.

9. a) (E): $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ có $a=10$, $b=6$ và $c=\sqrt{a^2-b^2}=8$.

Các tiêu điểm $F_1(-8;0)$, $F_2(8;0)$.

Các đỉnh $A_1(-10;0)$, $A_2(10;0)$, $B_1(0;-6)$, $B_2(0;6)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2=20$; độ dài trục nhỏ $B_1B_2=12$.

b) (E): $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ có $a=5$, $b=4$ và $c=\sqrt{a^2-b^2}=3$.

Các tiêu điểm $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.

Các đỉnh $A_1(-5;0)$, $A_2(5;0)$, $B_1(0;-4)$, $B_2(0;4)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2=10$; độ dài trục nhỏ $B_1B_2=8$.

c) $x^2+16y^2=16$ suy ra (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{1}=1$ có $a=4$, $b=1$ và $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{15}$.

Các tiêu điểm $F_1(-\sqrt{15};0)$, $F_2(\sqrt{15};0)$.

Các đỉnh $A_1(-4;0)$, $A_2(4;0)$, $B_1(0;-1)$, $B_2(0;1)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2=8$; độ dài trục nhỏ $B_1B_2=2$.

10. a) Các đỉnh: $(5;0)$, $(0;4)$ suy ra $a=5$, $b=4$.

Phương trình của elip là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

b) Đỉnh $(5;0)$, tiêu điểm $(3;0)$ suy ra $a=5$, $c=3$ và $b=\sqrt{a^2-c^2}=4$.

Phương trình của elip là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

c) Độ dài trục lớn là 16, độ dài trục nhỏ là 12 suy ra

$2a=16$ nên $a=8$; $2b=12$ nên $b=6$.

Phương trình của elip là $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$.

d) Độ dài trục lớn là 20, tiêu cự là 12 suy ra

$2a=20$ nên $a=10$; $2c=12$ nên $c=6$; $b=\sqrt{a^2-c^2}=8$.

Phương trình của elip là $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$.

11. a) (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ có $a=4$, $b=3$ và $c=\sqrt{a^2+b^2}=5$.

Các tiêu điểm $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$.

Các đỉnh $A_1(-4;0)$, $A_2(4;0)$.

Độ dài trục thực $2a=8$; độ dài trục ảo $2b=6$.

b) (H): $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$ có $a=8$, $b=6$ và $c=\sqrt{a^2+b^2}=10$.

Các tiêu điểm $F_1(-10; 0)$, $F_2(10; 0)$.

Các đỉnh $A_1(-8; 0)$, $A_2(8; 0)$.

Độ dài trục thực $2a = 16$; độ dài trục ảo $2b = 12$.

c) $x^2 - 16y^2 = 16$ suy ra (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{1}=1$ có $a=4$, $b=1$ và $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{17}$.

Các tiêu điểm $F_1(-\sqrt{17}; 0)$, $F_2(\sqrt{17}; 0)$.

Các đỉnh $A_1(-4; 0)$, $A_2(4; 0)$.

Độ dài trục thực $2a = 8$; độ dài trục ảo $2b = 2$.

d) $9x^2 - 16y^2 = 144$ suy ra (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ có $a=4$, $b=3$ và $c=\sqrt{a^2+b^2}=5$.

Các tiêu điểm $F_1(-5; 0)$, $F_2(5; 0)$.

Các đỉnh $A_1(-4; 0)$, $A_2(4; 0)$.

Độ dài trục thực $2a = 8$; độ dài trục ảo $2b = 6$.

12. a) Đỉnh $(3; 0)$, tiêu điểm $(5; 0)$ suy ra $a = 3$, $c = 5$ và $b=\sqrt{c^2-a^2}=4$.

Phương trình của hypebol là $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$.

b) Độ dài trục thực là 8, độ dài trục ảo là 6 suy ra

$2a = 8$ nên $a = 4$;

$2b = 6$ nên $b = 3$.

Phương trình của hypebol là $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$.

13. a) (P): $y^2 = 12x$ suy ra $2p = 12$ hay $p = 6$.

Tiêu điểm $F(3; 0)$.

Phương trình đường chuẩn: $x + 3 = 0$.

b) (P): $y^2 = x$ suy ra $2p = 1$ hay $p=\frac{1}{2}$.

Tiêu điểm $F\left(\frac{1}{4}; 0\right)$.

Phương trình đường chuẩn: $x+\frac{1}{4}=0$.

14. a) $\frac{p}{2}=4$ suy ra $p = 8$. Phương trình của parabol là $y^2 = 16x$.

b) $\frac{p}{2}=\frac{1}{6}$ suy ra $p=\frac{1}{3}$. Phương trình của parabol là $y_2=\frac{2}{3}x$.

c) (P): $y^2=2px$.

$(1; 4)\in(P)$ suy ra $4^2=2p\,.\,1$ hay $p=8$. Phương trình của parabol là: $y^2=16x$.

d) $\frac{p}{2}=4$ suy ra $p=8$. Phương trình của parabol là: $y^2=16x$.

15. Phương trình chính tắc của parabol có dạng $y^2=2px$.

Ta có: $\frac{p}{2}=5$ hay $p=10$. Phương trình của parabol là: $y^2=20x$.

Ta có: $y^2=20\,.\,45=900$ suy ra $y=30$. Vậy $AB=60$ cm.

16. a) Phương trình chính tắc của (P) có dạng: $y^2=2px$.

Thay điểm $M(1; 3)$ vào (P), ta có: $p=\frac{y^2}{2x}=\frac{9}{2}$.

Vậy (P) có phương trình: $y^2=9x$.

b) Khoảng cách từ tâm đường ống đến đỉnh của (P): $OF=\frac{p}{2}=\frac{9}{4}=2,25$ (m).

17. Phương trình chính tắc của (P) có dạng: $y^2=2px$.

Ta có hai điểm $A(h; 96)$ và $B(h-2; 95,5)$ nằm trên parabol nên thay toạ độ của A và B vào phương trình (P) ta được:

$96^2=2ph$ và $95,5^2=2p(h-2)$

$$\Rightarrow 2p=\frac{96^2}{h}=\frac{95,5^2}{h-2}=\frac{96^2-95,5^2}{2}\Rightarrow h=\frac{2\,.\,96^2}{96^2-95,5^2}\approx 192,5 \text{ (m)}.$$

Vậy chiều cao của cổng 192,5 m.

18. a) Phương trình chính tắc của (P) có dạng: $y^2=2px$.

Thay điểm $M(0,03; 8)$ vào (P) ta có: $p=\frac{y^2}{2x}=\frac{8^2}{2\,.\,0,03}\approx 1067$.

Vậy (P) có phương trình: $y^2=2\,134x$.

b) Điểm có độ võng 1 cm có hoành độ 2 cm hay $x=0,02$ m cách tâm ván gỗ

$$|y|=\sqrt{2134\,.\,0,02}\approx 6,5 \text{ (m)}.$$

Vậy điểm này cách tâm ván gỗ khoảng 6,5 m.

Phần THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

Chương X

XÁC SUẤT

A. MỤC TIÊU

Chương này tiếp tục phát triển các khái niệm cơ bản của xác suất cổ điển mà HS đã được làm quen ở cấp Trung học cơ sở, gồm có phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, biến cố, định nghĩa cổ điển của xác suất. Sử dụng các quy tắc đếm đã học ở Chương VIII. Đại số tổ hợp (sách Toán 10, tập hai, bộ sách Chân trời sáng tạo), HS tính xác suất của biến cố liên quan đến phép thử ngẫu nhiên có hữu hạn kết quả đồng khả năng.

1. Năng lực toán học

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

Khái niệm về xác suất

– Nhận biết được một số khái niệm về xác suất cổ điển: phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, biến cố (biến cố là tập con của không gian mẫu), biến cố đối, định nghĩa cổ điển của xác suất, nguyên lí xác suất bé.

– Mô tả được không gian mẫu, biến cố trong một số thí nghiệm đơn giản (ví dụ: tung đồng xu hai lần, tung đồng xu ba lần, tung xúc xắc hai lần).

Các quy tắc tính xác suất

– Tính được xác suất của biến cố trong một số bài toán đơn giản bằng phương pháp tổ hợp (trường hợp xác suất phân bố đều).

– Tính được xác suất trong một số thí nghiệm lặp bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây (ví dụ: tung xúc xắc hai lần, tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần tung bằng 7).

– Mô tả được các tính chất cơ bản của xác suất.

– Tính được xác suất của biến cố đối.

2. Năng lực chung

– *Năng lực tư duy và lập luận toán học:* Thực hiện được các thao tác tư duy như so sánh, phân tích, xác định kết quả thuận lợi, biến cố đối, tính xác suất của biến cố ngẫu nhiên. Qua đó, HS phát triển khả năng thực hiện các lập luận logic có căn cứ và rõ ràng.

– *Năng lực mô hình hoá toán học:* Sử dụng sơ đồ hình cây để mô tả kết quả của phép thử và tính xác suất của biến cố.

– *Năng lực giải quyết vấn đề toán học:* Xác định được tình huống có thể vận dụng công thức xác suất cổ điển, tình huống áp dụng biến cố đối để giải quyết ngắn gọn bài toán.

– *Năng lực giao tiếp toán học:* HS sử dụng các khái niệm, thuật ngữ (biến cố, không gian mẫu, không thể, có thể, chắc chắn, xác suất, khả năng), sơ đồ hình cây, biểu đồ Ven, kí hiệu

Ω, P, $\varnothing$, … để biểu đạt, tiếp nhận (viết và nói) các ý tưởng, thông tin (trong học tập cũng như trong đời thường) một cách rõ ràng, súc tích và chính xác. Sử dụng xác suất để mô tả khả năng xảy ra của một sự kiện. Sử dụng Nguyên lí xác suất bé để giải thích các hiện tượng ngẫu nhiên hiếm gặp trong thực tế.

– *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán:* Sử dụng xúc xắc, đồng xu, bàn xoay, … để tiến hành phép thử ngẫu nhiên. Sử dụng máy tính cầm tay để tính toán các công thức tổ hợp và xác suất.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– HS thể hiện sự chăm chỉ khi liệt kê các phần tử của không gian mẫu, vẽ các sơ đồ hình cây phức tạp; trung thực, trách nhiệm khi làm việc nhóm, đánh giá bài làm của mình và của bạn.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

BÀI 1. KHÔNG GIAN MẪU VÀ BIẾN CỐ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được một số khái niệm về xác suất cổ điển: phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, biến cố (biến cố là tập con của không gian mẫu), kết quả thuận lợi.

– Mô tả được không gian mẫu, biến cố trong một số thí nghiệm đơn giản (ví dụ: tung đồng xu hai lần, tung đồng xu ba lần, tung xúc xắc hai lần).

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. HS đã được học các khái niệm phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu và biến cố trong một số thí nghiệm đơn giản như gieo đồng xu, tung xúc xắc hay lấy vật từ trong hộp. Trong bài này HS tiếp tục được củng cố việc xác định không gian mẫu và các biến cố liên quan đến các thí nghiệm có lặp lại.

Nói chung, phép thử là một hoạt động mà ta có thể thực hiện lặp lại nhiều lần. Phép thử ngẫu nhiên là phép thử có ít nhất hai kết quả khác nhau xảy ra và ta không thể đoán trước được kết quả nào xảy ra.

2. Trong thí nghiệm tung một đồng xu hai lần, ta kí hiệu (S; N) cho kết quả lần tung thứ nhất được mặt sấp, lần tung thứ hai được mặt ngửa.

Khi gieo đồng thời hai đồng xu có kích thước và khối lượng giống nhau ta quy ước một đồng là đồng thứ nhất, một đồng là đồng thứ hai và kí hiệu (S; N) cho kết quả đồng thứ nhất xuất hiện mặt sấp, đồng thứ hai xuất hiện mặt ngửa.

Để cho gọn, ta cũng kí hiệu kết quả (S; N) là SN; (S; S) là SS; …

3. Trong thí nghiệm lấy hai vật trở lên từ trong hộp, HS cần hiểu và phân biệt được các khái niệm lấy đồng thời, lấy lần lượt, lấy có hoàn lại và lấy không hoàn lại. Đồng thời HS cần biết cách kí hiệu kết quả của phép thử.

– Xét phép thử lấy ra đồng thời hai quả bóng từ hộp có ba quả bóng được đánh số 1, 2, 3. Do ta không quan tâm đến thứ tự mà chỉ quan tâm đến *tập hợp* các quả bóng được lấy ra nên ta sẽ sử dụng tập hợp $\{1; 2\}$ để kí hiệu cho kết quả lấy được bóng số 1 và số 2.

Không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{\{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\}\}.$$

– Xét phép thử lấy ra *lần lượt, không hoàn lại* hai quả bóng từ hộp trên. Khi đó kết quả lấy ra được quả bóng số 1 ở lần thứ nhất, số 2 ở lần thứ hai thì khác với kết quả lấy ra được quả bóng số 2 ở lần thứ nhất, số 1 ở lần thứ hai (mặc dù cuối cùng đều lấy được bóng số 1 và 2 sau hai lần). Vì vậy ta sẽ sử dụng cặp sắp thứ tự $(1; 2)$ để kí hiệu cho kết quả lần thứ nhất lấy được quả bóng số 1, lần thứ hai lấy được quả bóng số 2.

Không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(1; 2); (2; 1); (1; 3); (3; 1); (2; 3); (3; 2)\}.$$

– Xét phép thử lấy ra *lần lượt, có hoàn lại* hai bóng từ hộp trên. "Có hoàn lại" nghĩa là quả bóng lấy ra lần thứ nhất được hoàn trả lại hộp trước khi lấy quả bóng lần thứ hai. Như vậy, khác với phép thử trên, trong phép thử này bóng lấy ra lần thứ nhất và thứ hai có thể có cùng số.

Không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (1; 2); (2; 1); (1; 3); (3; 1); (2; 3); (3; 2)\}.$$

4. Trong định nghĩa xác suất hiện đại, không gian xác suất là một bộ ba $(\Omega; \mathcal{F}; P)$trong đó Ω là không gian mẫu, $\mathcal{F}$ là tập hợp các biến cố và P là xác suất của mỗi biến cố. Tập hợp các biến cố $\mathcal{F}$ là một họ các tập con của Ω thoả mãn:

i) $\Omega, \varnothing \in \mathcal{F}$;

ii) Nếu $A \in \mathcal{F}$ thì $\Omega \setminus A \in \mathcal{F}$;

iii) Nếu $A_1, A_2, \ldots \in \mathcal{F}$ thì $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$.

Trong định nghĩa xác suất cổ điển, ta xét không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và $\mathcal{F}$ là tập hợp tất cả các tập con của Ω, tức là mọi tập con của Ω đều được gọi là một biến cố. Dễ thấy họ các tập $\mathcal{F}$ như vậy thoả mãn ba tính chất nói trên.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Ta thường gặp những hoạt động mà không thể đoán trước được kết quả của nó mặc dù biết được tất cả các kết quả có thể xảy ra, ví dụ như khi ta gieo một con xúc xắc, tung đồng xu, … Trong bài này, ta sẽ tìm hiểu các hoạt động trên theo quan niệm của xác suất cổ điển.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về đặc điểm của các hoạt động mang tính ngẫu nhiên và cách thức mô hình các hoạt động đó. Điều này tạo sự suy nghĩ tập trung của HS để kết nối với trọng tâm bài học.

Gợi ý tổ chức: GV yêu cầu HS kể về các hoạt động mà ta không thể đoán trước được kết quả của nó.

1. Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

HĐKP 1

1 Ba bạn An, Bình, Cường đang chơi cùng với nhau. An gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối (viết tắt là xúc xắc) hai lần. Nếu kết quả hai lần gieo ra hai mặt có số chấm khác nhau thì Bình thắng. Ngược lại, nếu kết quả hai lần gieo ra hai mặt có số chấm giống nhau thì Cường thắng.

a) Trước khi An gieo con xúc xắc, có thể biết bạn nào sẽ chiến thắng không?

b) Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra đối với số chấm xuất hiện trong hai lần gieo.

Hình 1

Mục đích: Giúp HS nhìn ra đặc điểm của phép thử ngẫu nhiên, đó là việc ta không thể đoán trước được kết quả của nó nhưng có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS thảo luận và trả lời.

Chú ý: Khi nói về khái niệm phép thử ngẫu nhiên (phần kiến thức trọng tâm), GV cần nhấn mạnh ba đặc điểm của phép thử ngẫu nhiên:

+ Có thể lặp lại nhiều lần;

+ Không thể đoán trước được kết quả;

+ Có thể xác định được tập hợp các kết quả có thể xảy ra.

Ví dụ 1

Một đồng xu có hai mặt, trên một mặt có ghi giá trị của đồng xu, thường gọi là mặt sấp, mặt kia là mặt ngửa. Hãy xác định không gian mẫu của mỗi phép thử ngẫu nhiên sau:

a) Tung đồng xu một lần;
b) Tung đồng xu hai lần.

Mặt sấp Mặt ngửa

Hình 2

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận để tìm cách kí hiệu kết quả và không gian mẫu một cách phù hợp cho các phép thử tung đồng xu một lần và tung đồng xu hai lần.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Ví dụ 2

Trong hộp có bốn quả bóng được đánh số từ 1 đến 4.
Hãy xác định không gian mẫu của các phép thử sau:

a) Lấy ngẫu nhiên một quả bóng;

b) Lấy ngẫu nhiên cùng một lúc hai quả bóng;

c) Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng.

Hình 3

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận để tìm cách kí hiệu kết quả và không gian mẫu một cách phù hợp cho các phép thử lấy một quả bóng từ hộp; lấy ngẫu nhiên cùng một lúc hai quả bóng từ hộp; lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng từ hộp. GV nhấn mạnh các từ khoá "lấy ngẫu nhiên cùng một lúc", "lấy ngẫu nhiên lần lượt".

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS thảo luận nhóm và ghi kết quả thảo luận của từng nhóm lên bảng, GV đánh giá.

HĐTH 1

1 Tìm không gian mẫu của phép thử thực hiện ở 1.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thực hành để tìm cách kí hiệu kết quả và không gian mẫu một cách phù hợp cho phép thử gieo một con xúc xắc hai lần liên tiếp.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS tự làm rồi trao đổi với bạn (nhóm đôi).

Hướng dẫn – đáp án: Kết quả của phép thử là một cặp số $(i; j)$ trong đó i và j lần lượt là số chấm xuất hiện ở mặt trên con xúc xắc ở lần gieo thứ nhất và thứ hai.

Không gian mẫu của phép thử là

$$\begin{aligned}\Omega = \{&(1;1); (1;2); (1;3); (1;4); (1;5); (1;6);\\ &(2;1); (2;2); (2;3); (2;4); (2;5); (2;6);\\ &(3;1); (3;2); (3;3); (3;4); (3;5); (3;6);\\ &(4;1); (4;2); (4;3); (4;4); (4;5); (4;6);\\ &(5;1); (5;2); (5;3); (5;4); (5;5); (5;6);\\ &(6;1); (6;2); (6;3); (6;4); (6;5); (6;6)\}.\end{aligned}$$

Ta cũng có thể viết không gian mẫu dưới dạng

$$\Omega = \{(i; j) \mid i, j = 1, 2, \ldots, 6\}.$$

HĐVD 1

Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp ở Ví dụ 2, xem số, sau đó trả lại hộp, trộn đều rồi lại lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp đó. Hãy xác định không gian mẫu của phép thử hai lần lấy bóng này.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận để tìm cách kí hiệu kết quả và không gian mẫu một cách phù hợp cho các phép thử lấy ra lần lượt và có hoàn lại bóng từ hộp sau mỗi lần lấy.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS thảo luận nhóm và ghi kết quả thảo luận của từng nhóm lên bảng, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án: Kết quả của phép thử là một cặp số $(i; j)$ trong đó i và j lần lượt là số của quả bóng lấy ra lần thứ nhất và thứ hai.

Không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(1;1); (1;2); (1;3); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;4);$$
$$(3;1); (3;2); (3;3); (3;4); (4;1); (4;2); (4;3); (4;4)\}.$$

Ta cũng có thể viết không gian mẫu dưới dạng

$$\Omega = \{(i; j) \mid i, j = 1, 2, 3, 4\}.$$

2. Biến cố

HĐKP 2

2 Xét trò chơi ở 1.

a) Nếu kết quả của phép thử là (2; 3) thì ai là người chiến thắng?

b) Hãy liệt kê tất cả các kết quả của phép thử đem lại chiến thắng cho Cường.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thực hành xác định khi nào một biến cố xảy ra, khi nào một biến cố không xảy ra.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Chú ý: Khi nêu nội dung kiến thức trọng tâm, GV làm rõ cho HS: nếu kết quả $x \in A$ thì kết quả x thuận lợi cho A; ngược lại, nếu $x \notin A$ thì kết quả x không thuận lợi cho A.

Ví dụ 3

Xét phép thử gieo hai con xúc xắc.

a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Viết tập hợp mô tả biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 4". Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố đó?

Hình 4

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận để làm rõ cách biểu diễn tập hợp ứng với biến cố. HS nhận ra không gian mẫu của phép thử gieo hai con xúc xắc và gieo một con xúc xắc hai lần là như nhau.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

2 Trong phép thử gieo hai con xúc xắc, gọi B là biến cố "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm" và C là biến cố "Số chấm xuất hiện ở con xúc xắc thứ nhất gấp 2 lần số chấm xuất hiện ở con xúc xắc thứ hai".

a) Hãy xác định biến cố B và C bằng cách liệt kê các phần tử.

b) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho B và bao nhiêu kết quả thuận lợi cho C?

Mục đích: HS củng cố cách biểu diễn biến cố dưới dạng tập hợp và đếm số kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích lời giải của mình.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $B = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5); (6; 6)\}$, $C = \{(2; 1); (4; 2); (6; 3)\}$.

b) Có 6 kết quả thuận lợi cho B và 3 kết quả thuận lợi cho C.

HĐKP 3

3 Trong phép thử gieo hai con xúc xắc, có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau?

D: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 13";

E: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 13".

Mục đích: Nhắc lại khái niệm biến cố chắc chắn và biến cố không thể.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời.

Chú ý: Sử dụng khái niệm "thuận lợi", ta có thể phát biểu: Biến cố A là chắc chắn nếu mọi kết quả đều thuận lợi cho A; biến cố A là không thể nếu không có kết quả nào là thuận lợi cho A.

Ví dụ 4

Một nhóm có 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 bạn đi làm công tác tình nguyện.

a) Hãy xác định số phần tử của không gian mẫu.

b) Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có đúng 2 bạn nữ".

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, kết nối phương pháp sử dụng quy tắc đếm và công thức tổ hợp để xác định số kết quả xảy ra và số kết quả thuận lợi cho một biến cố.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS thảo luận nhóm và ghi kết quả thảo luận của từng nhóm lên bảng, GV đánh giá.

HĐTH 3

3 Trong Ví dụ 4, hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố:

a) "Trong 3 bạn được chọn có đúng một bạn nữ";

b) "Trong 3 bạn được chọn không có bạn nam nào".

Mục đích: HS tiếp tục trải nghiệm, thực hành phương pháp sử dụng quy tắc đếm và công thức tổ hợp để xác định số kết quả thuận lợi cho một biến cố.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS tự làm rồi trao đổi với bạn (nhóm đôi).

Hướng dẫn – đáp án: a) $C_4^1 C_5^2 = 40$;   b) $C_4^3 = 4$.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $\Omega = \{1; 2; \ldots; 99\} = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 100\}$.

b) $A = \{1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81\} = \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}^*, n < 10\}$.

c) $B = \{4k \mid k \in \mathbb{N}^*, k < 25\}$. Có 24 kết quả thuận lợi cho B.

2. a) $\Omega = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (3; 1); (3; 2); (3; 3)\}$.

Kí hiệu $(i; j)$ là kết quả thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số i, thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số j. Có thể viết không gian mẫu như sau:

$\Omega = \{(i; j) \mid i, j = 1, 2, 3\}$.

b) $\Omega = \{(1; 2); (1; 3); (2; 1); (2; 3); (3; 1); (3; 2)\}$.

c) $\Omega = \{\{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\}\}$.

3. a) 6; b) 11; c) 18.

4. a) $5!4! = 2880$; b) $4!6! = 17280$.

BÀI 2. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Tính được xác suất của biến cố trong một số bài toán đơn giản bằng phương pháp tổ hợp (trường hợp xác suất phân bố đều).

– Tính được xác suất trong một số thí nghiệm lặp bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây (ví dụ: tung xúc xắc hai lần, tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần tung bằng 7, ...).

– Mô tả được các tính chất cơ bản của xác suất.

– Nhận biết được khái niệm biến cố đối và tính được xác suất của biến cố đối.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học, mô hình hoá toán học, giao tiếp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Ở cấp Trung học cơ sở, HS đã được làm quen với xác suất của biến cố trong một số phép thử đơn giản nên đã hiểu được phần nào ý nghĩa của xác suất. Do đó, trọng tâm của phần này là giúp HS tính được xác suất của biến cố liên quan đến phép thử có số phần tử của không gian mẫu tương đối lớn, không phù hợp với việc đếm bằng phương pháp liệt kê mà phải sử dụng các quy tắc đếm đã được học ở Chương VIII. Đại số tổ hợp (sách Toán 10, tập hai, bộ sách Chân trời sáng tạo).

2. Trong các bài toán tính xác suất của phép thử gieo đồng xu, tung xúc xắc, … cần nêu rõ đồng xu hay con xúc xắc là cân đối và đồng chất; của phép thử lấy vật từ hộp cần nêu rõ các vật có cùng kích thước và cùng khối lượng để đảm bảo các kết quả đều có cùng khả năng xảy ra.

3. Người ta áp dụng biến cố đối để tính xác suất khi có thể đếm số kết quả thuận lợi cho biến cố đối dễ dàng hơn. Tình huống đặc thù để áp dụng công thức biến cố đối là khi xuất hiện các từ khoá "có ít nhất 1", "có ít nhất 2".

4. Nguyên lí xác suất bé: Trong từng tình huống nhất định mà xác suất của một biến cố được coi là bé.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ một hộp có chứa 5 bi xanh và 5 bi đỏ có cùng kích thước và trọng lượng. Biến cố lấy được 2 viên bi cùng màu hay 2 viên bi khác màu có khả năng xảy ra cao hơn? Trong bài này ta sẽ tìm hiểu công thức tính xác suất để có thể so sánh được khả năng xảy ra của hai biến cố trên.

Mục đích: Đưa HS vào tình huống có vấn đề. Bằng trực quan thông thường rất khó để có thể so sánh khả năng xảy ra của hai sự kiện. Qua đó HS thấy được cần phải sử dụng các công cụ tổ hợp để tính xác suất.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS thảo luận và đưa ra dự đoán. GV ghi lại kết quả dự đoán để đối chiếu sau khi HS học xong công thức tính xác suất cổ điển.

1. Xác suất của biến cố

HĐKP 1

1 Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Hãy so sánh khả năng xảy ra của hai biến cố:

A: "Mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn";

B: "Mặt xuất hiện có số chấm là số lẻ".

Mục đích: Gợi lại cho HS khái niệm các kết quả có cùng khả năng xảy ra. GV yêu cầu HS cho ví dụ về phép thử mà các kết quả của nó có cùng khả năng xảy ra và phép thử mà các kết quả của nó không có cùng khả năng xảy ra.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS thảo luận để trả lời câu hỏi.

Ví dụ 1

Hộp thứ nhất đựng 4 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 4. Hộp thứ hai đựng 6 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 6. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp một tấm thẻ.

a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Gọi A là biến cố "Hai thẻ lấy ra có cùng số". Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho A và tính xác suất của biến cố A.

c) Gọi B là biến cố "Tổng hai số trên hai thẻ lấy ra lớn hơn 8". Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho B và tính xác suất của biến cố B.

Mục đích: HS thực hành vận dụng công thức tính xác suất của biến cố.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, dẫn dắt HS hoàn thành bài giải.

Chú ý: GV nhấn mạnh cho HS là 24 kết quả của phép thử đều có cùng khả năng xảy ra.

HĐTH 1

1 Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của các biến cố:

a) "Hai mặt xuất hiện có cùng số chấm";

b) "Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện bằng 9".

Hình 1

Mục đích: HS củng cố kĩ năng vận dụng công thức tính xác suất của biến cố.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân để tìm lời giải sau đó thảo luận theo nhóm đôi.

Hướng dẫn – đáp án: a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{1}{9}$.

Ví dụ 2

Trong hộp có 5 viên bi xanh và 7 viên bi trắng có kích thước và khối lượng như nhau. Ta lấy hai viên bi bằng hai cách như sau:

• Cách thứ nhất: Lấy ngẫu nhiên một viên bi, xem màu rồi trả lại hộp. Sau đó lại lấy một viên bi một cách ngẫu nhiên.

• Cách thứ hai: Lấy cùng một lúc hai viên bi từ hộp.

Gọi A là biến cố "Cả hai lần đều lấy được bi màu trắng". Với cách lấy bi nào thì biến cố A có khả năng xảy ra cao hơn?

Mục đích: HS nhận ra được xác suất của biến cố phụ thuộc vào cách thực hiện phép thử.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân để tìm lời giải sau đó thảo luận theo nhóm đôi.

HĐVD

Hãy tính xác suất của hai biến cố được nêu ra ở hoạt động khởi động của bài học.

Mục đích: HS trả lời vấn đề nêu ra ở HĐKĐ.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân để tìm lời giải sau đó thảo luận theo nhóm đôi.

2. Tính xác suất bằng sơ đồ hình cây

Ví dụ 3

Tung một đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố A: "Trong 3 lần tung có ít nhất 2 lần liên tiếp xuất hiện mặt sấp".

Mục đích: HS vận dụng phương pháp đếm bằng sơ đồ hình cây để tính xác suất của biến cố.

Gợi ý tổ chức: GV đặt câu hỏi, dẫn dắt HS vẽ sơ đồ hình cây để đếm và giải bài toán.

HĐTH 2

2 Ba bạn Lan, Mai và Đào đặt thẻ học sinh của mình vào một hộp kín, sau đó mỗi bạn lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp. Tính xác suất của biến cố "Không bạn nào lấy đúng thẻ của mình".

Mục đích: HS trải nghiệm một loại sơ đồ hình cây khác dùng để đếm các kết quả của hoán vị.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS thảo luận để trả lời câu hỏi.

Hướng dẫn – đáp án: $\frac{1}{3}$.

Mai	Lan	Đào	
Mai	Lan	Đào	Không
	Đào	Lan	Không
Lan	Mai	Đào	Không
	Đào	Mai	Có
Đào	Mai	Lan	Có
	Lan	Mai	Không

3. Biến cố đối

HĐKP 2

2 Một hộp có 10 tấm thẻ giống nhau được đánh số lần lượt từ 1 đến 10. Chọn ra ngẫu nhiên cùng một lúc 3 thẻ. Tính xác suất của biến cố tích các số ghi trên 3 thẻ đó là số chẵn.

Mục đích: Đưa HS vào tình huống mà sử dụng biến cố đối sẽ tính được xác suất dễ dàng hơn.

Gợi ý tổ chức: GV đặt câu hỏi: "Khi nào tích các số ghi trên 3 thẻ đó là số chẵn?" và "Có nên phân tách thành nhiều trường hợp để đếm số các cách lấy thẻ để được 3 thẻ có tích các số ghi trên đó là số chẵn không?" HS thảo luận để thấy rằng sẽ rất phức tạp nếu đếm một cách trực tiếp như vậy.

Ví dụ 4

Gieo đồng thời ba con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tích số chấm ở mặt xuất hiện trên ba con xúc xắc đó là số chẵn".

a) Hãy tìm biến cố đối của biến cố A.

b) Hãy tính xác suất của biến cố A.

Mục đích: HS thực hành xác định biến cố đối của một biến cố và vận dụng biến cố đối để tính xác suất.

Gợi ý tổ chức: GV đặt câu hỏi, dẫn dắt HS trả lời câu hỏi.

HĐTH 3

Gieo đồng thời ba con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của các biến cố:

a) "Tích các số chấm ở mặt xuất hiện trên ba con xúc xắc chia hết cho 3";

b) "Tổng các số chấm ở mặt xuất hiện trên ba con xúc xắc lớn hơn 4".

Mục đích: HS củng cố kĩ năng sử dụng biến cố đối để tính xác suất đối với phép thử ngẫu nhiên đơn giản. Kết nối kiến thức Xác suất với kiến thức Số học.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân để tìm lời giải sau đó thảo luận theo nhóm đôi.

Hướng dẫn – đáp án: a) $\frac{19}{27}$; b) $\frac{53}{54}$.

HĐTH 4

Trong hộp có 3 bi xanh, 4 bi đỏ và 5 bi vàng có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên từ trong hộp 4 viên bi. Tính xác suất để trong 4 bi lấy ra:

a) Có ít nhất 1 bi xanh.

b) Có ít nhất 2 bi đỏ.

Mục đích: HS nhận biết tình huống vận dụng biến cố đối để tính xác suất khi phát hiện từ khoá "có ít nhất 1", "có ít nhất 2".

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS thảo luận nhóm và ghi kết quả thảo luận của từng nhóm lên bảng, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án: a) $\frac{41}{55}$; b) $\frac{67}{165}$.

4. Nguyên lí xác suất bé

HĐKP 3

Có 1 hạt gạo nếp nằm lẫn trong một cái thùng chứa 10 kg gạo tẻ. Lấy ngẫu nhiên 1 hạt gạo từ thùng. Theo bạn, hạt gạo lấy ra là gạo tẻ hay gạo nếp?

Mục đích: Giúp HS nhận thấy một sự kiện có xác suất xảy ra rất nhỏ thì gần như không thể xảy ra mỗi khi thực hiện phép thử.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS thảo luận. GV yêu cầu HS cho thêm ví dụ về tình huống áp dụng Nguyên lí xác suất bé.

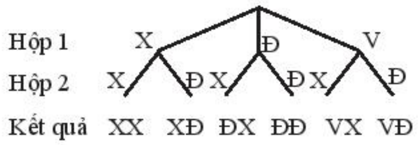
IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) Biến cố đối $\overline{A}$: "Xuất hiện ít nhất một mặt ngửa"; $P(A)=\frac{1}{8}$; $P(\overline{A})=\frac{7}{8}$.

b) Biến cố đối $\overline{B}$: "Xuất hiện ba mặt ngửa"; $P(B)=\frac{7}{8}$; $P(\overline{B})=\frac{1}{8}$.

2. a) $\frac{5}{6}$; b) $\frac{5}{9}$.

3. a)



b) Xác suất của biến cố "Trong 2 thẻ lấy ra có ít nhất 1 thẻ màu đỏ" là $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

4. 0,4.

5. a) 0,6; b) 0,6.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG X

1. a) $\Omega = \{100; 101; \ldots; 999\} = \{k \in \mathbb{N}^* \mid 100 \le k \le 999\}$.

b) $\frac{5}{900}=\frac{1}{180}$; c) $\frac{1}{5}$.

2. a) Biến cố đối $\overline{A}$: "Xuất hiện nhiều nhất hai mặt sấp". $P(\overline{A})=\frac{11}{16}$, $P(A)=\frac{5}{16}$.

b) Biến cố đối $\overline{B}$: "Không xuất hiện mặt ngửa". $P(\overline{B})=\frac{1}{16}$, $P\left(B\right)=\frac{15}{16}$.

3. a) $\frac{4}{6^3}=\frac{1}{54}$; b) $1-\frac{5^3}{6^3}=\frac{91}{216}$.

4. a) $\frac{C_4^2C_5^2+C_3^2C_2^2}{C_7^2C_7^2}=\frac{1}{7}$; b) $\frac{2}{21}$; c) $\frac{6}{7}$.

5. a) $\frac{3^4}{C_{12}^4}=\frac{9}{55}$; b) $\frac{C_4^2C_6^4}{C_{12}^4}=\frac{2}{11}$.

6. $\frac{1}{16}$.

7. a) $\frac{2}{5}$; b) $\frac{1}{5}$; c) $\frac{11}{20}$; d) $\frac{1}{10}$.

8. a) $1-\frac{C_{20}^2C_{24}^2}{C_{45}^2C_{45}^2}\approx 0,946$; b) $1-\frac{C_{20}^2C_{24}^2+C_{25}^2C_{21}^2}{C_{45}^2C_{45}^2}\approx 0,882$.

9. a) $\frac{5C_5^2+6C_6^2+2}{13C_{13}^2}=\frac{71}{507}$; b) $\frac{5}{13}$; c) $\frac{30}{169}$.

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

BÀI 1. VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC HAI BẰNG PHẦN MỀM GEOGEBRA

1. Mục tiêu

– Sử dụng được máy tính bảng hoặc máy tính xách tay có cài phần mềm GeoGebra để vẽ đồ thị hàm số bậc hai.

– Cài đặt được các tham số a, b, c trên GeoGebra để quan sát sự thay đổi của đồ thị hàm số bậc hai theo tham số.

– Vận dụng các kĩ năng vẽ đồ thị trên GeoGebra vào các tình huống thực tế: Thiết kế một cổng chào hình parabol theo kích thước cho trước.

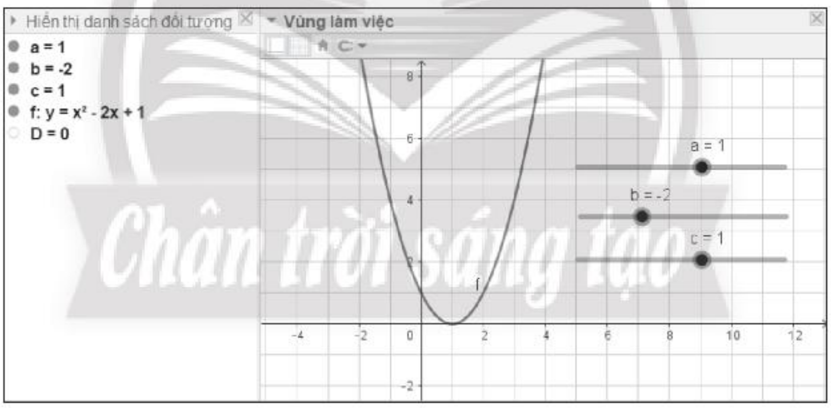
2. Chuẩn bị

– Giấy, viết, sách giáo khoa Toán 10 (tập một và tập hai).

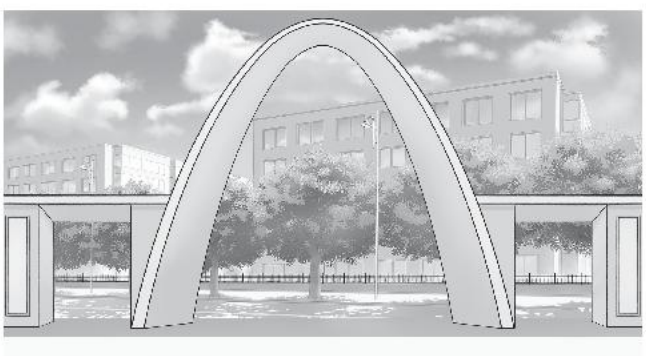
– Máy tính bảng hoặc máy tính xách tay có cài phần mềm GeoGebra.

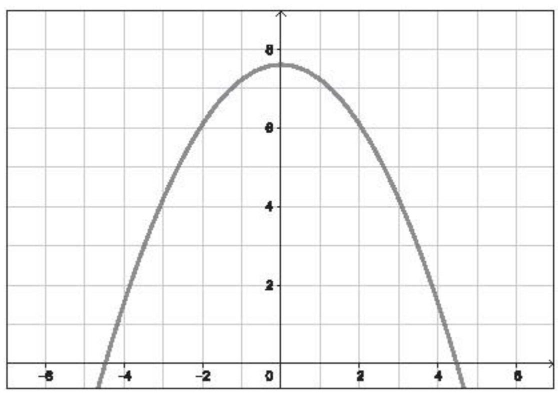
3. Sản phẩm

– Các tệp GeoGebra vẽ đồ thị.



– Hình vẽ thiết kế cổng chào hình parabol.





– Báo cáo quy trình cài đặt và các thao tác trên máy tính xách tay có cài phần mềm GeoGebra.

4. Tổ chức thực hiện

– Giao nhiệm vụ: GV trình bày cụ thể nội dung nhiệm vụ được giao cho HS (đọc/nghe/nhìn/làm) với thiết bị dạy học/học liệu cụ thể để tất cả HS đều hiểu rõ nhiệm vụ phải thực hiện.

– Thực hiện nhiệm vụ: HS thực hiện (đọc/nghe/nhìn/làm) theo yêu cầu của GV.

– Biện pháp hỗ trợ: GV dự kiến những khó khăn mà HS có thể gặp phải kèm theo biện pháp hỗ trợ.

– Dự kiến các mức độ cần phải hoàn thành nhiệm vụ theo yêu cầu.

– Báo cáo, thảo luận: GV tổ chức, điều hành; HS báo cáo, thảo luận.

– Làm việc theo nhóm:

+ Mỗi nhóm cùng tìm hiểu cách cài đặt và vẽ đồ thị trên máy tính bảng hoặc máy tính xách tay có cài phần mềm GeoGebra.

+ Vẽ đồ thị hàm số bậc hai.

– Nhóm trưởng thu thập file thiết kế của các bạn, kiểm tra và phân công bạn làm báo cáo, thuyết trình.

– Trình bày các báo cáo trước lớp theo phân công của GV.

Chú ý: Có thể chỉ chọn một số nhóm trình bày/báo cáo theo giải pháp sư phạm của GV.

5. Kết luận, nhận định

Phân tích cụ thể về sản phẩm học tập mà HS phải hoàn thành theo yêu cầu (làm căn cứ để nhận xét, đánh giá các mức độ hoàn thành của HS trên thực tế tổ chức dạy học); làm rõ những nội dung/yêu cầu về kiến thức, kĩ năng để HS ghi nhận, thực hiện.

BÀI 2. VẼ BA ĐƯỜNG CONIC BẰNG PHẦN MỀM GEOGEBRA

1. Mục tiêu

– Sử dụng được máy tính bảng hoặc máy tính xách tay có cài phần mềm GeoGebra để vẽ ba đường conic.

– Vận dụng các kĩ năng vẽ các đường conic trên GeoGebra vào các tình huống thực tế thiết kế các vật dụng hoặc công trình có hình dạng conic theo kích thước cho trước.

2. Chuẩn bị

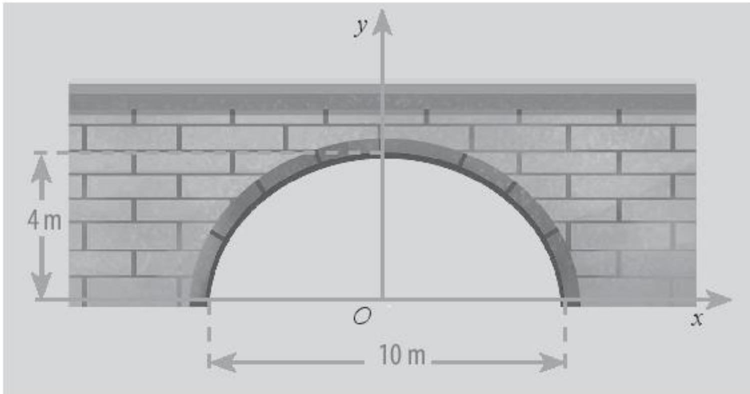
– Giấy, viết, sách giáo khoa Toán 10 (tập hai).

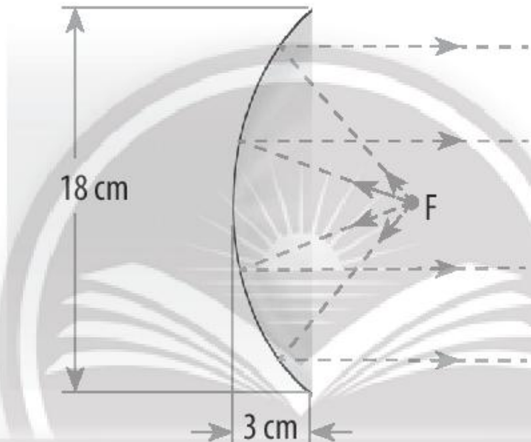
– Máy tính bảng hoặc máy tính xách tay có cài phần mềm GeoGebra.

3. Sản phẩm

– Các tệp GeoGebra vẽ elip, hypebol và parabol.

– Hình vẽ thiết kế các vật dụng hoặc công trình có hình dạng conic.





– Báo cáo quy trình cài đặt và các thao tác trên máy tính xách tay có cài phần mềm GeoGebra.

4. Tổ chức thực hiện

– Giao nhiệm vụ: GV trình bày cụ thể nội dung nhiệm vụ được giao cho HS (đọc/nghe/nhìn/làm) với thiết bị dạy học/học liệu cụ thể để tất cả HS đều hiểu rõ nhiệm vụ phải thực hiện.

– Thực hiện nhiệm vụ: HS thực hiện (đọc/nghe/nhìn/làm) theo yêu cầu của GV.

– Biện pháp hỗ trợ: GV dự kiến những khó khăn mà HS có thể gặp phải kèm theo biện pháp hỗ trợ.

– Dự kiến các mức độ cần phải hoàn thành nhiệm vụ theo yêu cầu.

– Báo cáo, thảo luận: GV tổ chức, điều hành; HS báo cáo, thảo luận.

– Làm việc theo nhóm:

+ Mỗi nhóm cùng tìm hiểu cách cài đặt và vẽ ba đường conic trên máy tính bảng hoặc máy tính xách tay có cài phần mềm GeoGebra.

+ Vẽ các đường elip, hypebol, parabol.

+ Thiết kế các vật dụng hoặc công trình có hình dạng conic theo kích thước cho trước.

– Nhóm trưởng thu thập tệp thiết kế của các bạn, kiểm tra và phân công bạn làm báo cáo, thuyết trình.

– Trình bày các báo cáo trước lớp theo phân công của GV.

Chú ý:

– Có thể chỉ chọn một số nhóm trình bày/báo cáo theo giải pháp sư phạm của GV.

– Có thể giao cho mỗi nhóm vẽ một loại đường conic.

– HS có thể chọn các vật dụng quen thuộc có dạng hình conic trong đời sống như chụp đèn ngủ, ăng ten parabol, … để thiết kế một cách phong phú và sáng tạo.

5. Kết luận, nhận định

Phân tích cụ thể về sản phẩm học tập mà HS phải hoàn thành theo yêu cầu (làm căn cứ để nhận xét, đánh giá các mức độ hoàn thành của HS trên thực tế tổ chức dạy học); làm rõ những nội dung/yêu cầu về kiến thức, kĩ năng để HS ghi nhận, thực hiện.

Chịu trách nhiệm xuất bản

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI

Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung

Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: TRẦN THANH HÀ – ĐẶNG THỊ THUÝ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ
Biên tập mĩ thuật: BÙI XUÂN DƯƠNG
Thiết kế sách: BÙI XUÂN DƯƠNG
Trình bày bìa: THÁI HỮU DƯƠNG
Minh hoạ: BÙI XUÂN DƯƠNG
Sửa bản in: TRẦN THANH HÀ – ĐẶNG THỊ THUÝ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ
Chế bản: CÔNG TY CP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC GIA ĐỊNH

Toán 10 – sách giáo viên (Chân trời sáng tạo)

Mã số: G2HGXT001M22
In………bản, (QĐ in số….) Khổ 19x26,5 cm.
Đơn vị in:……………………..
Cơ sở in:………………………
Số ĐKXB: 1146-2022/CXBIPH/32-708/GD
Số QĐXB:.......... ngày…. tháng…. năm 20….
In xong và nộp lưu chiểu tháng…. năm 20….
Mã số ISBN: 978-604-0-32757-4

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH GIÁO VIÊN LỚP 10 – CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

1. NGỮ VĂN 10, TẬP MỘT - Sách giáo viên
2. NGỮ VĂN 10, TẬP HAI - Sách giáo viên
3. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP NGỮ VĂN 10 - Sách giáo viên
4. TOÁN 10 - Sách giáo viên
5. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP TOÁN 10 - Sách giáo viên
6. TIẾNG ANH 10
   Friends Global - Teacher's Guide
7. LỊCH SỬ 10 - Sách giáo viên
8. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP LỊCH SỬ 10 - Sách giáo viên
9. ĐỊA LÍ 10 - Sách giáo viên
10. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP ĐỊA LÍ 10 - Sách giáo viên
11. GIÁO DỤC KINH TẾ VÀ PHÁP LUẬT 10 - Sách giáo viên
12. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP
    GIÁO DỤC KINH TẾ VÀ PHÁP LUẬT 10 - Sách giáo viên
13. VẬT LÍ 10 - Sách giáo viên
14. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP VẬT LÍ 10 - Sách giáo viên
15. HOÁ HỌC 10 - Sách giáo viên
16. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP HOÁ HỌC 10 - Sách giáo viên
17. SINH HỌC 10 - Sách giáo viên
18. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP SINH HỌC 10 - Sách giáo viên
19. ÂM NHẠC 10 - Sách giáo viên
20. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP ÂM NHẠC 10 - Sách giáo viên
21. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,
    HƯỚNG NGHIỆP 10 (BẢN 1) - Sách giáo viên
22. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,
    HƯỚNG NGHIỆP 10 (BẢN 2) - Sách giáo viên
23. GIÁO DỤC QUỐC PHÒNG VÀ AN NINH 10 -
    Sách giáo viên

Chân trời sáng tạo

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
- **Cửu Long:** CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

ISBN 978-604-0-32757-4
9 786040 327574
Giá: 53.000 đ