TOÀN TẬP VỀ PHƯƠNG PHÁP GHÉP TRỤC

LÍ THUYẾT

❖ Cơ sở của phương pháp ghép trục giải quyết bài toán hàm hợp $g = f\left(u\left(x\right)\right)$. Ta thực hiện theo các bước sau đây:

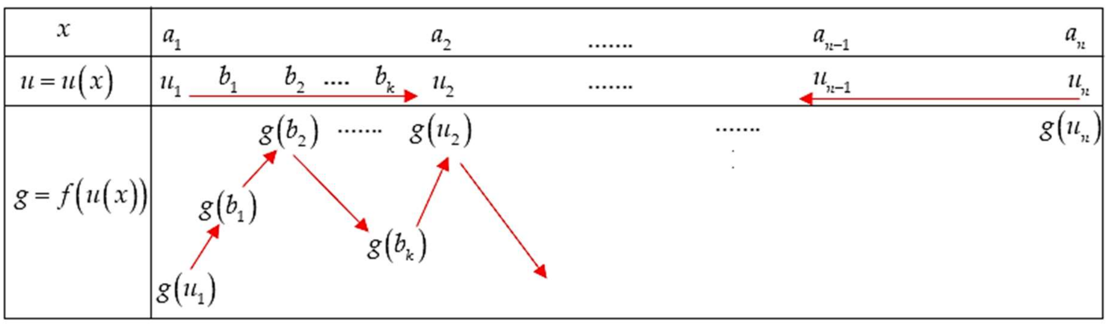
- **Bước 1:** Tìm tập xác định của hàm $g = f\left(u\left(x\right)\right)$**.** Giả sử tập xác định tìm được như sau:

  $$D = \left(a_1;a_2\right)\cup\left(a_3;a_4\right)\cup....\cup\left(a_{n-1};a_n\right)\text{, ở đây có thể } a_1 \equiv -\infty;\ a_n \equiv +\infty$$

- **Bước 2:** Xét sự biến thiên của hàm $u = u\left(x\right)$ và hàm $y = f\left(x\right)$

  Lập bảng biến thiên kép, xét sự tương quan giữa $\left[x;u = u\left(x\right)\right]$ và $\left[u;g = f\left(u\right)\right]$

  (Bảng biến thiên này thường có 3 dòng)



- **Dòng 1:** Xác định các điểm đặc biệt của hàm $u = u\left(x\right)$, sắp xếp các điểm này theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải, giải sử như sau: $a_1 < a_2 < .... < a_{n-1} < a_n$ (xem chú ý số 1).

- **Dòng 2:** Điền các giá trị $u_i = u\left(a_i\right)$, với $\left(i = \overline{1,.....,n}\right)$.

  Trên mỗi khoảng $\left(u_i;u_{i+1}\right)$, với $\left(i = \overline{1,n-1}\right)$ cần bổ sung các điểm kì dị $b_1,b_2,....b_k$ của hàm số $y = f\left(x\right)$.

  Trên mỗi khoảng $\left(u_i;u_{i+1}\right)$, với $\left(i = \overline{1,n-1}\right)$, sắp xếp các điểm $u_i;b_k$ theo thứ tự, chẳng hạn: $u_i < b_1 < b_2 < .... < b_k < u_{i+1}$ hoặc $u_i > b_1 > b_2 > .... > b_k > u_{i+1}$ (xem chú ý số 2).

- **Dòng 3:** Xét chiều biến thiên của hàm $g = f\left(u\left(x\right)\right)$ dựa vào bảng biến thiên của hàm $y = f\left(x\right)$ bằng cách hoán đổi u đóng vai trò của x; $f\left(u\right)$ đóng vai trò của $f\left(x\right)$.

  Sau khi hoàn thiện bảng biến thiên $g = f\left(u\left(x\right)\right)$ ta sẽ thấy được hình dạng của đồ thị hàm số này.

- **Bước 4:** Dùng bảng biến thiên hàm hợp $g = f\left(u\left(x\right)\right)$ để giải quyết các yêu cầu của bài toán và đưa ra kết luận.

❖ Một số chú ý quan trọng khi sử dụng phương pháp ghép trục để giải quyết các bài toán về hàm hợp.

- **<u>CHÚ Ý 1:</u>**
  - Các điểm đặc biệt của $u=u(x)$ gồm: các điểm biên của tập xác định D, các điểm cực trị của hàm số $u=u(x)$.
  - Nếu xét hàm $u=|u(x)|$ thì ở **dòng 1** các điểm đặc biệt còn có nghiệm của phương trình $u(x)=0$ (là hoành độ giao điểm của hàm số $u=u(x)$ với trục Ox).
  - Nếu xét hàm $u=u(|x|)$ thì ở **dòng 1** các điểm đặc biệt còn có số 0 (là hoành độ giao điểm của $u=u(x)$ và trục Oy).
- **<u>CHÚ Ý 2:</u>**
  - Có thể dùng thêm các mũi tên để thể hiện chiều biến thiên của $u=u(x)$.
  - Điểm đặc biệt của hàm số $y=f(x)$ gồm: các điểm tại đó $f(x)$ và $f'(x)$ không xác định, các điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.
  - Nếu xét hàm $g=|f(u(x))|$ thì trong **dòng 2** các điểm đặc biệt còn có nghiệm của phương trình $f(x)=0$.
  - Nếu xét hàm $g=f(u(|x|))$ thì trong **dòng 2** các điểm đặc biệt còn có số 0.

VÍ DỤ MINH HỌA

VÍ DỤ 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-1/4$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-2		2		-4		$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{5\pi}{2}\right]$ của hàm số $5f\left(\cos^2 x - \cos x\right) = 1$ là

A. 11. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Tiến hành đặt $u = \cos^2 x - \cos x$. Đạo hàm $u' = -2.\cos x.\sin x + \sin x = \sin x\left(1 - 2\cos x\right)$.

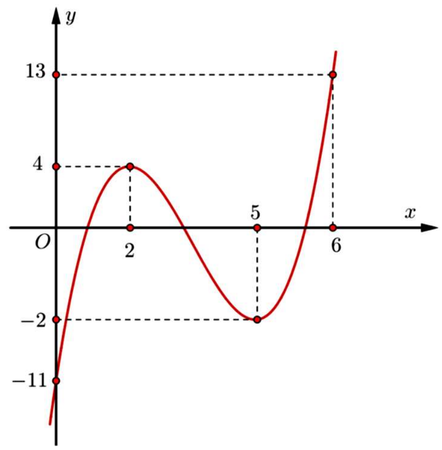
Giải phương trình: $u' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \Rightarrow x = 0;\pi;2\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi \Rightarrow x = \pm\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{3};\frac{7\pi}{3} \end{array}\right.$

Sử dụng phương pháp ghép trục:

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$		π		$\frac{5\pi}{3}$	2π	$\frac{7\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{2}$
u	0	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	0	2	0	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	0
$f(u)$	2	-2	2	-2	2	-4	2	-2	2	-2	2

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $f(u) = \frac{1}{5}$ có tất cả 10 nghiệm phân biệt.

VÍ DỤ 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(f(x)+2\right)=\dfrac{m}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt. Số phần tử của tập S là?

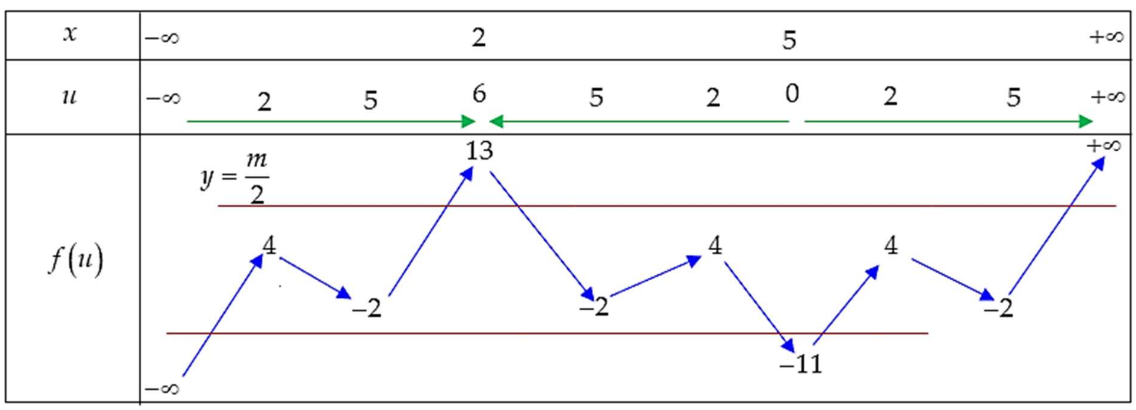
A. 10. **B.** 32. **C.** 9. **D.** 34.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u = f(x)+2$. Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x=2$ và $x=5$.

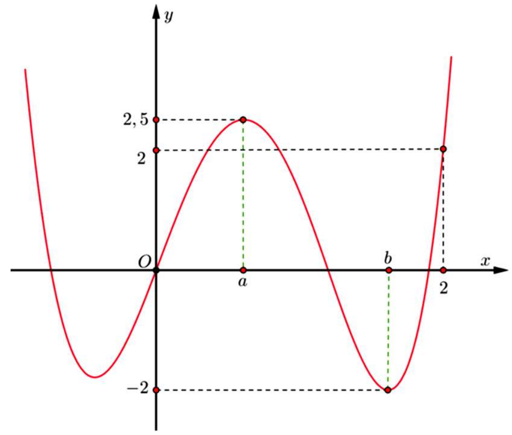
Sử dụng phương pháp ghép trục:



Từ bảng biến thiên, phương trình có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -11<\dfrac{m}{2}<-2 \\ 4<\dfrac{m}{2}<13 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8<m<26 \\ -22<m<-4 \end{array}\right.$

Vậy có 34 giá trị của m thỏa mãn.

VÍ DỤ 3: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi phương trình $f\left(\left|x^3 - 3x\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc đoạn $\left[-2;2\right]$?

A. 10. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u = \left|x^3 - 3x\right| = \sqrt{\left(x^3 - 3x\right)^2} \Rightarrow u' = \dfrac{\left(x^3 - 3x\right)\left(3x^2 - 3\right)}{\sqrt{\left(x^3 - 3x\right)^2}}$.

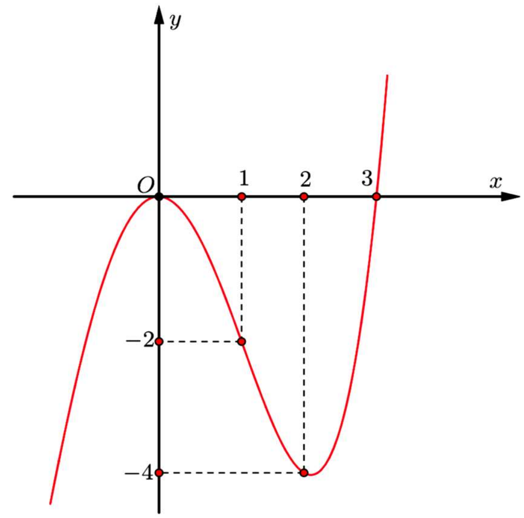
Giải phương trình đạo hàm $u' = \dfrac{\left(x^3 - 3x\right)\left(3x^2 - 3\right)}{\sqrt{\left(x^3 - 3x\right)^2}} = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Sử dụng phương pháp ghép trục:

x	-2	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	2
u	$2 \quad b \quad a \quad 0 \quad a \quad b \quad 2 \quad b \quad a \quad 0 \quad a \quad b \quad 2 \quad b \quad a \quad 0 \quad a \quad b \quad 2$						
$f(u)$	$2 \quad -2 \quad 2,5 \quad 0 \quad 2,5 \quad -2 \quad 2 \quad -2 \quad 2,5 \quad 0 \quad 2,5 \quad -2 \quad 2 \quad -2 \quad 2,5 \quad 0 \quad 2,5 \quad -2 \quad 2$						

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $\left[-2;2\right]$ có 17 điểm cực trị.

VÍ DỤ 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $7f\left(5-2\sqrt{1+3\cos x}\right)=3m-10$ có đúng ba nghiệm phân biệt thuộc $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$

A. 10. **B.** 1. **C.** 15. **D.** 2.

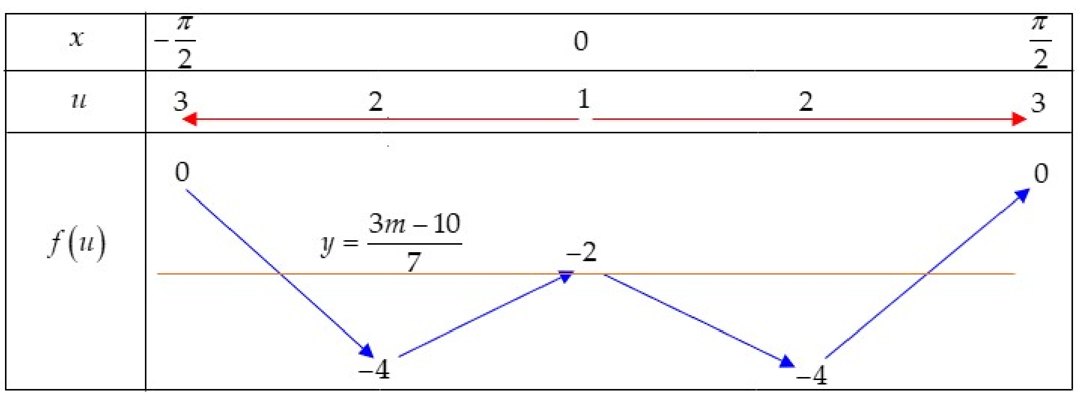
Lời giải

Phương trình đã cho tướng tương với $f\left(5-2\sqrt{1+3\cos x}\right)=\dfrac{3m-10}{7}$.

Đặt $u=5-2\sqrt{1+3\cos x}\Rightarrow u'=\dfrac{3\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}$.

Giải phương trình đạo hàm $u'=\dfrac{3\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}=0\Leftrightarrow x=0$.

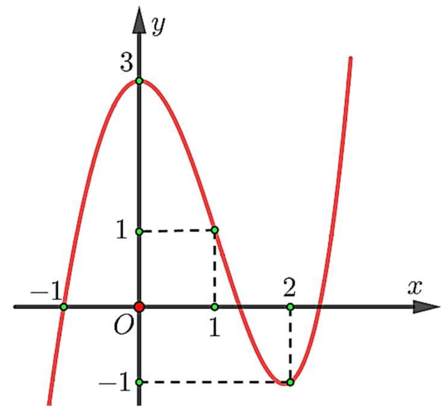
Sử dụng phương pháp ghép trục:



Từ bảng biến thiên, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\dfrac{3m-10}{7}=-2\Leftrightarrow m=-\dfrac{4}{3}$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

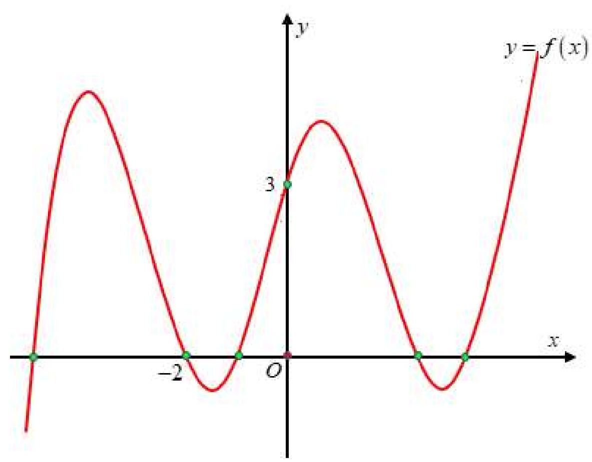
Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2};3\pi\right)$ của phương trình $f^2\left(\sin x\right)-5\left|f\left(\sin x\right)\right|+6=0$ là

A. 13. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 10

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(\left|4x+5\right|-2\right)-3=0$ là:

A. 8. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 6

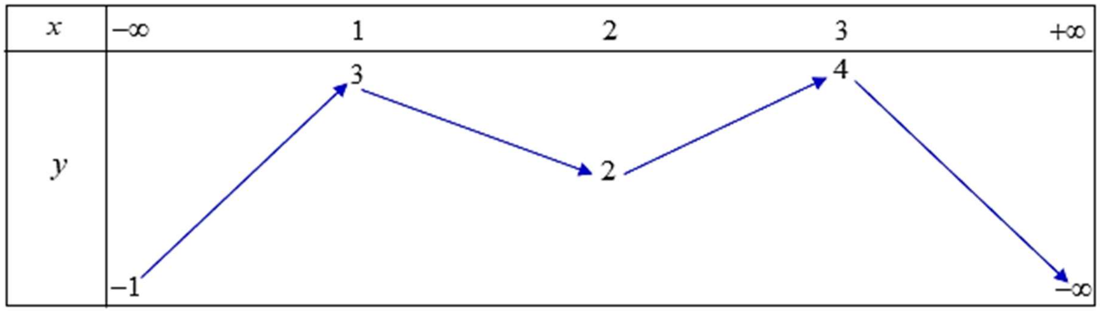
Câu 3: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$			0		0		0		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi phương trình $\left|f\left(x-1-2\sqrt{x-1}\right)\right|=1$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 12. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8

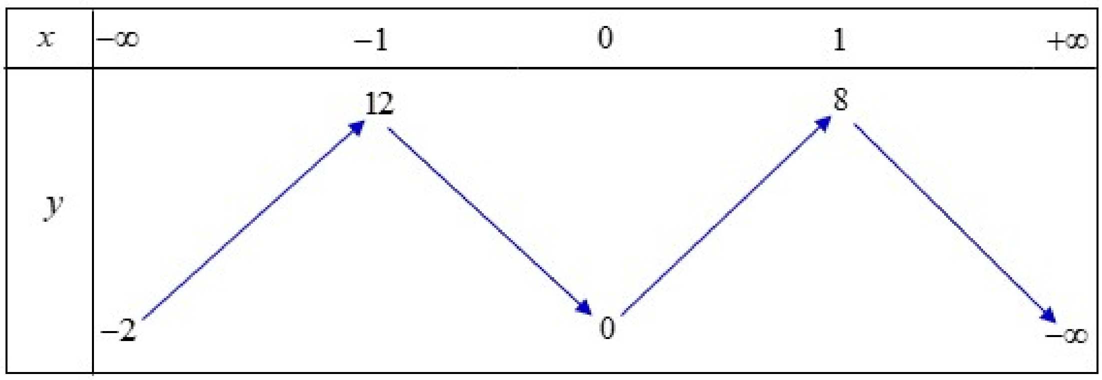
Câu 4: Cho bảng biến thiên hàm số $f(5-2x)$ như hình vẽ dưới.



Hỏi phương trình $\left|2f\left(x^2-4x+3\right)-1\right|=3$ có bao nhiêu nghiệm thực x tương ứng?

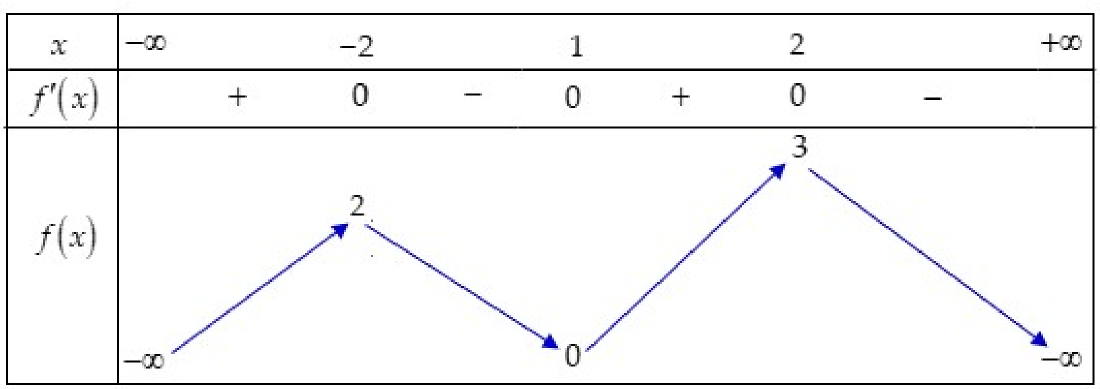
A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4

Câu 5: Cho bảng biến thiên của hàm số $f(3-2x)$ như hình vẽ. Biết $f(4)=3; f(0)=0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left|f\left(x^3-3x+2\right)-m\right|=2$ có nhiều nghiệm nhất?



A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 2

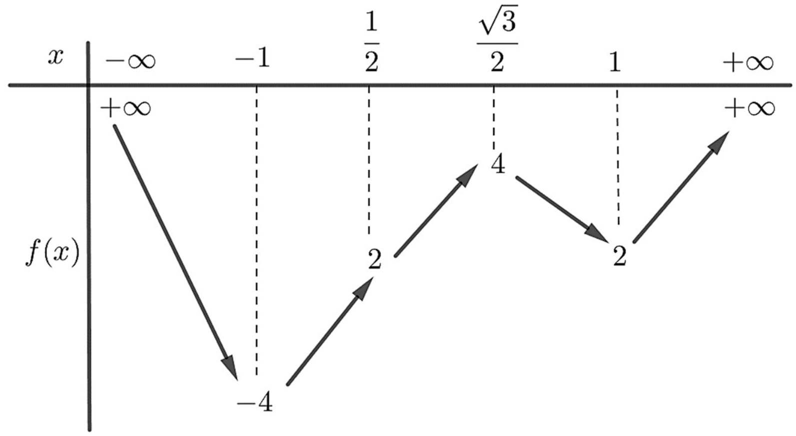
Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(-1)<2<f(5)$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f\left(\sqrt{2\cos^3(x)+2\cos x+5}+2\cos x\right)=2$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{5\pi}{2}\right)$ là?

A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3

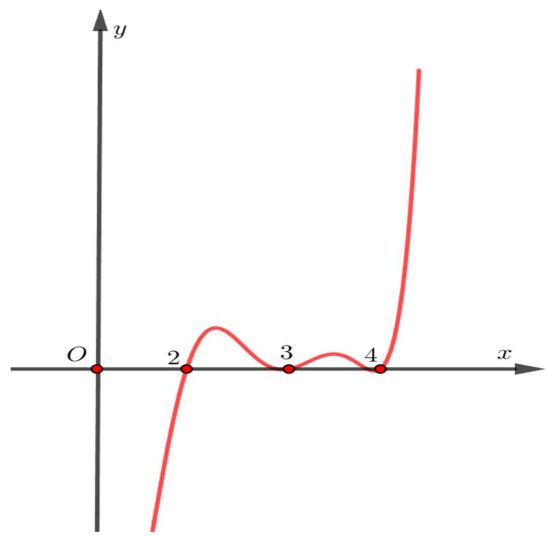
Câu 7: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2\left(\cos x\right)+\left(3-m\right)f\left(\cos x\right)+2m-10=0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{3};\pi\right]$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 8: Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



Hỏi hàm số $y=g(x)=f\left(x^2+4x+5\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 9: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét đấu đạo hàm $f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g\left(x\right)=f\left(4-\sqrt{4-x^2}\right)$ đồng biến trên:

x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(-3;-1\right)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g\left(x\right)=f\left(-1+\sqrt{7+6x-x^2}\right)$ nghịch biến trên:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

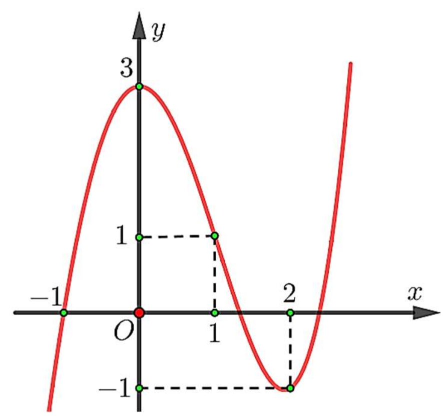
A. $\left(5;6\right)$. **B.** $\left(-1;2\right)$. **C.** $\left(2;3\right)$. **D.** $\left(3;5\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	**2.D**	**3.C**	**4.D**	**5.D**	**6.A**	**7.B**	**8.C**	**9.C**	**10.D**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm thuộc khoảng $\left(-\dfrac{3\pi}{2};3\pi\right)$ của phương trình $f^2\left(\sin x\right)-5\left|f\left(\sin x\right)\right|+6=0$ là

A. 13. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 10

Bài làm:

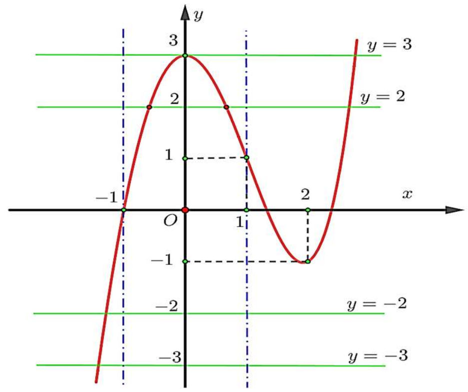
Chọn A

Ta giải phương trình: $f^2\left(\sin x\right)-5\left|f\left(\sin x\right)\right|+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|f\left(\sin x\right)\right|=3\\\left|f\left(\sin x\right)\right|=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(\sin x\right)=3\\f\left(\sin x\right)=-3\\f\left(\sin x\right)=-2\\f\left(\sin x\right)=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π
$\sin x$	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1	0

Kết hợp bảng biến thiên và đồ thị tương giao:



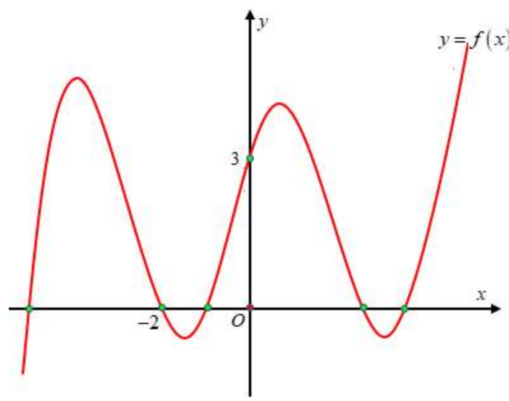
Ta thấy:

Với mọi $x \in [-1;1]$ thì phương trình luôn có 3 nghiệm.

Với mọi $x \in [0;1]$ thì phương trình có duy nhất 1 nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình thuộc khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2};3\pi\right)$ là $3.4+1=13$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(\left|4x+5\right|-2\right)-3=0$ là:

A. 8. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 6

Bài làm:

Đặt $g\left(x\right)=\left|4x+5\right|-2=\sqrt{\left(4x+5\right)^2}-2 \Rightarrow g'\left(x\right)=\dfrac{4\left(4x+5\right)}{\sqrt{\left(4x+5\right)^2}}$.

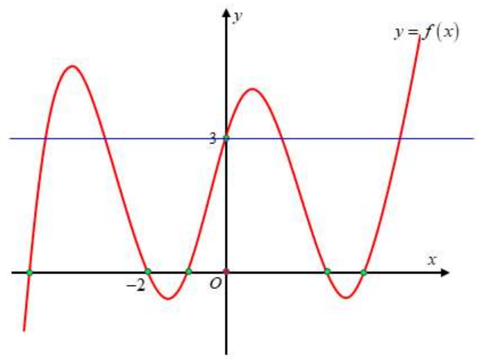
Giải phương trình $g'\left(x\right)=\dfrac{4\left(4x+5\right)}{\sqrt{\left(4x+5\right)^2}}=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{5}{4}$.

Ta lập bảng biến thiên của hàm số $g\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{5}{4}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	$-\infty$

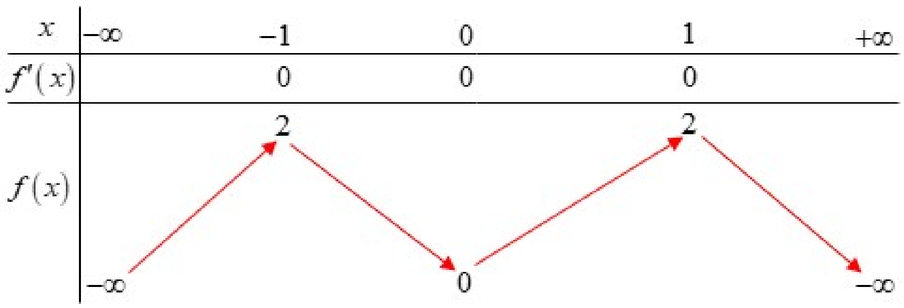
Yêu cầu bài toán trở thành: tìm số nghiệm phân biết của phương trình $f\left(g\left(x\right)\right)-3=0$.

Kẻ đường thẳng $y=3$ lên đồ thị như sau:



Từ bảng biến thiên ta thấy, số nghiệm của phương trình thuộc $[-2;+\infty]$ bằng số nghiệm của phương trình thuộc $[-\infty;-2]$. Mà trên $[-2;+\infty]$ phương trình có 3 nghiệm nên trên $[-\infty;-2]$ cũng có 3 nghiệm. Vậy phương trình có $3+3=6$ nghiệm phân biệt.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hỏi phương trình $\left|f\left(x-1-2\sqrt{x-1}\right)\right|=1$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 12. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8

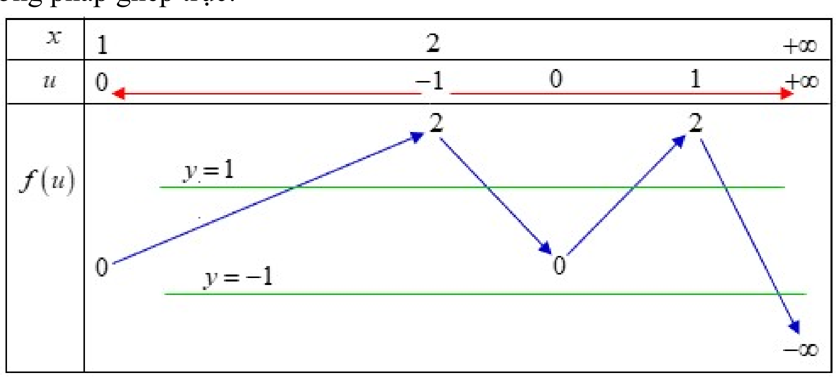
Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x\ge 1$. Ta có: $\left|f\left(x-1-2\sqrt{x-1}\right)\right|=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x-1-2\sqrt{x-1}\right)=1\\ f\left(x-1-2\sqrt{x-1}\right)=-1\end{array}\right.$.

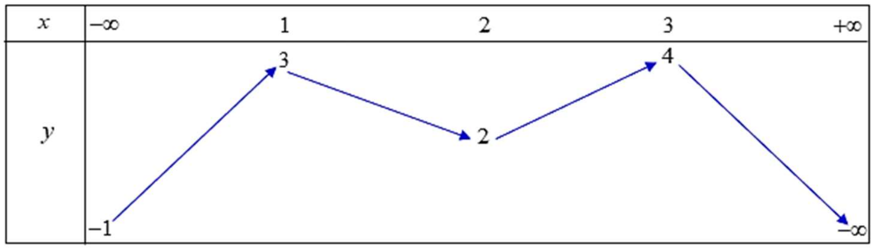
Đặt $u=x-1-2\sqrt{x-1}\Rightarrow u'=1-\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}=0\Leftrightarrow x=2$.

Sử dụng phương pháp ghép trục:



Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 4: Cho bảng biến thiên hàm số $f(5-2x)$ như hình vẽ dưới.



Hỏi phương trình $\left|2f\left(x^2-4x+3\right)-1\right|=3$ có bao nhiêu nghiệm thực x tương ứng?

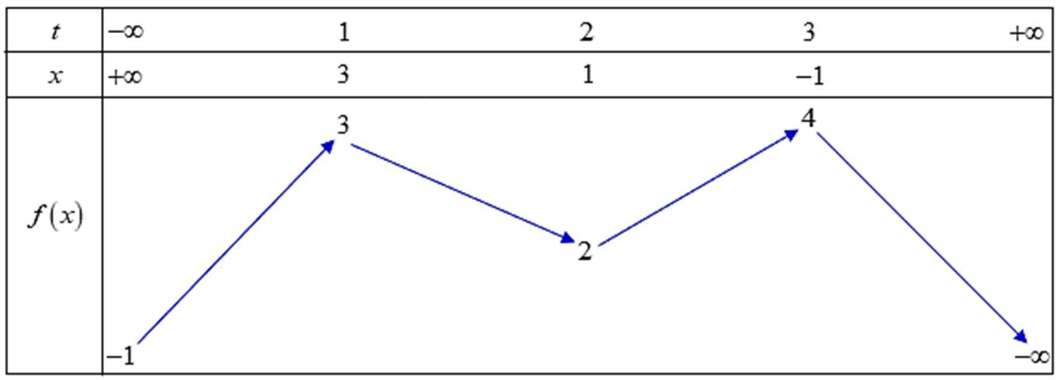
A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4

Lời giải

Chọn D

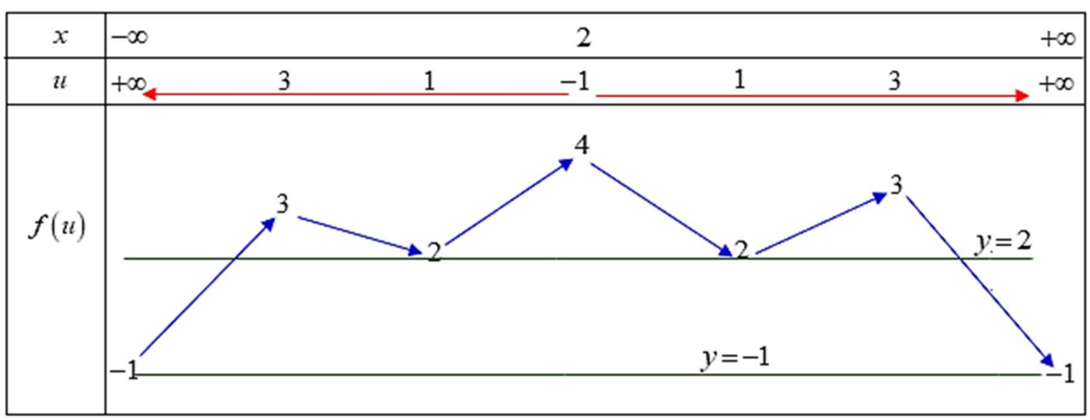
Đặt $x=5-2t$, đưa bảng biến thiên hàm số $f\left(5-2x\right)$ về bảng biến thiên hàm số $f\left(x\right)$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f\left(x\right)$ như sau:



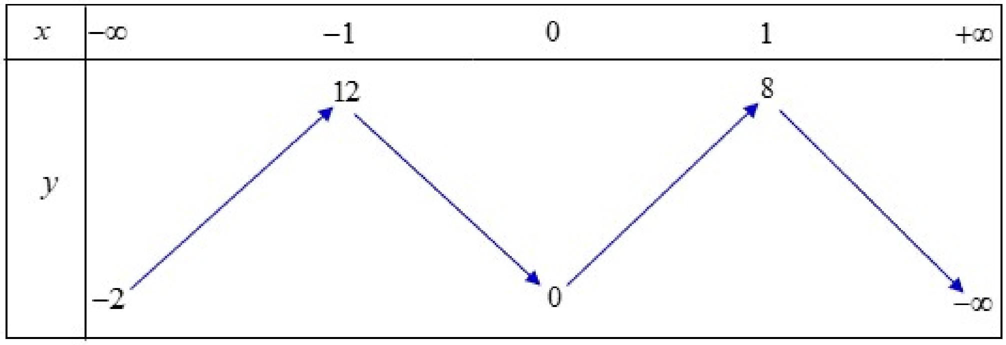
Đặt $u=x^2-4x+3$, phương trình trở thành $\left|2f\left(u\right)-1\right|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(u\right)=2 \\ f\left(u\right)=-1 \end{array}\right.$.

Sử dụng phương pháp ghép trục:



Từ bảng biến thiên suy ra, phương trình có tất cả 4 nghiệm thực x.

Câu 5: Cho bảng biến thiên của hàm số $f(3-2x)$ như hình vẽ. Biết $f(4)=3; f(0)=0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left|f\left(x^3-3x+2\right)-m\right|=2$ có nhiều nghiệm nhất?



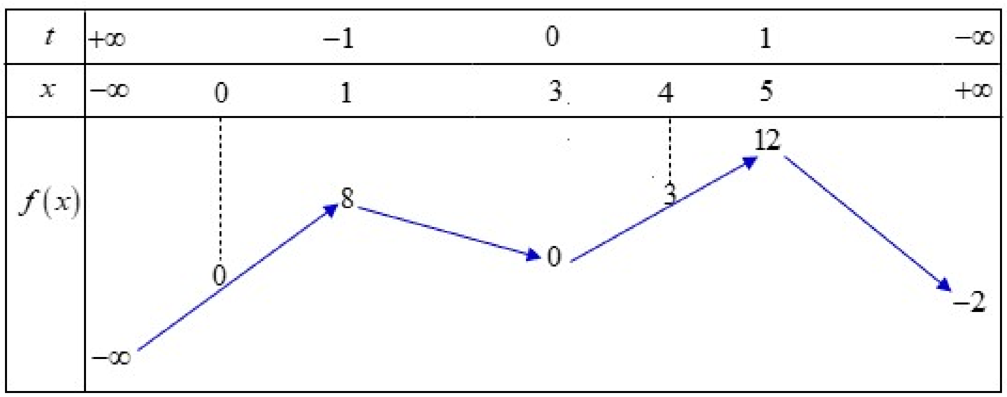
A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 2

Lời giải

Chọn D

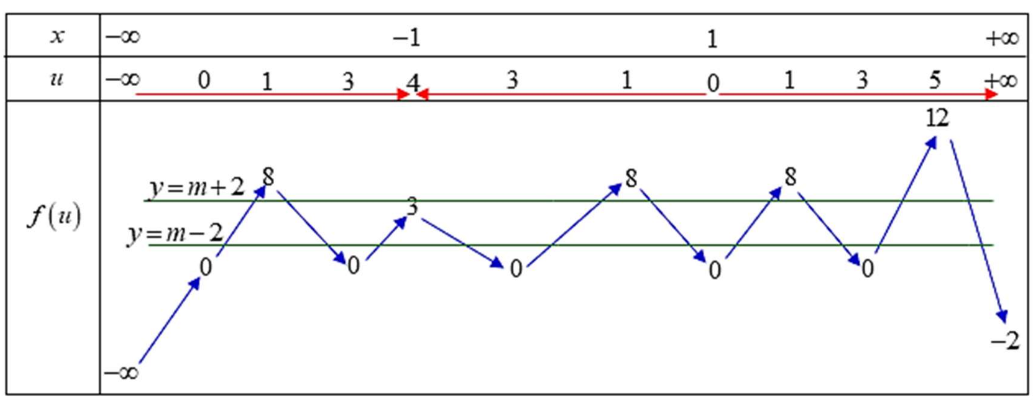
Đưa về bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ bằng cách đặt $x=3-2t \Rightarrow f(x)=f(3-2t)$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:



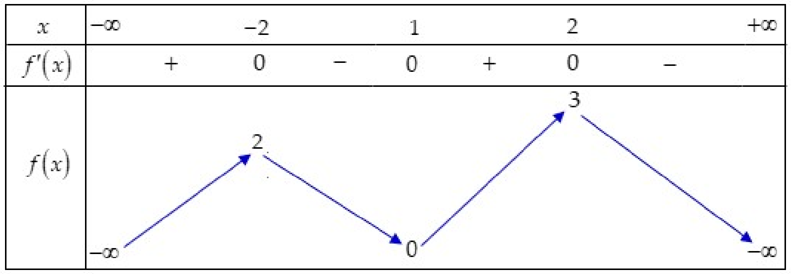
Đặt $u=x^3-3x+2$ thì phương trình trở thành $\left|f(u)-m\right|=2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(u)=m+2 \\ f(u)=m-2 \end{array}\right.$.

Sử dụng phương pháp ghép trục



Để phương trình có nhiều nghiệm nhất $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3<m+2<8 \\ 0<m-2<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow 2<m<5 \Rightarrow m=\{3;4\}$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(-1)<2<f(5)$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f\left(\sqrt{2\cos^3(x)+2\cos x+5}+2\cos x\right)=2$ trên khoảng $\left(0;\frac{5\pi}{2}\right)$ là?

A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3

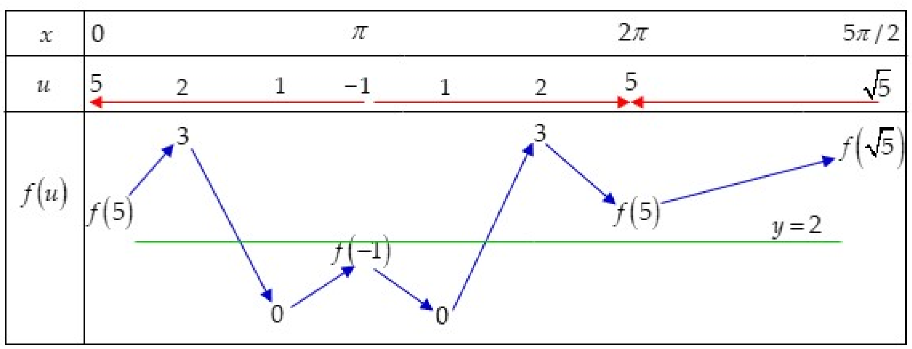
Lời giải

Chọn A

Ta đặt $u=\sqrt{2\cos^3(x)+2\cos x+5}+2\cos x \Rightarrow u'=\sin x\left(\frac{-3\cos^2 x-1}{\sqrt{2\cos^3(x)+2\cos x+5}}-2\right)=0$

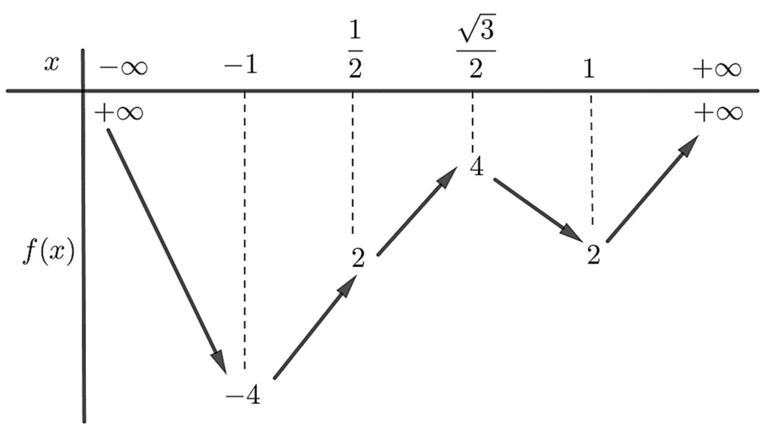
Giải phương trình $u'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0 \xrightarrow{voi\ x\in\left(0;\frac{5\pi}{2}\right)} x=\pi;2\pi.\\ \frac{-3\cos^2 x-1}{\sqrt{2\cos^3(x)+2\cos x+5}}-2=0\ (vo\ \ nghiem)\end{array}\right.$

Sử dụng phương pháp ghép trục:



Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2\left(\cos x\right)+\left(3-m\right)f\left(\cos x\right)+2m-10=0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{3};\pi\right]$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

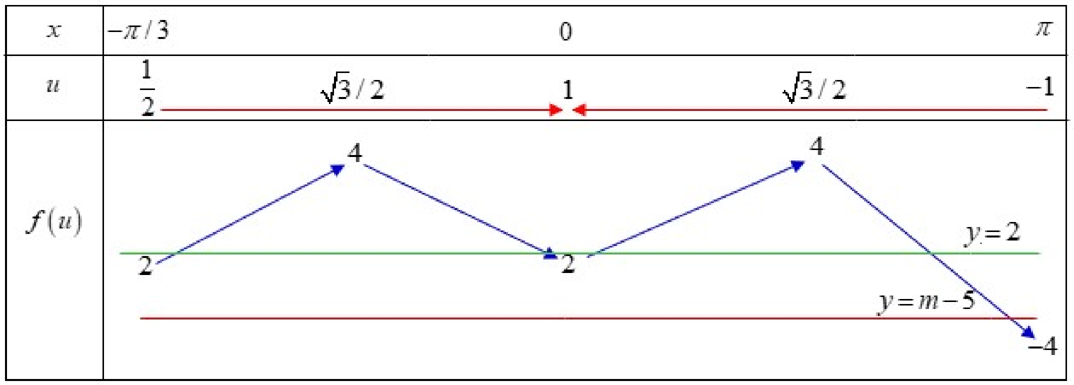
Lời giải

Chọn B

Đặt $u=\cos x\Rightarrow u'=-\sin x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pi\end{array}\right.$ (với $x\in\left[-\dfrac{\pi}{3};\pi\right]$).

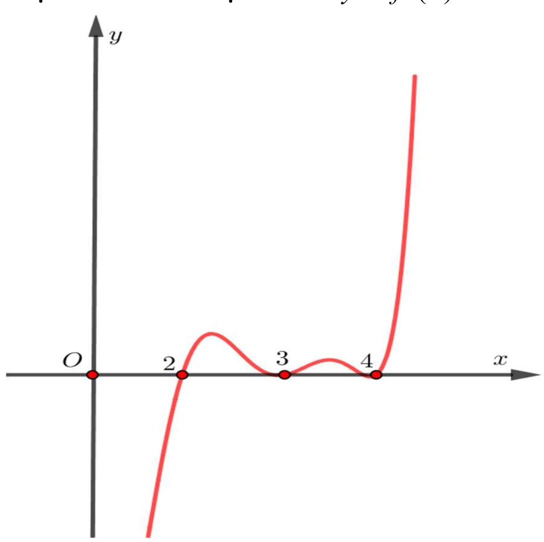
Khi đó phương trình đã cho trở thành $f\left(u\right)^2+\left(3-m\right)f\left(u\right)+2m-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(u\right)=2\\f\left(u\right)=m-5\end{array}\right.$.

Sử dụng phương pháp ghép trục:



Do phương trình $f\left(u\right)=2$ có 3 nghiệm nên yêu cầu bài toán tương đương với phương trình $f\left(u\right)=m-5$ có duy nhất một nghiệm $-4\le m-5<2\Leftrightarrow 1\le m<7\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}m\in\left\{1;2;3;4;5;6\right\}$.

Câu 8: Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



Hỏi hàm số $y=g(x)=f\left(x^2+4x+5\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

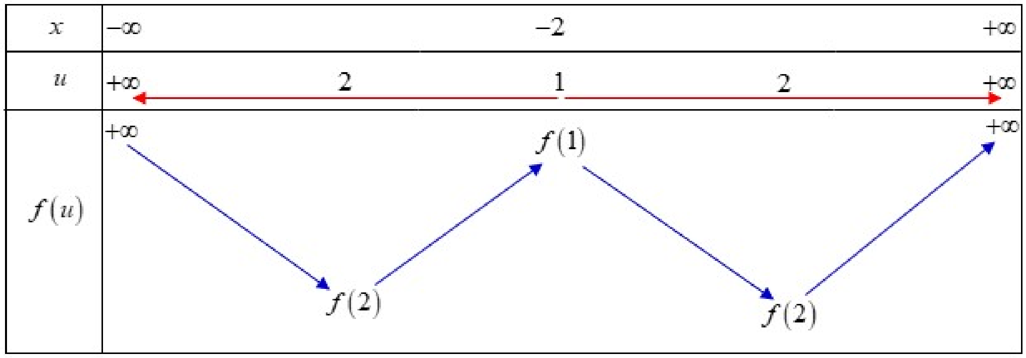
A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u=x^2+4x+5\Rightarrow u'=2x+4=0\Leftrightarrow x=-2$.

Sử dụng phương pháp ghép trục:



Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x)=f\left(4-\sqrt{4-x^2}\right)$ đồng biến trên:

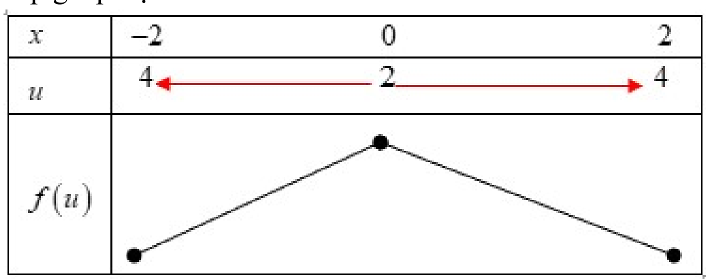
x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-3;-1)$.

Lời giải

Đặt $g(x)=f\left(4-\sqrt{4-x^2}\right)=f(u), u=4-\sqrt{4-x^2}$, với $x\in[-2;2]$

Sử dụng phương pháp ghép trục:



Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x)=f\left(-1+\sqrt{7+6x-x^2}\right)$ nghịch biến trên:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $(5;6)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;5)$.

Lời giải

Đặt: $g(x)=f\left(-1+\sqrt{7+6x-x^2}\right)=f(u)$ với $u=-1+\sqrt{7+6x-x^2}$ và $x\in[-2;2]$

Sử dụng phương pháp ghép trục:

x	-1		$3-\sqrt{7}$		3		$3+\sqrt{7}$		7
u	-1		2		3		2		4
$f(u)$		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-1;3-\sqrt{7}\right)$ và $\left(3;3+\sqrt{7}\right)$.