

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình:
$$(x+4)\left(x^2 + \frac{1}{2}x - 1,5\right) = (3-x)\left(x^2 + \frac{1}{2}x - 1,5\right)$$

b) Giải bất phương trình:
$$x + \frac{1}{x} < 2$$

Bài 2. (2,0 điểm)

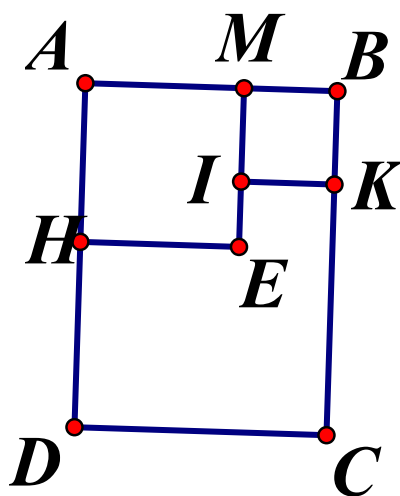
a) Tính giá trị của biểu thức sau:
$$\frac{x^{16} - 1}{(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)}$$
 với $x = 2011$

b) Cho $(x+3y)^3 - 6(x+3y)^2 + 12(x+3y) = -19$

Tìm giá trị của biểu thức $x+3y$

Bài 3. (1,0 điểm)

Một trường học được xây dựng trên khu đất hình chữ nhật ABCD có $AB = 50m$, $BC = 200m$. Ở phía chiều rộng AB tiếp giáp đường chính, người ra sử dụng hai lô đất hình vuông $AMEH$, $BMIK$ để xây dựng phòng làm việc và nhà để xe. Diện tích còn lại để xây phòng học và các công trình khác (như hình vẽ). Tính diện tích lớn nhất còn lại để xây phòng học và các công trình khác.



Bài 4. (2,0 điểm)

Cho biểu thức
$$P = \left(\frac{x}{x+2} - \frac{x^3 - 8}{x^3 + 8} \cdot \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 4} \right) : \frac{1}{x+2} \cdot \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x + 1}$$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P

b) Tìm các giá trị của x để $P > 0$

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 8cm$, $AD = 6cm$. Gọi H là hình chiếu của A trên BD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DH, BC

a) Tính diện tích tứ giác ABCH

b) Chứng minh $AM \perp MN$.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$a) (x+4) \left(x^2 + \frac{1}{2}x - 1,5 \right) = (3-x) \left(x^2 + \frac{1}{2}x - 1,5 \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(2x-1)(x-1)(2x+3) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -0,5 \\ x = 1 \\ x = -1,5 \end{cases}$$

$$b) \quad x + \frac{1}{x} < 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 1}{x} < 2, DK : x \neq 0$$

$$x > 0; x^2 + 1 < 2x \Leftrightarrow (x-1)^2 < 0 (k\text{tm})$$

$$x < 0; x^2 + 1 > 2x \Leftrightarrow (x-1)^2 (đúng \quad \forall x < 0)$$

Vậy $x < 0$

Bài 2.

a)

$$x^{16} - 1 = (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$$

$$\Rightarrow \frac{x^{16} - 1}{(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)} = \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)}{(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)} = x - 1$$

Kết quả 2010

$$(x+3y)^3 - 6(x+3y)^2 + 12(x+3y) - 8 = -27$$

$$\Leftrightarrow (x+3y-2)^3 = (-3)^3$$

$$b) \Rightarrow x+3y-2 = -3 \Rightarrow x+3y = -1$$

Bài 3. Đặt : $AM = a, MB = b \Rightarrow (a+b)^2 = 50^2$

$$(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2 = 50^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 1250$$

Diện tích nhỏ nhất $S_{AMEH} + S_{BIMK} = 1250(m^2)$

Diện tích lớn nhất còn lại: $10000 - 1250 = 8750(m^2)$

Bài 4. a) ĐKXD: $x \neq \pm 2$

$$\frac{x^3 - 8}{x^3 + 8} \cdot \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 4} = \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{(x + 2)(x^2 - 2x + 4)} \cdot \frac{x^2 - 2x + 4}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{x^2 + 2x + 4}{(x + 2)^2}$$

$$\frac{x}{x + 2} - \frac{x^2 + 2x + 4}{(x + 2)^2} = \frac{x(x + 2) - (x^2 + 2x + 4)}{(x + 2)^2} = \frac{-4}{(x + 2)^2}$$

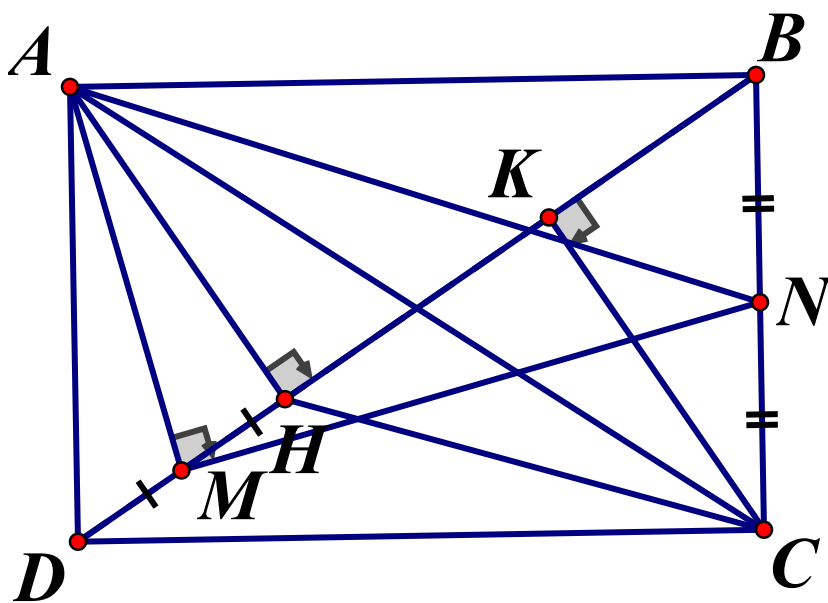
$$\frac{-4}{(x + 2)^2} : \frac{1}{x + 2} \cdot \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x + 1} = \frac{-4 \cdot (x + 2)(x + 1)(x + 2)}{(x + 2)^2 \cdot (x^2 + x + 1)} = \frac{-4 \cdot (x + 1)}{x^2 + x + 1}$$

b) $x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ với mọi x

Để $P > 0 \Leftrightarrow -4(x + 1) > 0 \Leftrightarrow x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$

Vậy để $P > 0$ thì $x < -1$; $x \neq -2$

Bài 5.



a)

$$\triangle ABH \sim \triangle DBA$$

Tính $AH = 4,8\text{cm}$; $BH = 6,4\text{cm}$

Kẻ $KC \perp BD$. $C / m KC = AH = 4,8\text{cm}$

$$S_{ABCH} = S_{ABH} + S_{BHC} = \frac{1}{2} AH \cdot HB + \frac{1}{2} CK \cdot HB = 30,72(\text{cm}^2)$$

$$\text{b) } \triangle AHD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{HD}{BC}.$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DM}{CN}; \triangle ADM \sim \triangle ACN \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AM}{AN}$$

$$\Rightarrow \angle MAD = \angle NAC \Rightarrow \angle NAM = \angle CAD; \frac{AD}{AC} = \frac{AM}{AN}$$

$$\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle AMN (cgc) \Rightarrow AM \perp MN$$