

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ (1).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
 b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $y = -x$ bằng $\sqrt{2}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sin x + 4 \cos x = 2 + \sin 2x$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - x + 3$ và đường thẳng $y = 2x + 1$.

Câu 4 (1,0 điểm).

- a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z + (2 + i)\bar{z} = 3 + 5i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .
 b) Từ một hộp chứa 16 thẻ được đánh số từ 1 đến 16, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x + y - 2z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{3}$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P). Viết phương trình mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng ($ABCD$) là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD).

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN = 3NC$. Viết phương trình đường thẳng CD , biết rằng $M(1; 2)$ và $N(2; -1)$.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x\sqrt{12-y} + \sqrt{y(12-x^2)} = 12 \\ x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{y-2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực không âm và thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2}{x^2 + yz + x + 1} + \frac{y + z}{x + y + z + 1} - \frac{1 + yz}{9}.$$

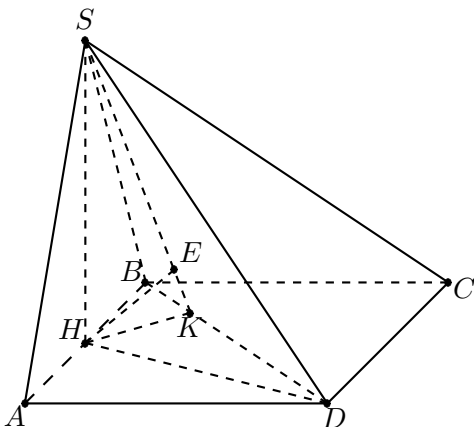
—————Hết—————

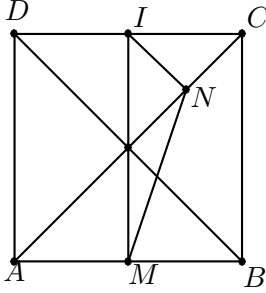
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ; Số báo danh:

Câu	Đáp án	Điểm																		
1 (2,0đ)	a) (1,0 điểm)																			
	• Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.																			
	• Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}; y' < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.	0,25																		
	- Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; tiệm cận ngang: $y = 1$. $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$.	0,25																		
	- Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td></td><td>$-$</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td><td></td><td>1</td></tr></table>	x	$-\infty$		1		$+\infty$	y'		$-$		$-$		y	1		$+\infty$		1	0,25
	x	$-\infty$		1		$+\infty$														
	y'		$-$		$-$															
	y	1		$+\infty$		1														
	• Đồ thị: 	0,25																		
	b) (1,0 điểm)																			
$M \in (C) \Rightarrow M\left(a; \frac{a+2}{a-1}\right), a \neq 1$.	0,25																			
Khoảng cách từ M đến đường thẳng $y = -x$ là $d = \frac{\left a + \frac{a+2}{a-1}\right }{\sqrt{2}}$.	0,25																			
$d = \sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 + 2 = 2 a - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 2a + 4 = 0 \\ a^2 + 2a = 0. \end{cases}$	0,25																			
• $a^2 - 2a + 4 = 0$: phương trình vô nghiệm. • $a^2 + 2a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -2. \end{cases}$ Suy ra tọa độ điểm M cần tìm là: $M(0; -2)$ hoặc $M(-2; 0)$.	0,25																			

Câu	Đáp án	Điểm
2 (1,0đ)	Phương trình đã cho tương đương với $\sin x + 4 \cos x = 2 + 2 \sin x \cos x$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sin x - 2)(2 \cos x - 1) = 0$.	0,25
	• $\sin x - 2 = 0$: phương trình vô nghiệm.	0,25
	• $2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Nghiệm của phương trình đã cho là: $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.	0,25
3 (1,0đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $y = x^2 - x + 3$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ là $x^2 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$	0,25
	Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_1^2 x^2 - 3x + 2 dx$	0,25
	$= \left \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx \right = \left \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right) \Big _1^2 \right $	0,25
	$= \frac{1}{6}$.	0,25
4 (1,0đ)	a) Đặt $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$. Từ giả thiết suy ra $\begin{cases} 3a + b = 3 \\ a - b = 5 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow a = 2, b = -3$. Do đó số phức z có phần thực bằng 2, phần ảo bằng -3 .	0,25
	b) Số phần tử của không gian mẫu là: $C_{16}^4 = 1820$.	0,25
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố “4 thẻ được đánh số chẵn” là: $C_8^4 = 70$. Xác suất cần tính là $p = \frac{70}{1820} = \frac{1}{26}$.	0,25
5 (1,0đ)	Gọi M là giao điểm của d và (P) , suy ra $M(2+t; -2t; -3+3t)$.	0,25
	$M \in (P)$ suy ra $2(2+t) + (-2t) - 2(-3+3t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2}$. Do đó $M\left(\frac{7}{2}; -3; \frac{3}{2}\right)$.	0,25
	d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 3)$, (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -2)$. Mặt phẳng (α) cần viết phương trình có vectơ pháp tuyến $[\vec{u}, \vec{n}] = (1; 8; 5)$.	0,25
	Ta có $A(2; 0; -3) \in d$ nên $A \in (\alpha)$. Do đó $(\alpha): (x-2) + 8(y-0) + 5(z+3) = 0$, nghĩa là $(\alpha): x + 8y + 5z + 13 = 0$.	0,25
6 (1,0đ)	Gọi H là trung điểm của AB , suy ra $SH \perp (ABCD)$. Do đó $SH \perp HD$. Ta có $SH = \sqrt{SD^2 - DH^2} = \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} = a$.	0,25
	Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.	0,25
	Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên BD và E là hình chiếu vuông góc của H trên SK . Ta có $BD \perp HK$ và $BD \perp SH$, nên $BD \perp (SHK)$. Suy ra $BD \perp HE$. Mà $HE \perp SK$, do đó $HE \perp (SBD)$.	0,25
	Ta có $HK = HB \cdot \sin \widehat{KBH} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. Suy ra $HE = \frac{HS \cdot HK}{\sqrt{HS^2 + HK^2}} = \frac{a}{3}$. Do đó $d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD)) = 2HE = \frac{2a}{3}$.	0,25



Câu	Đáp án	Điểm
7 (1,0đ)	 Ta có $MN = \sqrt{10}$. Gọi a là độ dài cạnh của hình vuông $ABCD$, $a > 0$. Ta có $AM = \frac{a}{2}$ và $AN = \frac{3AC}{4} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$, nên $MN^2 = AM^2 + AN^2 - 2AM \cdot AN \cdot \cos \widehat{MAN} = \frac{5a^2}{8}$. Do đó $\frac{5a^2}{8} = 10$, nghĩa là $a = 4$.	0,25
	Gọi $I(x; y)$ là trung điểm của CD. Ta có $IM = AD = 4$ và $IN = \frac{BD}{4} = \sqrt{2}$, nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16 \\ (x-2)^2 + (y+1)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; y = -2 \\ x = \frac{17}{5}; y = -\frac{6}{5} \end{cases}$	0,25
	• Với $x = 1; y = -2$ ta có $I(1; -2)$ và $\overrightarrow{IM} = (0; 4)$. Đường thẳng CD đi qua I và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}$, nên có phương trình $y + 2 = 0$.	0,25
	• Với $x = \frac{17}{5}; y = -\frac{6}{5}$ ta có $I(\frac{17}{5}; -\frac{6}{5})$ và $\overrightarrow{IM} = (-\frac{12}{5}; \frac{16}{5})$. Đường thẳng CD đi qua I và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}$, nên có phương trình $3x - 4y - 15 = 0$.	0,25
8 (1,0đ)	$\begin{cases} x\sqrt{12-y} + \sqrt{y(12-x^2)} = 12 & (1) \\ x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{y-2} & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $-2\sqrt{3} \leq x \leq 2\sqrt{3}; 2 \leq y \leq 12$. Ta có $x\sqrt{12-y} \leq \frac{x^2 + 12 - y}{2}$ và $\sqrt{y(12-x^2)} \leq \frac{y + 12 - x^2}{2}$ nên $x\sqrt{12-y} + \sqrt{y(12-x^2)} \leq 12$. Do đó (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = 12 - x^2 \end{cases}$	0,25
	Thay vào (2) ta được $x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{10 - x^2} \Leftrightarrow x^3 - 8x - 3 + 2(1 - \sqrt{10 - x^2}) = 0$ $\Leftrightarrow (x-3)\left(x^2 + 3x + 1 + \frac{2(x+3)}{1 + \sqrt{10 - x^2}}\right) = 0$ (3).	0,25
	Do $x \geq 0$ nên $x^2 + 3x + 1 + \frac{2(x+3)}{1 + \sqrt{10 - x^2}} > 0$.	0,25
	Do đó (3) $\Leftrightarrow x = 3$. Thay vào hệ và đối chiếu điều kiện ta được nghiệm: $(x; y) = (3; 3)$.	0,25
9 (1,0đ)	Ta có $0 \leq (x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz + 2yz = 2(1 - xy - xz + yz)$, nên $x^2 + yz + x + 1 = x(x + y + z + 1) + (1 - xy - xz + yz) \geq x(x + y + z + 1)$. Suy ra $\frac{x^2}{x^2 + yz + x + 1} \leq \frac{x}{x + y + z + 1}$.	0,25
	Mặt khác, $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2x(y + z) + 2yz = 2 + 2yz + 2x(y + z)$ $\leq 2 + 2yz + [x^2 + (y + z)^2] = 4(1 + yz)$. Do đó $P \leq \frac{x + y + z}{x + y + z + 1} - \frac{(x + y + z)^2}{36}$.	0,25
	Đặt $t = x + y + z$, suy ra $t \geq 0$ và $t^2 = (x + y + z)^2 = (x^2 + y^2 + z^2) + 2xy + 2yz + 2zx$ $\leq 2 + (x^2 + y^2) + (y^2 + z^2) + (z^2 + x^2) = 6$. Do đó $0 \leq t \leq \sqrt{6}$. Xét $f(t) = \frac{t}{t+1} - \frac{t^2}{36}$, với $0 \leq t \leq \sqrt{6}$. Ta có $f'(t) = \frac{1}{(t+1)^2} - \frac{t}{18} = -\frac{(t-2)(t^2 + 4t + 9)}{18(t+1)^2}$, nên $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.	0,25
	Ta có $f(0) = 0$; $f(2) = \frac{5}{9}$ và $f(\sqrt{6}) = \frac{31}{30} - \frac{\sqrt{6}}{5}$, nên $f(t) \leq \frac{5}{9}$ khi $0 \leq t \leq \sqrt{6}$. Do đó $P \leq \frac{5}{9}$. Khi $x = y = 1$ và $z = 0$ thì $P = \frac{5}{9}$. Do đó giá trị lớn nhất của P là $\frac{5}{9}$.	0,25

—————Hết—————