

Câu 1. (4 điểm) Cho hàm số : $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2) Tìm hai điểm A, B trên hai nhánh khác nhau của (C) sao cho độ dài AB nhỏ nhất.
- 3) Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C). Tiếp tuyến tại một điểm M bất kỳ của (C) cắt hai đường tiệm cận tại P và Q. Chứng minh rằng tam giác IPQ có diện tích không đổi.

Câu 2. (4 điểm)

- 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng
(d₁): $(2m + 6)x + (4m - 2)y - 7m = 0$
(d₂): $(6m - 3)x - (3m + 9)y - 4m - 5 = 0$.
 - a) Chứng minh rằng (d₁) và (d₂) luôn cắt nhau với mọi giá trị của tham số m. Tìm tọa độ giao điểm I của (d₁) và (d₂).
 - b) Khi m thay đổi thì I di động trên một đường cố định nào ?
- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường tròn
(C₁): $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$
(C₂): $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$

Viết phương trình các tiếp tuyến chung của hai đường tròn trên.

Câu 3. (4 điểm)

Giải các phương trình, hệ phương trình, bất phương trình sau:

- a) $\log_2(1 + \sqrt[3]{x}) = \log_7 x$
- b)
$$\begin{cases} x^3(2 + 3y) = 1 \\ x(y^3 - 2) = 3 \end{cases}$$
- c) $\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x - 3} \leq \sqrt{x^2 + 4x - 5}$

Câu 4. (2 điểm)

Cho a, b, c là ba số dương thỏa $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b}$.

Chứng minh rằng: $\frac{a+b}{2a-b} + \frac{c+b}{2c-b} \geq 4$

Câu 5. (4 điểm)

- 1) Giải phương trình: $2\sin 2x + (2\sqrt{3} - 3)\sin x + (2 - 3\sqrt{3})\cos x = 6 - \sqrt{3}$
- 2) Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c và diện tích S thỏa
 $S = (c + a + b)(c + b - a)$. Chứng minh rằng: $\operatorname{tg} A = -\frac{8}{15}$

Câu 6. (2 điểm)

Cho tam giác ABC. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \sin^2 A - \sin^2 B + \sin^2 C$.

Hết