

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề có 01 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. (1,0 điểm) Tính các giới hạn sau

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 - 2mx & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Hãy tìm m để hàm

số đã cho liên tục tại $x = 2$.

Câu 3. (2,0 điểm) Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x^5 - \frac{1}{x} + 2\sqrt{x} + 3$

b) $y = (2x^3 - 3x^2 + 1)^8$

c) $y = (3x + 2)\tan x$

d) $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x+2}$

Câu 4. (1,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+4}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng -5.

Câu 5. (1,0 điểm) Chứng minh rằng phương trình $x^5 - 3x + 1 = 0$ có ít nhất 2 nghiệm.

Câu 6. (3,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD .

a) Chứng minh $BD \perp (SAC)$ và $(SAB) \perp (SMN)$.

b) Tính góc tạo bởi 2 mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

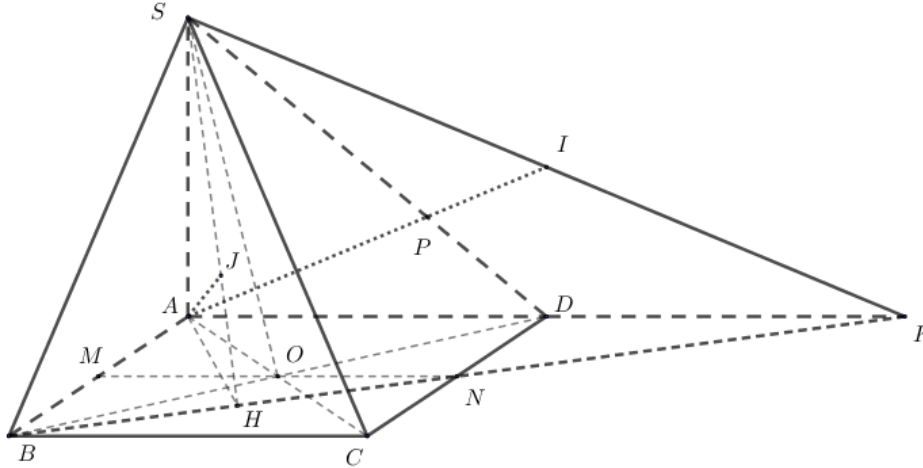
c) Gọi P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP = \frac{2}{3}SD$. Tính khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (SBN) .

Câu 7. (1,0 điểm) Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} \cdot \sqrt[3]{1-x} - 1}{x}$.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA HK2-NH 2022-2023
MÔN TOÁN KHỐI 11

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM	GHI CHÚ
1a	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{3}{x^2}} = 2$	2x0.25	
1b	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x+3} + 2) = 4$	2x0.25	
2	$f(2) = 4 - 2m, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4 - 2m$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x+2) = 4$ HS liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Leftrightarrow m = 0$	0.25 0.25 2x0.25	
3a	$y = x^5 - \frac{1}{x} + 2\sqrt{x} + 3 \rightarrow y' = 5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{2\sqrt{x}}$	0.5	
3b	$y = (2x^3 - 3x^2 + 1)^8$ $y' = 8 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 1)' \cdot (2x^3 - 3x^2 + 1)^7 = 8(6x^2 - 6x)(2x^3 - 3x^2 + 1)^7$	2x0.25	
3c	$y = (3x+2)\tan x \rightarrow y' = (3x+2)' \cdot \tan x + (3x+2) \cdot (\tan x)'$ $y' = 3\tan x + (3x+2)(1+\tan^2 x)$ (thay $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ vẫn cho đủ)	0.25 0.25	
3d	$y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x+2} \rightarrow y' = \frac{(\sqrt{2x-1})' \cdot (x+2) - (x+2)' \cdot \sqrt{2x-1}}{(x+2)^2}$ $y' = \frac{\frac{1}{\sqrt{2x-1}} \cdot (x+2) - \sqrt{2x-1}}{(x+2)^2} = \frac{3-x}{\sqrt{2x-1} \cdot (x+2)^2}$	0.25 0.25	
4	$y' = \frac{7}{(x+4)^2}$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Ta có $y_0 = -5 \rightarrow x_0 = -3 \rightarrow hsg k = 7$ PTTT: $y = 7x + 16$ (không gọi tiếp điểm mà trình bày logic vẫn cho đủ điểm)	0.25 2x0.25 0.25	
5	Đặt $f(x) = x^5 - 3x + 1$. Ta có $f(x)$ xác định và liên tục trên R $\rightarrow f(x)$ liên tục trên $[0;1], [1;2]$ Trên $[0;1]: f(0) \cdot f(1) < 0$ nên pt $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc $(0;1)$. Trên $[1;2]: f(1) \cdot f(2) < 0$ nên pt $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc $(1;2)$. Vậy pt $f(x) = 0$ có ít nhất 2 nghiệm.	0.25 0.25 0.25 0.25	

6a	 Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \rightarrow BD \perp (SAC)$ Ta có $\begin{cases} MN \perp AB \\ MN \perp SA \end{cases} \rightarrow MN \perp (SAB)$ Mà $MN \subset (SMN) \rightarrow (SMN) \perp (SAB)$	2x0.25	
6b	Gọi O là trung điểm BD. Ta có: $\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ \text{Trong } (ABCD), AO \perp BD \rightarrow [(SBD); (ABCD)] = SOA \\ \text{Trong } (SBD), SO \perp BD \end{cases}$ $\tan SOA = \frac{SA}{AO} = 2 \rightarrow SOA \approx 63,43^\circ$ (Không gọi O thì cho toàn bài tối đa 0.75 nếu đúng KQ)	2x0.25	
6c	Gọi $K = BN \cap AD$ và I là trung điểm SK. Ta có AP cắt (SBN) tại I nên $\frac{d[P; (SBN)]}{d[A; (SBN)]} = \frac{PI}{AI} = \frac{1}{3}$ Trong mp $(ABCD)$, kẻ $AH \perp BN$ tại H Trong mp (SAH), kẻ $AJ \perp SH$ tại H $\rightarrow AJ \perp (SBN)$ tại H (vì ..) $\rightarrow d[A; (SBN)] = AJ$ $AJ = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$ Vậy $d[P; (SBN)] = \frac{2a\sqrt{7}}{21}$	0.25	
7	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} \cdot \sqrt[3]{1-x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\sqrt{1+2x} \cdot \frac{\sqrt[3]{1-x} - 1}{x} + \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{x} \right]$ $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{1+2x} = 1$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{(\sqrt[3]{1-x})^2 + \sqrt[3]{1-x} + 1} = \frac{-1}{3}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{1+2x} + 1} = 1$ Vậy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} \cdot \sqrt[3]{1-x} - 1}{x} = 1 \cdot \frac{-1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$	0.25	