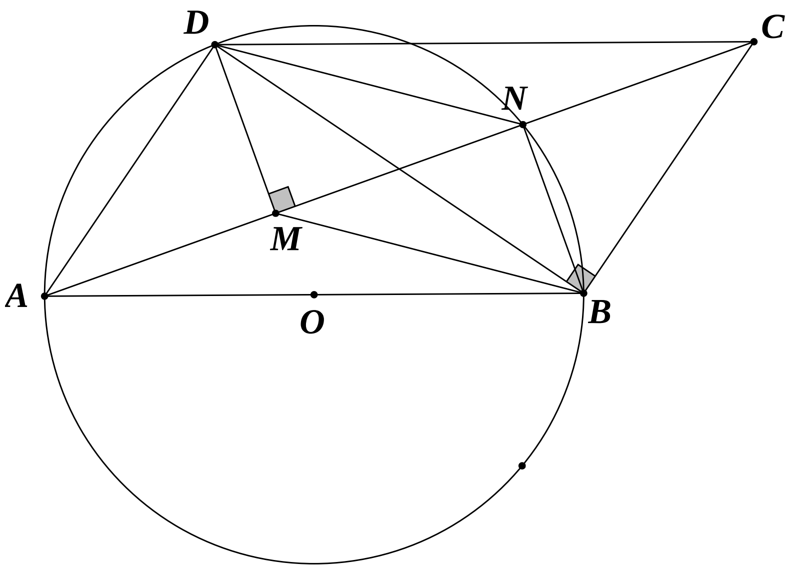
DỰ ÁN WORD VÀ GIẢI CHI TIẾT
BÀI 38-39-40 CỦA THẦY VĂN MAI PHƯƠNG.

Người thực hiện: Huy Võ

Bài 38: Cho hình bình hành ABCD có đỉnh D nằm trên đường tròn (O) đường kính AB = 2R. Hạ BN và DM cùng vuông góc với đường chéo AC.
a) Chứng minh tứ giác CBMD nội tiếp.
b) Chứng minh rằng DB.DC = DN.AC
c) Xác định vị trí điểm D để hình bình hành ABCD có diện tích lớn nhất và tính diện tích hình bình hành trong trường hợp này.
Giải:



a) Ta có $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
Nên AD ⊥ DB, mà CB // AD (ABCD là hình bình hành) suy ra CB ⊥ DB nên $\widehat{DBC} = 90^\circ$.
Xét tứ giác DMBC có $\widehat{DMC} = \widehat{DBC} = 90^\circ$ mà hai góc này cùng nhìn cạnh CD nên suy ra BMBC là tứ giác nội tiếp.

b) Vì CD // AB nên $\widehat{DCA} = \widehat{CAB}$ (so le trong)
Ta lại có $\widehat{CAB} = \widehat{NAB} = \widehat{NDB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung NB)
Suy ra $\widehat{DCA} = \widehat{NDB}$.
Xét ΔDAC và ΔNBD có
$\widehat{DCA} = \widehat{NDB}$ (cmt)
$\widehat{DAC} = \widehat{NBD}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung ND)
Suy ra $\Delta DAC \backsim \Delta NBD$ (gg)
Nên ta có $\dfrac{DB}{DN} = \dfrac{AC}{DC} \Rightarrow DB.DC = DN.AC$ (đpcm).

c) Nhận thấy $S_{ABCD} = 2S_{ADB} = 2.\dfrac{1}{2}.AD.DB$
Theo bất đẳng thức AM – GM thì suy ra

$$AD.DB \le \frac{AD^2 + DB^2}{2} = \frac{AB^2}{2} = \frac{(2R)^2}{2} = 2R^2.$$

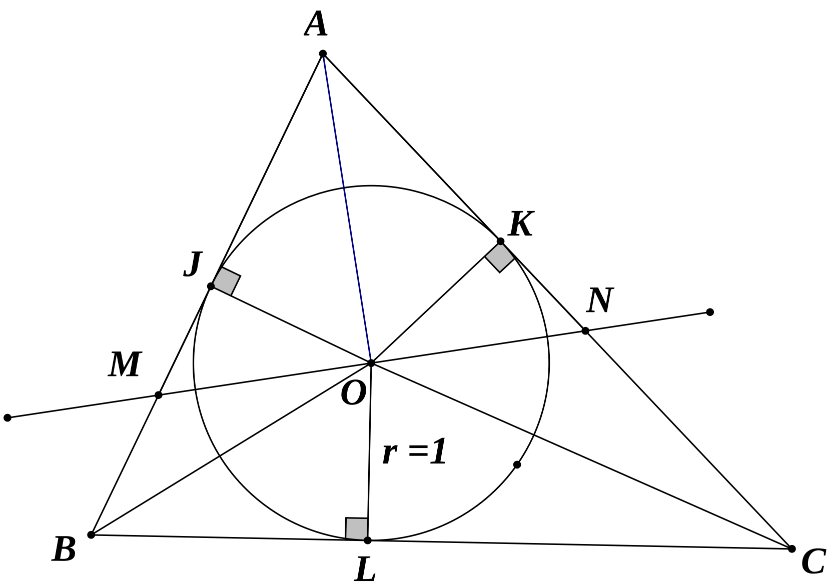
Đẳng thức xảy ra khi AD = DB hay D là điểm chính giữa cung AB.

Khi đó $S_{ABCD} = 2S_{ADB} = 2.\frac{1}{2}.AD.DB = 2R^2$.

Vậy để hình bình hành ABCD có diện tích lớn nhất thì D phải là điểm chính giữa cung AB và khi đó $S_{ABCD} = 2R^2$.

Bài 39: Cho đường tròn cố định tâm O, bán kính bằng 1. Tam giác ABC thay đổi và luôn ngoại tiếp đường tròn (O). Một đường thẳng đi qua tâm O cắt các đoạn AB,AC lần lượt tại M và N . Xác định giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AMN.

Giải:



Gọi J,K,L lần lượt là các tiếp điểm của (O) với các cạnh AB,AC,BC của tam giác ABC như hình vẽ. Ta có: $S_{AMN} = S_{AMO} + S_{ANO} = \frac{1}{2}AM.OJ + \frac{1}{2}AN.OK = \frac{1}{2}(AM + AN)$.

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM suy ra :

$S_{AMN} = \frac{1}{2}(AM + AN) \ge \sqrt{AM.AN}$. (1)

Mặt khác ta có : $S_{AMN} = \frac{1}{2}AM.AN.\sin\widehat{MAN}$

$\Rightarrow AM.AN = \frac{2S_{AMN}}{\sin\widehat{MAN}} \ge 2S_{AMN}$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow S_{AMN} \ge \sqrt{2S_{AMN}} \Leftrightarrow S_{AMN} \ge 2$.(dvdt)

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} AM = AN \\ \sin MAN = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AM = AN \\ \widehat{MAN} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta AMN$ vuông cân tại A.

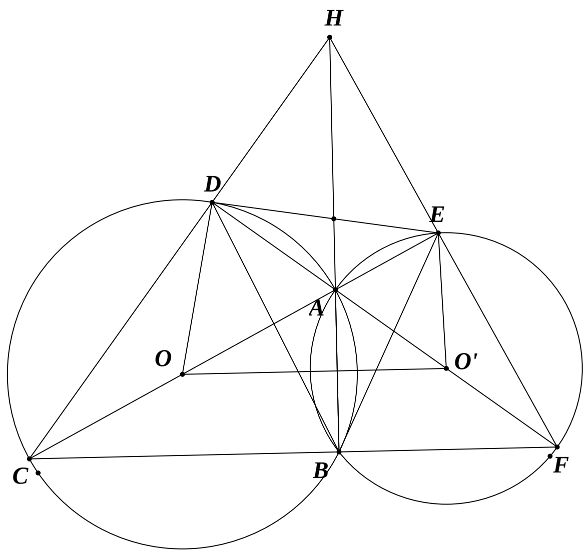
Bài 40: Cho hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';R')$ cắt nhau tại A và B (tâm của đường tròn này nằm ngoài đường tròn kia). Đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại C và cắt (O') tại E. Đường thẳng AO’ cắt (O') tại F và cắt (O) tại D.

a) Chứng minh các tứ giác CDEF, ODEO’ nội tiếp.

b) Chứng minh A là tâm đường tròn nội tiếp của ΔBDE .

c) Chứng minh các đường thẳng CD, EF, AB đồng quy.

Giải:



a) *) **Chứng minh CDEF nội tiếp:**

Nhận thấy ΔDOA cân tại O nên $\widehat{ODA} = \widehat{OAD}$

$\Delta AO'E$ cân tại O’ nên $\widehat{O'AE} = \widehat{AEO'}$.

Mà $\widehat{DAO} = \widehat{EAO'}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{ODA} = \widehat{AEO'}$.

Từ đó theo tính chất tổng ba góc trong một tam giác ta suy ra $\widehat{DOA} = \widehat{AO'E}$. (1)

Mặt khác $\widehat{DBA} = \frac{1}{2}\widehat{DOA}$ (góc nội tiếp bằng $\frac{1}{2}$ số đo góc ở tâm) (2)

và $\widehat{ABE} = \frac{1}{2}\widehat{AO'E}$ (góc nội tiếp bằng $\frac{1}{2}$ số đo góc ở tâm) (3).

Từ (1),(2) và (3) suy ra $\widehat{DBA} = \widehat{EBA}$. (4)

Lại có tứ giác ADCB nội tiếp (O) nên $\widehat{DBA} = \widehat{DCA}$ (cùng chắn cung DA) (5)

Tứ giác EABF nội tiếp (O') nên $\widehat{ABE} = \widehat{AFE}$ (6)

Từ (4), (5) và (6) suy ra $\widehat{DCE} = \widehat{EFD}$.

Xét tứ giác CDEF có $\widehat{DCE} = \widehat{EFD}$ (cmt) mà hai góc này cùng nhìn đoan DE dưới một cung. Suy ra tứ giác CDEF nội tiếp.

***) Chứng minh ODEO’ nội tiếp:**

Nhận thấy OO’ là đường trung bình của tam giác ACF, suy ra OO’ // CF nên $\widehat{AOO'} = \widehat{ACF}$ (đồng vị). Mà $\widehat{FCA} = \widehat{FCE} = \widehat{FDE}$ (CDEF nội tiếp) suy ra $\widehat{EOO'} = \widehat{O'DE}$, mà hai góc này cùng nhìn đoạn EO’ nên suy ra tứ giác ODEO’ nội tiếp.

b) Ta có $\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$ (cùng nhìn cung AB)

mà $\widehat{EDA} = \widehat{ECB}$ (cmt)

nên $\widehat{EDA} = \widehat{BDA}$ suy ra DA là tia phân giác của tam giác EDB tại đỉnh D. Lại có BA là tia phân giác của tam giác EDB tại đỉnh B. Nên A là giao điểm của 3 đường phân giác của tam giác EDB. Từ đó suy ra A là tâm đường tròn nội tiếp tam giác EDB. (đpcm)

c) Gọi H là giao điểm của CD và EF như hình vẽ. Dễ dàng chứng minh được A là trực tâm của tam giác HCF, suy ra HA $\perp$ CF. Lại có AB $\perp$ CF ($\widehat{ABC} = 90^\circ$). Suy ra H, A, B thẳng hàng. Từ đó suy ra CD, EF, AB đồng quy.(đpcm)