

Người làm: Đào Thị Oanh

Zalo: Oanh Đào - số đt zalo: 0385120355

Email: oanhb87@gmail.com

CD9: TỈ LỆ THỨC VÀ DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

Đề nào trùng thì cô ghi tên các đề, ví dụ mình thấy đề Trà Lý và Đáp Cầu trùng nhau, thì cô ghi tên cả 2 trường ấy)

Dạng 1. Tìm số hạng chưa biết dựa vào tỉ lệ thức

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Nam Sách, tỉnh Hải Dương, năm học 2017 - 2018)

Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25}$ và $4x^3 - 3 = 29$. Tính $x - 2y + 3z$

Lời giải

Ta có: $4x^3 - 3 = 29 \Leftrightarrow x = 2$

Thay vào tỷ lệ thức ta được: $\frac{2+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25} \Rightarrow \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25} = 2 \Rightarrow y = -7; z = 1$

Vậy $x - 2y + 3z = 2 - 2 \cdot (-7) + 3 \cdot 1 = 19$

Câu 2. (HSG 7 huyện Cẩm Khê, tỉnh, trường năm học 2017 - 2018)

Tìm x, y, z biết: $2x = 3y, 4y = 5z$ và $x - y - z = 30$

Lời giải

$$2x = 3y \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2}; 4y = 5z \Rightarrow \frac{y}{5} = \frac{z}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{8} = \frac{x - y - z}{15 - 10 - 8} = \frac{30}{-3} = -10$$

$$\Rightarrow x = -150; y = -100; z = -80$$

Câu 3. (HSG 7 huyện..., tỉnh, trường năm học 2017 - 2018)

Tìm a, b, c biết: $3a = 2b; 4b = 5c$ và $-a - b + c = -52$

Lời giải

$$\text{Từ } 3a = 2b \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} \Rightarrow \frac{a}{10} = \frac{b}{15}, \text{ từ } 4b = 5c \Rightarrow \frac{b}{5} = \frac{c}{4} \Rightarrow \frac{b}{15} = \frac{c}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{10} = \frac{b}{15} = \frac{c}{12} = \frac{c - a - b}{12 - 10 - 15} = \frac{-52}{-13} = 4$$

$$\Rightarrow a = 40; b = 60; c = 48$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Tam Dương, tỉnh, trường năm học 2017 - 2018)

Tìm ba số x, y, z thỏa mãn $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và $2x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -100$

Lời giải

$$\text{Từ } \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16} = \frac{z^2}{25} = \frac{2x^2}{18} = \frac{2y^2}{32} = \frac{3z^2}{75} = \frac{2x^2 + 2y^2 - 3z^2}{-25} = \frac{-100}{-25} = 4$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x^2 = 36 \\ y^2 = 64 \\ z^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \\ z = 10 \\ x = -6 \\ y = -8 \\ z = -10 \end{cases} \quad (\text{Vì } x, y, z \text{ cùng dấu})$$

Vậy $(x; y; z) \in \{(6; 8; 10); (-6; -8; -10)\}$

Câu 5. (HSG 7 huyện Nghĩa Điền, tỉnh, trường THCS Tư Nghĩa năm học 2017 - 2018)

Tìm các số x, y, z biết: $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{9}$ và $x - 3y + 4z = 62$

Lời giải

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{9} &\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{3y}{9} = \frac{4z}{36} \\ &\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{3y}{9} = \frac{4z}{36} = \frac{x - 3y + 4z}{4 - 9 + 36} = \frac{62}{31} = 2 \\ &\Rightarrow x = 8; y = 6; z = 18 \end{aligned}$$

Câu 6. (HSG 7 Đà Nẵng, tỉnh, trường Nguyễn Khuyến năm học 2017 - 2018)

Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25}$ và $\frac{9-x}{7} + \frac{11-x}{9} = 2$. Tìm $x + y + z$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Từ } \frac{9-x}{7} + \frac{11-x}{9} = 2 &\Leftrightarrow (2-x) \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9} \right) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \\ \text{Thay } x = 2 &\Rightarrow \frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25} = \frac{2+16}{9} = 2 \\ &\Rightarrow x + y + z = 100 \end{aligned}$$

Câu 7. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường năm học)

Tìm x, y, z biết: $3(x-1) = 2(y-2)$; $4(y-2) = 3(z-3)$ và $2x + 3y - z = 50$.

Lời giải

$$\begin{aligned} 3(x-1) = 2(y-2); 4(y-2) = 3(z-3) &\Rightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} \text{ và } 2x + 3y - z = 50 \\ &\Rightarrow x = 11; y = 17; z = 23. \end{aligned}$$

Câu 8. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Lê Văn Tám năm học 2017 - 2018)

Tìm các số x, y, z biết: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 116$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Từ giả thiết } &\Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{16} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{4 + 9 + 16} = \frac{116}{29} = 4 \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = 4; y = 6; z = 8 \\ x = -4; y = -6; z = -8 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 9. (HSG 7 huyện Tam Dương, tỉnh, trường năm học 2016 - 2017)

Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$
 Tính giá trị của biểu thức $A = 2016.x + y^{2017} + z^{2017}$

Lời giải

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có :

$$\begin{aligned} \frac{y+z+1}{x} &= \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z} \\ \Rightarrow x+y+z &= 0,5 \Rightarrow \frac{0,5-x+1}{x} = \frac{0,5-y+2}{y} = \frac{0,5-z-3}{z} = 2 \\ \Rightarrow x &= \frac{1}{2}; y = \frac{5}{6}; z = \frac{-5}{6} \end{aligned}$$

Khi đó ta có $2016.x + y^{2017} + z^{2017} = 2016.\frac{1}{2} + 0 = 1008$

Vậy với x, y, z là các số thực thỏa mãn $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$
 Thì giá trị của biểu thức $2016.x + y^{2017} + z^{2017}$ là 1008

Câu 10. (HSG 7 huyện Tân Lạc, tỉnh, trường năm học 2015 - 2016)

Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25}$ và $4x^3 - 3 = 29$. Tính $x - 2y + 3z$

Lời giải

Ta có: $4x^3 - 3 = 29 \Rightarrow 4x^3 = 32 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$

Thay vào tỉ lệ thức ta được: $\frac{2+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25} \Rightarrow \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25} = 2 \Rightarrow y = -7; z = 1$

Vậy $x - 2y + 3z = 2 - 2.(-7) + 3.1 = 19$

Câu 11. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa, tỉnh, trường năm học 2016 - 2017)

Tìm x, y, z biết $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2}$ và $x+y+z=18$

Lời giải

Ta có: $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2}$. Suy ra
 $\frac{4.(3x-2y)}{16} = \frac{3.(2z-4x)}{9} = \frac{2.(4y-3z)}{4} = \frac{12x-8y+6z-12x+8y-6z}{29} = 0$

Do đó: $\frac{3x-2y}{4} = 0 \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ (1)

$\frac{2z-4x}{3} = 0 \Rightarrow 2z = 4x \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{z}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{2+3+4} = \frac{18}{9} = 2$ Suy ra $x = 4; y = 6; z = 8$.

Câu 12. (HSG 7 huyện Hiệp Hòa, tỉnh, trường năm học 2016 - 2017)

Tìm x, y biết $\frac{x+4}{7+y} = \frac{4}{7}$ và $x+y=22$

Lời giải

$$\frac{x+4}{7+y} = \frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow 28+7x=28+4y \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{x+y}{4+7} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{22}{11} = 2$$

$$\Rightarrow x=8, y=14.$$

Câu 13. (HSG 7 huyện Tứ Kỳ, tỉnh, trường Lê Quý Đôn năm học 2016 - 2017)

Tìm x, y, z biết:

a) $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}; 5x=7z$ và $x-2y+z=32$

b) $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

Lời giải

a) Từ $\frac{x}{y} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{x}{21} = \frac{y}{14}$ (1)

Từ $5x=7z \Rightarrow \frac{x}{7} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{x}{21} = \frac{z}{15}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{x}{21} = \frac{y}{14} = \frac{z}{15} = \frac{x-2y+z}{21-28+15} = \frac{32}{8} = 4$
 $\Rightarrow x=84; y=56; z=60.$

b) ta có $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{2x+2y+2z}{x+y+z} = 2$

$$\Rightarrow \begin{cases} y+z+1=2x \\ x+z+2=2y \\ x+y-3=2z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y+z=2x-1 \\ x+z=2y-2 \\ x+y=2z+3 \end{cases}$$

Từ $\frac{1}{x+y+z} = 2$ và $y+z=2x-1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

Từ $\frac{1}{x+y+z} = 2$ và $x+z=2y-2 \Rightarrow y = \frac{5}{6}$

Từ $\frac{1}{x+y+z} = 2$ và $x+y=2z+3 \Rightarrow z = \frac{-5}{6}$

Vậy $x = \frac{1}{2}; y = \frac{5}{6}; z = \frac{-5}{6}.$

Câu 14. (HSG 7 huyện , tỉnh Đà Nẵng, trường Nguyễn Khuyến năm học 2016 - 2017)

Tìm số $\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{25}$ biết $x-y+z=4$

Lời giải

$$\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{25} \text{ và } x, y, z \in \mathbb{N}, x \neq 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{2+3+5} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\Rightarrow x=2; y=3; z=5. \text{ Vậy } \overline{xyz} = 235$$

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Sơn Dương, tỉnh, trường THCS Hồng Thái 2017 - 2018)

Cho x, y, z là các số khác 0 và $x^2 = yz, y^2 = xz, z^2 = xy$

Chứng minh rằng: $x = y = z$

Lời giải

Vì x, y, z là các số khác 0 và $x^2 = yz, y^2 = xz, z^2 = xy$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{x}; \frac{y}{z} = \frac{x}{y}; \frac{z}{x} = \frac{y}{z} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x}$$

áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau:

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x} = \frac{x+y+z}{y+z+x} = 1 \Rightarrow x = y = z$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Cẩm Khê, tỉnh, trường 2017 - 2018)

Cho các số thực $a; b; c; d; e$ khác 0 thỏa mãn $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{2a^4 + 3b^4 + 4c^4 + 5d^4}{2b^4 + 3c^4 + 4d^4 + 5e^4} = \frac{a}{e}$$

Lời giải

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{e} = \frac{a^4}{b^4} = \frac{b^4}{c^4} = \frac{c^4}{d^4} = \frac{d^4}{e^4}$$

$$= \frac{2a^4}{2b^4} = \frac{3b^4}{3c^4} = \frac{4c^4}{4d^4} = \frac{5d^4}{5e^4} = \frac{2a^4 + 3b^4 + 4c^4 + 5d^4}{2b^4 + 3c^4 + 4d^4 + 5e^4}$$

$$\text{Vậy } \frac{2a^4 + 3b^4 + 4c^4 + 5d^4}{2b^4 + 3c^4 + 4d^4 + 5e^4} = \frac{a}{e}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Trục Ninh, tỉnh, trường 2017 - 2018)

Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$

Lời giải

$$\text{Từ } \frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow c^2 = ab$$

$$\text{Khi đó: } \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b^2 + ab}{a^2 + ab} = \frac{b(a+b)}{a(a+b)} = \frac{b}{a}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} - 1 = \frac{b}{a} - 1 \quad \text{Hay} \quad \frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường THCS Nguyễn trực 2017 - 2018)

Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng:

a) $\frac{a^2 - b^2}{ab} = \frac{c^2 - d^2}{cd}$; b) $\frac{(a+b)^2}{a^2 + b^2} = \frac{(c+d)^2}{c^2 + d^2}$

Lời giải

Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow a = bk; c = dk$

a) $VT = \frac{a^2 - b^2}{ab} = \frac{b^2k^2 - b^2}{b^2k} = \frac{k^2 - 1}{k}$ (1)

$VP = \frac{c^2 - d^2}{cd} = \frac{d^2k^2 - d^2}{d^2k} = \frac{k^2 - 1}{k}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{a^2 - b^2}{ab} = \frac{c^2 - d^2}{cd}$

b) $VT = \frac{(a+b)^2}{a^2 + b^2} = \frac{(bk + b)^2}{b^2k^2 + b^2} = \frac{b^2(k+1)^2}{b^2(k^2 + 1)} = \frac{(k+1)^2}{k^2 + 1}$ (1)

$VP = \frac{(c+d)^2}{c^2 + d^2} = \frac{(dk + d)^2}{d^2k^2 + d^2} = \frac{(k+1)^2}{k^2 + 1}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{(a+b)^2}{a^2 + b^2} = \frac{(c+d)^2}{c^2 + d^2}$

Câu 5. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường THCS Sương Bình 2017 - 2018)

Chứng minh rằng:

Nếu $2(x+y) = 5(y+z) = 3(z+x)$ thì $\frac{x-y}{4} = \frac{y-z}{5}$

Lời giải

$2(x+y) = 5(y+z) = 3(z+x)$

$\Rightarrow \frac{2(x+y)}{30} = \frac{5(y+z)}{30} = \frac{3(z+x)}{30} \Rightarrow \frac{x+y}{15} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{10}$

Biến đổi: $\frac{z+x}{10} = \frac{y+z}{6} = \frac{x-y}{4}$ (1); $\frac{x+y}{15} = \frac{z+x}{10} = \frac{y-x}{5}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{x-y}{4} = \frac{y-z}{5}$

Câu 6. (HSG 7 huyện, tỉnh TP Hà Tĩnh, trường THCS Thạch Bình 2017 - 2018)

Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$. Chứng minh: $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d} \right)^3 = \frac{a}{d}$

Lời giải

Ta có: $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{d}$ (1), ta lại có: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{a+b+c}{b+c+d}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3 = \frac{a}{d}$

Câu 7. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường THCS Hùng Thư năm học 2017 - 2018)

Cho a, b, c, d là 4 số khác 0, thỏa mãn điều kiện: $b^2 = ac; c^2 = bd; b^3 + c^3 + d^3 \neq 0$

Chứng minh rằng: $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{a}{d}$

Lời giải

Từ giả thiết: $b^2 = ac; c^2 = bd \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

Ta có: $\frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} \quad (1)$

Lại có: $\frac{a^3}{b^3} = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{d} \quad (2)$

Từ (1) và (2): $\Rightarrow \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{a}{d}$

Câu 8. (HSG 7 huyện Phù Cát, tỉnh, trường THCS Ngô Gia Tự 2017 - 2018)

Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với $a, b, c, d \neq 0; a \neq \pm b, c \neq \pm d$. Chứng minh:

a) $\frac{b}{b-a} = \frac{d}{d-c}$ và $\frac{c+d}{a+b} = \frac{c}{a}$

b) $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^{2013} = \frac{a^{2013} + b^{2013}}{c^{2013} + d^{2013}}$

Lời giải

a) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow 1 - \frac{a}{b} = 1 - \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b-a}{b} = \frac{d-c}{d} \Rightarrow \frac{b-a}{b-a} = \frac{d-c}{d-c}$

Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{d}{b} = \frac{c+d}{a+b}$

b) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d} \Rightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^{2013} = \left(\frac{b}{d}\right)^{2013} = \left(\frac{a-b}{c-d}\right)^{2013} = \frac{a^{2013} + b^{2013}}{c^{2013} + d^{2013}}$

Câu 9. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường THCS Kim An 2017 - 2018)

Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{3a^6 + c^6}{3b^6 + d^6} = \frac{(a+c)^6}{(b+d)^6} \quad (b+d \neq 0)$

Lời giải

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

$\Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^6 = \left(\frac{c}{d}\right)^6 = \left(\frac{a+c}{b+d}\right)^6 \Rightarrow \frac{a^6}{b^6} = \frac{c^6}{d^6} = \frac{(a+c)^6}{(b+d)^6}$

$$\Rightarrow \frac{3a^6}{3b^6} = \frac{c^6}{d^6} = \frac{(a+c)^6}{(b+d)^6} \Rightarrow \frac{3a^6 + c^6}{3b^6 + d^6} = \frac{(a+c)^6}{(b+d)^6}$$

Câu 10. (HSG 7 huyện Anh Sơn, tỉnh, trường 2015 - 2016)

Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Chứng minh rằng: $(a+2c)(b+d) = (a+c)(b+2d)$.

Lời giải

Ta có: $(a+2c)(b+d) = (a+c)(b+2d)$

$$ab + ad + 2cb + 2cd = ab + 2ad + cb + 2cd$$

$$cb = ad \text{ suy ra: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Câu 11. (HSG 7 huyện, tỉnh Đà Nẵng, trường THCS Nguyễn Khuyến 2016 - 2017)

Biết $a^2 + ab + \frac{b^2}{3} = 25$; $c^2 + \frac{b^2}{3} = 9$; $a^2 + ac + c^2 = 16$.

Và $a \neq 0, c \neq 0, a \neq -c$ Chứng minh rằng: $\frac{2c}{a} = \frac{b+c}{a+c}$

Lời giải

Ta có: $c^2 + \frac{b^2}{3} + a^2 + ac + c^2 = a^2 + ab + \frac{b^2}{3}$ (vì $9+16=25$)

Suy ra $2c^2 = a(b-c) \Rightarrow \frac{2c}{a} = \frac{b-c}{c} (a \neq 0, b \neq 0)$

$$\Rightarrow \frac{2c}{a} = \frac{b-c}{c} = \frac{2c+b-c}{a+c} = \frac{b+c}{a+c} (a \neq -c, a+c \neq 0)$$

Dạng 3. Chứng minh bất đẳng thức

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Cẩm Khê, tỉnh, trường 2017 - 2018)

Cho a, b, c, d là các số thực dương thỏa mãn $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

Hãy so sánh $\frac{a}{b}$ với $\frac{a+c}{b+d}$

Lời giải

Vì a, b, c, d là các số thực dương thỏa mãn $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ nên $ad < bc$ (1)

$$\frac{a}{b} = \frac{a(b+d)}{b(b+d)} = \frac{ab+ad}{b(b+d)} \quad (2)$$

Mặt khác:

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{b(a+c)}{b(b+d)} = \frac{ab+bc}{b(b+d)} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d}$

Dạng 4. Bài toán về dãy tỉ số bằng nhau và chia tỉ lệ

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường)

Ba phân số có tổng bằng $\frac{213}{70}$, các tử của chúng tỉ lệ với 3; 4; 5 các mẫu của chúng tỉ lệ với 5; 1; 2. Tìm ba phân số đó.

Lời giải

Các phân số cần tìm là $a; b; c$ ta có: $a+b+c = \frac{213}{70}$ và $a:b:c = \frac{3}{5} : \frac{4}{1} : \frac{5}{2} = 6:40:25$
 $\Rightarrow a = \frac{9}{35}, b = \frac{12}{7}, c = \frac{15}{14}$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Trực Ninh, tỉnh, trường 2017 - 2018)

Tìm một số có 3 chữ số biết rằng số đó chia hết cho 18 và các chữ số của nó tỉ lệ với $1, 2, 3$

Lời giải

Gọi 3 chữ số cần tìm là $a; b; c$

Số chia hết cho 18 nên chia hết cho 9 $\Rightarrow (a+b+c):9$

Lại có: $1 \leq a+b+c \leq 27$ suy ra $a+b+c$ nhận 1 trong 3 giá trị 9; 18; 27

Theo bài ra ta có: $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6}$ mà $a \in \mathbb{N}$ nên $\frac{a+b+c}{6} \in \mathbb{N}$, suy ra $a+b+c = 18$

Suy ra $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = 3 \Rightarrow a=3, b=6, c=9$.

Do số cần tìm chia hết cho 18 nên chữ số cuối chẵn.

Vậy các số cần tìm là 396; 936.

Câu 3. (HSG 7 huyện Phù Cát, tỉnh, trường 2017 - 2018)

Tìm hai số khác 0, biết tổng, hiệu, tích của hai số đó tỉ lệ với $3; \frac{1}{3}; \frac{200}{3}$

Lời giải

Gọi 2 số khác 0 cần tìm là x và y .

Ta có: $\frac{x+y}{3} = \frac{x-y}{1} = \frac{xy}{200} = \frac{x+y+x-y}{3+1} = \frac{2x}{4} = \frac{x}{2} = \frac{3x}{5} = k \neq 0$

$\Rightarrow x = \frac{5k}{3}$ (1); $x+y=3k$ (2); $xy = \frac{200k}{3}$ (3)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow y = 3k - \frac{5k}{3} = \frac{4k}{3} \Rightarrow xy = \frac{5k}{3} \cdot \frac{4k}{3} = \frac{20k^2}{9}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{200k}{3} = \frac{20k^2}{9} \Leftrightarrow k = 30 (k \neq 0) \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 30}{3} = 50; y = \frac{4 \cdot 30}{3} = 40$

Vậy hai số cần tìm là 50; 40

Câu 4. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Phan Đình Phùng 2017 - 2018)

Học sinh khối 7 của một trường gồm 3 lớp tham gia trồng cây. Lớp 7A trồng toàn bộ 32,5% số cây. Biết số cây lớp 7B và 7C trồng được theo tỉ lệ 1,5 và 1,2. Hỏi số cây cả 3 lớp trồng được là bao nhiêu, biết số cây của lớp 7A trồng được ít hơn số cây của lớp 7B trồng được là 120 cây.

Lời giải

Gọi $a; b; c$ ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$) lần lượt là số cây của 7A, 7B, 7C trồng được

Theo đề ta có: $\frac{b}{1,5} = \frac{c}{1,2}$ (1); $b - a = 120$ (2) và $a = 32,5\%(a + b + c) \Rightarrow a + b + c = \frac{40a}{13}$ (3)

Từ (1), (2) suy ra a, c theo b rồi thay vào (3) để giải

Vậy cả 3 lớp trồng được số cây là 2400 cây

Câu 5. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường THCS Võ Thị Sáu, THCS Đáp Cầu, THCS Trà Lý, năm 2017 - 2018)

Có 3 mảnh đất hình chữ nhật A, B và C. Các diện tích của A và B tỉ lệ với 4 và 5, các diện tích của B và C tỉ lệ với 7 và 8; A và B có cùng chiều dài và tổng các chiều rộng của chúng là 27m. B và C có cùng chiều rộng. Chiều dài của mảnh đất C là 24m. Hãy tính diện tích của mỗi mảnh đất.

Lời giải

Gọi diện tích, chiều dài, chiều rộng của các mảnh đất A, B, C theo thứ tự là

$S_A, d_A, r_A, S_B, d_B, r_B, S_C, d_C, r_C$

Theo bài ra ta có:

$$\frac{S_A}{S_B} = \frac{4}{5}; \frac{S_B}{S_C} = \frac{7}{8}; d_A = d_B; r_A + r_B = 27(\text{m}); r_B = r_C; d_C = 24(\text{m})$$

Hai hình chữ nhật A và B có cùng chiều dài nên các diện tích của chúng tỉ lệ thuận với các chiều rộng. Ta có:

$$\frac{S_A}{S_B} = \frac{4}{5} = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow \frac{r_A}{4} = \frac{r_B}{5} = \frac{r_A + r_B}{4 + 5} = \frac{27}{9} = 3 \Rightarrow \begin{cases} r_A = 12\text{m} \\ r_B = 15\text{m} = r_C \end{cases}$$

Hai hình chữ nhật B và C có cùng chiều rộng nên các diện tích của chúng tỉ lệ thuận với các chiều dài. Ta có:

$$\frac{S_B}{S_C} = \frac{7}{8} = \frac{d_B}{d_C} \Rightarrow d_B = \frac{7d_C}{8} = \frac{7 \cdot 24}{8} = 21(\text{m}) = d_A$$

$$\text{Do đó: } S_A = d_A \cdot r_A = 21 \cdot 12 = 252(\text{m}^2)$$

$$S_B = d_B \cdot r_B = 21 \cdot 15 = 315(\text{m}^2)$$

$$S_C = d_C \cdot r_C = 24 \cdot 15 = 360(\text{m}^2)$$

Câu 6. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường THCS Hùng Thư 2017 - 2018)

Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với 5 : 6 : 7 nhưng sau đó chia theo tỉ lệ 4 : 5 : 6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 4 gói. Tính tổng số gói tăm mà 3 lớp đã mua

Lời giải

$$x \quad (x \in \mathbb{N}^*)$$

Gọi tổng số gói tằm 3 lớp cùng mua là

Số gói tằm dự định chia cho 3 lớp 7A, 7B, 7C lúc đầu lần lượt là a, b, c

$$\text{Ta có: } \frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{5+6+7} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{5x}{18}; \quad b = \frac{6x}{18} = \frac{x}{3}; \quad c = \frac{7x}{18} \quad (1)$$

Số gói tằm sau đó chia cho 3 lớp lần lượt là a', b', c'

ta có:

$$\frac{a'}{4} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{6} = \frac{a'+b'+c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{4x}{15}; \quad b' = \frac{5x}{15} = \frac{x}{3}; \quad c' = \frac{6x}{15} \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta có: $a > a', b = b', c < c'$ nên lớp 7C nhận nhiều hơn lúc đầu

$$\text{Vậy } c' - c = 4 \text{ hay } \frac{6x}{15} - \frac{7x}{18} = 4 \Rightarrow \frac{x}{90} = 4 \Rightarrow x = 360$$

Vậy số gói tằm 3 lớp đã mua là 360 gói

QUY ĐỊNH BIÊN SOẠN ĐỀ KIỂM TRA, TÀI LIỆU CỦA NHÓM

Thường gặp – Không chuẩn

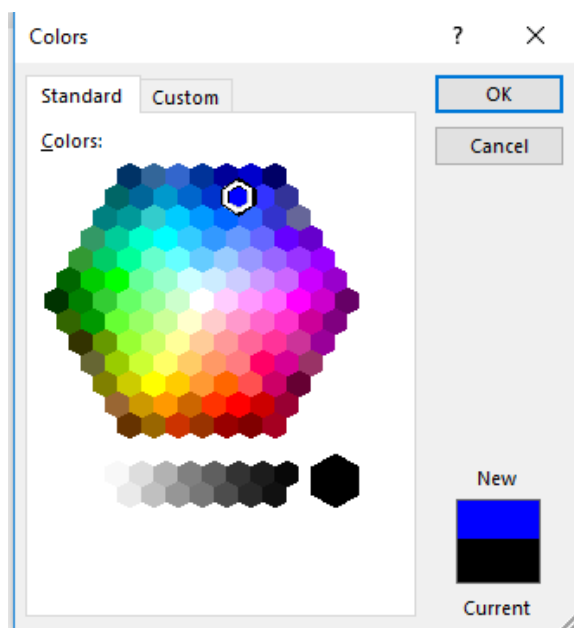
CHUẨN

1. Dấu độ 90^0
2. Dấu phẩy Δ', d' hoặc A'
3. Cặp ngoặc tròn (3;4)
4. Tọa độ điểm (1;2)
5. $f[g(x)], [f(x)+g(x)]$
6. Dấu song song $a // b$
7. Tách rời công thức x, y hoặc $x_1; x_2$
8. Các tập số $N, Z, R \dots$
9. $(x, y), (x, y \in \mathbb{R})$ (dấu ngoặc gõ thường bằng Word)
10. $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ hoặc $1, 2, 3 \dots$
11. Đánh số công thức (1), (2), (*)
12. Cặp ngoặc () để thường bên ngoài. Cặp ngoặc bên trong MT ().
13. Tách Công Thức cho những trường hợp có dấu , hoặc dấu ; . Hai CT có tính chất riêng biệt. và không xuống hàng trong MT.
14. Các chữ số tự nhiên không đi cùng bất kì kí tự nào khác có thể gõ bằng Word bình thường, không cần gõ trong Mathtype.
15. Các biến số như $x, y, t \dots$ và các chữ cái như $a, b, m, A, B \dots$ đều phải được gõ trong Mathtype và in nghiêng.
16. Đơn vị in đứng và cách số liệu 1 dấu cách. (km); (km/h); (nếu gõ trong MT thì dùng cặp ngoặc MT). Có thể gõ ngoài word thông thường và cách số liệu 1 dấu cách.
17. Hình vẽ canh giữa trang, để chế độ In line with Text. Trên Hình dạng điểm nhỏ, Nét Vẽ mảnh, Miền diện tích cần Tô màu. Thể hiện đúng nội dung bài giải.
18. Hình vẽ, bảng giá trị cần phải hóa ảnh.
19. Nội dung trong công thức Mathtype canh đều về bên trái.
20. Toàn bộ văn bản phải canh đều hai biên (Ctrl J), trừ chữ LỜI GIẢI và các hình ảnh.
21. Không dùng dấu cách trong các công thức Toán.
22. Kí hiệu trong góc, khoảng cách, không dùng dấu chấm phẩy. Góc, khoảng cách dùng ngoặc tròn không dùng ngoặc vuông.
23. Không viết tắt các cụm từ như TXĐ, BBT, VTPT, VTCP, PT, BTP, TH, ĐKXĐ..., cho phép viết tắt đvtt, đvdt, SGK, Đpcm.

Nhấn Ctrl Space để gõ dấu cách trong MT.

1. 90° **Nhấn Ctrl +Shift +K, buông ra nhấn D**
2. Δ', d' hoặc A' **Nhấn Ctrl Alt ‘**
3. (3;4) **Nhấn Ctrl (có thêm 1 dấu cách trước và sau ; trong cặp ngoặc)**
5. (1;2) **Trước và sau dấu ; có 1 dấu cách .**
7. $f(g(x)), (f(x)+g(x))$ **vì dấu () trong $f(x)$ là kí hiệu, không phải phép toán.**
8. $a // b$ **Trước và sau dấu // phải có 1 dấu cách Gõ // bình thường trong MT, bôi đen // (Ctrl+Shift+E).**
9. x, y hoặc $x_1; x_2$ **Dấu , hoặc dấu ; nằm ngoài MT, tách ra thành 2 công thức có tính chất riêng biệt.**
11. $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}$ **(nhấn Ctrl D, buông ra nhấn Shift N)**
13. $(x, y), (x, y \in \mathbb{R})$ **(gõ hết trong MT, sau dấu phẩy gõ thêm 1 dấu cách)**
15. $\{1; 2; 3; \dots; 100\}$ **(khi liệt kê và giữa các phần tử trong một tập hợp phải ngăn cách nhau bằng dấu chấm phẩy, sau dấu ; thêm 1 dấu cách cho đẹp)**
16. (1) (*) **(Gõ hết trong MT và để riêng)**

24. Các chữ (g – c – g), (g – g), (c – g – c), (c – c – c) cho phép viết tắt và **phải gõ bằng Word** thông thường, không in nghiêng.
25. Các chữ **loại, nhận, thỏa mãn** **khi gõ** trong Mathtype **không viết tắt và nằm trong cặp ngoặc tròn** (**Chuẩn** (loại); (thỏa ma $\bar{o}$ n) ; (nh $\bar{a}$ n)).(chuyển sang Fonf Vni-tmie: rồi gõ cái chữ trên trong text). Có thể gõ ngoài MT (loại); (nhận).
26. Nếu câu hỏi muốn hỏi mệnh đề sai, hoặc không (thuộc, đúng...) thì các chữ **sai, không phải in đậm, không nghiêng, không gạch chân**.
27. **Tuyệt đối không dùng gạch đầu dòng** - trong văn bản Toán học.



Màu xanh chuẩn:

BẢNG GÕ TẮT TRONG MATHTYPE

Mở cửa sổ mathtype	Ctrl + Alt + Q
Đóng cửa sổ mathtype	Alt + F4
Số mũ	Ctrl + H
Chỉ số dưới	Ctrl + L
Số mũ + chỉ số dưới	Ctrl + J
Phân số	Ctrl + F
Căn bậc hai	Ctrl + R
Căn bậc n	Ctrl + T,n
$\geq$	Ctrl + K, >
$\leq$	Ctrl + K, <
$\Rightarrow$	Ctrl +K, Shift + Right
$\Leftrightarrow$	Ctrl + K, Alt +Shift + Right
$\neq$	Ctrl + K, Shift +
$\equiv$	Ctrl + K, +
$\in$	Ctrl + K, E

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>