**HSG TOÁN 9 BÌNH PHƯỚC 2023-2024**

Thời gian làm bài : 150 phút

**Câu 1 (5.0 điểm).**

1. Cho biểu thức 
2. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P .
3. Tính giá trị của biểu thức P khi 
4. Cho là ba số thực khác 0 , thoả mãn 

Chứng minh rằng: 

**Câu 2 (5.0 điểm).**

1. Giải phương trình: 
2. Giải hệ phương trình: 
3. Cho đường thẳng (d):  (với m là tham số). Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d) luôn đi qua với mọi giá trị của m .

**Câu 3 (5.0 điểm).** Cho đường tròn (O R; ) và dây cung BC cố định (BC R < 2 ). Điểm A di động trên đường tròn (O R; ) sao cho tam giác ABC nhọn. Kẻ đường cao AD và trực tâm H của tam giác ABC .

1. Đường thẳng chứa phân giác ngoài của góc BHC cắt AB, AC lần lượt tại các điểm M, N. Chứng minh tam giác AMN cân.
2. Các điểm E F, lần lượt là hình chiếu của D trên các đường thẳng BH, CH. Các điểm P, Q lần lượt là hình chiếu của D trên các cạnh AB, AC. Chứng minh 4 điểm P, E, F, Q thẳng hàng và OA ⊥ PQ.
3. Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN cắt đường phân giác trong của góc BAC tại K. Chứng minh đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu 4 (2.0 điểm).** Cho tam giác ABC cân tại A, điểm O là trung điểm của BC. Đường tròn (O) tiếp xúc với các cạnh AB, AC lần lượt tại E, F. Điểm H chạy trên cung nhỏ EF của (O), tiếp tuyến của đường tròn (O) tại H cắt AB, AC lần lượt tại M, N. Xác định vị trí của điểm H để diện tích tam giác AMN đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 5 (3.0 điểm).**

1. Cho a, b, c là ba số thực dương, thoả mãn 

Chứng minh rằng: 

1. Giải phương trình sau với nghiệm nguyên: 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1 (5.0 điểm).**

1. a) P xác định 





1. Ta có: 



1. + Chứng minh được bài toán: Nếu  thì 

+ Vì  và  nên suy ra được 

Do đó (đpcm)

**Câu 2 (5.0 điểm).**

1. Điều kiện: 

Ta có: 



Giải phương trình: = 2

 (Đk: )



Vậy phương trình có 2 nghiệm là .

1. Điều kiện: x + y > 0.

Biến đổi phương trình (1):

Đặt (với ), ta có phương trình:





+ Với x + y = 1 thay vào (2) ta được:



+ Với 

 (Loại vì x + y > 0)

Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm (x;y) là (1;0); (-2;3)

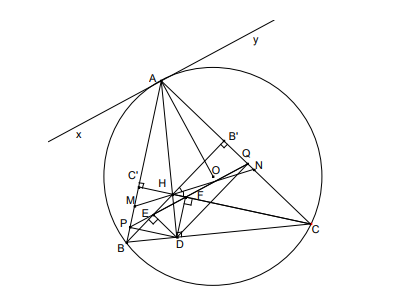
1. Gọi  là điểm cố định mà đường thẳng (d) luôn đi qua với mọi giá trị của m, ta có phương trình:

 có nghiệm 



Vậy đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A(1;1) với mọi giá trị của m.

**Câu 3 (5.0 điểm).**



1. Gọi B’ là hình chiếu của điểm B trên AC, C’ là hình chiếu của điểm C trên AB.

Ta có: 

 ∆C’HM ᔕ ∆B’HN (g.g)

 (t/c)

 cân tại A

+ Ta có  (Vì cùng chắn cung PB của đường tròn (BPED))

 (vì đồng vị PD // CC’)

 (vì cùng phụ )

 (vì cùng chắn cung FH của đường tròn (DEHF))



Mà 3 điểm B.E,H thẳng hàng nên 3 điểm P, E, F thẳng hàng.

Tương tự chứng minh được 3 điểm E, F, Q thẳng hàng.

Do đó 4 điểm P, E, F, Q thẳng hàng.

+ Kẻ xy là tiếp tuyến tại A của (O),

Ảnh có chứa biểu đồ, vòng tròn, hàng, hình vẽ

Mô tả được tạo tự động

Ta có  (cùng chắn cung AB của (O)) Mà AP.AB = AQ.AC (=)

⇒ Tứ giác BPQC nội tiếp ⇒ xy // PQ

Mà xy⊥ AO (t/c tiếp tuyến)

Do đó OA  PQ

1. Gọi U là giao điểm của BB’ và KM, V là giao điểm của CC’ và KN.

+ Ta có ∆AMN cân tại A nên đường phân giác AK của góc MAN cũng là đường trung trực của MN

⇒ AK là đường kính của (AMN).

⇒  ⇒ MK // CC hay UK // HV

Tương tự KV // UH nên tứ giác HVKU là hình bình hành

⇒ HK đi qua trung điểm của UV (1)

+ Ta có MU // C’H (ta lét), tương tự 

Mà (t/c đường phân giác của góc ),

tương tự 

Mà  (vì ∆C’HB ᔕ ∆B’HC)

 UV // BC (Ta lét đảo) (2)

Từ (1) và (2) ⇒ HK đi qua trung điểm của BC

Mà BC cố định nên HK luôn đi qua một điểm cố định.

Ảnh có chứa hàng, biểu đồ, hình tam giác

Mô tả được tạo tự động**Câu 4 (2.0 điểm).**

+ Ta có OM ON , lần lượt là phân giác (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau của (O))



 ∆MBO ᔕ ∆MON (g.g)

Cmtt ∆OCN ᔕ ∆MON

 ∆MBO ᔕ ∆OCN 

 (1)

+ Lại có: 

 đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi  đạt giá trị nhỏ nhất. Gọi R là bán kính của đường tròn (O), ta có:



(Vì BE = CF, ME = MH, NF = NH; MH + NH = MN)

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, từ (1) và (2) suy ra:



(Vì cố định nên BC và BE không đổi)

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi BM = CN ⇔ MN / / BC khi và chỉ khi H là giao điểm của đường trung trực của BC với đường tròn (O).

Vậy diện tích tam giác AMN đạt giá trị lớn nhất khi H là giao của đường trung trực của BC với đường tròn (O).

**Câu 5 (3.0 điểm)**

1. + Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số thực dương ta có:



Cộng vế theo vế của các bất đẳng thức trên và kết hợp với giả thiết ta được:

 (1)

Áp dụng đẳng thức phụ dạng:

ta được 

Hay  (2)

Cộng theo vế (1) và (2) ta có (đpcm).

Dấu “=” xảy ra 

1. + Biến đổi đưa được về pt: 

+ Tìm ra được các nghiệm nguyên (x; y) của phương trình là: (-6;5), (0;-3), (6;-3), (-12;5)