

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{x \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{x \neq k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu 2: Hàm số nào dưới đây là hàm số lẻ?

A. $y = \cos x$

B. $y = \sin^2 x$

C. $y = \cot^2 x$

D. $y = \tan x$

Câu 3: Gọi M là giá trị lớn nhất, m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4\sin x \cos x + 1$. Tính $M + m$

A. 2

B. 4

C. 3

D. -1

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\cot(x+2)=1$ là:

A. $x = 2 + \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = -2 + \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = -2 - \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = 2 + \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 5: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức của số hạng tổng quát.

A. $u_n = 2n - 1$

B. $u_n = 3n - 2$

C. $u_n = 4n - 3$

D. $u_n = 8n - 7$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8

B. 6

C. 5

D. 7

Câu 7: Xác định a để 3 số $1+2a; 2a^2-1; -2a$ theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của a .

B. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $a = \pm 3$

D. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 8: Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

A. $q = \frac{1}{2}$

B. $q = -2$

C. $q = 2$

D. $q = -\frac{1}{2}$

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là $u_2 = 1$, $u_5 = 19$. Số 103 là số hạng thứ mấy trong cấp số cộng đã cho?

A. 19

B. 18

C. 20

D. 17

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

A. $S_8 = 1093$

B. $S_8 = 3820$

C. $S_8 = 9841$

D. $S_8 = 3280$

Câu 11: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm [60 ; 80) là:

- A. 70
- B. 10.
- C. 60.
- D. 80.

Câu 12: Khảo sát thời gian sử dụng internet của các học sinh ở một trường THPT thu được bảng sau

Nhóm	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Tần số	3	8	12	12	4

Nhóm [0;2) có tần số bằng:

- A. 3
- B. 8
- C. 12
- D. 4

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ (*). Khi đó:

- (I) Phương trình (*) có nghiệm $x = 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$
- (II) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng -30°
- (III) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(-180^\circ; 90^\circ)$ bằng 180°
- (IV) Trong khoảng $(-180^\circ; 90^\circ)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng 60°

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \frac{1}{n}$. Khi đó:

- (I) Ta có $u_3 = \frac{2}{3}$
- (II) $u_7 - u_8 = \frac{1}{56}$
- (III) $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)}$
- (IV) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d < 0$ thoả mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$. Khi đó:

- (I) Số hạng $u_1 = 25$
- (II) Công sai $d = -3$
- (III) Số hạng $u_{10} = -11$
- (IV) Số hạng $u_{2024} = -8067$

Câu 4: Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Tần số	3	8	12	12	4

- (I) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 38$.
- (II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 2,69$.
- (III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 \approx 5,42$.
- (IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 7,04$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$.

Câu 2: Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) , thỏa mãn $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases}$. Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) , biết $d > 4$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $15u_1 - 4u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ 13 của cấp số nhân đã cho.

Câu 5: Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[1;5)	[5;9)	[9;13)	[13;17)	[17;21)
Tần số	4	8	13	6	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 6: Cho hai cấp số cộng $(u_n): 1; 6; 11; \dots$ và $(v_n): 4; 7; 10; \dots$. Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên.

-----**Hết**-----

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{x \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{x \neq k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

*C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$

Hướng dẫn giải

Hàm số xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Hàm số nào dưới đây là hàm số lẻ?

A. $y = \cos x$

B. $y = \sin^2 x$

C. $y = \cot^2 x$

*D. $y = \tan x$

Hướng dẫn giải

Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Câu 3: Gọi M là giá trị lớn nhất, m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4\sin x \cos x + 1$. Tính $M + m$

*A. 2

B. 4

C. 3

D. -1

Hướng dẫn giải

Ta có $y = 2\sin 2x + 1$

Do $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 2\sin 2x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq 2\sin 2x + 1 \leq 3$
 $\Rightarrow -1 \leq y \leq 3$

* $y = -1 \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$

* $y = 3 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $M = 3$, giá trị nhỏ nhất bằng $m = -1$.

Suy ra: $M + m = 2$

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\cot(x+2) = 1$ là:

A. $x = 2 + \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

*B. $x = -2 + \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = -2 - \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = 2 + \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải

$$\cot(x+2)=1 \Leftrightarrow \cot(x+2)=\cot\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x=-2+\frac{\pi}{4}+k\pi \quad \text{với } k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 5: Cho dãy số (u_n) xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1=1 \\ u_{n+1}=u_n+2 \end{cases} (n \geq 1)$$
. Xác định công thức của số hạng tổng quát.

*A. $u_n=2n-1$ B. $u_n=3n-2$ C. $u_n=4n-3$ D. $u_n=8n-7$

Hướng dẫn giải

Ta có

$$u_1=1$$

$$u_2=3$$

$$u_3=5$$

...

Dự đoán $u_n=2n-1, n \in \mathbb{N}^*$. Ta dễ dàng chứng minh được công thức dự đoán bằng quy nạp

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8. B. 6. C. 5. *D. 7.

Hướng dẫn giải

$$u_n = \frac{8}{15} \Leftrightarrow \frac{n+1}{2n+1} = \frac{8}{15} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 15n+15=16n+8 \Leftrightarrow n=7$$

Câu 7: Xác định a để 3 số $1+2a; 2a^2-1; -2a$ theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của a . B. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $a = \pm 3$. *D. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$2(2a^2-1)=(1+2a)+(-2a) \Leftrightarrow a^2=\frac{3}{4} \Leftrightarrow a=\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Theo công thức cấp số cộng ta có:

Câu 8: Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1=\frac{1}{2}$ và $u_6=16$.

A. $q=\frac{1}{2}$. B. $q=-2$. *C. $q=2$. D. $q=-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$u_6=u_1 \cdot q^5 \Rightarrow q^5 = \frac{u_6}{u_1} = \frac{16}{\frac{1}{2}} = 32$$

Ta có $\Rightarrow q=2$.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là $u_2=1$, $u_5=19$. Số 103 là số hạng thứ mấy trong cấp số cộng đã cho?

*A. 19. B. 18. C. 20. D. 17.

Hướng dẫn giải

$$\begin{cases} u_2=1 \\ u_5=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1+d=1 \\ u_1+4d=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=-5 \\ d=6 \end{cases}$$

Ta có

$$u_n=u_1+(n-1)d \Leftrightarrow 103=-5+(n-1)6 \Leftrightarrow n=19$$

Lại có

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=13 \\ u_4-u_1=26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

- A. $S_8 = 1093$
- B. $S_8 = 3820$
- C. $S_8 = 9841$
- *D. $S_8 = 3280$

Hướng dẫn giải

Ta có
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1.q + u_1.q^2 = 13 \\ u_1.q^3 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ u_1.(q - 1)(1 + q + q^2) = 26 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ q = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 3 \end{cases}$$

Vậy tổng
$$S_8 = \frac{u_1(1 - q^8)}{1 - q} = \frac{1(1 - 3^8)}{1 - 3} = 3280$$

Câu 11: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm $[60; 80)$ là:

- A. 70.
- B. 10.
- C. 60.
- D. 80.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giá trị đại diện của $[60; 80)$ là $\frac{60+80}{2} = 70$

Câu 12: Khảo sát thời gian sử dụng internet của các học sinh ở một trường THPT thu được bảng sau

Nhóm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Tần số	3	8	12	12	4

Nhóm $[0; 2)$ có tần số bằng:

- A. 3
- B. 8
- C. 12
- D. 4

Hướng dẫn giải

Căn cứ vào bảng số liệu đối chiếu với nhóm $[0; 2)$ ta thu được tần số bằng 3

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ (*). Khi đó:

- (I) Phương trình (*) có nghiệm $x = 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$
- (II) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng -30°
- (III) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(-180^\circ; 90^\circ)$ bằng 180°
- (IV) Trong khoảng $(-180^\circ; 90^\circ)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng 60°

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Sai	(III) Sai	(IV) Sai
----------	----------	-----------	----------

$$\tan(2x - 15^\circ) = 1 \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$$

$$-180^\circ < x < 90^\circ \Rightarrow -180^\circ < 30^\circ + k90^\circ < 90^\circ (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow k = \{-2; -1; 0\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -150^\circ \\ x = -60^\circ \\ x = 30^\circ \end{cases}$$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \frac{1}{n}$. Khi đó:

(I) Ta có $u_3 = \frac{2}{3}$

(II) $u_7 - u_8 = \frac{1}{56}$

(III) $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)}$

(IV) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Sai	(III) Sai	(IV) Đúng
----------	----------	-----------	-----------

(I) Ta có $u_3 = \frac{2}{3}$

(II) $u_7 - u_8 = -\frac{1}{56}$

(III) Ta có: $u_{n+1} - u_n = \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) - \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)} > 0, \forall n \geq 1$

Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}$

(IV) Vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d < 0$ thoả mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$. Khi đó:

(I) Số hạng $u_1 = 25$

(II) Công sai $d = -3$

(III) Số hạng $u_{10} = -11$

(IV) Số hạng $u_{2024} = -8067$

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Sai	(III) Đúng	(IV) Đúng
----------	----------	------------	-----------

Ta có: $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 6d = 26 \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 13 - 3d & (1) \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 & (2) \end{cases}$

Thay (1) vào (2), ta được: $(13 - 2d)^2 + (13 + 2d)^2 = 466 \Leftrightarrow 8d^2 + 338 = 466$

$\Leftrightarrow \begin{cases} d = 4 \\ d = -4 \end{cases}$

Vì $d < 0$ nên ta nhận $d = -4$, khi đó $u_1 = 25$

Ta có: $u_n = u_1 + (n - 1)d = 25 + (n - 1)(- 4) = 29 - 4n$.

Câu 4: Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Tần số	3	8	12	12	4

(I) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 38$.

(II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 2,69$.

(III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 \approx 5,42$.

(IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 7,04$

Hướng dẫn giải

(I) Sai	(II) Sai	(III) Đúng	(IV) Đúng
---------	----------	------------	-----------

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 3 + 8 + 12 + 12 + 4 = 39$.

Gọi $x_1, x_2, \cdots, x_{39}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{20} \in [4; 6)$.

Ta có: $n_m = 12; C_2 = 3 + 8 = 11; u_m = 4; u_{m+1} = 6$.

Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = M_e = 4 + \frac{\frac{39}{2} - 11}{12}(6 - 4) = \frac{65}{12} \approx 5,42.$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, \cdots, x_{19}$ có trung vị $x_{10} \in [2; 4)$.

Ta có: $n_i = 8; C_1 = 3; x_i = 2; x_{i+1} = 4$. Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là: $Q_1 = 2 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8}(4 - 2) = \frac{59}{16} \approx 3,69$.

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, \cdots, x_{39}$ có trung vị $x_{30} \in [6; 8)$.

Ta có: $n_j = 12; C_3 = 3 + 8 + 12 = 23; x_j = 6; x_j = 8$.

Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: $Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.39}{4} - 23}{12}(8 - 6) = \frac{169}{24} \approx 7,04$.

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 3,69; Q_2 = 5,42; Q_3 = 7,04$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$.

Trả lời: $\frac{3(\sqrt{2} - 1)}{8\sqrt{2} + 3}$

Hướng dẫn giải

Vì $\tan \alpha = \sqrt{2}$ nên $\cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của biểu thức C cho $\cos^3 \alpha$, ta được:

$$C = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha) - (1 + \tan^2 \alpha)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha)}$$

$$= \frac{(1 + \tan^2 \alpha)(\tan \alpha - 1)}{3 \tan^3 \alpha + 2 \tan \alpha + 3} = \frac{(1 + 2)(\sqrt{2} - 1)}{3 \cdot 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3} = \frac{3(\sqrt{2} - 1)}{8\sqrt{2} + 3}$$

Câu 2: Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$.

Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

Trả lời: $-\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}$

Hướng dẫn giải

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \beta > 0 \end{cases}$

Ta có $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}; \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Suy ra $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{3} \left(-\frac{2}{3} \right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3} \right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}$

Vậy $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}$

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) , thỏa mãn $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases}$. Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) , biết $d > 4$.

Trả lời: $d = 15$

Hướng dẫn giải

Ta có: $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u_1 + d) + (u_1 + 3d) + (u_1 + 5d) = 36 \\ (u_1 + d)(u_1 + 2d) = 54 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 12 & (1) \\ (u_1 + d)(u_1 + 2d) = 54 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) suy ra $u_1 = 12 - 3d$

Thay vào (2), ta được: $(12 - 2d)(12 - d) = 54 \Leftrightarrow d^2 - 18d + 45 = 0 \Leftrightarrow d = 3$ hoặc $d = 15$.

Vì $d > 4$ nên $d = 15$ thỏa mãn.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $15u_1 - 4u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ 13 của cấp số nhân đã cho.

Trả lời: 12288

Hướng dẫn giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) . Ta có: $u_2 = u_1 q = 3q; u_3 = u_1 q^2 = 3q^2$.

Suy ra $15u_1 - 4u_2 + u_3 = 45 - 12q + 3q^2 = 3(q - 2)^2 + 33 \geq 33, \forall q \in \mathbb{R}$.

Ta có: $15u_1 - 4u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất (bằng 33) khi và chỉ khi $q = 2$.

Khi đó: $u_{13} = u_1 q^{12} = 3 \cdot 2^{12} = 12288$.

Câu 5: Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[1;5)	[5;9)	[9;13)	[13;17)	[17;21)
Tần số	4	8	13	6	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Trả lời: $\approx 10,69$

Hướng dẫn giải

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 4 + 8 + 13 + 6 + 4 = 35$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{35}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{18} \in [9;13)$.

Ta có: $n_m = 13; C = 4 + 8 = 12; u_m = 9; u_{m+1} = 13$.

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_e = 9 + \frac{\frac{35}{2} - 12}{13}(13 - 9) = \frac{139}{13} \approx 10,69$.

Câu 6: Cho hai cấp số cộng $(u_n): 1; 6; 11; \dots$ và $(v_n): 4; 7; 10; \dots$. Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên.

TRẢ LỜI 403

Hướng dẫn giải

Dãy (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 1 + 5(n - 1) = 5n - 4, (1 \leq n \leq 2018)$.

Dãy (v_m) có số hạng tổng quát là $v_m = 4 + 3(m - 1) = 3m + 1, (1 \leq m \leq 2018)$.

Một số có mặt trong cả hai dãy số trên nếu tồn tại $m, n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn điều kiện:
$$\begin{cases} 1 \leq m, n \leq 2018 \\ u_m = u_n (*) \end{cases}$$

Ta có $(*) \Leftrightarrow 5n - 4 = 3m + 1 \Leftrightarrow 5(n - 1) = 3m (**)$

Từ $(**)$ suy ra $m : 5$, mặt khác $1 \leq m \leq 2018$ nên ta được tập các giá trị của m là $\{5; 10; \dots; 2015\}$.

Xét với $m = 2015$ thì $n = \frac{3 \cdot 2015}{5} + 1 = 1210 < 2018$, thỏa điều kiện $1 \leq n \leq 2018$.

Do tập $\{5; 10; \dots; 2015\}$ có 403 số nên có tất cả 403 số có mặt trong cả hai dãy đã cho.

Hết

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.