

CHƯƠNG

MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

BÀI 3: CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP



LÝ THUYẾT.

1. Hợp và giao của các tập hợp

Cho hai tập hợp A và B.

Tập hợp các phần tử thuộc A hoặc thuộc B gọi là **hợp** của hai tập hợp A và B, kí hiệu $A \cup B$.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}.$$

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$$

Tập hợp các phần tử thuộc cả hai tập hợp A và B gọi là **giao** của hai tập hợp A và B, kí hiệu $A \cap B$.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}$$

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$$

Nhận xét:

- Nếu A và B là hai tập hợp hữu hạn thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.
- Đặc biệt, nếu A và B không có phần tử chung, tức $A \cap B = \emptyset$, thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.

2. Hiệu của hai tập hợp, phần bù của tập con

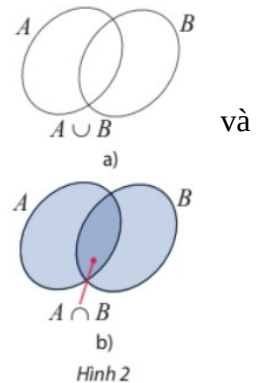
Cho hai tập hợp A và B

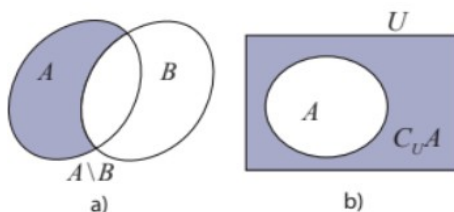
Tập hợp các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B gọi là **hiệu** của A và B, kí hiệu $A \setminus B$.

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin B\}$$

$$x \in A \setminus B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases}$$

Nếu $A \subset U$ thì hiệu $U \setminus A$ được gọi là phần bù của A trong U, kí hiệu $C_U A$.





Hình 4

Chú ý: Trong các chương sau, để tìm các tập hợp là hợp, giao, hiệu, phần bù của những tập con của tập số thực, ta thường vẽ sơ đồ trên trục số.



HỆ THỐNG BÀI TẬP.



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

➤ DẠNG : CÁC PHÉP TOÁN VỀ GIAO, HỢP, HIỆU CỦA HAI TẬP HỢP

PHƯƠNG PHÁP

♦ Giao của hai tập hợp: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ và } x \in B\}$.

♦ Hợp của hai tập hợp: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$.

♦ Hiệu của hai tập hợp: $A \setminus B = \{x | x \in A \text{ và } x \notin B\}$.

♦ Phần bù: Cho $B \subset A$ thì $C_A B = A \setminus B$.

Bài 1. Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3; 7\}$, $B = \{2; 4; 6; 7; 8\}$. Xác định các tập hợp $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Lời giải

Ta có $A \cap B = \{2; 7\}$, $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 6; 7; 8\}$, $A \setminus B = \{1; 3\}$, $B \setminus A = \{4; 6; 8\}$.

Bài 2. Cho tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ và tập $A = \{0; 2; 4\}$. Xác định phần bù của A trong X.

Lời giải

Vì $A \subset X$ nên $C_X A = X \setminus A = \{1; 3; 5\}$.

Bài 3. Gọi B_n là tập hợp các bội số của n trong $\mathbb{N}$. Xác định tập hợp $B_2 \cap B_4$?

Lời giải

$$\begin{aligned} B_2 &= \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}^*\} = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\} \\ B_4 &= \{x \mid x = 4k, k \in \mathbb{N}^*\} = \{4; 8; 12; 16; \dots\} \end{aligned}$$

Ta có các tập hợp

$$\text{Do đó } B_2 \subset B_4 = B_4.$$

Bài 4. Cho A là tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$; B là tập hợp các số có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 4. Xác định tập hợp $A \setminus B$?

Lời giải

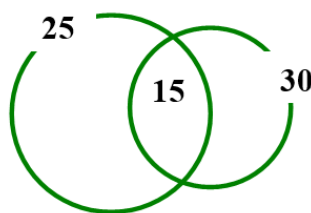
$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow A = \{1; 3\}$$

Ta có

$$B = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}. \text{ Do đó } A \setminus B = \emptyset.$$

Bài 5. Mỗi học sinh của lớp 10A₁ đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng có 25 em biết chơi đá cầu, 30 em biết chơi cầu lông, 15 em biết chơi cả hai. Hỏi lớp 10A₁ có bao nhiêu em chỉ biết đá cầu? Bao nhiêu em chỉ biết đánh cầu lông? Sĩ số lớp là bao nhiêu?

Lời giải



Dựa vào biểu đồ Ven ta suy ra số học sinh chỉ biết đá cầu là $25 - 15 = 10$.

Số học sinh chỉ biết đánh cầu lông là $30 - 15 = 15$.

Do đó ta có sĩ số học sinh của lớp 10A₁ là $10 + 15 + 15 = 40$.

Bài 6. Viết lại tập hợp $A = \{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z} \text{ và } -2 \leq x \leq 4\}$ dưới dạng liệt kê.

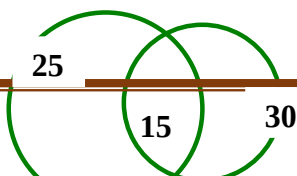
Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ -2 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}.$$

$$\text{Suy ra } C = \{-3; -1; 1; 3; 5; 7; 9\}.$$

Bài 7. Mỗi học sinh của lớp 10A₁ đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng có 25 em biết chơi đá cầu, 30 em biết chơi cầu lông, 15 em biết chơi cả hai. Hỏi lớp 10A₁ có bao nhiêu em chỉ biết đá cầu? bao nhiêu em chỉ biết đánh cầu lông? Sĩ số lớp là bao nhiêu?

Lời giải



Dựa vào biểu đồ ven ta suy ra số học sinh chỉ biết đá cầu là $25 - 15 = 10$

Số học sinh chỉ biết đánh cầu lông là $30 - 15 = 15$

Do đó ta có số học sinh của lớp $10A_1$ là $10 + 15 + 15 = 40$

Trong số 220 học sinh khối 10 có 163 bạn biết chơi bóng chuyền, 175 bạn biết chơi bóng bàn còn 24 bạn không biết chơi môn bóng nào cả. Tìm số học sinh biết chơi cả 2 môn bóng.

Bài 8. Cho các tập hợp:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 5\} \quad C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 4\}$$

a) Hãy viết lại các tập hợp A, B, C dưới kí hiệu khoảng, nửa khoảng, đoạn.

b) Tìm $A \cap B, A \cup B, A \setminus B$.

c) Tìm $(B \cap C) \setminus (A \cap C)$.

Lời giải

a) Ta có: $A = (-\infty; 3)$ $B = (1; 5]$ $C = [-2; 4]$

b) Suy ra $A \cap B = (1; 3)$

Suy ra $A \cup B = (-\infty; 5]$

Suy ra $A \setminus B = (-\infty; 1]$

$A \cap C = [-2; 3)$ và $B \cap C = [1; 4]$

Suy ra ta có $(B \cap C) \setminus (A \cap C) = [3; 4]$

Bài 9. Cho các tập hợp $A = \left[1 - m; \frac{m+3}{2}\right]$ và $B = (-\infty; -3) \cup [3; +\infty)$.

Tìm tất cả các số thực m để $A \cup B = \mathbb{R}$.

Lời giải

Đặt $X = C_{\mathbb{R}} B \Rightarrow X = [-3; 3]$.

$$A \cup B = \mathbb{R} \Leftrightarrow X \subset A \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m \leq -3 \\ \frac{m+3}{2} \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 4$$

Bài 10. Cho hai tập hợp $E = (2; 5]$ và $F = [2m - 3; 2m + 2]$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $A \cap B$ là một đoạn có độ dài bằng 5.

Lời giải

Nhận xét: Kí hiệu $|X|$ là độ dài của khoảng/nửa khoảng/đoạn X , khi đó $|E|=3$; $|F|=5$.

$$E \cup F = F \Leftrightarrow E \subset F \Leftrightarrow 2m - 3 \leq 2 < 5 \leq 2m + 2 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}.$$

* TH1:

* TH2: $E \cup F \neq F \Rightarrow |E \cup F| > |F| = 5$. Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn TH2.

Bài 11. Cho khoảng $A = \left(-\infty; \frac{6}{2-m} \right)$ và khoảng $B = (1-m; +\infty)$. Tìm tất cả các số thực m để $A \setminus B = A$.

Lời giải

$$A \setminus B = A \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \frac{6}{2-m} \leq 1-m \Leftrightarrow \frac{-m^2+3m+4}{2-m} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ 2 < m \leq 4 \end{cases} (*)$$

Bài 12. Cho các tập hợp $A = (2; +\infty)$ và $B = [m^2 - 7; +\infty)$ với $m > 0$. Tìm tất cả các số thực m để $A \setminus B$ là một khoảng có độ dài bằng 16.

Lời giải

$$\text{Điều kiện để } A \setminus B \neq \emptyset \text{ là } \begin{cases} m^2 - 7 > 2 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 > 9 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

$$\text{Khi đó } A \setminus B = (2; m^2 - 7).$$

$$\text{Độ dài khoảng } A \setminus B \text{ bằng } 16 \Leftrightarrow m^2 - 7 - 2 = 16 \Rightarrow m = 5 \text{ (do } m > 3 \text{)}.$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tập hợp nào sau đây chỉ gồm các số vô tỷ?

A. $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{N}^*$.

B. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

C. $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn B

Tập hợp chỉ gồm các số vô tỷ là $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Câu 2: Cho tập hợp $A \subset \mathbb{A}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**?

A. $A \subset \mathbb{A} = A$.

B. $A \subset A = A$.

C. $\mathbb{A} \subset \mathbb{A} = \mathbb{A}$.

D. $\mathbb{A} \subset A = \mathbb{A}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A \subset \mathbb{A} = \mathbb{A}$.

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = \{a; b; c; d; m\}$, $B = \{c; d; m; k; l\}$. Tìm $A \cap B$.

A. $A \cap B = \{a; b\}$.

B. $A \cap B = \{a; b; c; d; m; k; l\}$.

C. $A \cap B = \{c; d\}$.

D. $A \cap B = \{c; d; m\}$.

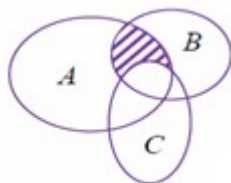
Lời giải

Chọn D

Tập hợp A và tập hợp B có chung các phần tử c, d, m .

Do đó $A \cap B = \{c; d; m\}$.

Câu 4: Cho A, B, C là ba tập hợp được minh họa như hình vẽ bên. Phần gạch sọc trong hình vẽ là tập hợp nào sau đây?



A. $(A \cap B) \setminus C$.

B. $(A \cap B) \cap C$.

C. $(A \cap C) \cap (A \cap B)$.

D. $A \cap B \cap C$.

Lời giải

Chọn B

Sử dụng phép toán giao hai tập hợp để tìm $A \cap B$, từ đó suy ra đáp án B.

Câu 5: Cho hai tập hợp M, N thỏa mãn $M \subset N$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M \cap N = N$.

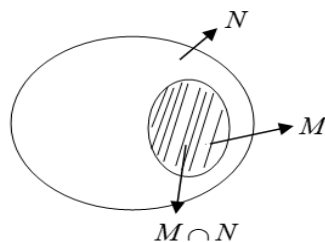
B. $M \setminus N = N$.

C. $M \cap N = M$.

D. $M \setminus N = M$.

Lời giải

Chọn C



Dựa vào biểu đồ Ven.

Câu 6: Số phần tử của tập hợp $A = \{2k^2 + 3 / k \in \mathbf{Z}, |k| \leq 3\}$ là:

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$k = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\} \Rightarrow A = \{3; 5; 11; 21\}$$

Câu 7: Tập hợp nào sau đây có đúng hai tập hợp con?

- A. $\{x; \emptyset\}$. B. $\{x\}$. C. $\{x; y; \emptyset\}$. D. $\{x; y\}$.

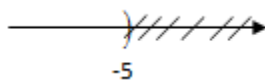
Lời giải

Chọn B.

C1: Công thức số tập con của tập hợp có n phần tử là 2^n nên suy ra tập $\{x\}$ có 1 phần tử nên có $2^1 = 2$ tập con.

C2: Liệt kê số tập con ra thì $\{x\}$ có hai tập con là $\{x\}$ và $\{\emptyset\}$.

Câu 8: Cho tập X có biểu diễn trên trục số như hình sau:



Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. X là khoảng, $X = (-5; +\infty)$. B. X là khoảng, $X = (-\infty; -5)$.
C. X là nửa khoảng, $X = (-\infty; -5]$. D. X là nửa khoảng, $X = [-5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Tập hợp $[-3; 1) \cup (0; 4]$ bằng tập hợp nào sau đây?

- A. $(0; 1)$. B. $[0; 1]$. C. $[-3; 4]$. D. $[3; 0]$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } [-3; 1) \cup (0; 4] = [-3; 4]$$

Câu 10: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 20; x; 3\}$ và $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 5x = 0\}$

Xác định tập hợp $A \cup B$

- A. $\{0;3;6;9;12;15;18\}$. B. $\{0;3;5;6;9;12;15;18\}$.
 C. $\{3;6;9;12;15;18\}$. D. $\{3;5;6;9;12;15;18\}$

Lời giải

Chọn B

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 20; x : 3\} \Rightarrow A = \{0;3;6;9;12;15;18\}$$

Ta có tập hợp

$$\text{Giải phương trình } x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases} . \text{ Do } x \in \mathbb{R} \text{ nên } B = \{0;5\} .$$

$$\Rightarrow A \cup B = \{0;3;5;6;9;12;15;18\}$$

Câu 11: Cho hai tập hợp $A = [m - 4; 1]$, $B = (-3; m]$ khác rỗng. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để $A \cup B = B$.

- A. 13. B. 14. C. 12. D. 11.

Lời giải

Chọn B

$$A \cup B = B \Leftrightarrow A \subset B \Leftrightarrow -3 < m - 4 \leq 1 \leq m \Leftrightarrow 1 < m \leq 5 .$$

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2;3;4;5\} \Rightarrow \text{tổng các giá trị nguyên của } m \text{ là } 2 + 3 + 4 + 5 = 14 .$$

Câu 12: Cho nửa khoảng $A = [-5; 3)$ và đoạn $B = [1 - 2m; 5 - 2m]$. Tìm tất cả các số thực m để $A \cap B = \emptyset$

- A. $-1 < m \leq 5$. B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 5 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m > 5 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 5 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

$$A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2m \geq 3 \\ 5 - 2m < -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m > 5 \end{cases} .$$

$$\text{Vậy giá trị } m \text{ cần tìm là } \begin{cases} m \leq -1 \\ m > 5 \end{cases} .$$

Câu 13: Cho nửa khoảng $A = (-\infty; -m]$ và khoảng $B = (2m - 5; 23)$. Gọi S là tập hợp các số thực m để $A \cup B = A$. Hỏi S là tập con của tập hợp nào sau đây?

- A. $(-\infty; -23)$. B. $(-\infty; 0]$. C. $(-23; +\infty)$. D. $\emptyset$.

Lời giải

Chọn B

$$A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 5 < 23 \\ -m \geq 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 14 \\ m \leq -23 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -23 \quad \text{Suy ra } S = (-\infty; -23] \subset (-\infty; 0] .$$

Câu 14: Cho hai tập hợp $A = (m - 1; 8)$ và $B = (2; +\infty)$. Tìm tất cả các giá trị của số thực m để A khác tập rỗng và $A \setminus B = \emptyset$.

A. $m \geq 3$.

B. $m = 3$.

C. $3 \leq m < 9$.

D. $3 < m < 9$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $m - 1 < 8 \Leftrightarrow m < 9$.

Để $A \setminus B = \emptyset$ khi và chỉ khi $A \subset B$, tức là $2 \leq m - 1 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Đối chiếu điều kiện, ta được $3 \leq m < 9$.

Câu 15: Cho $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |mx - 3| = mx - 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4 = 0\}$. Tìm m để $B \setminus A = B$.

A. $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$.

B. $m < \frac{3}{2}$.

C. $-\frac{3}{2} < m < \frac{3}{2}$.

D. $m \geq -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x \in A \Leftrightarrow mx - 3 \geq 0$.

$$x \in B \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$B \setminus A = B \Leftrightarrow B \cap A = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ \begin{cases} m > 0 \\ \frac{3}{m} > 2 \end{cases} \\ \begin{cases} m < 0 \\ \frac{3}{m} < -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 0 < m < \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < \frac{3}{2}$$

Ta có: