

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

MÔN : TOÁN LỚP 8

Bài 1. (6 điểm)

$$P = \left(\frac{2x-3}{4x^2-12x+5} + \frac{2x-8}{13x-2x^2-20} - \frac{3}{2x-1} \right) : \frac{21+2x-8x^2}{4x^2+4x-3} + 1$$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $|x| = \frac{1}{2}$

c) Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên

d) Tìm x để $P > 0$

Bài 2. (3 điểm)

a)
$$\frac{15x}{x^2+3x-4} - 1 = 12 \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{3x-3} \right)$$

b)
$$\frac{148-x}{25} + \frac{169-x}{23} + \frac{186-x}{21} + \frac{199-x}{19} = 10$$

c)
$$||x-2|+3|=5$$

Bài 3. (2 điểm)

Một người đi xe gắn máy từ A đến B dự định mất 3 giờ 20 phút. Nếu người ấy tăng vận tốc thêm 5 km/h thì sẽ đến B sớm hơn 20 phút. Tính khoảng cách AB và vận tốc dự định đi của người đó

Bài 4. (7 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD. Trên đường chéo BD lấy điểm P, gọi M là điểm đối xứng của C qua P.

a) Tứ giác AMDB là hình gì ?

b) Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của điểm M lên AB, AD. Chứng minh $EF \parallel AC$ và ba điểm E, F, P thẳng hàng

c) Chứng minh rằng tỉ số các cạnh của hình chữ nhật MEAF không phụ thuộc vào vị trí điểm P.

d) Giả sử $CP \perp BD$ và $CP = 2,4 \text{ cm}, \frac{PD}{PB} = \frac{9}{16}$. Tính các cạnh của hình chữ nhật ABCD

Bài 5. (2 điểm) a) Chứng minh rằng : $2009^{2008} + 2011^{2010}$ chia hết cho 2010

b) Cho x, y, z là các số lớn hơn hoặc bằng 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{1+y^2}\geq\frac{2}{1+xy}$$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$4x^2 - 12x + 5 = (2x - 1)(2x - 5)$$

$$13x - 2x^2 - 20 = (x - 4)(5 - 2x)$$

$$21 + 2x - 8x^2 = (3 + 2x)(7 - 4x)$$

Phân tích: $4x^2 + 4x - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$

Điều kiện: $x \neq \left\{ \frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{7}{4}; 4 \right\}$

a) Rút gọn: $P = \frac{2x - 3}{2x - 5}$

b) $|x| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \Rightarrow P = \frac{2}{3} \end{cases}$

c) $P = \frac{2x - 3}{2x - 5} = 1 + \frac{2}{x - 5}$

Vậy $P \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{2}{x - 5} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x - 5 \in U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$

$$x - 5 = -2 \Rightarrow x = 3(tm)$$

$$x - 5 = -1 \Rightarrow x = 4(tm)$$

$$x - 5 = 1 \Rightarrow x = 6(tm)$$

$$x - 5 = 2 \Rightarrow x = 7(tm)$$

d) $P = \frac{2x - 3}{2x - 5} = 1 + \frac{2}{x - 5}$

$$1 > 0 \Rightarrow P > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x - 5} > 0 \Rightarrow x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$$

Ta có:

Với $x > 5$ thì $P > 0$

Bài 2.

$$a) \frac{15x}{x^2 + 3x - 4} - 1 = 12 \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{3x-3} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{15x}{(x+4)(x-1)} - 1 = 12 \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{3(x-1)} \right) \quad (DK : x \neq -4; x \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow 3.15x - 3(x+4)(x-1) = 3.12(x-1) + 12(x+4)$$

.....

$$\Leftrightarrow 3x(x+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (tm) \\ x = -4 (ktm) \end{cases}$$

$$S = \{0\}$$

$$b) \frac{148-x}{25} + \frac{169-x}{23} + \frac{186-x}{21} + \frac{199-x}{19} = 10$$

$$\Leftrightarrow \frac{148-x}{25} - 1 + \frac{169-x}{23} - 2 + \frac{186-x}{21} - 3 + \frac{199-x}{19} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (123-x) \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{23} + \frac{1}{21} + \frac{1}{19} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 123$$

$$c) \text{Ta có: } |x-2| \geq 0 \forall x \Rightarrow |x-2| + 3 > 0 \text{ nên } ||x-2| + 3| = |x-2| + 3$$

Phương trình được viết lại:

$$|x-2| + 3 = 5 \Leftrightarrow |x-2| = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=2 \\ x-2=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{0; 4\}$$

Bài 3.

Gọi khoảng cách giữa A và B là $x(km/h) (x > 0)$

$$\frac{x}{3\frac{1}{3}} = \frac{3x}{10} (km/h) \quad 3^h 20' = 3\frac{1}{3}h$$

Vận tốc dự định của người đi xe máy là

Vận tốc của người đi xe gắn máy khi tăng lên $5km/h : \frac{3x}{10} + 5(km/h)$

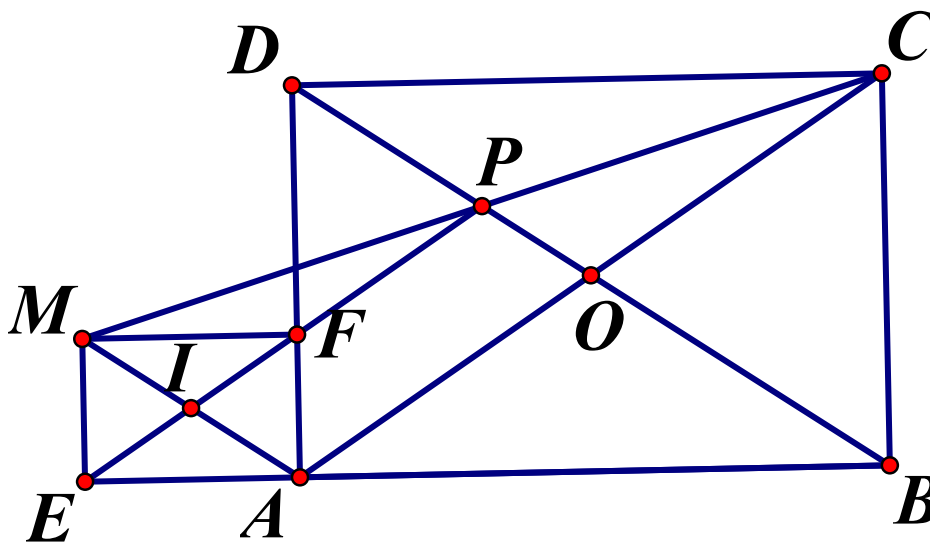
Theo đề bài ta có phương trình :

$$\left(\frac{3x}{10} + 5 \right) \cdot 3 = x \Leftrightarrow x = 150(tm)$$

Vậy khoảng cách giữa A và B là : $150km$

Vận tốc dự định: $\frac{3 \cdot 150}{10} = 45km/h$

Bài 4.



- Gọi O là giao điểm 2 đường chéo của hình chữ nhật $ABCD$
 $\Rightarrow PO$ là đường trung bình tam giác CAM
 $\Rightarrow AM \parallel PO \Rightarrow AMDB$ là hình thang.
- Do $AM \parallel BD$ nên $\angle OBA = \angle MAE$ (đồng vị)

$\triangle AOB$ cân ở O nên $\angle OBA = \angle OAB$

Gọi I là giao điểm 2 đường chéo của hình chữ nhật $AEMF$ thì tam giác AIE cân ở I nên $\angle IAE = \angle IEA$

Từ chứng minh trên $\Rightarrow \angle FEA = \angle OAB \Rightarrow EF \parallel AC(1)$

Mặt khác IP là đường trung bình $\triangle MAC$ nên $IP \parallel AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra ba điểm E, F, P thẳng hàng

c) $\triangle MAF \sim \triangle DBA(g.g) \Rightarrow \frac{MF}{FA} = \frac{AD}{AB}$ không đổi

d) Nếu $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{PD}{9} = \frac{PB}{16} = k \Rightarrow PD = 9k, PB = 16k$

Nếu $CP \perp BD \Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle DCP(g.g) \Rightarrow \frac{CP}{PD} = \frac{PB}{CP}$

Do đó: $CP^2 = PB \cdot PD$ hay $(2,4)^2 = 9 \cdot 16k^2 \Rightarrow k = 0,2$
 $PD = 9k = 1,8cm; PB = 16k = 3,2cm; BD = 5cm$

Chứng minh $BC^2 = BP \cdot BD = 16 \Rightarrow \begin{cases} BC = 4cm \\ CD = 3cm \end{cases}$

Bài 5.

a) Ta có: $2009^{2008} + 2011^{2010} = (2009^{2008} + 1) + (2011^{2010} - 1)$

Vì $2009^{2008} + 1 = (2009 + 1)(2009^{2007} + \dots); 2010$ (1)

$2011^{2010} - 1 = (2011 - 1)(2011^{2009} + \dots); 2010$ (2)

Từ (1) và (2) ta có đpcm.

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{1+xy} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+xy} \right) + \left(\frac{1}{1+y^2} - \frac{1}{1+xy} \right) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(y-x)}{(1+x^2)(1+xy)} + \frac{y(x-y)}{(1+y^2)(1+xy)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(y-x)^2(xy-1)}{(1+x^2)(1+y^2)(1+xy)} \geq 0 \quad (2)$$

b)

$$\forall x \geq 1; y \geq 1 \Rightarrow xy \geq 1 \Rightarrow xy - 1 \geq 0$$

Suy ra BĐT (2) đúng nên BĐT (1) đúng, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y$