**Bài 5.3: MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC HAI**

**Dạng toán 1: Phương trình trùng phương**

|  |
| --- |
| ***Phương trình trùng phương:***  |
| * Đặt  thì
* Để xác định số nghiệm của  ta dựa vào số nghiệm của  và dấu của chúng, cụ thể:

 Để  vô nghiệm  Để  có 1 nghiệm  Để  có 2 nghiệm phân biệt  Để  có 3 nghiệm  có 1 nghiệm bằng 0 và nghiệm còn lại dương. Để  có 4 nghiệm  có 2 nghiệm dương phân biệt. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  **Bài 1:** Cho phương trình: (1)Tìm m để phương trình:a.Có nghiệm duy nhất. b. Có hai nghiệm phân biệt.c.Có ba nghiệm phân biệt. d.Có bốn nghiệm phân biệt**Lời giải tham khảo** Đặt  với điều kiện  . Khi đó, phương trình được biến đổi về dạng: (2)1. Phương trình (1) có nghiệm duy nhất

⇔ (2) có nghiệm t1 ≤ 0 = t2 ⇔ , vô nghiệm.Vậy, không tồn tại m thoả mãn điều kiện đầu bài. |

|  |
| --- |
| b. Có hai nghiệm phân biệt. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|

|  |
| --- |
| c. Có ba nghiệm phân biệt. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| d. Có bốn nghiệm phân biệt |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|  **Bài 1.1:** Cho phương trình(\*). Tìm  để a) Phương trình (\*) có bốn nghiệm phân biệt b) Phương trình (\*) có nghiệm

|  |
| --- |
| **✍ *Giải***a) Phương trình (\*) có bốn nghiệm phân biệt |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | b) Phương trình (\*) có nghiệm

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Dạng toán 2: Phương trình chứa GTTĐ**

|  |
| --- |
| Để giải phương trình chứa dấu trị tuyệt đối, ta tìm cách khử dấu trị tuyệt đối bằng cách: dùng định nghĩa  hoặc bình phương 2 vế hoặc đặt ẩn phụ.**➀Loại 1**:  hoặc sử dụng định nghĩa: **➁Loại 2**: **➂Loại 3**:  dùng phương pháp chia khoảng để giải. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| **Bài 2: Giải các phương trình sau**a) . **✍ *Giải*** |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| b)  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 2.1: Giải các phương trình sau:** *a)* **✍ *Giải***Lập bảng xét dấu  và  :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|   |   |  | 0 |  | 1 |  | 2 |  |   |
|   |  |  +  | 0 |  |  |  +  |  | +  |  |
|   |  |  |  |  |  |  | 0 |  +  |  |

*Trường hợp 1*: Với  hoặc , phương trình có dạng:  (loại).*Trường hợp 2: Với*  , phương trình có dạng:     Trường hợp 3: Với , phương trình có dạng:   Vậy nghiệm của phương trình là: và . |

|  |
| --- |
| *b )* . |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| *c)* Gợi ý: Viết lại phương trình dưới dạng: (1)Đặt , điều kiện .Khi đó, phương trình (1) được biến đổi về dạng: (3) |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

***Chú ý: Trong một số trường họp ta có thể giải phương trình chứa GTTĐ bằng cách sử dụng tính chất của GTTĐ***

Ta sử dụng các tính chất sau:

1. Ta có:.
2. Ta có: .
3. Ta có: .
4. Ta có:.

với lược đồ thực hiện theo các bước:

1. Đặt điều kiện có nghĩa (nếu cần) cho các biểu thức trong phương trình.
2. Biến đổi phương trình về một trong 4 tính chất đã biết.
3. Giải ( hoặc biện luận) phương trình đại số nhận được.
4. Kết luận.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 2.2: Giải phương trình,bpt:****a)** **✍** *Giải*Ta có thể trình bày theo các cách sau:*Cách 1*: Viết lại phương trình dưới dạng:.Vậy, nghiệm của phương trình là .*Cách 2*: Viết lại phương trình dưới dạng:  .Vậy, nghiệm của phương trình là . |

|  |
| --- |
| **b)**  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Dạng toán 3: Bất phương trình chứa GTTĐ**

|  |
| --- |
| **Loại 1**:  ⇔  Hoặc .**Loại 2:** ⇔ ⇔ Hoặc  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| **Bài 3. :** **Giải các bất phương trình sau :**a)    |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| b)  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| **Bài 3.1: Giải các bất phương trình sau:** a.  ≥ 3. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| **b)**  ≥ 1.  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|

|  |
| --- |
| c)  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |  |

**Dạng toán 4: Bất phương trình chứa dấu căn**

|  |
| --- |
| **Loại 1**:  **Loại 2:**  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| **Bài 4 :** **Giải các bất phương trình sau :**a)  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| b)  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| **Bài 4.1: Giải các bất phương trình sau:** a)  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| b)..  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Dạng 5: Phương trình , bất phương trình vô tỷ**

**Phương pháp 1: Nâng luỹ thừa**

|  |
| --- |
| **➀➁****➂➃** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| **Bài 5: Giải phương các trình sau:**a. = x − 6. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| b.  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|

|  |
| --- |
| ***Bài 5.1:*****Giải phương các trình sau:***a.* . |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| b.  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Phương pháp 2: *Sử dụng ẩn phụ***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  **Bai 5.2:****Giải phương các trình sau:**a)   **✍ *Giải***a) Đặt . Khi đó phương trình đã cho trở thành:Vì , thay vào ta có Vậy phương trình có nghiệm là   | b).

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| c) +  = 3.   |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|

|  |
| --- |
|  |
|  |

 |
|  |

 |

|  |
| --- |
| d) . |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| e)

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  **Bài 5.3:** **Giải bất phương trình:**a) (x + 1)(x + 3) ≤ .

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

  | b)

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Phương pháp 3: Đặt ẩn phụ không hoàn toàn**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  **Bài 5.4:Giải phương trình**  ***Lời giải***ĐKXĐ: Phương trình Đặt  phương trình trở thành Có  suy ra  Vô nghiệm vì với  thì  hoặc Vậy phương trình có hai nghiệm  và  |

|  |
| --- |
| b)   |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
| c)

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 5.5:** **Giải các bất phương trình sau:**a) x2 + 4x ≥ (x + 4). **✍Giải**a)Đặt t = , bất phương trình có dạng (1)coi vế trái là một tam thức bậc hai theo x, ta có  khi đó f(x) = 0 có nghiệmTức là (1) được biến đổi thành dạng⇔  ⇔ ⇔  ⇔ .Vậy bất phương trình có nghiệm là    |

|  |
| --- |
| b)  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Phương pháp 4: Phân tích thành tích bằng cách nhân liên hợp.**

|  |
| --- |
| Để trục căn thức ta nhân với các đại lượng liên hợp;Với A, B không đồng thời bằng không. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 5.6: Giải các phương trình sau** a)  ***Lời giải tham khảo***a) ĐKXĐ:  Phương trình   (thỏa mãn điều kiện)Vậy phương trình có ngjiệm    |

|  |
| --- |
| b)   |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|

|  |
| --- |
| c)    |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | d)

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Phương pháp 5: Đặt ẩn phụ đưa về hệ phương trình.**

|  |
| --- |
| **Phương pháp giải:** **Dạng 1:**  Khi gặp phương trình có chứa các đại lượng  và (hoặc ) thì ta đặt (hoặc ) và đưa về hệ phương trình  (hoặc ). Giải hệ tìm được  từ đó giải phương trình  hoặc tìm được .**Dạng 2:** Khi gặp phương trình có thể đưa về dạng  ta đưa về hệ đối xứng loại 2 bằng cách đặt  ta có hệ  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 5.7:** **Giải các phương trình sau**a)  ***Lời giải***a) ĐKXĐ: .Đặt  suy ra  và  Khi đó phương trình trở thành  Ta có hệ phương trìnhPhương trình (\*)  thỏa mãn .Với  , và Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm: .  |

|  |
| --- |
| b) . |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|

|  |
| --- |
| c)    |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| d)   |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Dạng toán 5: Phương trình , bất phương trình dạng khác quy về bậc hai**

|  |
| --- |
| ***Một số dạng phương trình bậc bốn quy về bậc hai*** |
| **➀Loại 1**.  với **Phương pháp giải**: Chia hai vế cho  rồi đặt  với **➁Loại 2**.  với **Phương pháp giải**:  và đặt **➃Loại 3**. **Phương pháp giải**: Đặt  với  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 6: Giải các phương trình sau:** a).

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| . |
|  |
|  |
|  |
|  |
|

|  |
| --- |
|  |
|  |

 |
|  |
|  |

 |
| . c) .

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |