



Chương

Bài 4.

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + k\frac{p}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + k\frac{p}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + k2p \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là $2x \neq \frac{p}{2} + kp \Leftrightarrow x \neq \frac{p}{4} + k\frac{p}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + k\frac{p}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Vậy tập xác định của hàm số

» Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là

A. $[-1; 1]$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

» Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2p, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{kp, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; p\}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ xác định khi và chỉ khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq kp, k \in \mathbb{Z}$.

» Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin 2x + 1}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{2} + k2p, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{4} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{4} + k2p, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C



Điều kiện xác định của hàm số là $\sin 2x \neq -1 \Leftrightarrow 2x \neq -\frac{p}{2} + k2p \Leftrightarrow x \neq -\frac{p}{4} + kp, k \in \mathbb{Z}$.

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{p}{4} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Vậy TXĐ:

» Câu 5. Hàm số $y = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x}$ **không** xác định trong khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $\left(\frac{p}{2} + k2p; \frac{3p}{4} + k2p \right), k \in \mathbb{Z}$

B. $\left(\frac{3p}{4} + k2p; \frac{p}{2} + k2p \right)$

C. $\left(p + k2p; \frac{3p}{2} + k2p \right), k \in \mathbb{Z}$

D. $\left(-\frac{p}{2} + k2p; \frac{p}{2} + k2p \right), k \in \mathbb{Z}$

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\begin{cases} \tan x \neq -1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{p}{4} + kp \\ x \neq \frac{p}{2} + kp \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$k=0 \rightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{p}{4} \\ x \neq \frac{p}{2} \end{cases}$$

Ta chọn nhưng điểm $-\frac{p}{4}$ thuộc khoảng $\left(-\frac{p}{2} + k2p; \frac{p}{2} + k2p \right)$.

Vậy hàm số không xác định trong khoảng $\left(-\frac{p}{2} + k2p; \frac{p}{2} + k2p \right)$.

» Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \cot 2x - \tan x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $\mathbb{R} \setminus \{ kp, k \in \mathbb{Z} \}$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{4} + k\frac{p}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{p}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\frac{p}{2} \\ x \neq \frac{p}{2} + kp \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\frac{p}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

Hàm số xác định khi

» Câu 7. Chọn phát biểu **đúng**:

A. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.

B. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.

C. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số chẵn.

D. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

👉 **Lời giải**

Chọn D



Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn, hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ là các hàm số lẻ.

» Câu 8. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \sin x$. D. $y = \cot x$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Hàm số có đồ thị đối xứng qua trục tung là hàm số chẵn.

Vậy đáp án cần chọn là $y = \cos x$.

» Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào tuần hoàn với chu kỳ $2p$?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \tan x$. C. $y = \cot x$. D. $y = \cos 2x$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $2p$.

Các hàm số lượng giác còn lại $y = \tan x$, $y = \cot x$, $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ p .

Xét $y = \cos 2x$: ta có $y(x+p) = \cos 2(x+p) = \cos(2x+2p) = \cos 2x = y(x)$ nên $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ p .

» Câu 10. Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $\tan x + \sin^2 x$ là

- A. $k2p$. B. $2p$. C. p . D. $4p$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

$$\tan x + \sin^2 x = \tan x + \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

Ta có:

+) $\tan x$ có chu kỳ là p .

+) $\cos 2x$ có chu kỳ là p .

Vậy hàm số đã cho có chu kỳ là p .

» Câu 11. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

- A. $y = 2x + \cos x$. B. $y = \cos 3x$. C. $y = x^2 \sin(x+3)$. D. $y = \frac{\cos x}{x^3}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{\cos x}{x^3}$. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ là tập đối xứng.

$$f(-x) = \frac{\cos(-x)}{-x^3} = -\frac{\cos(x)}{x^3} = -f(x).$$

Do đó hàm số $y = \frac{\cos x}{x^3}$ là hàm số lẻ.

» Câu 12. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

- A. $y = \cot 4x$. B. $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$. C. $y = \tan^2 x$. D. $y = |\cot x|$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Hàm số lẻ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

Ta kiểm tra được đáp án A là hàm số lẻ nên có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.



Đáp án B là hàm số không chẵn, không lẻ. Đáp án C và D là các hàm số chẵn.

» Câu 13. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$ và $g(x) = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $f(x)$ lẻ và $g(x)$ chẵn. B. $f(x)$ và $g(x)$ chẵn.
C. $f(x)$ chẵn, $g(x)$ lẻ. D. $f(x)$ và $g(x)$ lẻ.

👉 **Lời giải**

Chọn B

● Xét hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \frac{\cos(-2x)}{1 + \sin^2(-3x)} = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x} = f(x) \rightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

● Xét hàm số $g(x) = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$.

$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \right\}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $g(-x) = \frac{|\sin(-2x)| - \cos(-3x)}{2 + \tan^2(-x)} = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x} = g(x) \rightarrow g(x)$ là hàm số chẵn.

Vậy $f(x)$ và $g(x)$ chẵn.

» Câu 14. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

- A. $y = \frac{1}{\sin^3 x}$. B. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. C. $y = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. D. $y = \sqrt{\sin 2x}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Viết lại đáp án B là $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x + \cos x)$.

Viết lại đáp án C là $y = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin x + \cos x$.

Kiểm tra được đáp án A là hàm số lẻ nên có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

Ta kiểm tra được đáp án B và C là các hàm số không chẵn, không lẻ.

Xét đáp án D.

● Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin 2x \geq 0 \Leftrightarrow 2x \in [k2\pi; \pi + k2\pi] \Leftrightarrow x \in \left[k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right]$

$\rightarrow D = \left[k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right] (k \in \mathbb{Z})$.

● Chọn $x = \frac{\pi}{4} \in D$ nhưng $-x = -\frac{\pi}{4} \notin D$. Vậy $y = \sqrt{\sin 2x}$ không chẵn, không lẻ.

» Câu 15. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 1$ lần lượt là:



A. 4; -2.

B. 2; -4.

C. 1; -1.

D. 3; -3.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} +) \forall x \in \mathbb{R} \text{ ta có: } -1 \leq \sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) \leq 1 &\Leftrightarrow -3 \leq 3\sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow -4 \leq 3\sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) - 1 \leq 2 \\ &\Rightarrow -4 \leq y \leq 2. \end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) - 1$ là 2 khi $x = -\frac{p}{4}$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3p}{4}\right) - 1$ là -4 khi $x = \frac{3p}{4}$.

» Câu 16. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = 6\cos 2x - 7 \text{ trên đoạn } \left[-\frac{p}{3}; \frac{p}{6}\right]. \text{ Tính } M + m$$

A. -14.

B. 3.

C. -11.

D. -10.

👉 **Lời giải**

Chọn C

$$\text{Ta có: } -\frac{p}{3} \leq x \leq \frac{p}{6} \Leftrightarrow -\frac{2p}{3} \leq 2x \leq \frac{p}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow -10 \leq 6\cos 2x - 7 \leq -1.$$

Suy ra $M = -1, m = -10$. Vậy $M + m = -11$.

» Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x + 3\sin 2x - 4\cos^2 x$.

A. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} + 1$.

B. $\min y = -3\sqrt{2} - 2; \max y = 3\sqrt{2} - 1$.

C. $\min y = -3\sqrt{2}; \max y = 3\sqrt{2} - 1$.

D. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} - 1$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\text{Ta có: } y = 1 - \cos 2x + 3\sin 2x - 2(1 + \cos 2x) = 3\sin 2x - 3\cos 2x - 1 = 3\sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{p}{4}\right) - 1.$$

$$\Rightarrow -3\sqrt{2} - 1 \leq y \leq 3\sqrt{2} - 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} - 1$.

» Câu 18. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \tan 2x$ trên một chu kì tuần hoàn. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.



C. Hàm số đã cho luôn đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Tập xác định của hàm số đã cho là

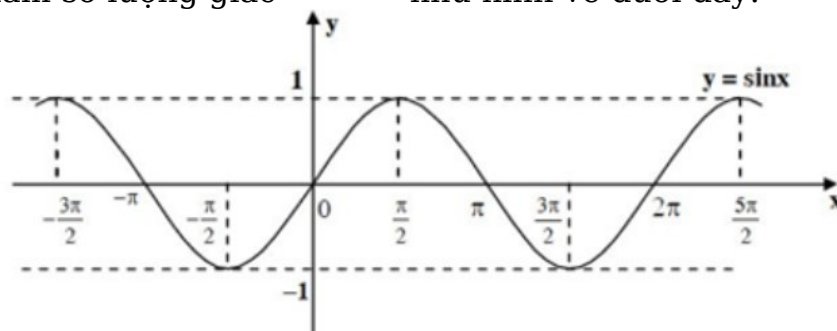
Hàm số $y = \tan 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $\frac{\pi}{2}$, dựa vào các phương án A; B; C; D

thì ta sẽ xét tính đơn điệu của hàm số trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right) \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} \right\}$.

Dựa theo kết quả khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = \tan x$, có thể suy ra

với hàm số $y = \tan 2x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

» **Câu 19.** Cho đồ thị hàm số lượng giác $y = \sin x$ như hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y = |\sin x|$ có bao nhiêu lần đạt giá trị bằng 1 trong đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$?

A. 5

B. 1

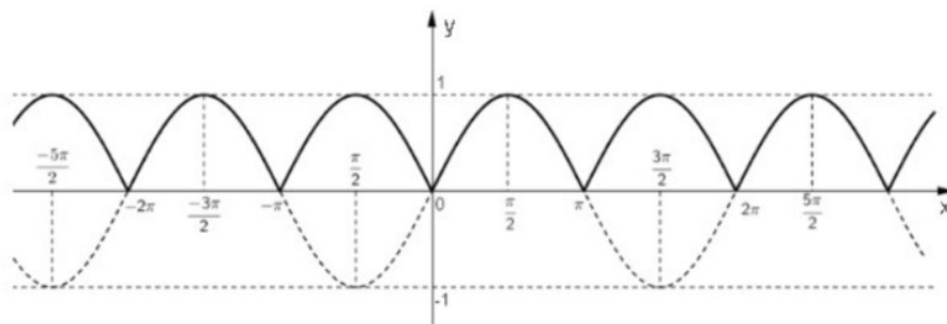
C. 3

D. 7

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = |\sin x|$





$$\left[\frac{-3p}{2}; \frac{5p}{2} \right]$$

- Nhìn đồ thị ta thấy $y = |\sin x|$ có 5 lần đạt giá trị bằng 1 trong đoạn $\left[\frac{-3p}{2}; \frac{5p}{2} \right]$
- » **Câu 20.** Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu tương ứng được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp của chúng ta được tính bằng huyết áp tâm thu/huyết áp tâm trương. Giả sử huyết áp của người đó thay đổi theo thời gian được cho bởi công thức: $p(t) = 115 + 25\sin(160\pi t)$ trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimet thủy ngân) và thời gian t tính theo đơn vị phút. Khi đó, chỉ số huyết áp bằng

A. $\frac{115}{90}$ B. $\frac{150}{60}$ C. $\frac{120}{80}$ D. $\frac{140}{90}$

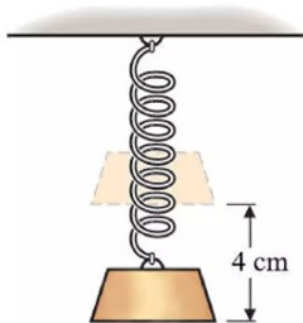
» **Lời giải**

Chọn D

Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1 \quad \forall x$ nên $115 - 25.1 \leq p(t) = 115 + 25\sin(160\pi t) \leq 115 + 25.1$
 $\Leftrightarrow 90 \leq p(t) \leq 140$

Vậy chỉ số huyết áp là $\frac{140}{90}$

- » **Câu 21.** Một con lắc lò xo sau khi được kéo xuống dưới vị trí cân bằng 4 cm và thả ra thì nó dao động điều hòa với phương trình: $y = -4\cos 8t(\text{cm})$ (tham khảo hình vẽ).



Biên độ $A\text{ cm}$ và chu kỳ T của dao động là

A. $A = 4\text{ cm}; T = \frac{p}{4}$ B. $A = 4\text{ cm}; T = \frac{p}{2}$ C. $A = 8\text{ cm}; T = \frac{p}{4}$ D. $A = 4\text{ cm}; T = 2p$

» **Lời giải**

Chọn A

Biên độ của dao động là: $A = |-4| = 4(\text{cm})$.

$$T = \frac{2p}{|8|} = \frac{p}{4}$$

Chu kỳ của dao động là:

- » **Câu 22.** Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi

công thức $h = 3\cos\left(\frac{pt}{7=8} + \frac{p}{4}\right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi:



- A. $t=13$ (giờ). B. $t=14$ (giờ). C. $t=15$ (giờ). D. $t=16$ (giờ).

👉 **Lời giải**

Chọn B

Mức nước của kênh cao nhất khi h lớn nhất

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{pt}{8} + \frac{p}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{pt}{8} + \frac{p}{4} = k2p \quad \text{với } 0 < t \leq 24 \text{ và } k \in \mathbb{Z}.$$

Lần lượt thay các đáp án, ta được đáp án B thỏa mãn.

$$\text{Vì với } t=14 \text{ thì } \frac{pt}{8} + \frac{p}{4} = 2p \quad (\text{đúng với } k=1 \in \mathbb{Z}).$$

- » **Câu 23.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \sqrt{\sin^2 x - 2\sin x + m - 1}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

- A. 8. B. 9. C. 12. D. 13.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ khi chỉ khi: $\sin^2 x - 2\sin x + m - 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow m \geq -\sin^2 x + 2\sin x + 1 = 2 - (\sin x - 1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m \geq \max_{(-\infty; +\infty)} (-\sin^2 x + 2\sin x + 1) = 2 \Leftrightarrow m \geq 2$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z}; m \in [-10; 10] \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}.$$

- » **Câu 24.** Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2021 được

cho bởi một hàm số $y = 4 \sin\left|\frac{p}{178}(t - 60)\right| + 10$, với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất?

- A. 28 tháng 5. B. 29 tháng 5. C. 30 tháng 5. D. 31 tháng 5.

👉 **Lời giải**

Chọn B

$$\sin\left|\frac{p}{178}(t - 60)\right| \leq 1 \Rightarrow y = 4 \sin\left|\frac{p}{178}(t - 60)\right| + 10 \leq 14$$

Vì Ngày có ánh nắng mặt trời chiếu nhiều nhất

$$\Leftrightarrow y = 14 \Leftrightarrow \sin\left|\frac{p}{178}(t - 60)\right| = 1 \Leftrightarrow \frac{p}{178}(t - 60) = \frac{p}{2} + k2p \Leftrightarrow t = 149 + 356k$$

$$0 < t \leq 365 \Leftrightarrow 0 < 149 + 356k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{149}{356} < k \leq \frac{54}{89}$$

Mà

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.

Với $k = 0 \Rightarrow t = 149$ tức rơi vào ngày 29 tháng 5

Vì ta đã biết tháng 1 và 3 có 31 ngày, tháng 4 có 30 ngày,

Riêng đối với năm 2021 thì không phải năm nhuận nên tháng 2 có 28 ngày hoặc dựa vào dữ kiện $0 < t \leq 365$ thì ta biết năm này tháng 2 chỉ có 28 ngày).

B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

- » **Câu 25.** Cho hàm số $y = 3 - \sin\left(2x + \frac{p}{4}\right)$, khi đó:



	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$		
(b)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2		
(c)	Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4		
(d)	Tập giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$		

🔍 **Lời giải**

$$y = 3 - \sin\left(2x + \frac{p}{4}\right)$$

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$

- (a) Ta có: hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
 $-1 \leq \sin\left(2x + \frac{p}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow 1 \geq -\sin\left(2x + \frac{p}{4}\right) \geq -1 \Leftrightarrow 4 \geq 3 - \sin\left(2x + \frac{p}{4}\right) \geq 2 \Leftrightarrow 4 \geq y \geq 2$
 » **Chọn ĐÚNG.**
- (b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2.
 Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2.
 » **Chọn ĐÚNG.**
- (c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.
 Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.
 » **Chọn ĐÚNG.**
- (d) Tập giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$
 Do đó tập giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$.
 » **Chọn ĐÚNG.**

» Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \tan 2x - 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Giá trị của hàm số tại $x = \frac{p}{8}$ bằng 0		
(b)	Giá trị của hàm số tại $x = \frac{p}{3}$ bằng $-\sqrt{3} - 1$		
(c)	Có ba giá trị x thuộc $[0; p]$ khi hàm số đạt giá trị bằng -2.		
(d)	Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.		

🔍 **Lời giải**

- (a) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{p}{8}$ bằng 0
 Ta có:

$$f\left(\frac{p}{8}\right) = \tan\left(2 \cdot \frac{p}{8}\right) - 1 = 1 - 1 = 0$$



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{p}{3}$ bằng $-\sqrt{3} - 1$

$$f\left(\frac{p}{3}\right) = \tan\left(2 \cdot \frac{p}{3}\right) - 1 = -\sqrt{3} - 1$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Có ba giá trị x thuộc $[0; p]$ khi hàm số đạt giá trị bằng -2 .

Ta có: $f(x) = -2 \Leftrightarrow \tan 2x - 1 = -2 \Leftrightarrow \tan 2x = -1$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{p}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{p}{8} + k\frac{p}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in [0; p]$ nên $x \in \left\{\frac{3p}{8}; \frac{7p}{8}\right\}$ (khi đó $k=1; k=2$).

» **Chọn SAI.**

(d) Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{p}{4} + k\frac{p}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$$

Tập xác định hàm số là:

Với mọi $x \in D$, ta có: $x \pm \frac{p}{2} \in D$ và

$$f\left(x + \frac{p}{2}\right) = \tan 2\left(x + \frac{p}{2}\right) - 1 = \tan(2x + p) - 1 = \tan 2x - 1 = f(x)$$

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

» **Chọn ĐÚNG.**

» Câu 27. Cho hàm số $f(x) = |x| \sin x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.		
(b)	$ff(-p) = - (p)$.		
(c)	Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$.		
(d)	$f(-x) = - f(x)$.		

» **Lời giải**

(a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

» **Chọn SAI.**

(b) $ff(-p) = - (p)$.

Ta có $f(p) = p \sin p$; $ff(-p) = |-p| \sin(-p) = -p \sin(p) = - (p)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$.



Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và $f(-x) = |-x| \sin(-x) = -|x| \sin x = -f(x)$.
Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ

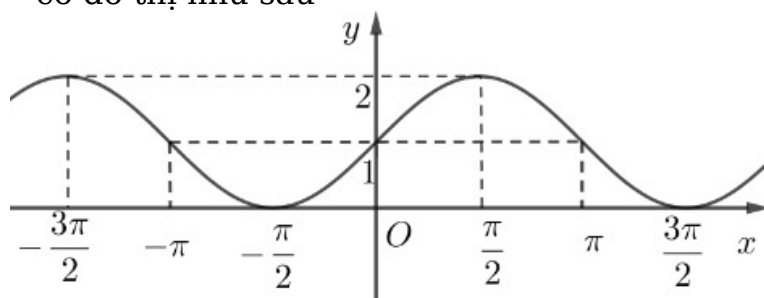
» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $f(-x) = -f(x)$

Ta có $f(-x) = -f(x)$

» **Chọn ĐÚNG.**

» Câu 28. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D = \left[-\frac{3p}{2}; \frac{3p}{2}\right]$.		
(b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-p; 0)$.		
(c)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-p; -\frac{p}{2}\right)$.		
(d)	Tập giá trị của hàm số là $[0; 2]$.		

» **Lời giải**

(a) Hàm số có tập xác định $D = \left[-\frac{3p}{2}; \frac{3p}{2}\right]$.

Hàm số có dạng $f(x) = \sin x + 1 \Rightarrow$ hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

» **Chọn SAI.**

(b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-p; 0)$.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{p}{2}; \frac{p}{2}\right)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-p; -\frac{p}{2}\right)$.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-p; -\frac{p}{2}\right)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tập giá trị của hàm số là $[0; 2]$.

Tập giá trị của hàm số là $[0; 2]$.



» **Chọn ĐÚNG.**

» Câu 29. Cho hàm số $f(x) = |\tan x| + |x^3 - 3x|$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
(b)	Hàm số đã cho là hàm số chẵn.		
(c)	$f(-p) = - (p)$		
(d)	Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$		

» **Lời giải**

(a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.

$$\forall x \in D, \text{ ta có: } -x \in D \text{ và } f(-x) = |\tan(-x)| + |(-x)^3 - 3(-x)| = |\tan x| + |x^3 - 3x| = f(x)$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $f(-p) = - (p)$

Do đó $f(-p) \neq - (p)$.

» **Chọn SAI.**

(d) Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$

Do hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Nên hàm số không đối xứng qua gốc tọa độ.

» **Chọn SAI.**

» Câu 30. Cho hàm số $f(x) = 2 \cos x + 1$ và $g(x) = \sin x + \tan x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R}$.		
(b)	Hàm số $f(x)$ là hàm tuần hoàn.		
(c)	Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{3} + kp k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
(d)	Hàm số $g(x)$ là hàm không tuần hoàn.		

» **Lời giải**

(a) Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R}$.



Tập xác định hàm số: $D = \mathbb{I}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số $f(x)$ là hàm tuần hoàn.

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm 2p \in D$ và $f(x+2p) = 2\cos(x+2p)+1 = 2\cos x+1 = f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{I} \setminus \left\{ \frac{p}{3} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

$$D = \mathbb{I} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Tập xác định hàm số:

» **Chọn SAI.**

(d) Hàm số $g(x)$ là hàm không tuần hoàn.

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm 2p \in D$ và

$$f(x+2p) = \sin(x+2p) + \tan(x+2p) = \sin x + \tan x = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 31.** Cho hàm số $f(x) = \tan x$ và $g(x) = \cot^2 x - \frac{\sin 2x}{2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{I} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
(b)	Hàm số $f(x)$ là hàm không tuần hoàn.		
(c)	Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{I} \setminus \{kp \mid k \in \mathbb{Z}\}$.		
(d)	Hàm số $g(x)$ là hàm tuần hoàn.		

» **Lời giải**

(a) Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{I} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

$$D = \mathbb{I} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + kp \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Tập xác định hàm số:

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số $f(x)$ là hàm không tuần hoàn.

$$f(x+p) = \tan(x+p) = \tan x = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

» **Chọn SAI.**

(c) Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{I} \setminus \{kp \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

$$D = \mathbb{I} \setminus \{kp \mid k \in \mathbb{Z}\}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**



(d) Hàm số $g(x)$ là hàm tuần hoàn.

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm p \in D$ và

$$f(x+p) = \cot^2(x+p) - \frac{\sin 2(x+p)}{2} = \cot^2 x - \frac{\sin 2x}{2} = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

» **Chọn ĐÚNG.**

» Câu 32. Cho hàm số $f(x) = 2 + 3 \cos x$ và $g(x) = \sin x + \cos x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5		
(b)	Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = p + k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$)		
(c)	Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$		
(d)	Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3p}{4} + k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$)		

» **Lời giải**

(a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3 \cos x \leq 3 \Rightarrow -1 \leq 2 + 3 \cos x \leq 5$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = p + k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5, khi đó $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1, khi đó $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = p + k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$).

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{p}{4} \right).$$

Ta có:

» **Chọn SAI.**

(d) Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3p}{4} + k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \sin \left(x + \frac{p}{4} \right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{p}{4} \right) \leq \sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\sqrt{2}$, khi đó $\sin \left(x + \frac{p}{4} \right) = 1$

$$\Leftrightarrow x + \frac{p}{4} = \frac{p}{2} + k2p \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{p}{4} + k2p \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-\sqrt{2}$, khi đó $\sin \left(x + \frac{p}{4} \right) = -1$

$$\Leftrightarrow x + \frac{p}{4} = -\frac{p}{2} + k2p \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{3p}{4} + k2p \quad (k \in \mathbb{Z}).$$



» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 33.** Cho các hàm số sau: $f(x) = \sqrt{5 - 3\sin^2 x}$; $g(x) = \tan x - x \cos x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Tập xác định hàm số $f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.		
(b)	Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số lẻ.		
(c)	Tập xác định hàm số $g(x)$ là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
(d)	Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.		

» **Lời giải**

(a) Tập xác định hàm số $f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.
Tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

Với mọi $x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = \sqrt{5 - 3\sin^2(-x)} = \sqrt{5 - 3\sin^2 x} = f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

» **Chọn SAI.**

(c) Tập xác định hàm số $g(x)$ là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{p}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Tập xác định hàm số là:

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

Với mọi $x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = \tan(-x) - (-x)\cos(-x) = -\tan x + x \cos x = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 34.** Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) được cho bởi công thức

$$h(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$$

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Công thức tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.		
(b)	Chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m .		
(c)	Chiều sâu của mực nước cao nhất là 14m .		
(d)	Thời gian để mực nước cao nhất là $t = 9$.		



Lời giải

(a) Công thức tuần hoàn với chu kì $T=2p$.

Công thức có dạng $y = \cos(ax + b)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2p}{|a|}$ nên chu kì cần tìm là $T = \frac{2p}{\frac{p}{6}} = 12$.

» **Chọn SAI.**

(b) Chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11 m .

Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) + 14 \leq 17$
 $\Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Vậy chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11 m .

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Chiều sâu của mực nước cao nhất là 14 m .

Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) + 14 \leq 17$
 $\Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Chiều sâu của mực nước cao nhất là 17 m .

» **Chọn SAI.**

(d) Thời gian để mực nước cao nhất là $t=9$.

Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) + 14 \leq 17$
 $\Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Chiều sâu của mực nước cao nhất là 17 m .

Max $h=17 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{pt}{6} + \frac{p}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{pt}{6} + \frac{p}{4} = k2p \Leftrightarrow t = -3 + 12k, k \in \mathbb{Z}$.

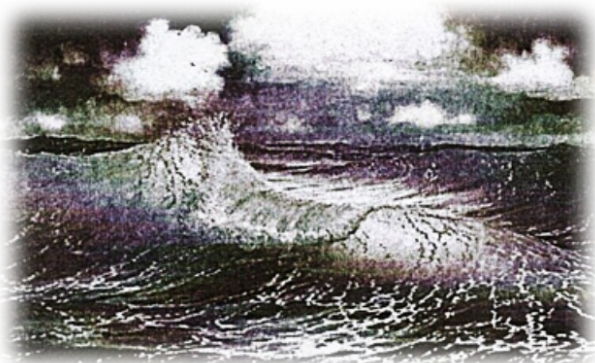
Vì thời gian không âm và $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn $t=1$.

Vậy thời gian ngắn nhất $t = -3 + 12 = 9$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 35.** Chiều cao so với mực nước biển trung bình tại thời điểm t (giây) của mỗi con

sóng được cho bởi hàm số $h(t) = 75 \sin\left(\frac{pt}{8}\right)$, trong đó $h(t)$ được tính bằng centimét.



(Tất cả kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chiều cao của sóng tại các thời điểm 5 giây bằng $69,3 \text{ (cm)}$		
(b)	Chiều cao của sóng tại các thời điểm 20 giây bằng 75 (cm)		
(c)	Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 6 giây		
(d)	Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 18 giây		

Lời giải

(a) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 5 giây bằng $69,3 \text{ (cm)}$

$$h(5) = 75 \sin\left(\frac{p \cdot 5}{8}\right) \approx 69,3 \text{ (cm)}$$

Khi $t=5$, ta có:

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 20 giây bằng 75 (cm)

$$h(20) = 75 \sin\left(\frac{p \cdot 20}{8}\right) = 75 \text{ (cm)}$$

Khi $t=20$, ta có:

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 6 giây

$$\text{Ta có: } \sin\left(\frac{pt}{8}\right) \leq 1 \Rightarrow 75 \sin\left(\frac{pt}{8}\right) \leq 75 \text{ hay } h(t) \leq 75.$$

$$\text{Giá trị lớn nhất của } h(t) \text{ là } 75, \text{ khi đó } \sin\left(\frac{pt}{8}\right) = 1 \Rightarrow \frac{pt}{8} = \frac{p}{2} + k2p (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow t = 4 + 16k (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vì } t \in [0; 30] \Rightarrow t \in [4; 20] \text{ (ứng với } k \text{ bằng 0 và 1).}$$

» **Chọn SAI.**

(d) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 18 giây

Vậy tại các thời điểm 4 giây hoặc 20 giây (trong 30 giây đầu tiên) thì con sóng đạt chiều cao cực đại (là 75 cm).

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 36.** Tập giá trị của hàm số: $y = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x$ có dạng $[a; b]$ với $a; b$ là các số nguyên. Tính giá trị $S = a^2 - 2ab$

Lời giải

✓ **Trả lời: -33**

$$y = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x$$

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x = 5 + 2 \sin 4x$$

$$\text{Do } -1 \leq \sin 4x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin 4x \leq 2 \Leftrightarrow 3 \leq 5 + 2 \sin 4x \leq 7 \Leftrightarrow 3 \leq y \leq 7.$$



$$T = [3; 7] \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=7 \end{cases} \Rightarrow S = -33$$

Vậy giá trị của hàm số là

» **Câu 37.** Tập giá trị của hàm số: $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ có dạng $\left[\frac{a}{b}; 1\right]$ với a, b là các số

nguyên, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $S = a + ab^2$

Lời giải

✓ **Trả lời: 17**

$$y = \sin^6 x + \cos^6 x$$

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có:

$$y = \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$$

$$\text{Do } 0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \geq -\frac{3}{4} \sin^2 2x \geq -\frac{3}{4} \Leftrightarrow 1 \geq 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 \geq y \geq \frac{1}{4}$$

$$T = \left[\frac{1}{4}; 1\right] \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow S = 17$$

Vậy giá trị của hàm số là

» **Câu 38.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[0; 10]$ để hàm số $y = \sqrt{m - 2\sin x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

✓ **Trả lời: 9**

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow m - 2\sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 2\sin x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 2.$$

Vậy $m \geq 2$.

Khi đó trong đoạn $[0; 10]$ có 9 giá trị thỏa mãn.

» **Câu 39.** Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một

năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \cdot \sin\left[\frac{p}{182}(t - 80)\right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn An muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Lời giải

✓ **Trả lời: 353**

$$\text{Do } \sin\left[\frac{p}{182}(t - 80)\right] \geq -1 \Rightarrow 3 \cdot \sin\left[\frac{p}{182}(t - 80)\right] \geq -3$$

$$\Rightarrow 3 \cdot \sin\left[\frac{p}{182}(t - 80)\right] + 12 \geq 9 \Rightarrow d(t) \geq 9$$

Vậy thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất khi và chỉ khi:

$$\sin\left[\frac{p}{182}(t - 80)\right] = -1 \Leftrightarrow \frac{p}{182}(t - 80) = -\frac{p}{2} + k2p$$



$$\Leftrightarrow t - 80 = 182 \left(-\frac{1}{2} + 2k \right) \Leftrightarrow t = 364k - 11, k \in \mathbb{Z}$$

$$0 \leq 364k - 11 \leq 365 \Leftrightarrow \frac{11}{364} \leq k \leq \frac{376}{364} \Leftrightarrow k = 1 \text{ (do } k \in \mathbb{Z})$$

Mặt khác:
 $\Rightarrow t = 364 - 11 = 353$

Vậy thành phố T có ít giờ ánh sáng Mặt Trời nhất là 9 giờ khi $t = 353$, tức là vào ngày thứ 353 trong năm.

» **Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{\sin x - 1}{\cos x + m}$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 18**

Điều kiện xác định: $\cos x + m \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq -m$

$$\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -m < -1 \\ -m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$$

Hàm số xác định trên

Khi đó trong đoạn $[-10; 10]$ có $9 + 9 = 18$ giá trị thỏa mãn.

» **Câu 41.** Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số:

$$y = 2 \cos \left(x - \frac{p}{3} \right) - 1$$

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -2**

$$y = f(x) = 2 \cos \left(x - \frac{p}{3} \right) - 1$$

TXD: $D = \mathbb{R}$.

$$-1 \leq \cos \left(x - \frac{p}{3} \right) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2 \cos \left(x - \frac{p}{3} \right) \leq 2, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -3 \leq 2 \cos \left(x - \frac{p}{3} \right) - 1 \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$f_{\max}(x) = 1 \Leftrightarrow \cos \left(x - \frac{p}{3} \right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{p}{3} = k2p \Leftrightarrow x = \frac{p}{3} + k2p, k \in \mathbb{Z}.$$

$$f_{\min}(x) = -3 \Leftrightarrow \cos \left(x - \frac{p}{3} \right) = -1 \Leftrightarrow x - \frac{p}{3} = p + k2p \Leftrightarrow x = \frac{4p}{3} + k2p, k \in \mathbb{Z}.$$

Khi đó tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -2

» **Câu 42.** Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số:

$$y = \sqrt{1 + \sin x} - 3. \text{ Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2.}$$

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -4,59**

$$y = f(x) = \sqrt{1 + \sin x} - 3$$

Do $\sin x \geq -1, \forall x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$



$$\Leftrightarrow 0 \leq 1 + \sin x \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}; \Leftrightarrow -3 \leq \sqrt{1 + \sin x} - 3 \leq \sqrt{2} - 3, \forall x \in \mathbb{R}; \Leftrightarrow -3 \leq f(x) \leq \sqrt{2} - 3, \forall x \in \mathbb{R};$$

$$f_{\min}(x) = -3 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$f_{\max}(x) = \sqrt{2} - 3 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Khi đó tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng
 $-3 + \sqrt{2} - 3 = -6 + \sqrt{2} \approx -4,59$

» Câu 43. Hàm số $y = 1 - 3\sqrt{1 - \cos^2 x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = \frac{a}{b}\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, với $a; b$

là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $S = a + ab^2$

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**

Ta có: $\cos^2 x \geq 0 \Rightarrow -\cos^2 x \leq 0 \Rightarrow 1 - \cos^2 x \leq 1$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \cos^2 x} \leq 1 \Leftrightarrow -3\sqrt{1 - \cos^2 x} \geq -3 \Leftrightarrow 1 - 3\sqrt{1 - \cos^2 x} \geq -2 \Leftrightarrow y \geq -2.$$

$$\Leftrightarrow 1 - \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \frac{1 + \cos 2x}{2} = 0$$

(Dấu "=" xảy ra

$$\Leftrightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.)$$

Vậy tại $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ thì y đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

Khi đó $a=1; b=2 \Rightarrow S = 1 + 2^2 = 5$

» Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{\frac{m-1}{m} - 2\cos 4x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Để hàm số $y = \sqrt{\frac{m-1}{m} - 2\cos 4x}$ xác định trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{m-1}{m} - 2\cos 4x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{m-1}{2m} \geq \cos 4x \geq -1 \Leftrightarrow \frac{m-1}{2m} \geq -1 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0.$$

» Câu 45. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024; 2024]$ để hàm số $y = \sqrt{\sin^2 x - 2\sin x + 1 - m}$ xác định trên $\mathbb{R}$?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2025**

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\sin^2 x - 2\sin x + 1 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow t \in [-1; 1]$

Lúc này ta đi tìm điều kiện của m để $f(t) = t^2 - 2t + 1 - m \geq 0, \forall t \in [-1; 1]$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow \min_{t \in [-1; 1]} f(t) \geq 0 \quad (2)$$

Ta có



Xét $f(t) = t^2 - 2t + 1 - m, t \in [-1; 1]$, ta có bảng biến thiên

t	-1	1
$f(t)$	$4 - m$	$-m$

Do đó (2) $\Leftrightarrow -m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$.

Vì $m \in [-2024; 2024]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2024; -2023; \dots; 0\}$ nên có 2025 giá trị của tham số m .

» Câu 46. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 3$. Tính $M + m$.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6**

$$y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 3 = 2 \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) + 3 = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 3$$

Ta có

$$\forall x: -1 \leq \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 3 \leq 5 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 5.$$

Do

$$\text{Vậy } m = \min_i y = 1 \text{ khi } x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \quad \text{và} \quad M = \max_i y = 5 \text{ khi } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

nên $M + m = 6$.

» Câu 47. Trong các hàm số $y = \sin 2x$, $y = \tan |x|$, $y = \tan x + \cot x$, $y = 2 \sin x + 3$ có bao nhiêu hàm số lẻ?

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

» Xét hàm số $y = \sin 2x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$$\text{Ta có: } f(-x) = \sin(-2x) = -\sin 2x = -f(x)$$

Do đó hàm số đã cho là hàm số lẻ.

» Xét hàm số $y = \tan |x|$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

TXĐ: Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$$\text{Ta có: } f(-x) = \tan |-x| = \tan |x| = f(x)$$

Do đó hàm số đã cho là hàm số chẵn.

» Xét hàm số $y = \tan x + \cot x$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

TXĐ: Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$\text{Ta có: } f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x = -(\tan x + \cot x) = -f(x)$$

Do đó hàm số đã cho là hàm số lẻ.

» Xét hàm số $y = 2 \sin x + 3$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$



Ta có: $f\left(-\frac{p}{2}\right) = 2\sin\left(-\frac{p}{2}\right) + 3 = 1$; $f\left(\frac{p}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{p}{2}\right) + 3 = 5$

$$\begin{cases} f\left(-\frac{p}{2}\right) \neq \left(\frac{p}{2}\right) \\ f\left(-\frac{p}{2}\right) \neq -\left(\frac{p}{2}\right) \end{cases}$$

Nhận thấy

Do đó hàm số không chẵn không lẻ.

» Câu 48. Tìm chu kì tuần hoàn của hàm số $f(x) = \tan 2x$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,57**

Ta có: $f\left(x + \frac{p}{2}\right) = f(x), \forall x \in D$

Giả sử có số thực dương $T < \frac{p}{2}$ thỏa

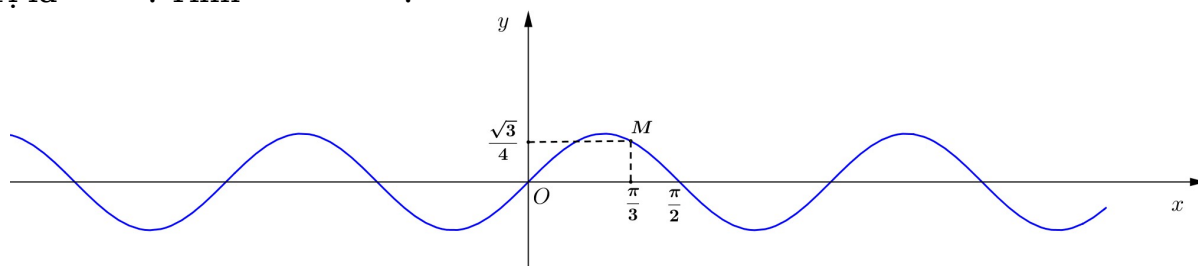
$$f(x+T) = f(x) \Leftrightarrow \tan(2x+2T) = \tan 2x, \forall x \in D \quad (**)$$

Cho $x=0 \Rightarrow VT(**) = \tan 2T \neq 0; \quad VP(**) = 0$

$\Rightarrow (**)$ không xảy ra với mọi $x \in D$. Vậy hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ

$$T_0 = \frac{p}{2} \approx 1,57$$

» Câu 49. Cho hàm số $y = k \sin(tx)$ với $k, t \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số có tập giá trị là $[a, b]$. Tính $T = 2a + 6b$.



🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Vì hàm số đi qua các điểm $O(0,0), M\left(\frac{p}{3}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right), A\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ nên ta tìm được hàm số

đã cho là $y = \frac{1}{2} \sin(2x)$.

Vì $\forall x: -1 \leq \sin(2x) \leq 1$ nên $-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \sin(2x) \leq \frac{1}{2}$.

Suy ra tập giá trị của hàm số là $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

Vậy $T = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 6 \cdot \frac{1}{2} = 2$.



» Câu 50. Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2024

được cho bởi một hàm số $y = 4 \sin \left[\frac{p}{178}(t - 60) \right] + 10$, với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong tháng 5 năm 2024 thì thành phố A có số giờ ánh sáng mặt trời chiếu nhiều nhất?

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 28**

$$\text{Vì } \sin \left[\frac{p}{178}(t - 60) \right] \leq 1 \Leftrightarrow 4 \sin \left[\frac{p}{178}(t - 60) \right] \leq 4 \Leftrightarrow 4 \sin \left[\frac{p}{178}(t - 60) \right] + 10 \leq 14 \Leftrightarrow y \leq 14$$

Ngày có ánh sáng mặt trời chiếu nhiều nhất khi $y = 14$

$$\Leftrightarrow \sin \left[\frac{p}{178}(t - 60) \right] = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{p}{178}(t - 60) = \frac{p}{2} + 2kp, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow t - 60 = 89 + 356k \Leftrightarrow t = 149 + 356k$$

$$\text{Mà } 0 < t \leq 365 \Leftrightarrow 0 < 149 + 356k \leq 365$$

$$\Leftrightarrow -149 < 356k \leq 216 \Leftrightarrow \frac{-149}{356} < k \leq \frac{54}{89}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.

Với $k = 0$ thì $t = 149$.

Năm 2024 là năm nhuận nên tháng 1, tháng 3 và tháng 5 có 31 ngày, tháng 2 có 29 ngày, tháng 4 có 30 ngày.

Vậy ngày thứ 149 trong năm 2024 rơi vào ngày 28 tháng 5.

----- Hết -----