**ĐỀ THI HSG TOÁN 9 HẢI DƯƠNG 2023-2024**

*Thời gian làm bài: 150 phút*

**Câu I**. (2 điểm)

1. Cho x . Tính giá trị biểu thức *P* =
2. Cho thỏa mãn *.* Chứng minh rằng

**Câu II**. (3 điểm)

1. Giải phương trình
2. Giải hệ phương trình

**Câu III**. (2 điểm)

1. Giải phương trình nghiệm nguyên
2. Tìm số nguyên tố để 2041 không chia hết cho 24

**Câu IV**. (3 điểm)

1. Cho đường tròn đường kính *AB*, qua *A* và *B* lần lượt vẽ các tiếp tuyến và với . Từ điểm *M* bất kỳ trên vẽ các tiếp tuyến với đường tròn, cắt tại *C* và cắt tại *D*. Kẻ *MH* vuông góc với *AB* tại *H*.
2. Chứng minh rằng: *AD, BC, MH* đồng quy tại trung điểm của *MH*.
3. Đường tròn (O’) đường kính *CD* cắt đường tròn tại *E* và *F* (*E* thuộc cung ). Chứng minh *EF* đi qua trung điểm của *MH*.
4. Cho tam giác ABC đều cạnh a. Điểm M di dộng trên đoạn BC. Vẽ ME vuông góc với AB tại E, MF vuông góc với AC tại F. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn EF theo a.

**Câu V**. (1 điểm)

Cho các số dương thõa mãn = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

**ĐÁP ÁN**

**Câu I**

1. Cho x . Tính giá trị biểu thức *P* =
2. Cho thỏa mãn *.* Chứng minh rằng

Do > 0 và

Tương tự:

Do đó:

**Câu II**

1. Giải phương trình

Điều kiện

(\*)

Với x thì

Nên (\*) (t/m)

Vậy phương trình có tập nghiệm S =

2). Giải hệ phương trình

Hệ phương trình

Đặt . Hệ đã cho trở thành

Từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình là

Vậy nghiệm của hệ phương trình là

**Câu III**

1. Giải Phuong trình nghiệm nguyên

Phương trình đã cho

Nhận xét rằng (1)

(2)

Từ (1) và (2) suy ra:

Vì Z

[ [

Với suy ra

Với suy ra

Vậy phương trình có 2 căp nghiệm là và

1. Tìm số nguyên tố để 2041 không chia hết cho 24

Đặt

Nếu không chia hết cho 24

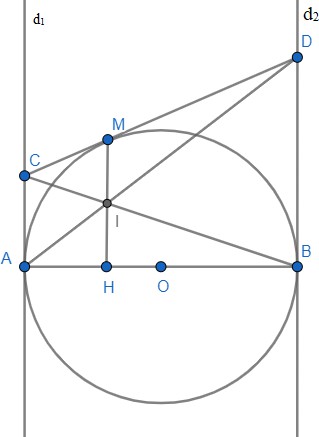
Nếu không chia hết cho 24

Nếu mà là số nguyên tố. Do đó chia cho 3 dư 1

mà p là số nguyên tố. Do đó lẻ nênvà là hai số chẵn liên tiếp

Mà (3; 8) = 1

Do đó không thỏa mãn điều kiện đề bài. Vậy

**Câu IV**

1. Gọi là giao điểm của AD và BC là I

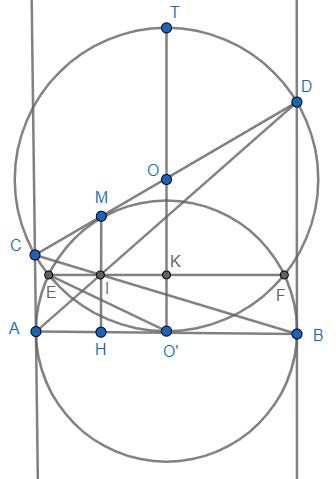
Ta có ICA IBD MI//BD MIAB

Mà MH với AB I

Chứng minh được :

Suy ra MI = IH hay I là trung điểm MH

Vậy AD, BC, MH đồng quy tại trung điểm của MH

\

Ta chứng minh COD vuông tại O nên O’O là bán kính của (O’) và O’O EF

Gọi R là bán kính đường tròn (O)

Ta có MHO OMO’ suy ra suy ra

Vẽ đường kính OT của đường tròn (O’)

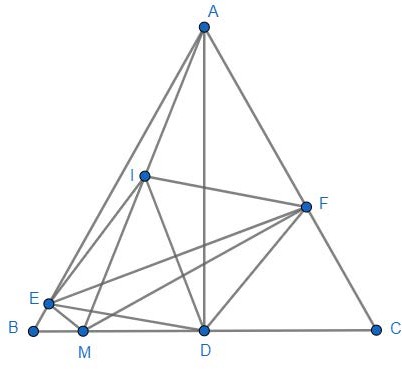
Tam giác OET vuông tại E có EK là đường cao nên

Suy ra Từ (1)(2) suy ra

Do I là trung điểm của MH nên suy ra

Ta có O’O là đường trung bình của hình thang vuông ABDC nên O’O vuông góc AB, từ đó suy ra

Hai đường thẳng IK và EF cùng song song với AB và cùng đi qua K nên bốn điểm E, I, K, F thẳng hàng. Vậy EF đi qua trung điểm của MH

2)

Kẻ đường cao AD của tam giác ABC. Lấy I là trung điểm AM

AD là đường cao đồng thời là phân giác suy ra

Chứng minh được suy ra

Chứng minh được EI = DI = FI = mà

Suy ra EID và FID là tam giác đều và EIFD là hình thoi

Chứng minh được

Vậy EF ngắn nhất khi và chỉ khi ID ngắn nhất

ID ngắn nhất khi và chỉ khi AM ngắn nhất AM là đường cao

Khi đó

**Câu V**

Ta có

Tương tự, suy ra

Ta có

Tương tự, suy ra

Mặt khác

Suy ra