

Câu 1. (1,5 điểm).

- a) Vẽ đồ thị của hàm số $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và $(d): y = -\frac{1}{2}x + 3$ trên cùng một hệ trục tọa độ.
- b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình: $2x^2 - 7x + 6 = 0$ (*) (x là ẩn số).

- a) Chứng minh: Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.
- b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*). Không giải phương trình (*), tính giá trị biểu thức: $A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1) - x_1^2 x_2^2$.

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (1 điểm). Để có đủ tiền mua một đôi giày cầu lông mới, bạn An lên kế hoạch sẽ tiết kiệm một khoản tiền là x đồng vào tháng Giêng và tiết kiệm được y đồng vào tháng Hai. Số tiền bạn ấy tiết kiệm vào tháng Ba sẽ bằng tổng của x và y ; số tiền bạn ấy tiết kiệm vào tháng Tư sẽ bằng tổng số tiền tiết kiệm của tháng Hai và Ba, và cứ tiếp tục như vậy.

- a) Hãy tính số tiền bạn An tiết kiệm được (theo x và y) vào tháng Năm?
- b) Biết rằng vào tháng Sáu bạn An tiết kiệm được 340000 đồng, khi đó tổng số tiền mà An tiết kiệm được trong các tháng vừa đủ để mua đôi giày cầu lông mới. Hỏi đôi giày mà An định mua có giá là bao nhiêu? Biết số tiền tiết kiệm vào tháng Hai nhiều hơn số tiền tiết kiệm vào tháng Giêng là 20000 đồng.

Câu 4. (0,75 điểm). Một chiếc ti vi trong một đợt khuyến mãi, cửa hàng đã giảm giá 20% trên giá niêm yết. Đợt khuyến mãi thứ hai cửa hàng giảm giá tiếp 30% trên giá đã giảm ở đợt một. Nhưng đợt thứ ba cửa hàng tăng giá trở lại 25% trên giá đã giảm ở đợt hai và giá hiện tại của chiếc ti vi là 10.500.000 đồng. Hỏi giá niêm yết ban đầu của chiếc ti vi là bao nhiêu?

Câu 5. (1 điểm). (0,75 điểm) Theo tài liệu dân số và phát triển của Tổng cục Dân số và Kế hoạch hóa gia đình thì dựa vào số liệu về dân số, kinh tế, xã hội của 85 nước trên thế giới, người ta xây dựng được hàm số nêu lên mối quan hệ giữa tuổi thọ trung bình của phụ nữ (y) và tỷ lệ biết chữ của họ (x) như sau: $y = 47,17 + 0,307x$. Trong đó, y là số năm (tuổi thọ), x là tỷ lệ phần trăm biết chữ của phụ nữ.

- a) Theo báo cáo của Bộ Giáo dục và Đào tạo năm học 2017 - 2018, tỷ lệ biết chữ đã đạt 96,83% trong nhóm phụ nữ Việt Nam từ 15 đến 60 tuổi. Hỏi với tỷ lệ biết chữ của phụ nữ Việt Nam như trên thì nhóm này có tuổi thọ là bao nhiêu?

b) Nếu muốn tăng tuổi thọ của phụ nữ 85 nước trên lên 77 tuổi thì tỷ lệ biết chữ của họ phải đạt bao nhiêu %?

Câu 6. (1 điểm). Cho C cốc rượu, phần phía trên là một hình nón có chiều cao 6cm và đáy là đường tròn bán kính . Biết trong cốc có chứa rượu với mực nước đang cách miệng cốc là 2cm . Tính thể tích rượu trong ly. (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân như nhất)

Câu 7. (0,75 điểm) Trong dịp tổ chức sinh nhật cho 1 bạn trong lớp. Nhóm học sinh cần mua một số lượng bánh ở một tiệm bánh có khuyến mãi, cứ mua kể từ bánh thứ 17 sẽ được giảm 800 đồng theo giá mỗi cái bánh. Nhóm học sinh mua 25 cái bánh với số tiền 192800 đồng. Hỏi giá tiền mỗi cái bánh ban đầu là bao nhiêu?

Câu 8. (3 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB > AC$), nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M . Gọi H là giao điểm của OM và BC . Từ M kẻ đường thẳng song song với AC , đường thẳng này cắt (O) tại E và F (E thuộc cung nhỏ BC), cắt BC tại I , cắt AB tại K .

a) Chứng minh: tứ giác $MBOC$ nội tiếp và $ME \cdot MF = MB^2$.

b) Chứng minh rằng tứ giác $MBKC$ là tứ giác nội tiếp. Từ đó suy ra $OK \perp MF$.

c) Đường thẳng OK cắt (O) tại N và P (N thuộc cung nhỏ AC). Đường thẳng PI cắt (O) tại Q ($Q \neq P$). Chứng minh $IK \cdot IM = IP \cdot IQ$ và ba điểm M, N, Q thẳng hàng.

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm).

- a) Vẽ đồ thị của hàm số $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và $(d): y = -\frac{1}{2}x + 3$ trên cùng một hệ trục tọa độ.
- b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) ở câu trên bằng phép tính.

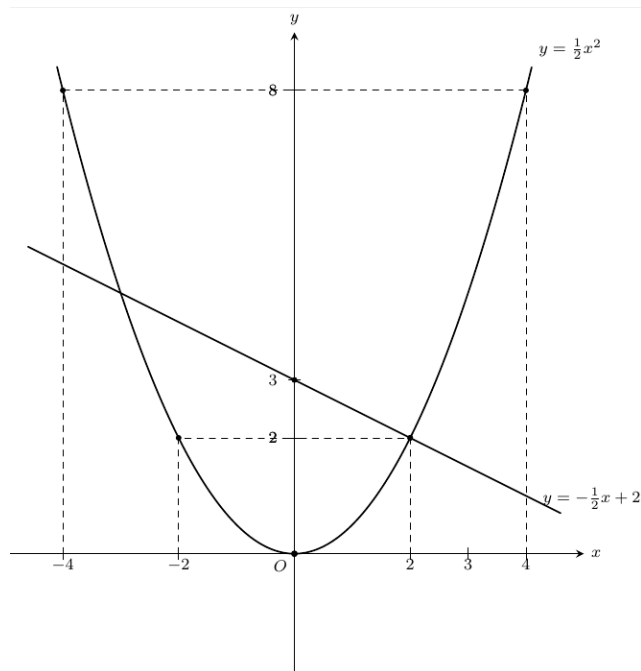
Lời giải

- a) Vẽ đồ thị của hàm số $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và $(d): y = -\frac{1}{2}x + 3$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

x	0	2
$y = -\frac{1}{2}x + 3$	3	2



- b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) ở câu trên bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x + 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3; x = 2$$

$$\text{Thay } x = -3 \text{ vào } (P) \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot (-3)^2 = \frac{9}{2}$$

$$\text{Thay } x = 2 \text{ vào } (P) \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$$

Vậy tọa độ các giao điểm của (P) và (d) là $\left(-3; \frac{9}{2}\right); (2; 2)$

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình: $2x^2 - 7x + 6 = 0$ (*) (x là ẩn số).

- a) Chứng minh: Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.
b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*). Không giải phương trình (*), tính giá trị biểu thức: $A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1) - x_1^2 x_2^2$.

Lời giải

- a) Chứng minh: Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có: } \Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4.2.6 = 1 > 0$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

- b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*). Không giải phương trình (*), tính giá trị biểu thức: $A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1) - x_1^2 x_2^2$

Theo định lý Vi-ét, ta có;

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{7}{2}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{6}{2} = 3$$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1) - x_1^2 x_2^2 \\ &= x_1 x_2 + 2(x_1^2 + x_2^2) + 4x_1 x_2 - (x_1 x_2)^2 \\ &= 5P + 2(S^2 - 2P) - P^2 \\ &= P + 2S^2 - P^2 \\ &= 3 + 2 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 3^2 \\ &= \frac{37}{2} \end{aligned}$$

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (1 điểm). Để có đủ tiền mua một đôi giày cầu lông mới, bạn An lên kế hoạch sẽ tiết kiệm một khoản tiền là x đồng vào tháng Giêng và tiết kiệm được y đồng vào tháng Hai. Số tiền bạn ấy tiết kiệm vào tháng Ba sẽ bằng tổng của x và y ; số tiền bạn ấy tiết kiệm vào tháng Tư sẽ bằng tổng số tiền tiết kiệm của tháng Hai và Ba, và cứ tiếp tục như vậy.

- a) Hãy tính số tiền bạn An tiết kiệm được (theo x và y) vào tháng Năm?
b) Biết rằng vào tháng Sáu bạn An tiết kiệm được 340000 đồng, khi đó tổng số tiền mà An tiết kiệm được trong các tháng vừa đủ để mua đôi giày cầu lông mới. Hỏi đôi giày mà An

định mua có giá là bao nhiêu? Biết số tiền tiết kiệm vào tháng Hai nhiều hơn số tiền tiết kiệm vào tháng Giêng là 20000 đồng.

Lời giải

- a) Hãy tính số tiền bạn An tiết kiệm được (theo x và y) vào tháng Năm?

Số tiền tiết kiệm của An tháng Giêng là: x (đồng)

Số tiền tiết kiệm của An tháng Hai là: y (đồng)

Số tiền tiết kiệm của An tháng Ba là: $x + y$ (đồng)

Số tiền tiết kiệm của An tháng Tư là: $y + x + y = x + 2y$ (đồng)

Vậy số tiền tiết kiệm của An tháng Năm là: $x + y + x + 2y = 2x + 3y$ (đồng)

- b) Biết rằng vào tháng Sáu bạn An tiết kiệm được 340000 đồng, khi đó tổng số tiền mà An tiết kiệm được trong các tháng vừa đủ để mua đôi giày cầu lông mới. Hỏi đôi giày mà An định mua có giá là bao nhiêu? Biết số tiền tiết kiệm vào tháng Hai nhiều hơn số tiền tiết kiệm vào tháng Giêng là 20000 đồng.

Vì tiền tiết kiệm của An tháng Sáu là: 340000 đồng

$$\Rightarrow 2x + 3y + x + 2y = 340000$$

$$\Leftrightarrow 3x + 5y = 340000 \quad (1)$$

Vì số tiền tiết kiệm vào tháng Hai nhiều hơn số tiền tiết kiệm vào tháng Giêng là 20000 đồng.

$$\Rightarrow y - x = 20000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 5y = 340000 \\ -x + y = 20000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30000(n) \\ y = 50000(n) \end{cases}$$

Vì tổng số tiền mà An tiết kiệm được trong các tháng vừa đủ để mua đôi giày cầu lông mới, nên số tiền của đôi giày là

$$x + y + x + y + x + 2y + 2x + 3y + 3x + 5y$$

$$= 8x + 12y$$

$$= 8.30000 + 12.50000$$

$$= 840000 \text{ đồng.}$$

- Câu 4. (0,75 điểm).** Một chiếc ti vi trong một đợt khuyến mãi, cửa hàng đã giảm giá 20% trên giá niêm yết. Đợt khuyến mãi thứ hai cửa hàng giảm giá tiếp 30% trên giá đã giảm ở đợt một. Nhưng đợt thứ ba cửa hàng tăng giá trở lại 25% trên giá đã giảm ở đợt hai và giá hiện tại của chiếc ti vi là 10500000 đồng. Hỏi giá niêm yết ban đầu của chiếc ti vi là bao nhiêu?

Lời giải

Vì đợt 1 giảm 20% trên giá niêm yết, đợt 2 giảm 30% trên giá đã giảm ở đợt 1 và đợt 3 tăng giá 20 thì giá ti vi là 10500000 đồng

$$\Rightarrow x(1 - 20\%)(1 - 30\%)(1 + 25\%) = 10500000 \Leftrightarrow x = 15000000$$

Vậy giá niêm yết ban đầu của chiếc ti vi là 15000000 đồng

Câu 5. (1 điểm). (0,75 điểm) Theo tài liệu dân số và phát triển của Tổng cục Dân số và Kế hoạch hóa gia đình thì dựa vào số liệu về dân số, kinh tế, xã hội của 85 nước trên thế giới, người ta xây dựng được hàm số nêu lên mối quan hệ giữa tuổi thọ trung bình của phụ nữ (y) và tỷ lệ biết chữ của họ (x) như sau: $y = 47,17 + 0,307x$. Trong đó, y là số năm (tuổi thọ), x là tỷ lệ phần trăm biết chữ của phụ nữ.

- a) Theo báo cáo của Bộ Giáo dục và Đào tạo năm học 2017 - 2018, tỷ lệ biết chữ đã đạt 96,83% trong nhóm phụ nữ Việt Nam từ 15 đến 60 tuổi. Hỏi với tỷ lệ biết chữ của phụ nữ Việt Nam như trên thì nhóm này có tuổi thọ là bao nhiêu?
- b) Nếu muốn tăng tuổi thọ của phụ nữ 85 nước trên lên 77 tuổi thì tỷ lệ biết chữ của họ phải đạt bao nhiêu %?

Lời giải

- a) Theo báo cáo của Bộ Giáo dục và Đào tạo năm học 2017 – 2018, tỷ lệ biết chữ đã đạt 96,83% trong nhóm phụ nữ Việt Nam từ 15 đến 60 tuổi. Hỏi với tỷ lệ biết chữ của phụ nữ Việt Nam như trên thì nhóm này có tuổi thọ là bao nhiêu?

Ta có: $y = 47,17 + 0,307x$ (1)

Thay $x = 96,83\%$ vào (1), ta được

$$y = 47,17 + 0,307.96,83 \approx 76,9$$

Vậy nhóm phụ nữ Việt Nam từ 15 đến 60 tuổi có tuổi thọ là 76,9 tuổi

- b) Nếu muốn tăng tuổi thọ của phụ nữ 85 nước trên lên 77 tuổi thì tỷ lệ biết chữ của họ phải đạt bao nhiêu %?

Thay $y = 77$ vào (1), ta được

$$77 = 47,17 + 0,307x$$

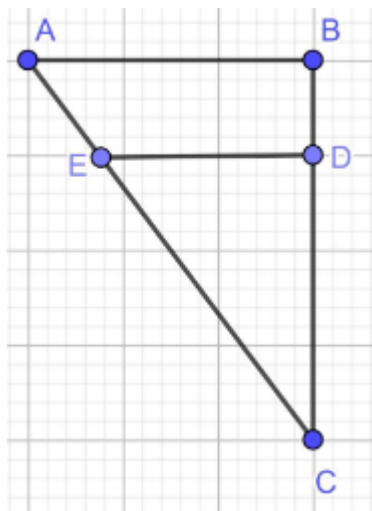
$$\Rightarrow x = \frac{77 - 47,17}{0,307} \approx 97,17(\%)$$

Vậy muốn tăng tuổi thọ của phụ nữ 85 nước trên lên 77 tuổi thì tỷ lệ biết chữ của họ phải đạt 97,17%.

Câu 6. (1 điểm). Cho cốc rượu, phần phía trên là một hình nón có chiều cao 6cm và đáy là đường tròn bán kính . Biết trong cốc có chứa rượu với mực nước đang cách miệng cốc là 2cm . Tính thể tích rượu trong ly. (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân như nhất)

Lời giải

Phần phía trên cốc rượu được vẽ minh họa như hình dưới.



Ta có: $DC = BC - BD = 6 - 2 = 4(cm)$

Phần rỗng trong cốc có dạng hình nón với bán kính đáy là DE .

Xét $\triangle ABC$ có $AB \parallel DE$

$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{DC} \text{ (hệ quả Ta-let)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{DE} = \frac{6}{4} \Leftrightarrow DE = \frac{3 \cdot 4}{6} = 2$$

Vậy thể tích phần rỗng trong ly là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot DE^2 \cdot DC = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = \frac{16}{3} \pi (cm^3).$$

Câu 7. (0,75 điểm) Trong dịp tổ chức sinh nhật cho 1 bạn trong lớp. Nhóm học sinh cần mua một số lượng bánh ở một tiệm bánh có khuyến mãi, cứ mua kể từ bánh thứ 17 sẽ được giảm 800 đồng theo giá mỗi cái bánh. Nhóm học sinh mua 25 cái bánh với số tiền 192800 đồng. Hỏi giá tiền mỗi cái bánh ban đầu là bao nhiêu?

Lời giải

Số bánh được giảm giá: $25 - 16 = 9$

Tổng số tiền mà nhóm học sinh được giảm: $9 \cdot 800 = 7200$ (đồng)

Tổng số tiền mua bánh mà nhóm học sinh mua 25 cái: $192800 + 7200 = 200000$ (đồng)

Giá tiền của mỗi cái bánh ban đầu: $200000 : 25 = 8000$ đồng.

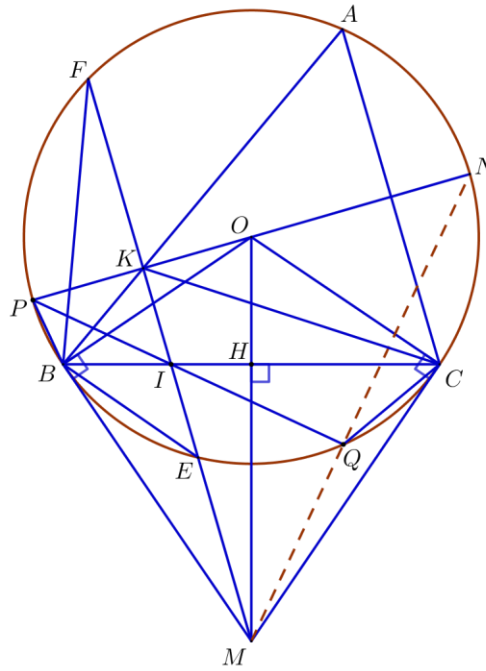
Câu 8. (3 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB > AC$), nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M . Gọi H là giao điểm của OM và BC . Từ M kẻ đường thẳng song song với AC , đường thẳng này cắt (O) tại E và F (E thuộc cung nhỏ BC), cắt BC tại I , cắt AB tại K .

a) Chứng minh: tứ giác $MBOC$ nội tiếp và $ME \cdot MF = MB^2$.

b) Chứng minh rằng tứ giác $MBKC$ là tứ giác nội tiếp. Từ đó suy ra $OK \perp MF$.

- c) Đường thẳng OK cắt (O) tại N và P (N thuộc cung nhỏ AC). Đường thẳng PI cắt (O) tại Q ($Q \neq P$). Chứng minh $IK \cdot IM = IP \cdot IQ$ và ba điểm M, N, Q thẳng hàng.

Lời giải



- a) Chứng minh: tứ giác $MBOC$ nội tiếp và $ME \cdot MF = MB^2$.

Xét tứ giác $MBOC$, ta có:

$$MBO = MCO = 90^\circ \text{ (} MA, MB \text{ là tiếp tuyến của } (O) \text{)}.$$

$$\Rightarrow MBO + MCO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Vậy tứ giác $MBOC$ nội tiếp.

- b) Chứng minh rằng tứ giác $MBKC$ là tứ giác nội tiếp. Từ đó suy ra $OK \perp MF$.

Ta có: $MKB = CAK$ (đồng vị do $FM \parallel AC$)

Mà $KAC = BAC = BCM$ (cùng chắn cung BC)

$$\Rightarrow MKB = MCB$$

Mà 2 góc này cùng nhìn cạnh MB

$\Rightarrow$ Tứ giác $MBKC$ nội tiếp.

$\Rightarrow$ Các điểm M, B, K, C cùng thuộc một đường tròn.

Mà M, B, O, C cùng thuộc một đường tròn

$\Rightarrow$ năm điểm M, B, K, O, C cùng thuộc một đường tròn.

$$\Rightarrow MKO = MCO = 90^\circ \text{ hay } OK \perp FM.$$

- c) Đường thẳng OK cắt (O) tại N và P (N thuộc cung nhỏ AC). Đường thẳng PI cắt (O) tại Q ($Q \neq P$). Chứng minh $IK \cdot IM = IP \cdot IQ$ và ba điểm M, N, Q thẳng hàng.

Kỳ Anh hướng dẫn:

$$\text{Cm: } \triangle IBP \sim \triangle IQC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{IP}{IC} = \frac{IB}{IQ} \Rightarrow IP \cdot IQ = IB \cdot IC. \quad (1)$$

$$\text{Cm: } \triangle IBK \sim \triangle IMC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{IK}{IC} = \frac{IB}{IM} \Rightarrow IK \cdot IM = IB \cdot IC . \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $IP \cdot IQ = IK \cdot IM (= B \cdot IC)$.

$$\Rightarrow \frac{IP}{IM} = \frac{IK}{IQ}$$

Xét $\triangle IPK$ và $\triangle IMQ$, ta có:

$$\frac{IP}{IM} = \frac{IK}{IQ} \text{ (cmt)}$$

$$\angle KIP = \angle QIM \text{ (2 góc đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \triangle IPK \sim \triangle IMQ \text{ (g.c.g)}$$

$$\Rightarrow \angle JKP = \angle IQM = 90^\circ$$

$$\Rightarrow IQ \perp MQ$$

Lại có: $PQ \perp NQ \left(\angle PQN = 90^\circ \right)$

Suy ra: $MQ \equiv NQ$.

-----HẾT-----