

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = \frac{-x^2}{4}$ và đường thẳng $(d): y = \frac{x}{2} - 2$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $x^2 - 3x - 5 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2x_1}{x_2} + \frac{2x_2}{x_1}$

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (1 điểm). Quy tắc sau đây cho ta cách tính ngày cuối cùng của tháng hai trong năm $\overline{20ab}$ là thứ mấy ?

- Lấy $\overline{ab}$ chia 12 được thương là x dư là y
- Lấy y chia 4 được thương là z
- Tính $M = x + y + z$
- Lấy M chia 7 được dư r

Nếu $r = 0$ đó là thứ 3

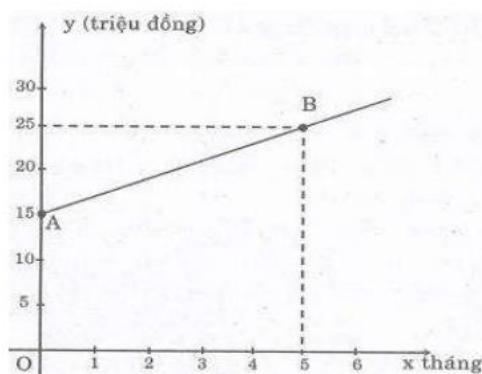
Nếu $r = 1$ đó là thứ 4

Nếu $r = 5$ đó là chủ nhật

Nếu $r = 6$ đó là thứ hai

Em hãy dùng quy tắc trên tính xem ngày cuối cùng của tháng hai trong năm 2024 là thứ mấy ? Từ đó cho biết ngày 29 / 01 / 2024 là thứ mấy ?

Câu 4. (0,75 điểm). Tiền vốn và lãi bán hàng của một cửa hàng kinh doanh 6 tháng đầu năm được biểu thị bằng một đoạn thẳng, với vốn ban đầu là : 15 triệu đồng (hình vẽ).



a) Hãy xác định hệ số a và b biết phương trình đồ thị trên là một đường thẳng có dạng $y = ax + b$ $a \neq 0$ với y là số tiền vốn và lãi bán hàng; x là số tháng bán hàng.

b) Tính số tiền vốn và lãi ở tháng thứ tư ?

Câu 5. (1 điểm). Bạn Mai mua 38 cái bánh cho lớp liên hoan. Tại cửa hàng bánh A giá bánh Mai muốn mua là 16000 đồng/ 1 cái. Cửa hàng bánh A đang có chương trình khuyến mãi, nếu mua hơn 10 cái sẽ được giảm giá 9% trên tổng số tiền mua bánh

a) Nếu bạn Mai mua 38 cái bánh ở cửa hàng A thì phải trả bao nhiêu tiền ?

b) Tại cửa hàng B bán cùng loại bánh nói trên (chất lượng như nhau) đồng giá 16000 đồng/ 1 cái, nhưng nếu mua ba cái thì chỉ trả 43000 đồng. Bạn Mai nên mua bánh ở cửa hàng nào để có lợi hơn.

Câu 6. (1 điểm). Hôm nay, ba bạn Tuấn nhờ bạn thay dùm nước trong bể cá lòng bể là hình hộp chữ nhật, đáy có kích thước $30cm \times 60cm$, chiều cao $40cm$. Nước hiện nay chứa trong bể cách mép trên của bể là $5cm$, ba của Tuấn dặn dùng ống hút dẫn nước vào các xô tránh nước tràn nước ra sàn nhà, kể cả hút chất bẩn dưới đáy bể, chừa lại nước cũ nửa bể, sau đó đổ nước mới vào nếu thực hiện đúng yêu cầu trên, bạn Tuấn đã rút nước từ bể cá ra ngoài bao nhiêu lít nước (Cho biết công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật là $V = S.h$, trong đó S là diện tích đáy, h là chiều cao hình hộp và thể tích cá, rong, sỏi lót dưới đáy bể chiếm khoảng 10% thể tích bể, thể tích các chất bẩn không đáng kể, $1dm^3$ nước = 1 lít nước (làm tròn một chữ số thập phân)

Câu 7. (1 điểm). Để hòa chung với không khí World Cup, ở một thành phố tổ chức giải bóng đá lứa tuổi THCS bao gồm 32 đội tham gia chia thành 8 bảng. Ở vòng bảng, 2 đội có thứ hạng cao nhất sẽ được đi tiếp vào vòng trong (vòng loại trực tiếp). Thắng được 3 điểm, hòa được 1 điểm, thua 0 điểm. Nếu hai đội cùng điểm sẽ so hiệu số bàn thắng- thua. Ở bảng A , đội Phượng Hoàng của bạn An nằm trong bảng hạt giống sau 2 lượt đấu số hạng như sau:



1. Đội Báo Đen: 4 điểm

2. Đội Thỏ Trắng: 2 điểm

3. Đội Sư Tử: 2 điểm

4. Đội Phượng Hoàng 1 điểm

Ở lượt đấu diễn ra song song 2 trận Báo Đen- Sư Tử và Thỏ Trắng-Phượng Hoàng. Các em hãy tính xác suất vào vòng trong của đội Phượng Hoàng biết rằng đội Phượng Hoàng luôn có hiệu số bàn thắng thấp nhất ? Xác suất= (số khả năng vào vòng trong): (số khả năng xảy ra).100%

Câu 8. (3 điểm) Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA và E là điểm thuộc đường tròn tâm O (E không trùng với A và B). Gọi Ax và By là các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn O (Ax , By cùng thuộc một nửa mặt

phẳng bờ AB có chứa điểm E). Qua điểm E kẻ đường thẳng d vuông góc với EI cắt Ax và By lần lượt tại M và N .

1. Chứng minh tứ giác $AMEI$ nội tiếp.
2. Chứng minh $ENI = EBI$ và $AE.IN = BE.IM$.
3. Gọi P là giao điểm của AE và MI ; Q là giao điểm của BE và NI . Chứng minh hai đường thẳng PQ và BN vuông góc với nhau.
4. Gọi F là điểm chính giữa cung AB không chứa điểm E của đường tròn O . Tính diện tích tam giác OMN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

----HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = -\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng $(d): y = \frac{x}{2} - 2$.

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Lời giải

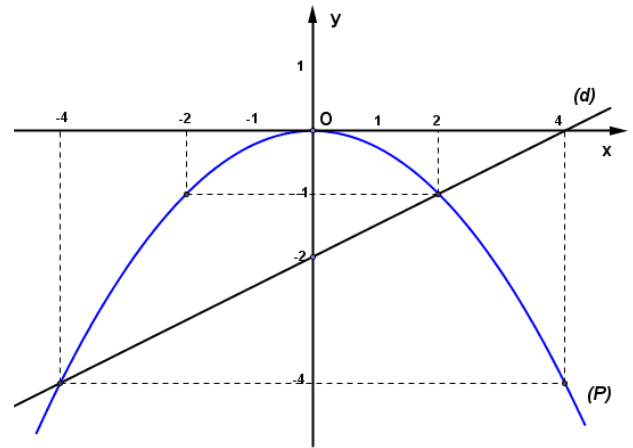
- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

(1 điểm)

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{x^2}{4}$	-4	-1	0	-1	-4

x	0	2
$y = \frac{x}{2} - 2$	-2	-1



- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$-\frac{x^2}{4} = \frac{x}{2} - 2$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Thay $x = 2$ vào $y = \frac{1}{2}x - 2$, ta được: $y = \frac{1}{2} \cdot 2 - 2 = -1$.

Thay $x = -4$ vào $y = \frac{1}{2}x - 2$, ta được: $y = \frac{1}{2} \cdot (-4) - 2 = -4$.

Vậy $(2; -1)$, $(-4; -4)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $x^2 - 3x - 5 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2x_1}{x_2} + \frac{2x_2}{x_1}$

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-5) = 29 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lí Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{3}{1} = 3 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-5}{1} = -5 \end{cases}$$

Ta có: $A = \frac{2x_1}{x_2} + \frac{2x_2}{x_1}$

$$A = \frac{2x_1^2 + 2x_2^2}{x_1x_2} = \frac{2(x_1^2 + x_2^2)}{x_1x_2} = \frac{2[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2]}{x_1x_2} = \frac{2(3^2 - 2 \cdot (-5))}{-5} = \frac{-38}{5}$$

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (1 điểm) Quy tắc sau đây cho ta cách tính ngày cuối cùng của tháng hai trong năm $\overline{20ab}$ là thứ mấy ?

- Lấy $\overline{ab}$ chia 12 được thương là x dư là y
- Lấy y chia 4 được thương là z
- Tính $M = x + y + z$
- Lấy M chia 7 được dư r

Nếu $r = 0$ đó là thứ 3

Nếu $r = 1$ đó là thứ 4

.....

Nếu $r = 5$ đó là chủ nhật

Nếu $r = 6$ đó là thứ hai

Em hãy dùng quy tắc trên tính xem ngày cuối cùng của tháng hai trong năm 2024 là thứ mấy ? Từ đó cho biết ngày 29 / 01 / 2024 là thứ mấy ?

Lời giải

Ta có : 2024 có 24 chia 12 được thương là 2 dư là 0

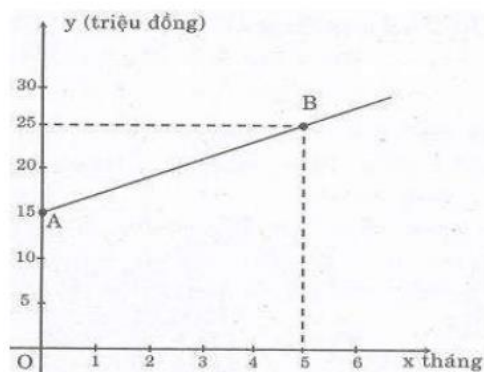
Lấy 0 chia 4 được thương là 0

Từ đó $M = 2 + 0 + 0 = 2$

Lấy M chia 7 dư $r = 2$. Từ đó ta có ngày cuối cùng của tháng hai trong năm 2024 tính theo quy tắc là thứ 5. Từ 29 / 01 / 2024 đến 28 / 02 / 2024 là 31 ngày.

Ta có : $31 = 7 \cdot 4 + 3$. Nên thứ 5 là 28 / 02 / 2024 lùi lại nên có 29 / 01 / 2024 là thứ 3

Câu 4. (0,75 điểm). Tiền vốn và lãi bán hàng của một cửa hàng kinh doanh 6 tháng đầu năm được biểu thị bằng một đoạn thẳng, với vốn ban đầu là : 15 triệu đồng (hình vẽ).



a) Hãy xác định hệ số a và b biết phương trình đồ thị trên là một đường thẳng có dạng $y = ax + b$ $a \neq 0$ với y là số tiền vốn và lãi bán hàng; x là số tháng bán hàng.

b) Tính số tiền vốn và lãi ở tháng thứ tư ?

Lời giải

a)

Ta có $y = ax + b$

Với $x = 0$ và $y = 15$ thì $15 = a.0 + b \Rightarrow b = 15$

Với $x = 5$ và $y = 25$ thì $25 = a.5 + b \Rightarrow 25 = a.5 + 15 \Rightarrow a = 2$

Từ đó ta có : $y = 2x + 15$

b)

Ta có: $y = 2x + 15$

Với $x = 4$ thì $y = 2.4 + 15 = 23$ triệu đồng.

Câu 5. (1 điểm) Bạn Mai mua 38 cái bánh cho lớp liên hoan. Tại cửa hàng bánh A giá bánh Mai muốn mua là 16000 đồng/ 1 cái. Cửa hàng bánh A đang có chương trình khuyến mãi, nếu mua hơn 10 cái sẽ được giảm giá 9% trên tổng số tiền mua bánh

a) Nếu bạn Mai mua 38 cái bánh ở cửa hàng A thì phải trả bao nhiêu tiền ?

b) Tại cửa hàng B, bán cùng loại bánh nói trên (chất lượng như nhau) đồng giá 16000 đồng/ 1 cái, nhưng nếu mua ba cái thì chỉ trả 43000 đồng. Bạn Mai nên mua bánh ở cửa hàng nào để có lợi hơn.

Lời giải

a) Do bạn Mai mua 38 cái bánh ở cửa hàng A nên được cửa hàng bánh giảm 9% trên tổng số tiền mua bánh.

Vậy số tiền bạn Mai phải trả là: $16000. 100\% - 9\% .38 = 553280$ đồng.

b) Tại cửa hàng B, nếu mua 3 cái bánh chỉ phải trả 43000 đồng.

38 cái bánh được chia thành: $38 = 12.3 + 2$.

Để mua 38 cái bánh, số tiền bạn Mai cần trả là: $12.43\,000 + 2.16\,000 = 548\,000$ đồng.

Do $548\,000 < 553\,280$ nên bạn Mai mua bánh ở cửa hàng B thì trả tiền ít hơn.

Câu 6. (1 điểm) Hôm nay, ba bạn Tuấn nhờ bạn thay dùm nước trong bể cá lòng bể là hình hộp chữ nhật, đáy có kích thước $30\text{cm} \times 60\text{cm}$, chiều cao 40cm . Nước hiện nay chứa trong bể cách mép trên của bể là 5cm , ba của Tuấn dẫn dùng ống hút dẫn nước vào các xô tránh nước tràn nước ra sàn nhà, kể cả hút chất bẩn dưới đáy bể, chứa lại nước cũ nửa bể, sau đó đổ nước mới vào nếu thực hiện đúng yêu cầu trên, bạn Tuấn đã rút nước từ bể cá ra ngoài bao nhiêu lít nước (Cho biết công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật là $V = S.h$, trong đó S là diện tích đáy, h là chiều cao hình hộp và thể tích cá, rong, sỏi lót dưới đáy bể chiếm khoảng 10% thể tích bể, thể tích các chất bẩn không đáng kể, 1dm^3 nước = 1 lít nước (làm tròn một chữ số thập phân)



Lời giải

Ta có: Bể cá lòng bể là hình hộp chữ nhật, đáy có kích thước $30\text{cm} \times 60\text{cm}$, chiều cao 40cm .

Nước hiện nay chứa trong bể cách mép trên của bể là 5cm nên ta có chiều cao nước là 35cm .

Thể tích hồ cá khi đó là $V = S.h = 30.60.35 = 63000 \text{ cm}^3 = 63 \text{ dm}^3$.

Thể tích nước trong hồ cá khi đó là $V_{\text{nước}} = 90\%.V = 56,7 \text{ dm}^3$

Ba Tuấn dẫn chứa lại nước cũ nửa bể nên lượng nước bị rút ra khỏi bể là

$$\frac{56,7}{2} = 28,35 \approx 28,4 \text{ l}$$

Câu 7. (1 điểm) Để hòa chung với không khí World Cup, ở một thành phố tổ chức giải bóng đá lứa tuổi THCS bao gồm 32 đội tham gia chia thành 8 bảng. Ở vòng bảng, 2 đội có thứ hạng cao nhất sẽ được đi tiếp vào vòng trong (vòng loại trực tiếp). Thắng được 3 điểm, hòa được 1 điểm, thua 0 điểm. Nếu hai đội cùng điểm sẽ so hiệu số bàn thắng- thua. Ở bảng A, đội Phương Hoàng của bạn An nằm trong bảng hạt giống sau 2 lượt đấu số hạng như sau:

1. Đội Báo Đen: 4 điểm
2. Đội Thỏ Trắng: 2 điểm
3. Đội Sư Tử: 2 điểm
4. Đội Phương Hoàng 1 điểm

Ở lượt đầu diễn ra song song 2 trận Báo Đen- Sư Tử và Thỏ Trắng-Phượng Hoàng. Các em hãy tính xác suất vào vòng trong của đội Phượng Hoàng biết rằng đội Phượng Hoàng luôn có hiệu số bàn thắng thấp nhất ? Xác suất= (số khả năng và vòng trong): (số khả năng xảy ra).100% **Quận 7-01**

Lời giải

Số khả năng xảy ra là $9 = 3.3$ (Trận Báo Đen- Sư Tử có 3 khả năng và trận Thỏ Trắng-Phượng Hoàng có 3 khả năng)

Số khả năng Phượng Hoàng vào là 2

TH: Báo Đen **thắng** Sư Tử và Thỏ Trắng **thua** Phượng Hoàng: Phượng Hoàng **vào**.

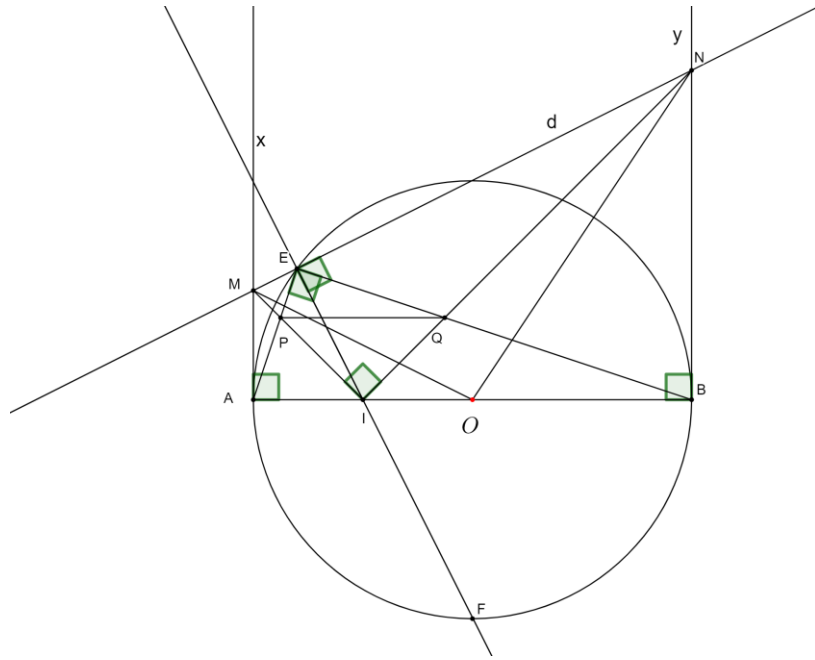
TH: Báo Đen **hòa** Sư Tử và Thỏ Trắng **thua** Phượng Hoàng: Phượng Hoàng **vào**.

Vậy xác suất để Phượng Hoàng được vào vòng trong là $\frac{2}{9}.100\% \approx 22,2\%$.

Câu 8. (3 điểm) Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OA và E là điểm thuộc đường tròn tâm O (E không trùng với A và B). Gọi Ax và By là các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn O (Ax, By cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm E). Qua điểm E kẻ đường thẳng d vuông góc với EI cắt Ax và By lần lượt tại M và N .

1. Chứng minh tứ giác $AMEI$ nội tiếp.
2. Chứng minh $ENI = EBI$ và $AE.IN = BE.IM$.
3. Gọi P là giao điểm của AE và MI ; Q là giao điểm của BE và NI . Chứng minh hai đường thẳng PQ và BN vuông góc với nhau.
4. Gọi F là điểm chính giữa cung AB không chứa điểm E của đường tròn O . Tính diện tích tam giác OMN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Lời giải



1) Chứng minh tứ giác $AMEI$ nội tiếp.

Xét tứ giác $AMEI$, có:

$$\begin{cases} MAI = 90^\circ (AM \perp AB) \\ MEI = 90^\circ (EM \perp EI) \end{cases}$$

$$\Rightarrow MAI + MEI = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AMEI$ nội tiếp vì có hai góc đối bù nhau.

2) Chứng minh $ENI = EBI$ và $AE.IN = BE.IM$.

Xét tứ giác $BNEI$, có:

$$\begin{cases} NBI = 90^\circ (BN \perp AB) \\ NEI = 90^\circ (EN \perp EI) \end{cases}$$

$$\Rightarrow NBI + NEI = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BNEI$ nội tiếp vì có hai góc đối bù nhau.

$\Rightarrow ENI = EBI$ (2 góc có đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh trong tứ giác nội tiếp)

Xét $\triangle ABE$ và $\triangle IMN$, có:

$$\angle ABE = \angle MNI \quad \angle EBI = \angle ENI$$

$\angle BAE = \angle IMN$ (2 góc có đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh EI trong tứ giác $AMEI$ nội tiếp)

$$\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle IMN \quad g - g$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{MI} = \frac{BE}{NI} \Rightarrow AE.IN = MI.BE$$

3) Gọi P là giao điểm của AE và MI ; Q là giao điểm của BE và NI . Chứng minh hai đường thẳng PQ và BN vuông góc với nhau.

Xét O ta có :

AEB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

$$\Rightarrow AEB = 90^\circ$$

Ta có :

$$\triangle ABE \sim \triangle MNI$$

$$\Rightarrow AEB = MIN = 90^\circ$$

Xét tứ giác $EPIQ$, có:

$$\begin{cases} PEQ = 90^\circ (AEB = 90) \\ PIQ = 90^\circ (MIN = 90) \end{cases}$$

$$\Rightarrow PEQ + PIQ = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $EPIQ$ nội tiếp vì có hai góc đối bù nhau.

$\Rightarrow EQP = EIP$ (vì 2 góc ở 2 đỉnh kề cùng nhìn 1 cạnh trong tứ giác nội tiếp)

Ta có:

$$EQP = EIP \text{ cmt}$$

$EAM = EIM$ (vì 2 góc ở 2 đỉnh kề cùng nhìn EM trong tứ giác $AMEI$ nội tiếp)

$EAM = EBA$ (vì góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung EA và góc nội tiếp chắn cung EA)

$$\Rightarrow EQP = EBA$$

Mà 2 góc EQP và EBA ở nằm vị trí đồng vị

Nên $PQ \parallel BA$

Mặt khác $AB \perp BN$

Suy ra $PQ \perp BN$

4) Gọi F là điểm chính giữa cung AB không chứa điểm E của đường tròn O . Tính diện tích tam giác OMN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Khi E, I, F thẳng hàng thì $AF = BF$

$$\Rightarrow AEI = IEB$$

Mà $AEI + IEB = AEB = 90^\circ$

Nên $AEI = IEB = 45^\circ$

Ta có :

$$AEI = IEB = 45^\circ$$

$AEI = AMI$ (vì 2 góc ở 2 đỉnh kề cùng nhìn AI trong tứ giác $AMEI$ nội tiếp)

$BEI = BNI$ (vì 2 góc ở 2 đỉnh kề cùng nhìn BI trong tứ giác $BNEI$ nội tiếp)

$$\Rightarrow AEI = AMI = BEI = BNI = 45^\circ$$

Ta có :

$\triangle MAI$ vuông ở A và $AMI = 45^\circ$

$\triangle BNI$ vuông ở B và $BNI = 45^\circ$

$\Rightarrow \triangle MAI$ vuông cân ở A và $\triangle BNI$ vuông cân ở B

$$\Rightarrow \begin{cases} MA = AI = \frac{R}{2} \\ NB = BI = \frac{3R}{2} \end{cases}$$

Ta có :

$$\begin{aligned} S_{\triangle OMN} &= S_{MABN} - S_{MAI} - S_{NBI} = \frac{AB \cdot MA + NB}{2} - \frac{MA \cdot IA}{2} - \frac{IB \cdot BN}{2} \\ &= \frac{2R \cdot \left(\frac{R}{2} + \frac{3R}{2} \right)}{2} - \frac{\frac{R}{2} \cdot \frac{R}{2}}{2} - \frac{\frac{3R}{2} \cdot \frac{3R}{2}}{2} \\ &= 2R^2 - \frac{R^2}{8} - \frac{9R^2}{8} = \frac{3R^2}{4} \end{aligned}$$

---HẾT---