# CHUYÊN ĐỀ 33: QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC PHẦN I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT.

\*) Định lí: Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại.

***A***

***C***

***B***

Ba hệ thức:

*AB*  *BC*  *AC*, *AC*  *AB*  *BC*,

*BC*  *AC*  *AB*

gọi là các bất đẳng thức tam giác.

* Tính chất: Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn lớn hơn hiệu độ dài hai cạnh còn lại.
* Nhận xét: Nếu kí hiệu

*a*, *b*, *c* là độ dài ba cạnh tùy ý của một tam giác thì:

*b*  *c*  *a*  *b*  *c* .

# PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

**Dạng 1. Khẳng định có tồn tại hay không một tam giác biết độ dài ba cạnh**

1. **Phương pháp giải:**

+ Tồn tại một tam giác có độ dài ba cạnh là

*a*  *b*  *c*



*a*, *b*, *c* nếu:

*b*  *a*  *c*

*c*  *a*  *b*



hoặc

*b*  *c*  *a*  *b*  *c* .

+ Trong trường hợp xác định được *a* là số lớn nhất trong ba số tam giác chỉ cần: *a*  *b*  *c* .

1. **Bài toán.**

*a*, *b*, *c* thì điều kiện để tồn tại

**Bài 1.** Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác?

* 1. 6cm; 8cm; 16cm

b) 5,5cm; 3,1cm; 2, 4cm

c) 13, 7cm; 8, 2cm; 5,3cm

d) 8m; 12m; 7m

# Lời giải:

**Bài 2.** Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây có thể tạo thành một tam giác hay không?

a) 3cm, 4cm, 6cm b) 2m, 4m, 8 m c) 1cm, 3cm, 4cm

# Lời giải:

**Bài 3.** Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây không thể là ba cạnh của một tam giác.

a) 3cm, 3cm, 7 cm . b) 6 m, 10 m, 8 m . c) 2 m, 6 m, 8 m .

# Lời giải:

**Bài 4.** Một tam giác cân có một cạnh bằng 6 cm. Tính hai cạnh còn lại, biết chu vi của tam giác đó bằng 20 cm.

# Lời giải:

**Bài 5.** Cho tam giác *ABC* có số nguyên (cm).

*BC*  1cm, *AC*=7cm.Tìm độ dài cạnh *AB* biết độ dài này là một

# Lời giải:

**Bài 6.** Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 6 cm và 2cm . Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của cạnh đó theo cm là một số tự nhiên chẵn.

# Lời giải:

**Bài 7.** Cho tam giác *ABC* có là một số nguyên (cm) .

*AB*  4 cm, *AC*  1cm . Hãy tìm độ dài cạnh *BC* biết rằng độ dài này

# Lời giải:

**Bài 8.** Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 4 m và 8 m .

# Lời giải:

**Bài 9.** Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 3cm và 7cm .

# Lời giải:

**Bài 10.** Ba cạnh của một tam giác có độ dài bằng 1

2 , 16, *x*

2

(đơn vị cm ). Tìm *x* , biết rằng *x*

là số tự nhiên và có giá trị nhỏ nhất có thể.

# Lời giải:

**Bài 11.** Tam giác *ABC* có chu vi 18cm, *BC*  *AC*  *AB*. Tính độ dài *BC* biết rằng độ dài đó là một số chẵn (đơn vị: cm ).

# Lời giải:

**Bài 12.** Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 7cm và 2cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm )?

# Lời giải:

**Dạng 2. Chứng minh các bất đẳng thức về độ dài**

1. **Phương pháp giải:**

Sử dụng bất đẳng thức tam giác và các biến đổi về bất đẳng thức tam giác

+ Cộng cùng một số vào hai vế của bất đẳng thức: *a*  *b*  *a*  *c*  *b*  *c* .

+ Cộng từng vế hai bất đẳng thức cùng chiều:

*a*  *b*  *a*  *c*  *b*  *d*.

*c*  *d*



1. **Bài toán.**

**Bài 1.** Cho tam giác *OBC* cân tại *O* . Trên tia đối của tia *CO* lấy điểm *A* . Chứng minh *AB*  *AC*

.

# Lời giải:

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* , điểm *M* thuộc cạnh *AB* .

* 1. So sánh *MC* với *AM*  *AC* .
  2. Chứng minh *MB*  *MC*  *AB*  *AC* .

# Lời giải:

**Bài 3.** Cho tam giác *ABC* , trên tia đối của tia *AC* lấy điểm *K* .

1. So sánh *AB* với *KA*  *KB* .
2. Chứng minh *AB*  *AC*  *KB*  *KC* .

# Lời giải:

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* , *M* là trung điểm của

*BC*. Chứng minh rằng:

*AB*  *AC*  2*AM*

# Lời giải:

**Bài 5.** Cho điểm *M* nằm trong

*MA*  *MB*  *MC*  *AB*  *AC*  *BC*.

*ABC* . Chứng minh rằng: *MB*  *MC*  *AB*  *AC* . Từ đó suy ra:

# Lời giải:

**Bài 6.** Cho tam giác *ABC* và *M* là một điểm nằm trong tam giác. Gọi *I* là giao điểm của đường thẳng *BM* và cạnh *AC* . So sánh *MA* với *MI*  *IA* .

1. So sánh *MA* với *MI*  *IA* .
2. Chứng minh rằng *MA*  *MB*  *IB*  *IA* .
3. Chứng minh rằng *IB*  *IA*  *CA*  *CB* .
4. Chứng minh rằng *MA*  *MB*  *CA*  *CB*

# Lời giải:

**Bài 7.** Cho điểm *K* nằm trong tam giác *ABC* . Gọi *M* là giao điểm của tia *AK* với cạnh *BC* .

1. Chứng minh rằng *KA*  *KB*  *MA*  *MB*  *CA*  *CB* .
2. So sánh *KB*  *KC* với *AB*  *AC* .
3. Chứng minh rằng *KA*  *KB*  *KC*

nhỏ hơn chu vi tam giác *ABC* .

# Lời giải:

**Bài 8.** Cho tam giác *ABC* . Trên đường phân giác của góc ngoài đỉnh *A* , lấy điểm *M* không trùng với *A* . Chứng minh rằng: *MB*  *MC*  *AB*  *AC* .

# Lời giải:

**Bài 9.** Cho hai điểm *A* và *B* nằm về hai phía của đường thẳng *d* . Tìm điểm *C* thuộc đường thẳng *d* sao cho tổng *AC*  *CB* là nhỏ nhất.

# Lời giải:

**Bài 10.** Cho đường thẳng *d* và hai điểm *A*, *B* nằm cùng về một phía của *d* và *AB* không song

song với *d* . Một điểm *H* di động trên *d* . Tìm vị trí của *H* sao cho

# Lời giải:

*HA*  *HB*

là lớn nhất.

**Bài 11.** Cho góc *xOy* nhọn, trên *Ox* lấy hai điểm *A* và *B* (điểm *A* nằm giữa hai điểm *O* và *B*

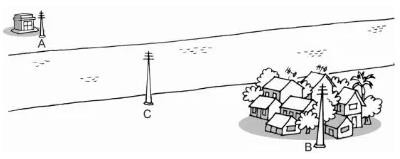
). Trên *Oy* lấy hai điểm *C* và *D* (điểm *C* nằm giữa *O* và *D* ). Chứng minh

# Lời giải:

*AB*  *CD* 

*AD*  *BC*.

**Bài 12.** Một trạm biến áp và một khu dân cư được xây dựng cách xa hai bờ sông tại hai địa điểm *A* và *B* . Hãy tìm trên bờ sông gần khu dân cư một địa điểm *C* để dụng một cột mắc dây đưa điện từ trạm biến áp về cho khu dân cư sao cho độ dài đường dây dẫn là ngắn nhất.



# Lời giải:



**Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

# Dạng 1.

**Bài 1.** Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác?

* 1. 6cm; 7cm; 15cm

b) 4, 2cm; 3,5cm; 2,5cm

c) 3cm; 7, 2cm; 5cm

d) 3m; 10m; 7m

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* có cạnh dài cạnh *AC* là một số nguyên tố.

*AB*  2cm

và cạnh

*BC*  7 cm . Tính độ dài cạnh *AC* biết độ

**Bài 3.** Cho

*ABC*

cân.

1. Tính

*AC*, *BC* biết chu vi

*ABC*

là 23 cm và

*AB* 

5 cm.

1. Tính chu vi

*ABC*

biết *AB*

 5cm, *AC*

 12cm.

**Bài 4.** Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 1cm và 3cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm )?

# Dạng 2.

**Bài 1.** Cho góc *xOy*, *Oz* là tia phân giác của góc *xOy* . Từ điểm *M* ở trong góc *xOz* vẽ *MH*

vuông góc với *Ox* ( *H* thuộc *Ox* ), *MK* vuông góc với *Oy* ( *K* thuộc *Oy* ). Chứng minh rằng:

*MH*  *MK* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có ( *AB*

 *AC* ) và *AD* là phân giác góc *A* ( *D*  *BC*

). Gọi *E* là một điểm bất

kỳ thuộc cạnh *AD* ( *E* khác *A* ). Chứng minh *AC*

* *AB*
* *EC*
* *EB* .

**Bài 3.** Cho

*ABC*

cân tại *A* , góc *A* tù, trên cạnh *BC* lấy điểm *D* , trên tia đối của tia *CB* lấy

điểm *E* sao cho *BD*  *CE* , trên tia đối của tia *CA* lấy điểm *I* sao cho *CI*  *CA*.

a, Chứng minh rằng:

*ABD*  *ICE*

và *AB*  *AC*  *AD*  *AE* .

b, Từ *D* và *E* kẻ các đường thẳng cùng vuông góc với *BC* cắt Chứng minh rằng: *BM*  *CN* .

*AB*, *AI* lần lượt tại *M* và *N* ,

c, Chứng minh rằng: Chu vi

*ABC*

nhỏ hơn chu vi

*AMN* .

**Bài 4.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* , tia phân giác của góc *B* cắt *AC* tại

*D*. Chứng minh rằng

*BC*  *BA*  *DC*  *DA* .

# ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1.**

# Bài 1.

**Bài 2.**

# Bài 3.

**Bài 4.**

# Dạng 2 .

**Bài 1.**

# Bài 2.

**Bài 3.**

# Bài 4.

**PHIẾU BÀI TẬP**

# Dạng 1:

**Bài 1.** Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác? a) 6cm; 8cm; 16cm b) 5,5cm; 3,1cm; 2, 4cm

d) 13, 7cm; 8, 2cm; 5,3cm c) 8m; 12m; 7m

**Bài 2.** Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây có thể tạo thành một tam giác hay không?

a) 3cm, 4cm, 6cm b) 2m, 4m, 8 m c) 1cm, 3cm, 4cm

**Bài 3.** Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây không thể là ba cạnh của một tam giác.

a) 3cm, 3cm, 7 cm . b) 6 m, 10 m, 8 m . c) 2 m, 6 m, 8 m .

**Bài 4.** Một tam giác cân có một cạnh bằng 6 cm. Tính hai cạnh còn lại, biết chu vi của tam giác đó bằng 20 cm.

**Bài 5.** Cho tam giác *ABC* có số nguyên (cm).

*BC*  1cm, *AC*=7cm.Tìm độ dài cạnh *AB* biết độ dài này là một

**Bài 6.** Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 6 cm và 2cm . Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của cạnh đó theo cm là một số tự nhiên chẵn.

**Bài 7.** Cho tam giác *ABC* có là một số nguyên (cm) .

*AB*  4 cm, *AC*  1cm . Hãy tìm độ dài cạnh *BC* biết rằng độ dài này

**Bài 8.** Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 4 m và 8 m .

**Bài 9.** Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 3cm và 7cm .

**Bài 10.** Ba cạnh của một tam giác có độ dài bằng 1

2 , 16, *x*

2

(đơn vị cm ). Tìm *x* , biết rằng *x*

là số tự nhiên và có giá trị nhỏ nhất có thể.

**Bài 11.** Tam giác *ABC* có chu vi 18cm, *BC*  *AC*  *AB*. Tính độ dài *BC* biết rằng độ dài đó là một số chẵn (đơn vị: cm ).

**Bài 12.** Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 7cm và 2cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm )?

# Dạng 2:

**Bài 1.** Cho tam giác *OBC* cân tại *O* . Trên tia đối của tia *CO* lấy điểm *A* . Chứng minh *AB*  *AC*

.

Lại có *OB*  *OC*

( *OBC*

cân tại *O* )  *AC*  *AB* (điều phải chứng minh).

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* , điểm *M* thuộc cạnh *AB* .

1. So sánh *MC* với *AM*  *AC* .
2. Chứng minh *MB*  *MC*  *AB*  *AC* .

**Bài 3.** Cho tam giác *ABC* , trên tia đối của tia *AC* lấy điểm *K* .

1. So sánh *AB* với *KA*  *KB* .
2. Chứng minh *AB*  *AC*  *KB*  *KC* .

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* , *M* là trung điểm của

*BC*. Chứng minh rằng:

*AB*  *AC*  2*AM*

**Bài 5.** Cho điểm *M* nằm trong

*MA*  *MB*  *MC*  *AB*  *AC*  *BC*.

*ABC* . Chứng minh rằng: *MB*  *MC*  *AB*  *AC* . Từ đó suy ra:

**Bài 6.** Cho tam giác *ABC* và *M* là một điểm nằm trong tam giác. Gọi *I* là giao điểm của đường thẳng *BM* và cạnh *AC* . So sánh *MA* với *MI*  *IA* .

1. So sánh *MA* với *MI*  *IA* .
2. Chứng minh rằng *MA*  *MB*  *IB*  *IA* .
3. Chứng minh rằng *IB*  *IA*  *CA*  *CB* .
4. Chứng minh rằng *MA*  *MB*  *CA*  *CB*

**Bài 7.** Cho điểm *K* nằm trong tam giác *ABC* . Gọi *M* là giao điểm của tia *AK* với cạnh *BC* .

1. Chứng minh rằng *KA*  *KB*  *MA*  *MB*  *CA*  *CB* .
2. So sánh *KB*  *KC* với *AB*  *AC* .
3. Chứng minh rằng *KA*  *KB*  *KC* nhỏ hơn chu vi tam giác *ABC* .

**Bài 8.** Cho tam giác *ABC* . Trên đường phân giác của góc ngoài đỉnh *A* , lấy điểm *M* không trùng với *A* . Chứng minh rằng: *MB*  *MC*  *AB*  *AC* .

**Bài 9.** Cho hai điểm *A* và *B* nằm về hai phía của đường thẳng *d* . Tìm điểm *C* thuộc đường thẳng *d* sao cho tổng *AC*  *CB* là nhỏ nhất.

**Bài 10.** Cho đường thẳng *d* và hai điểm *A*, *B* nằm cùng về một phía của *d* và *AB* không song

song với *d* . Một điểm *H* di động trên *d* . Tìm vị trí của *H* sao cho

*HA*  *HB*

là lớn nhất.

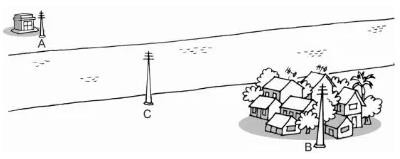
**Bài 11.** Cho góc *xOy* nhọn, trên *Ox* lấy hai điểm *A* và *B* (điểm *A* nằm giữa hai điểm *O* và *B*

). Trên *Oy* lấy hai điểm *C* và *D* (điểm *C* nằm giữa *O* và *D* ). Chứng minh

*AB*  *CD* 

*AD*  *BC*.

**Bài 12.** Một trạm biến áp và một khu dân cư được xây dựng cách xa hai bờ sông tại hai địa điểm *A* và *B* . Hãy tìm trên bờ sông gần khu dân cư một địa điểm *C* để dụng một cột mắc dây đưa điện từ trạm biến áp về cho khu dân cư sao cho độ dài đường dây dẫn là ngắn nhất.



# BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1.**

**Bài 1.** Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác?

1. 6cm; 7cm; 15cm

f) 4, 2cm; 3,5cm; 2,5cm

g) 3cm; 7, 2cm; 5cm

h) 3m; 10m; 7m

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* có cạnh dài cạnh *AC* là một số nguyên tố.

*AB*  2cm

và cạnh

*BC*  7 cm . Tính độ dài cạnh *AC* biết độ

**Bài 3.** Cho

*ABC*

cân.

1. Tính

*AC*, *BC* biết chu vi

*ABC*

là 23 cm và

*AB* 

5 cm.

1. Tính chu vi

*ABC*

biết *AB*

 5cm, *AC*

 12cm.

**Bài 4.** Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 1cm và 3cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm )?

# Dạng 2.

**Bài 1.** Cho góc *xOy*, *Oz* là tia phân giác của góc *xOy* . Từ điểm *M* ở trong góc *xOz* vẽ *MH*

vuông góc với *Ox* ( *H* thuộc *Ox* ), *MK* vuông góc với *Oy* ( *K* thuộc *Oy* ). Chứng minh rằng:

*MH*  *MK* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có ( *AB*

 *AC* ) và *AD* là phân giác góc *A* ( *D*  *BC*

). Gọi *E* là một điểm bất

kỳ thuộc cạnh *AD* ( *E* khác *A* ). Chứng minh *AC*

* *AB*
* *EC*
* *EB* .

**Bài 3.** Cho

*ABC*

cân tại *A* , góc *A* tù, trên cạnh *BC* lấy điểm *D* , trên tia đối của tia *CB* lấy

điểm *E* sao cho *BD*  *CE* , trên tia đối của tia *CA* lấy điểm *I* sao cho *CI*  *CA*.

a, Chứng minh rằng:

*ABD*  *ICE*

và *AB*  *AC*  *AD*  *AE* .

b, Từ *D* và *E* kẻ các đường thẳng cùng vuông góc với *BC* cắt Chứng minh rằng: *BM*  *CN* .

*AB*, *AI* lần lượt tại *M* và *N* ,

c, Chứng minh rằng: Chu vi

*ABC*

nhỏ hơn chu vi

*AMN* .

**Bài 4.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* , tia phân giác của góc *B* cắt *AC* tại

*D*. Chứng minh rằng

*BC*  *BA*  *DC*  *DA* .