
ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm có 01 trang)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: (3.0 điểm) Tính giới hạn:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2x^2 - 5x + 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4 - \sqrt{1 - 5x}}{x^2 - 9}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 5}{-3x^2 - x - 3}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} - \sqrt{9x^2 + 1}}{1 - 2x}$

Câu 2: (1.5 điểm)

a) Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} & \text{nếu } x > \sqrt{3} \\ \frac{4x^2 + 12}{\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}} & \text{nếu } x \leq \sqrt{3} \end{cases}$ tại $x_0 = \sqrt{3}$.

b) Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x - 10}{\sqrt{x} - 1} - 2 & \text{nếu } x \neq 5 \\ -3a^2 + 11a & \text{nếu } x = 5 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 5$.

Câu 3: (2.5 điểm) Tìm đạo hàm của hàm số (kết quả phép toán thể hiện ở dạng biểu thức rút gọn):

a) $y = (2x^2 + 1)(x - 2)(x + 3)$

b) $y = \frac{2x^2 + x - 1}{2x^2 - x + 1}$

c) $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 + 2}$

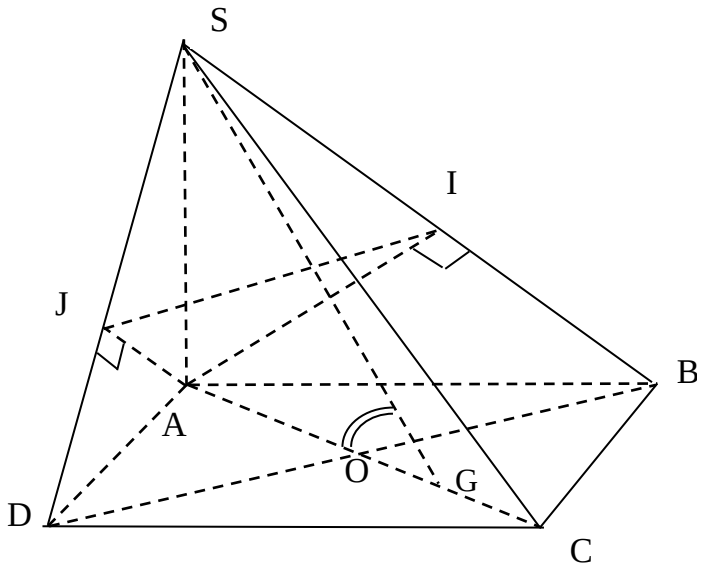
Câu 4: (3.0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật; $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi I, J lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD.

a) Chứng minh $AI \perp (SBC)$, $AJ \perp (SCD)$.

b) Chứng minh $SC \perp IJ$.

c) Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Biết góc giữa SB, SD và (ABCD) lần lượt là 60° và 45° . Tính góc giữa SG và (ABCD) (làm tròn đến 1 chữ số thập phân).

-----HẾT-----

2b	Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x-10}{\sqrt{x-1}-2} & \text{nếu } x \neq 5 \\ -3a^2 + 11a & \text{nếu } x = 5 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 5$. Ta có: $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x-10}{\sqrt{x-1}-2} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2(x-5)(\sqrt{x-1}+2)}{(\sqrt{x-1}-2)(\sqrt{x-1}+2)} =$ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2(x-5)(\sqrt{x-1}+2)}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} [2(\sqrt{x-1}+2)] = 8.$ Hàm số f(x) liên tục tại $x_0 = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = f(5) \Leftrightarrow 8 = -3a^2 + 11a$ $\Leftrightarrow 3a^2 - 11a + 8 = 0 \Leftrightarrow a = 1$ hoặc $a = \frac{8}{3}.$	0.5 0.25
3a	Tìm đạo hàm của hàm số: $y = (2x^2 + 1)(x - 2)(x + 3).$ Ta có: $y = (2x^2 + 1)(x - 2)(x + 3) = (2x^2 + 1)(x^2 + x - 6) = 2x^4 + 2x^3 - 12x^2 + x - 6.$ $\Rightarrow y' = 8x^3 + 6x^2 - 22x + 1.$	0.5
3b	Tìm đạo hàm của hàm số: $y = \frac{2x^2 + x - 1}{2x^2 - x + 1}$ Ta có: $y' = \frac{(2x^2 + x - 1)' \cdot (2x^2 - x + 1) - (2x^2 + x - 1) \cdot (2x^2 - x + 1)'}{(2x^2 - x + 1)^2} =$ $\frac{(4x+1)(2x^2 - x + 1) - (2x^2 + x - 1) \cdot (4x-1)}{(2x^2 - x + 1)^2} =$ $\frac{8x^3 - 4x^2 + 4x + 2x^2 - x + 1 - 8x^3 - 4x^2 + 4x + 2x^2 + x - 1}{(2x^2 - x + 1)^2} = \frac{-4x^2 + 8x}{(2x^2 - x + 1)^2}.$	0.5 0.5
3c	Tìm đạo hàm của hàm số: $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 + 2}$ Ta có: $y' = \frac{(\sqrt{x^2 + 1})' \cdot (x^2 + 2) - \sqrt{x^2 + 1} \cdot (x^2 + 2)'}{(x^2 + 2)^2} = \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \cdot (x^2 + 2) - \sqrt{x^2 + 1} \cdot (2x)}{(x^2 + 2)^2}$ $= \frac{x \cdot (x^2 + 2) - 2x \cdot (x^2 + 1)}{(x^2 + 2)^2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{-x^3}{(x^2 + 2)^2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}}.$	0.5 0.5
4		0.5
	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật; SA = a√3 và SA ⊥ (ABCD). Gọi I, J lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD.	

4a	Chứng minh $AI \perp (SBC)$, $AJ \perp (SCD)$. - Ta có: $SA \perp (ABCD)$ (gt) $\Rightarrow SA \perp CD$ (1). Lại có: $CD \perp AD$ (gt ABCD là hình chữ nhật) (2). Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AJ$ (3). Theo gt: $AJ \perp SD$ (4). Từ (3) và (4) $\Rightarrow AJ \perp (SCD)$. - Ta có: $SA \perp (ABCD)$ (gt) $\Rightarrow SA \perp BC$ (5). Lại có: $BC \perp AB$ (gt ABCD là hình chữ nhật) (6). Từ (5) và (6) suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AI$ (7). Theo gt: $AI \perp SB$ (8). Từ (7) và (8) $\Rightarrow AI \perp (SBC)$.	0.5 0.5
4b	Chứng minh $SC \perp IJ$. - Ta có $AI \perp (SBC)$ (CM trên) $\Rightarrow AI \perp SC$ (1). - Ta có $AJ \perp (SCD)$ (CM trên) $\Rightarrow AJ \perp SC$ (2). - Từ (1) và (2) $\Rightarrow SC \perp (AIJ) \Rightarrow SC \perp IJ$.	0.5 0.5
4c	Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Biết góc giữa SB, SD và (ABCD) lần lượt là 60° và 45°. Tính góc giữa SG và (ABCD). Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $(SG; \widehat{(ABCD)}) = \widehat{SGA}$. Ta có: $(SB; \widehat{(ABCD)}) = \widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow \tan \widehat{SBA} = \tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{SA}{AB} \Rightarrow AB = \frac{SA}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a$. $(SD; \widehat{(ABCD)}) = \widehat{SDA} = 45^\circ \Rightarrow \tan \widehat{SDA} = \tan 45^\circ = 1 = \frac{SA}{AD} \Rightarrow AD = SA = a\sqrt{3}$. Suy ra $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a \Rightarrow AG = \frac{2}{3}AC = \frac{4a}{3}$. Xét tam giác SAG vuông tại A, ta có: $\tan \widehat{SGA} = \frac{SA}{AG} = \frac{a\sqrt{3}}{4a/3} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \widehat{SGA} \approx 52,4^\circ$.	0.25 0.25