

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi : TOÁN (Toán chuyên Tin)

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Khóa thi ngày: 23-25/7/2020

Câu 1. (1.5 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}(x-1)}{\sqrt{x}+1} + \frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

Rút gọn biểu thức P và tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn $P^2 = P$.

Câu 2. (1.0 điểm)

Cho n là số tự nhiên có dạng $n = 1 + 4k$, $k \in \mathbb{N}$. Đặt $x = 2^{n+1} + 2$ và $y = 2^n + 1$.

Chứng minh rằng $(n.y^2 - 1)$ chia hết cho 4 và $(x^n + y^n)$ là một số chính phương.

Câu 3. (1.0 điểm)

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + m$ (m là tham số). Biết (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm A và B , trong đó $A(-1;1)$. Tìm tọa độ điểm B .

Câu 4. (2.0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 - 2(2m+1)x + m^2 + 3m + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có một nghiệm $x=1$ và một nghiệm lớn hơn 2.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+y-1)x = -4 \\ (2x+3y)(x+y-1) = 10 \end{cases}$$

Câu 5. (3.5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB > BC$) nội tiếp đường tròn (O) . Gọi D, E lần lượt là trung điểm AB và AC , H là chân đường cao kẻ từ đỉnh B của $\triangle ABC$ và K là điểm đối xứng của H qua đường thẳng DE .

a) Chứng minh bốn điểm A, D, O, E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh AK vuông góc với BK và ba điểm B, O, K thẳng hàng.

c) Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B cắt AC tại M . Trên tia BM , lấy điểm P sao cho $BP = CM$; trên tia đối của tia BA lấy điểm N sao cho $BN = BC$. Gọi X, Y lần lượt là trung điểm CN và BM . Tính tỷ số $\frac{XY}{CP}$.

Câu 6. (1.0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2020$.

Chứng minh rằng
$$\frac{4a}{2020a+b^2} + \frac{4b}{2020b+c^2} + \frac{4c}{2020c+a^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$$

----- **HẾT** -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký Giám thị 1: Chữ ký Giám thị 2: