

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

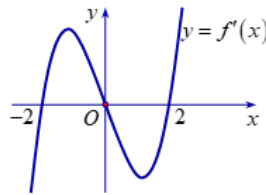
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'(x)$ cho như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$			$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$ B. $(-2; 0)$ C. $(-\infty; 0)$ D. $(0; 2)$

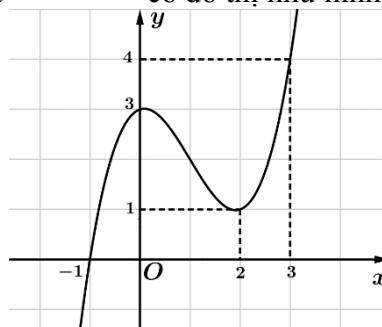
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$. B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
C. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$. D. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = \pm 2$.

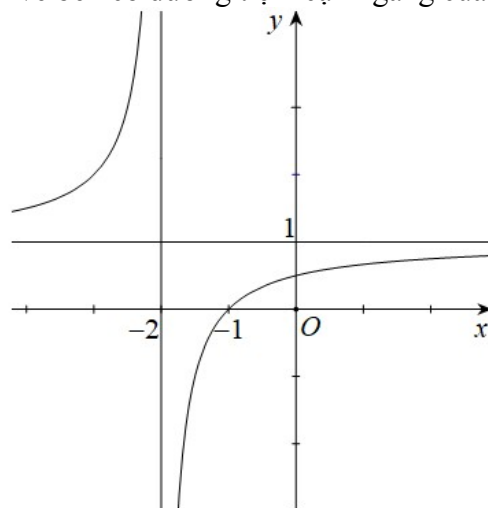
Câu 3. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 0.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ bên có đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng



A. $y=1$.

B. $y=-2$.

C. $x=1$.

D. $x=-2$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4}{x}$ có tiệm cận xiên là:

A. $y=x$.

B. $y=-x$.

C. $y=x-2$.

D. $y=x+2$.

Câu 6. Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	1	$+\infty$	1

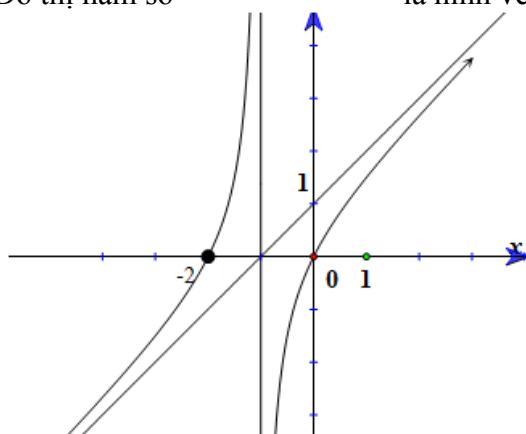
A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

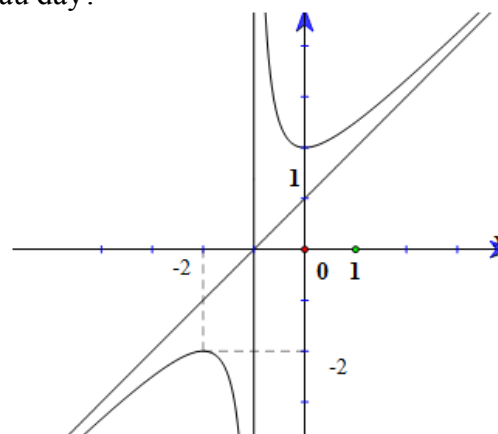
C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

D. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

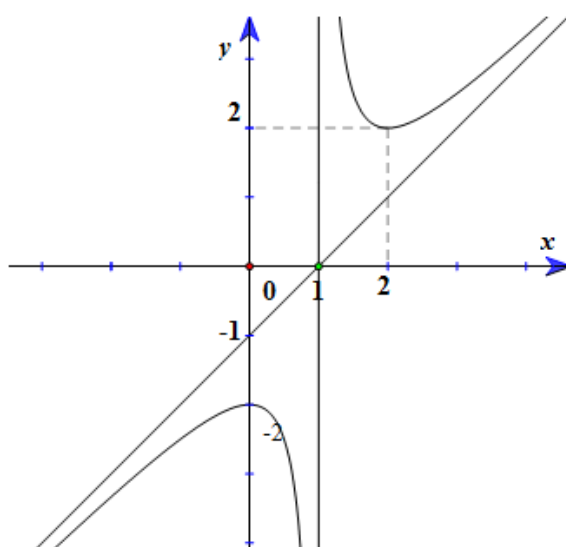
Câu 7. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1}$ là hình vẽ nào sau đây?



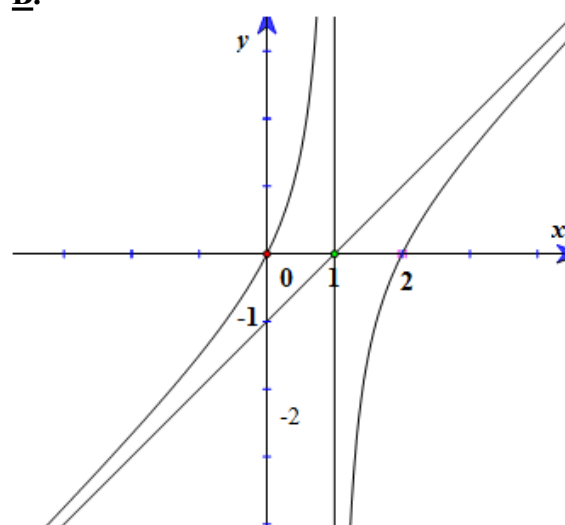
A.



B.



C.



D.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ

- A. (1;1;3) B. (3;1;1). C. (-1;-1;-3). D. (3;3;-1).

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3;0;0)$ B. $N(0; -1; 1)$ C. $P(0; -1; 0)$ D. $Q(0;0;1)$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $u = 2i + 3j - k$, khi đó tọa độ véc tơ u là

- A. (-2;3;1) B. (2;3;-1) C. (2;-3;-1) D. (2;3;1)

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ sử $a = (1; 2; 3)$ và $u = 2i - 4k$, khi đó tọa độ vectơ $u = a - b$ bằng

- A. $u = (-1; 2; 7)$ B. $u = (-1; 6; 3)$ C. $u = (-1; 2; -1)$ D. $u = (-1; -2; 3)$

Câu 12. Khi thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của 120 học sinh nữ khối 10 ở một trường trung học phổ thông được kết quả từ $152cm$ đến $172cm$. Nếu sử dụng mẫu số liệu ghép nhóm để biểu diễn kết quả này thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

- A. $152cm$ B. $172cm$ C. $20cm$ D. $10cm$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 5x + 4}{x - 2}$ có đồ thị (C).

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng (1;3)
b) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.
c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x + 1$.
d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải

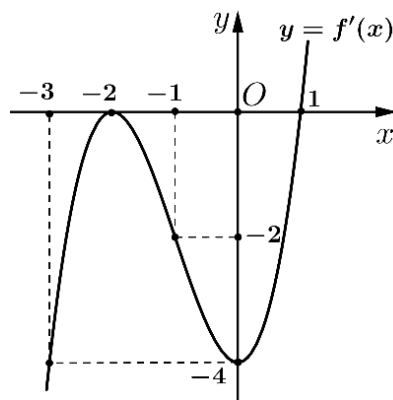
- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng (1;2) và (2;3).
b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$, giá trị cực tiểu bằng $y = 7$.

c) Ta có $y = f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 5}{x - 2} = 2x - 1 + \frac{3}{x - 2}$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x - 2} = 0 \Rightarrow y = 2x - 1$ là đường tiệm cận xiên.

- d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ nên cũng đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) $f'(2) = 4$.

d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

a) Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \leq 0$ với $\forall x \leq 1$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. Nên **a) Đúng**

b) Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x = 1$ nên hàm số có một điểm cực trị. **b) Sai**

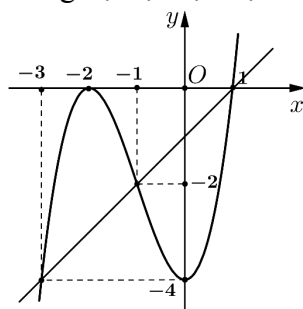
c) Từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(0; -4)$ nên: $-4 = a(0+2)^2(0-1) \Leftrightarrow a = 1$

Vậy $f'(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f'(2) = (2+2)^2(2-1) = 16$. **c) Sai**

d) Ta có: $g'(x) = f'(x) - x + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$

Vẽ đường thẳng $y = x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$. **d) Đúng**



$$f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Khi đó:

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$.

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$		$g(-3)$	$g(-1)$	$g(1)$		$+\infty$	

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ nên $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(0; 2; 3), N(1; 8; -4), E(2; 2; 7)$.

a) Tọa độ trung điểm J của đoạn thẳng MN là $J\left(\frac{1}{2}; 5; -\frac{1}{2}\right)$.

b) $|\overline{MN}| = \sqrt{86}$.

c) Nếu tứ giác $MNEQ$ là hình bình hành thì $Q(1; -4; 13)$.

d) Nếu G là điểm để $|\overline{GM} + \overline{GN} - \overline{GE}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $G(-1; 8; -8)$.

Lời giải

a) Ta có $I\left(\frac{1}{2}; 5; -\frac{1}{2}\right)$ Mệnh đề **đúng**.

b) $|\overline{MN}| = \sqrt{1+36+49} = \sqrt{86}$ Mệnh đề **đúng**.

c) Gọi $Q(x; y; z)$, Vì $MNEQ$ là hình bình hành nên $\overline{MN} = \overline{QE}$ hay $\begin{cases} 2-x=1 \\ 2-y=6 \\ 7-z=-7 \end{cases}$
Suy ra $Q(1; -4; 14)$ Mệnh đề **sai**.

d) Gọi I là điểm sao cho $\overline{IM} + \overline{IN} - \overline{IE} = \vec{0}$ suy ra $I(-1; 8; -8)$

Ta có $|\overline{GM} + \overline{GN} - \overline{GE}| = |\overline{GI} + \overline{IM} + \overline{GI} + \overline{IN} - \overline{GI} - \overline{IE}| = |\overline{GI}|$

Suy ra $|\overline{GM} + \overline{GN} - \overline{GE}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $G \equiv I$. Mệnh đề **đúng**.

Câu 4. Kết quả 40 lần nhảy xa của hai vận động viên nam Dũng và Huy được thống kê trong Bảng 1 và Bảng 2 (đơn vị: mét). Các mệnh đề sau đúng hay **sai**? (Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Nhóm	Tần số
$[6, 22; 6, 46)$	3
$[6, 46; 6, 70)$	7
$[6, 70; 6, 94)$	5
$[6, 94; 7, 18)$	20
$[7, 18; 7, 42)$	5
	$n=40$

Bảng 1

Nhóm	Tần số
$[6, 22; 6, 46)$	2
$[6, 46; 6, 70)$	5
$[6, 70; 6, 94)$	8
$[6, 94; 7, 18)$	19
$[7, 18; 7, 42)$	6
	$n=40$

Bảng 2

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng 1 là $n=40$.

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng 1 là $\overline{x_D} \approx 6,92$.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng là $s_D^2 \approx 0,07$.

d) Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

Lời giải

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng 1 là $n=40$.

Suy ra mệnh đề đúng.

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi bảng 1 là:

$$\bar{x}_D = \frac{3.6,34 + 7.6,58 + 5.6,82 + 20.7,065 + 7,30}{40} \approx 6,92 \text{ (m)}$$

Suy ra mệnh đề đúng.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi bảng 1 là:

$$\bar{x}_D = \frac{3.6,34 + 7.6,58 + 5.6,82 + 20.7,065 + 7,30}{40} \approx 6,92 \text{ (m)}$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng là:

$$s_D^2 = \frac{1}{40} [3.(6,34 - 6,92)^2 + 7.(6,58 - 6,92)^2 + 5.(6,82 - 6,92)^2 + 20.(7,06 - 6,92)^2 + 5.(7,30 - 6,92)^2] \approx 0,07$$

Suy ra mệnh đề đúng.

d) Giải như câu C ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng 2 là: $s_H^2 \approx 0,06$. Vậy độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu cho bởi bảng 1 và bảng 2 lần lượt là:

$$s_D \approx \sqrt{0,07} \approx 0,26, \quad s_H \approx \sqrt{0,06} \approx 0,24$$

Do $s_D > s_H$ nên kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng. Suy ra mệnh đề sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 + 9x^2 - 12$ có đồ thị là đường cong (C) . Điểm $M(a; b)$ là điểm cực đại của đồ thị (C) . Giá trị của $a - b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: -102.

$$y = x^3 + 9x^2 - 12$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$y' = 3x^2 + 18x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 18x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \end{cases}$$

Xét

Đồ thị (C) có hai điểm cực trị là: $(0; -12)$ và $(-6; 96)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-6	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

Suy ra điểm cực đại của đồ thị (C) là: $M(-6; 96)$.

Vậy giá trị $a - b = -6 - 96 = -102$.

Câu 2. Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Biết rằng nếu thả số lượng cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ thuộc khoảng $(a; b)$ thì cân nặng trung bình của số cá đó tăng. Tính giá trị của $a + b$.

Lời giải

Đáp án: 12.

Sau một vụ, số cá trên mỗi đơn vị diện tích mặt hồ có cân nặng trung bình là:
 $f(n) = nP(n) = 480n - 20n^2$ (gam).

$$f'(n) = 480 - 40n = 0 \Leftrightarrow n = 12$$

Bảng biến thiên:

n	0	12	$+\infty$
$f'(n)$	+	0	-
$f(n)$	$\nearrow f(12) \searrow$		

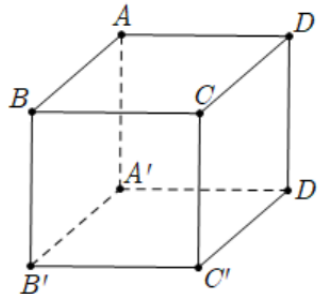
Từ bảng biến thiên, suy ra trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ, số cá cần thả trong khoảng $(0; 12)$

. Vậy $a + b = 12$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Tính
 $\left| \overline{BC} - \overline{BA} + \overline{C'C} + \overline{C'B'} + \overline{C'D'} + \overline{C'A'} \right|$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 2,83.



Áp dụng quy tắc hình hộp ta có $\overline{C'C} + \overline{C'B'} + \overline{C'D'} = \overline{C'A'}$
 $\left| \overline{BC} - \overline{BA} + \overline{C'C} + \overline{C'B'} + \overline{C'D'} + \overline{C'A'} \right| = \left| \overline{BC} - \overline{BA} + \overline{C'A} + \overline{C'A'} \right| = \left| \overline{AC} + \overline{C'A} + \overline{C'A'} \right| = \overline{C'A}.$

Do hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2 nên $\overline{C'A} = 2\sqrt{2}$.

Vậy $\left| \overline{BC} - \overline{BA} + \overline{C'C} + \overline{C'B'} + \overline{C'D'} + \overline{C'A'} \right| = 2\sqrt{2} \approx 2,83$.

Câu 4. Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có hai chiếc quạt treo tường. Chiếc quạt A treo chính giữa của bức tường $8m$ và cách trần $1m$, chiếc quạt B treo chính giữa của bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$. Hỏi khoảng cách giữa hai chiếc quạt AB cách nhau bao nhiêu m (làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Đáp án: 5,02

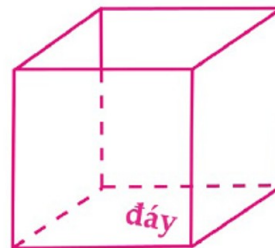


Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó ta có điểm $A(4;0;3)$ và điểm $B\left(0;3;\frac{5}{2}\right)$.

$$AB = \sqrt{(-4)^2 + 3^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} \Rightarrow AB \approx 5,02$$

Khi đó

Câu 5. Bạn Minh cần làm một chiếc hộp đựng đồ không nắp có dạng hình hộp chữ nhật, sao cho thể tích chiếc hộp bằng $16dm^3$ và chu vi đáy bằng $10dm$. Biết để làm $1dm^2$ đáy cần 4700 đồng và $1dm^2$ mặt bên cần 8500 đồng. Hỏi Minh cần dùng số tiền tối thiểu bằng bao nhiêu tiền để thiết kế chiếc hộp này? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)



Lời giải

Đáp án: 160.

Ta gọi x, y, h lần lượt là chiều rộng, dài và cao của chiếc hộp, theo đề bài ta có

$$y = 5 - x \text{ và } h = \frac{16}{x(5-x)} \text{ với } 0 < x < 5.$$

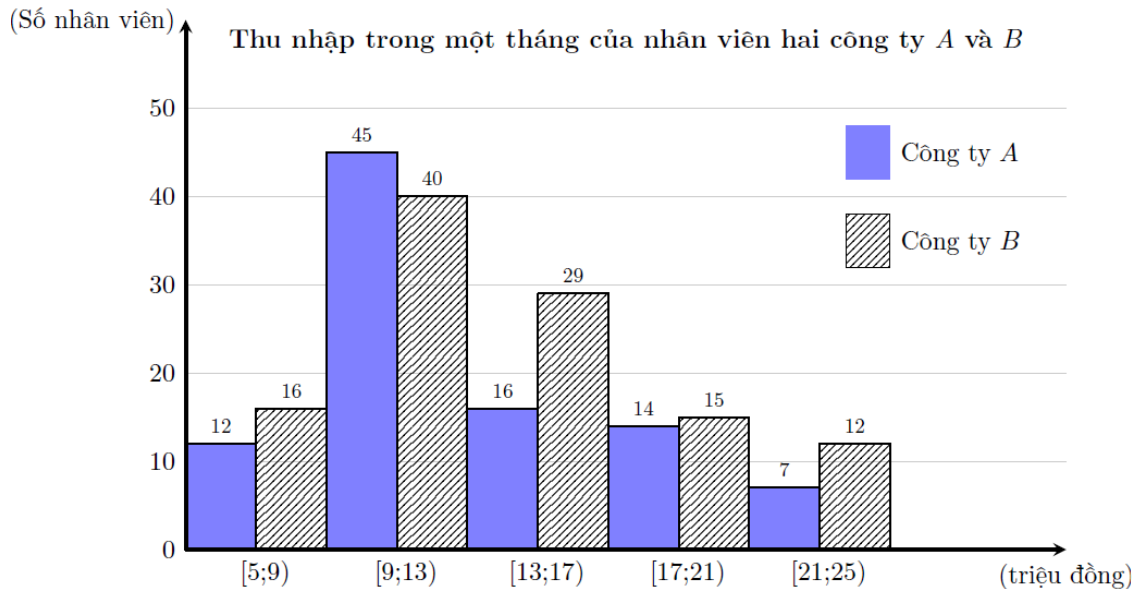
Kết hợp với số tiền tương ứng với các mặt ta có

$$S = 47x(5 - x) + 2 \cdot \left[x \cdot \frac{16}{x(5 - x)} + (5 - x) \cdot \frac{16}{x(5 - x)} \right] = 47x(5 - x) + \frac{13600}{x(5 - x)}$$

$$\geq 2\sqrt{47 \cdot 13600} \approx 1600$$

Vậy Minh cần dùng 1600 nghìn đồng để thiết kế chiếc hộp này.

Câu 6. Thống kê lại thu nhập trong một tháng của nhân viên hai công ty A và B (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện trong biểu đồ dưới đây



Gọi $\Delta Q, \Delta' Q$ lần lượt là khoảng tứ phân vị về thu nhập một tháng của nhân viên công ty A và của nhân viên công ty B . Tính giá trị của biểu thức $K = \Delta Q - \Delta' Q$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 5,67.

Ta có bảng tần số ghép nhóm về thu nhập trong một tháng của nhân viên hai công ty A và B như sau

Thu nhập hàng tháng (triệu đồng)	[5;9)	[9;13)	[13;17)	[17;21)	[21;25)
Công ty A (số nhân viên)	12	45	16	14	7
Công ty B (số nhân viên)	16	40	29	15	12

Tứ phân vị thứ nhất của nhân viên công ty A là $x_{23} \in [9;13)$ nên

$$Q_1 = 9 + \frac{\frac{94}{4} - 12}{45} \cdot 4 = \frac{451}{45}$$

Tứ phân vị thứ ba của nhân viên công ty A là $x_{71} \in [13;17)$ nên

$$Q_3 = 13 + \frac{\frac{3 \cdot 94}{4} - (12 + 45)}{16} \cdot 4 = \frac{89}{4}$$

Khoảng tứ phân vị về thu nhập một tháng của nhân viên công ty A

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{2201}{180} \approx 12,33$$

Tứ phân vị thứ nhất của nhân viên công ty B là $\frac{x_{28} + x_{29}}{2} \in [9; 13)$ nên

$$Q_1 = 9 + \frac{\frac{112}{4} - 16}{40} \cdot 4 = \frac{51}{5}$$

Tứ phân vị thứ ba của nhân viên công ty B là $\frac{x_{84} + x_{85}}{2} \in [13; 17)$ nên

$$Q_3 = 13 + \frac{\frac{3 \cdot 112}{4} - (16 + 40)}{29} \cdot 4 = \frac{489}{29}$$

Khoảng tứ phân vị về thu nhập một tháng của nhân viên công ty B

$$\Delta' Q = Q_3 - Q_1 = \frac{966}{145} \approx 6,66$$

Từ đó ta có $K = \Delta Q - \Delta' Q = 12,33 - 6,66 = 5,67$