

HÌNH BÌNH HÀNH

A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Hình bình hành là tứ giác có các cặp cạnh đối song song

$$\diamond ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \begin{cases} \diamond ABCD \\ AB \parallel CD, AD \parallel BC \end{cases}$$

- **Chú ý:** Hình bình hành là hình thang đặc biệt có hai cạnh bên song song

2. Tính chất: Trong hình bình hành

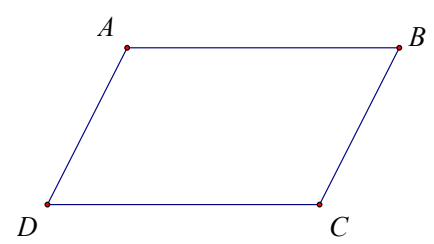
- Tính chất về cạnh: Các cạnh đối bằng nhau
- Tính chất về góc: Các góc đối bằng nhau
- Tính chất về đường chéo: Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

3. Dấu hiệu nhận biết

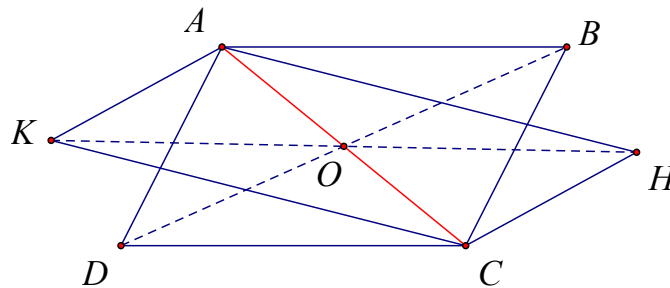
- Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành
- Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành
- Tứ giác có hai cạnh đối vừa song song vừa bằng nhau là hình bình hành
- Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành
- Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành

4. Mở rộng

- Hai hình bình hành có một đường chéo chung thì các đường chéo của chúng đồng quy tại trung điểm của đường chéo chung.



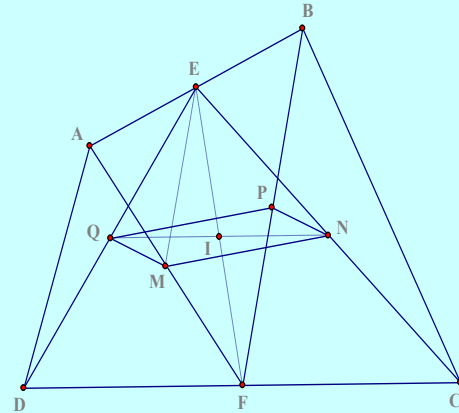
H1



B. BÀI TẬP

Bài 1:

Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AF, CE, BF, DE .
CMR: Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành



Lời giải

Ta có QF, NF là đường trung bình của tam giác CDE

$$\Rightarrow \begin{cases} QF \parallel EC \\ NF \parallel DE \end{cases}; \begin{cases} QF \parallel NE \\ QE \parallel NF \end{cases}$$

$\Rightarrow \diamond QFNE$ là hình bình hành $\Rightarrow QN, FE$

Cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

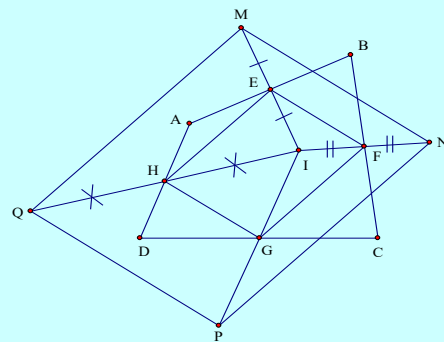
Gọi I là trung điểm của $EF \Rightarrow I$ là trung điểm của QN

Chứng minh tương tự: Tứ giác $MEPF$ là hình bình hành $\Rightarrow I$ là trung điểm của $MP \Rightarrow dpcm$

Bài 2:

Cho tứ giác $ABCD$ và điểm I thuộc miền trong tứ giác. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với I qua trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA .

Chứng minh $MNPQ$ là hình bình hành.

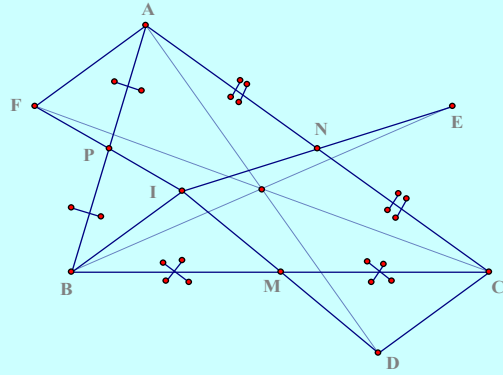


Lời giải

Ta có $MN \parallel FE; MN = 2FE; PQ \parallel GH; PQ = 2GH; HG \parallel AC; HG = \frac{1}{2}AC; FE \parallel AC; FE = \frac{1}{2}AC$

Bài 3:

Cho tam giác ABC và một điểm I thuộc miền trong của tam giác. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Gọi D, E, F lần lượt là các điểm đối xứng với I qua M, N, P . Chứng minh rằng các đường thẳng AD, BE, CF đồng quy.



Lời giải

+) Tứ giác $ABIF$ là hình bình hành (hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường)
 $\Rightarrow FA // BI$ (1)

+) Tứ giác $BICD$ là hình bình hành
 $\Rightarrow BI // CD$ (2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow FA // CD$ (1) $\Rightarrow \diamond FADC$ là hình bình hành $\Rightarrow AD, CF$ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường (3)

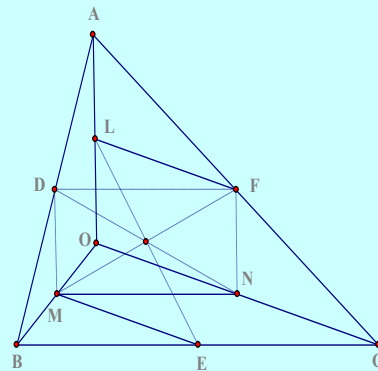
Tương tự: $ABDE$ là hình bình hành $\Rightarrow AD, BE$ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường (4)

Từ (3)(4) ta có điều phải chứng minh.

Bài 4:

Cho $\triangle ABC$, O là 1 điểm thuộc miền trong tam giác. D, E, F là trung điểm của AD, BC, CA . L, M, N lần lượt là trung điểm của OA, OB, OC .

Chứng minh rằng EL, FM, DN đồng quy



Lời giải

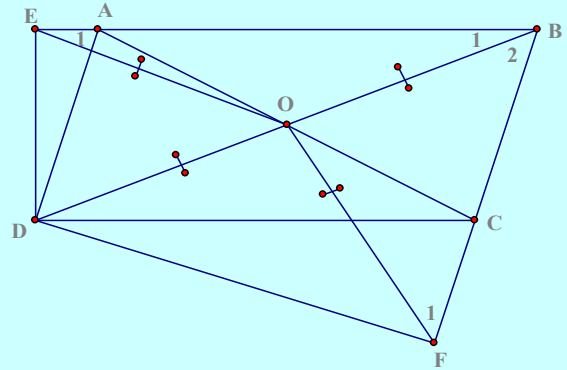
+) $DMFN$ là hình bình hành, do:
$$\begin{cases} DF = MN = \frac{1}{2} BC \\ DF // MN // BC \end{cases}$$

$\Rightarrow DN, FM$ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

Tương tự: $\begin{cases} MLFE : hhh \\ DLNE : hhh \end{cases}$

Bài 5:

Cho hình bình hành $ACBD$, $ADC = 75^\circ$. O là giao điểm hai đường chéo. Từ D hạ DE, DF lần lượt vuông góc với AB và BC ($E \in AB, F \in AC$). Tính



EOF Lời giải

+) Gọi O là giao điểm của AC và BD

Vậy O là trung điểm của AC, BD

$$ABC = ADC = 75^\circ$$

Xét tam giác vuông BDE , có: $AO = OD = OB = \frac{BD}{2} \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{B}_1$

+) $EOD = B_1 + E_1 = 2B_1$ (Góc ngoài tam giác)

+) $FO = \frac{1}{2}BD = OB = OD \Rightarrow B_2 = F_1 \Rightarrow DOF = 2B_2$

Tương tự: $EOF = EOD + FOD = 2(B_1 + B_2) = 2ABC = 150^\circ$.

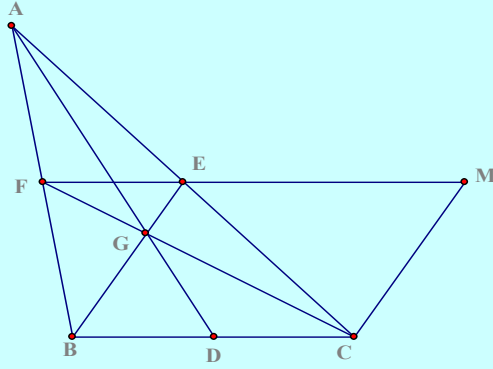
Bài 6:

Cho ΔABC , có các trung tuyến AD, BE, CF .

Biết rằng $BE \perp CF$.

Chứng minh rằng: $AD^2 = BE^2 + CF^2$

Sử dụng phương pháp dịch chuyển tức thời



Lời giải

Dựng hình bình hành $BEMC \Rightarrow \begin{cases} MC = BE \\ MC \parallel BE \Rightarrow MC \perp CF (BE \perp CF) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} ME \parallel BC \\ FE \parallel CB (\text{đồng TB } \Delta) \end{cases}$

Vậy M, E, F thẳng hàng

$$+) FE = \frac{1}{2} BC$$

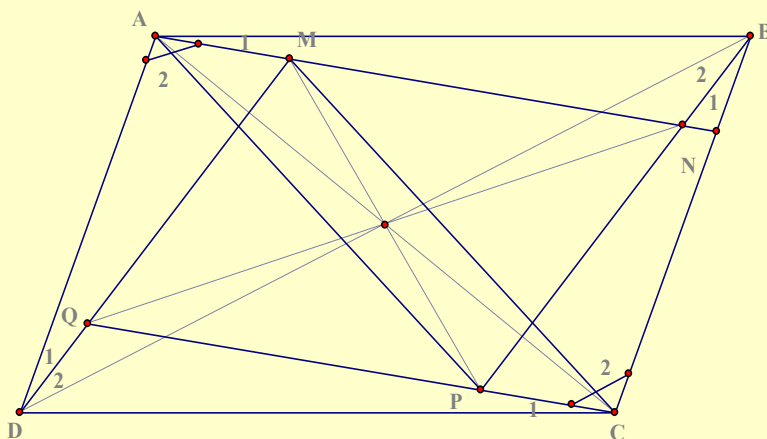
$$FM = ME + FE = BC + \frac{1}{2} BC = \frac{3}{2} BC (1)$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} AD = 3GD \\ \Delta BGC : GD = \frac{1}{2} BC \end{cases} \Rightarrow AD = \frac{3}{2} BC (2)$$

$$\text{Từ (1)(2)} \left. \begin{array}{l} MF = AD \Rightarrow MF^2 = AD^2 \\ \text{Pytago: } FM^2 = FC^2 + MC^2 \end{array} \right\} \Rightarrow AD^2 = FC^2 + BE^2 (\text{đpcm})$$

Bài 7:

Cho hình bình hành $ABCD$. Về phía trong hình bình hành dựng các tia Ax, By, Cz, Dt lần lượt tạo với AB, BC, CD, DA các góc bằng nhau và bằng α . Các tia này cắt nhau tạo thành tứ giác $MNPQ$. Chứng minh rằng AC, BD, MP, NQ đồng quy



Lời giải

+) Để chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

$$\left. \begin{array}{l} A_{1,2} = 75^\circ = C_{1,2} \\ A_1 = 75^\circ = C_1 \end{array} \right\} \Rightarrow C_2 = A_2 \Rightarrow MN \parallel PQ \quad (1)$$

Tương tự: $B_2 = D_2 \Rightarrow MQ \parallel NP \quad (2) \Rightarrow \diamond MNPQ$: hình bình hành

+) Thêm: $AMCP$ là hình bình hành

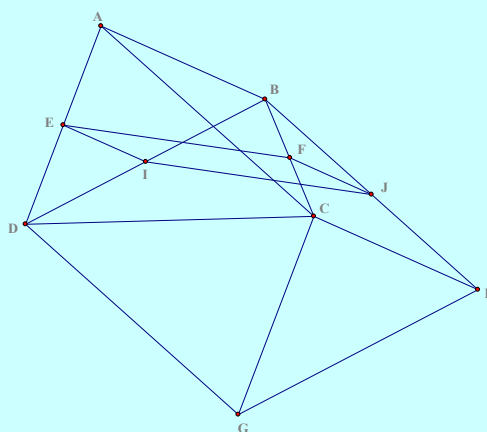
$$\triangle ADM = \triangle CBP (g.c.g) \Rightarrow \begin{cases} AM = CP \\ AM \parallel CP \end{cases} \Rightarrow HBH \Rightarrow dpcm$$

Bài 8:

Cho tứ giác $ABCD$, E là trung điểm của AD , F là trung điểm của BC . G là đỉnh của hình bình hành $CADG$ và H là đỉnh của hình bình hành $CABH$

a. Chứng minh $BD \parallel GH$

b. $HD = 2EF$



Lời giải

a. Có $DG \parallel BH$ và $DG = BH$ nên tứ giác $BDGH$ là hình bình hành $\Rightarrow BD = GH (dpcm)$

b. Gọi I là trung điểm của BD , J là trung điểm của $BH \Rightarrow IJ = \frac{1}{2}DH \quad (1)$

$$\left. \begin{array}{l} EI = \frac{1}{2} A \\ JE = \frac{1}{2} CH \\ AB = CH \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} EI = JF \\ EI \parallel JF \end{cases} \Rightarrow \diamond EIJF : \text{hình bình hành}$$

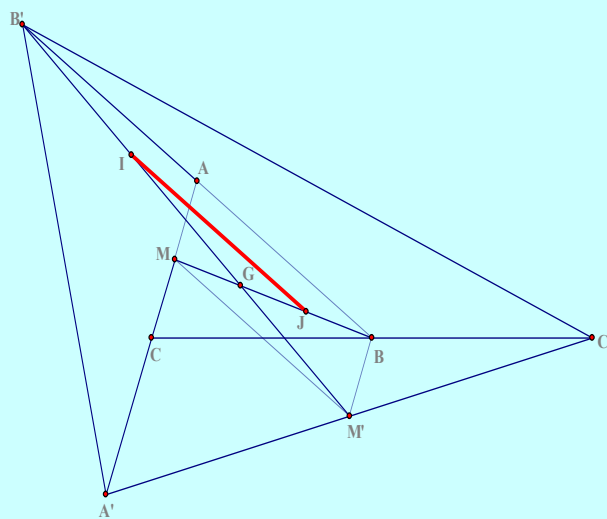
$$\Rightarrow JI = FE(2) \Rightarrow HD = 2FE(\text{dpcm})$$

Bài 9:

Cho tam giác ABC . Gọi A' đối xứng với A qua C , B' đối xứng với B qua A , C' đối xứng với C qua B . Gọi BM là trung tuyến của tam giác ABC , $B'M'$ là trung tuyến của tam giác $A'B'C'$

a. Chứng minh tứ giác $ABM'M$ là hình bình hành

b. G là giao điểm của BM và $B'M'$. Chứng minh rằng G là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$



Lời giải

a. $BM' \parallel \frac{1}{2} A'C \Rightarrow BM' \parallel \frac{1}{2} AC = AM \Rightarrow \diamond ABMM' : \text{hình bình hành}$

b. Gọi I là trung điểm của $B'G$, J là trung điểm của BG

Suy ra IJ là đường trung bình của tam giác GBB'

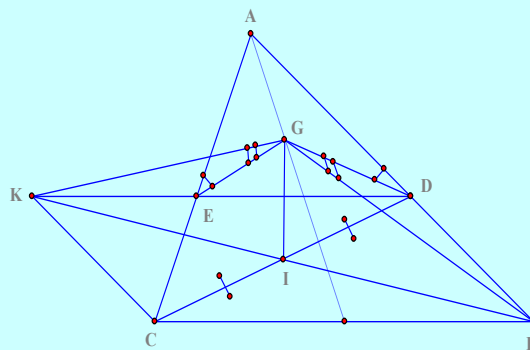
$$\Rightarrow JI \parallel \frac{1}{2} BB' \Rightarrow \begin{cases} JI \parallel AB \\ JI = AB \Rightarrow JI \parallel = MM' \Rightarrow JIMM' : \text{hình bình hành} \end{cases}$$

Suy ra G là trung điểm của IM'

$$MJ \Rightarrow \begin{cases} GM' = GI = IB' \\ GM = GJ = JB \end{cases} \Rightarrow G \dots \dots \dots \Delta ABC, \Delta A'B'C'$$

Bài 10:

Cho tam giác đều ABC , một đường thẳng song song với BC cắt AB, AC tại D và E . Gọi G là trọng tâm của tam giác ADE , I là trung điểm của CD . Tính số đo các góc tam giác BIG



Lời giải

- +) Qua C kẻ đường thẳng song song với BD cắt ED tại K
- +) $\diamond CBDK$ là hình bình hành nên KB cắt CD tại I
- +) $DG = EG$
- +) $GDK = GDB = 150^\circ$
- +) $\triangle KEC$ đều

$$\Rightarrow \begin{cases} KC = KE \\ KC = DB \end{cases} \Rightarrow KE = BD \Rightarrow \triangle GEK = \triangle GDB (cgc) \Rightarrow GK = GB \Rightarrow \triangle GBK \text{ cân}$$

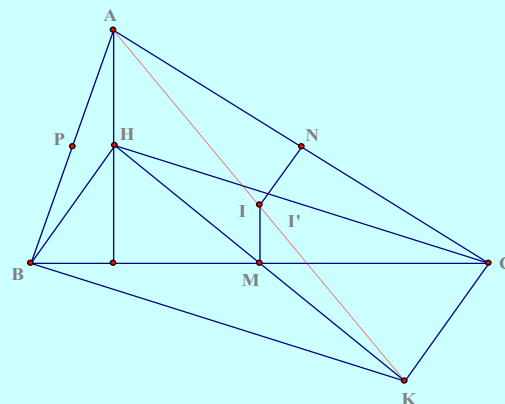
Suy ra GI là trung tuyến, đường cao

$$\Rightarrow GI \perp BK \Rightarrow GIB = 90^\circ; BGK = EDG = 120^\circ (\triangle AED: \text{đều}, G: \text{trọng tâm})$$

$$\Rightarrow GBK = GKB = 30^\circ (\triangle GKB: \text{cân tại } G) \Rightarrow BGI = 60^\circ.$$

Bài 11:

Cho tam giác ABC , H là trực tâm, I là giao điểm các đường trung trực, K là điểm đối xứng với H qua trung điểm BC . CMR K đối xứng với A qua I



Lời giải

M là trung điểm của BC và HK

$\Rightarrow \diamond BHCK$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \begin{cases} BH // CK \\ CH // BK \end{cases}; BH \perp AC \Rightarrow CK \perp AC; \begin{cases} BK // CH \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp BK$$

Gọi I' là trung điểm của AK

$\Rightarrow I'N$ là đường trung bình của tam giác $ACK \Rightarrow I'N // CK, I'N \perp AC$

Gọi P là trung điểm của $AB \Rightarrow I'P$ là đường trung bình của tam giác ABK

$\Rightarrow I'P // BK \Rightarrow I'P \perp AB$

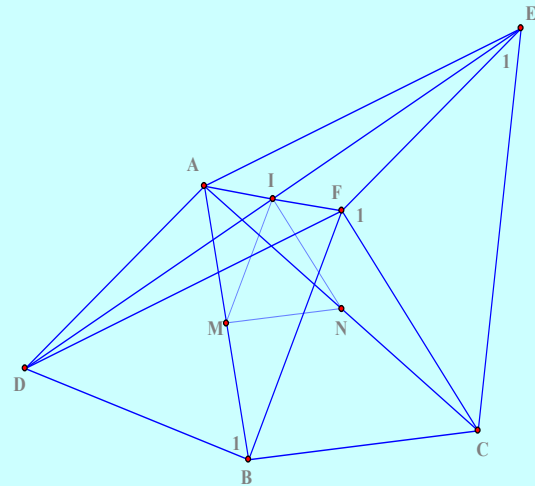
Có: $\left. \begin{array}{l} I'N : \text{trung trục} : AC \\ I'P \perp AB \Rightarrow I'P : \text{trung trục} : AB \end{array} \right\} \Rightarrow I \equiv I' \Rightarrow K \text{ đối xứng với } A \text{ qua } I.$

Bài 12:

Cho $\triangle ABC$, về phía ngoài tam giác vẽ các tam giác đều ABD, ACE . Gọi I, M, N lần lượt

là trung điểm của DE, AB, AC .

Chứng minh rằng $\triangle IMN$ đều



Lời giải

Dùng phương pháp phóng to tam giác IMN

Gọi F là điểm đối xứng với A qua $I \Rightarrow \diamond ADFE$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} FE = AD = BD \\ DF = AE = CE \end{cases}$

$$+) ADF = AEF \Rightarrow D_1 = E_1 (= 60^\circ - ADF) \Rightarrow \triangle FEC = BDF (cgc) \Rightarrow \begin{cases} BF = FC \\ F_1 = B_1 \end{cases}$$

$$+) BFC = 360^\circ - F_1 - BFD - DFE = 360^\circ - DBF - BFD - DFE = 360^\circ - (180^\circ - BDF) - (180^\circ - ADF)$$

$$= BDF + ADF = ADB = 60^\circ \Rightarrow \triangle BFC \text{ đều}$$

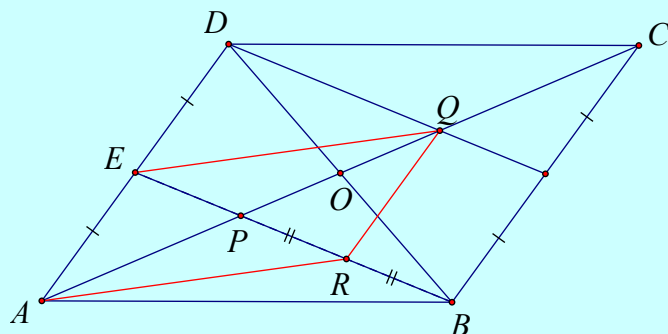
$$+) MI = \frac{1}{2}BF; NI = \frac{1}{2}FC; MN = \frac{1}{2}BC \Rightarrow MI = NI = MN \Rightarrow \Delta MNI \text{ đều}$$

Bài 13:

Cho hình bình hành $ABCD$, Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD, BC , đường chéo AC cắt BE, DF lần lượt tại P và Q , gọi R là trung điểm của đoạn thẳng BP . CMR:

a) $AP = PQ = QC$

b) Tứ giác $ARQE$ là hình bình hành



Lời giải

a, Trong ΔBCD có CO và DF là hai đường trung tuyến nên Q là trọng tâm

$$\Rightarrow OQ = \frac{1}{2}QC = \frac{1}{3}OC \quad (1)$$

Tương tự ΔABD có P là trọng tâm

$$\Rightarrow OP = \frac{1}{2}AP = \frac{1}{3}AO \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $AP = CQ$

$$\text{Ta lại có: } PQ = AC - AP - QC = AC - (2AP) = AC - \frac{2}{3}AO = AC - \frac{AC}{3} = \frac{2}{3}AC = AP$$

Vậy $AP = PQ = QC$

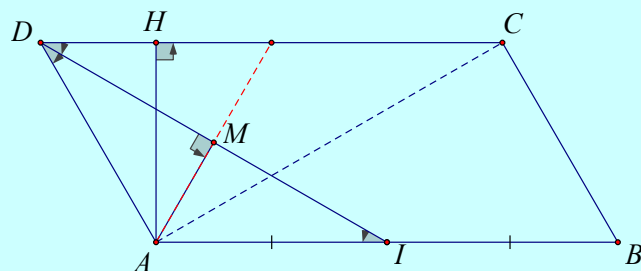
b) Vì P là trọng tâm ΔABD nên $EP = \frac{1}{2}PB = PR$

Tứ giác $ARQE$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên là hình bình hành.

Bài 14:

Cho hình bình hành $ABCD$ có $A = 120^\circ$, tia phân giác góc D đi qua trung điểm I của AB . Kẻ AH vuông góc với DC . CMR:

- a) $AB = 2AD$
- b) $DI = 2AH$
- c) AC vuông góc AD



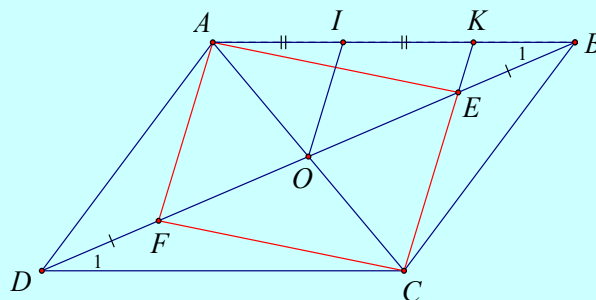
Lời giải

- a) $\triangle ADI$ cân tại đỉnh $A \Rightarrow AD = AI \Rightarrow AD = AI = \frac{1}{2} AB$
- b) Kẻ $\perp AH \perp DC, AM \perp DI \Rightarrow \triangle ADM = \triangle ADH \Rightarrow AH = DM = \frac{1}{2} DI$
- c) $\triangle ACD$ có $D = 60^\circ \Rightarrow CD = 2 \cdot AD \Rightarrow \triangle ADC$ vuông tại A

Bài 15:

Cho hình bình hành $ABCD$, lấy hai điểm E, F trên BD sao cho $BE = DF < \frac{BD}{2}$

- a) Chứng minh $AECF$ là hình bình hành
- b) Gọi K là giao điểm của CE và AB , I là trung điểm của AK , xác định vị trí điểm E sao cho $AI = IK = KB$



Lời giải

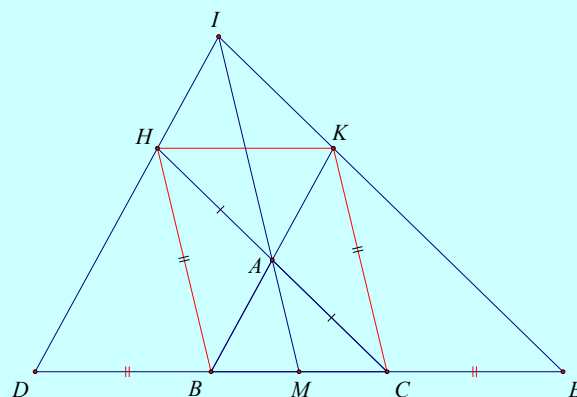
- a) Xét $\triangle ABE$ và $\triangle CDF$ ta có: $AB = CD, B_1 = D_1$ và $BE = CF$
 $\Rightarrow \triangle ABE = \triangle CDF (cgc) \Rightarrow AE = CF$

Chứng minh tương tự $AF = CE \Rightarrow \diamond AECF$ là hình bình hành

- b) Ta có $\begin{cases} OA = OC \\ AI = KI \end{cases} \Rightarrow OI \parallel CK$, khi đó $\begin{cases} BK = IK \\ KE \parallel IO \end{cases} \Rightarrow E$ là trung điểm OB

Bài 16:

Cho tam giác ABC , trên tia đối của tia BC , lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = BC = CE$, Qua D kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC ở H , qua E kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB ở K , chúng cắt nhau ở I



a) Tứ giác $BHKC$ là hình gì?

b) Tia IA cắt BC tại M . Chứng minh rằng $MB = MC$

c) Tìm điều kiện của $\triangle ABC$ để tứ giác $DHKE$ là hình thang cân

Lời giải

a) Tứ giác $BHKC$ là hình bình hành vì có 2 đường chéo BK và HC cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

b) Tứ giác $AHIK$ cũng là hình bình hành nên $AK \parallel IH$ và $AK = IH$

$AB \parallel IH; AB = IH \Rightarrow ABHI$ là hình bình hành

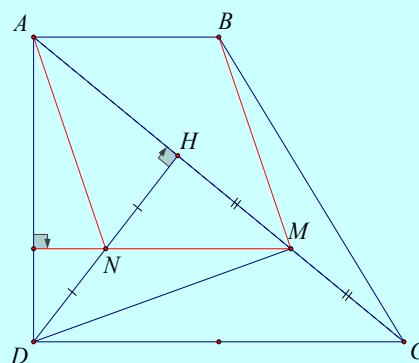
$\Rightarrow IA \parallel HB \Rightarrow AM$ là đường trung bình của $\triangle BCH \Rightarrow MB = MC$

c) Tứ giác $DHKE$ là hình thang vì $HK \parallel DE$

để là hình thang cân $\Rightarrow D = E$ hay $B = C \Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A

Bài 17:

Cho hình thang vuông $ABCD$ ($A = D = 90^\circ$), có $CD = 2AB$, gọi H là hình chiếu của D trên AC , M là trung điểm của HC . Chứng minh rằng $BMD = 90^\circ$



Lời giải

Gọi N là trung điểm của HD , ta có MN là đường trung bình $\Rightarrow MN = \frac{1}{2}DC, MN \parallel DC$

Mà $AB \parallel DC, AB = \frac{1}{2}DC$

nên $AB \parallel MN$ và $AB = MN \Rightarrow ABMN$ là hình bình hành $\Rightarrow AN \parallel BM$

$\triangle ADM$ có $DH \perp AM, MN \perp AD, AN \perp DM$

Khi đó $BMD = 90^\circ$

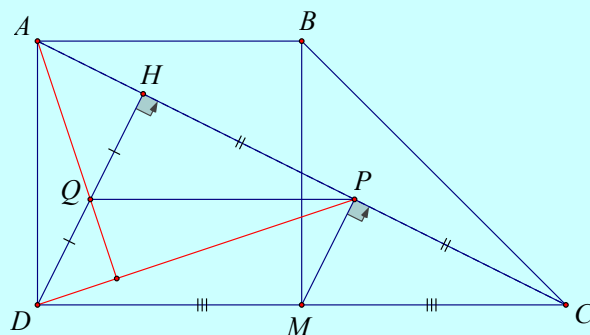
Bài 18:

Cho hình thang vuông $ABCD$, $A = D = 90^\circ$,
 $CD = 2AB = 2AD$. Gọi H là hình chiếu của
 D lên AC . Gọi M, N, P lần lượt là trung
điểm của CD, CH và DH

a) Chứng minh tứ giác $ABMD$ là hình
vuông và tam giác BCD là tam giác vuông
cân

b) Chứng minh $DMPQ$ là hình bình hành

c) Chứng minh $AQ \perp DP$



Lời giải

a) Chứng minh tứ giác $ABMD$ có 4 cạnh bằng nhau, lại có $A = 90^\circ$ nên $ABMD$ là hình vuông
 $\triangle BCD$ có $MB = MC = MD$ nên là tam giác vuông, lại có $BDC = 45^\circ$

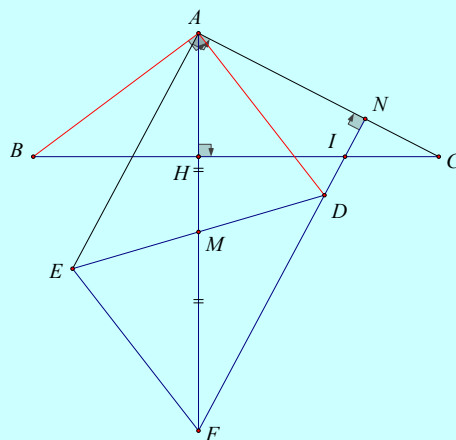
Do đó $\triangle BCD$ là tam giác vuông cân ở B

b) Tứ giác $DMPQ$ là hình bình hành vì có $PQ \parallel DM$ và $PQ = DM$

c) Chứng minh Q là trực tâm của $\triangle ADP$

Bài 19:

Cho tam giác ABC có góc A tù, $AC > AB$, H là chân đường cao hạ từ A , về phía trong góc BAC , dựng D và E sao cho AD vuông góc với AB , $AD = AB$, AE vuông góc với AC và $AE = AC$, M là trung điểm DE .
CMR: A, H, M thẳng hàng



Lời giải

Dựng hình bình hành $DAEF \Rightarrow M$ là trung điểm $AF \Rightarrow AE = DF$

Mà $AE \perp AC \Rightarrow DF \perp AC$

Ta có: $DAE + BAC = DAE + BAD + DAC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà: $DAE + ADF = 180^\circ \Rightarrow BAC = ADF$

$\triangle ADF = \triangle ABC$ (cgc) $\Rightarrow B = DAF; C = F$

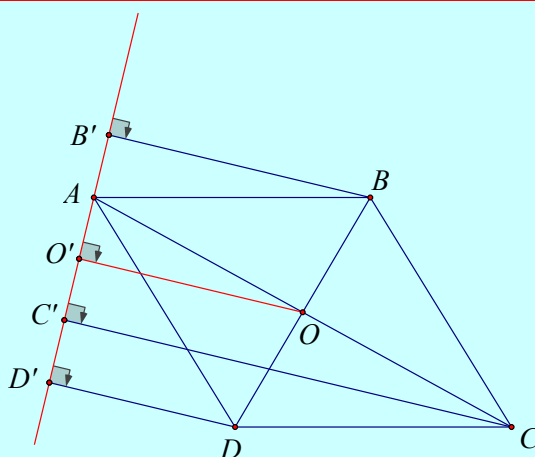
Gọi FD cắt BC tại I , cắt AC tại N và AF cắt BC tại H'

$$\Rightarrow \begin{cases} H'IF = NIC \text{ (d}^2\text{)} \\ C = F \end{cases} \Rightarrow IH'F = N = 90^\circ,$$

Hay $AF \perp BC$ tại $H \Rightarrow A, F, H$ thẳng hàng $\Rightarrow A, H, M$ thẳng hàng.

Bài 20:

Cho hình bình hành $ABCD$ có AB và BD cắt nhau tại O , Gọi (d) là đường thẳng đi qua A và không cắt đoạn BD , gọi BB', CC', DD' là khoảng cách từ B, C, D đến đường thẳng (d) , (B', C', D' nằm trên (d)).
Chứng minh rằng: $BB' + DD' = CC'$



Lời giải

Vẽ $OO' \perp d (O' \in d)$

Có OO' là đường trung bình nên $2OO' = BB' + DD'$ (1)

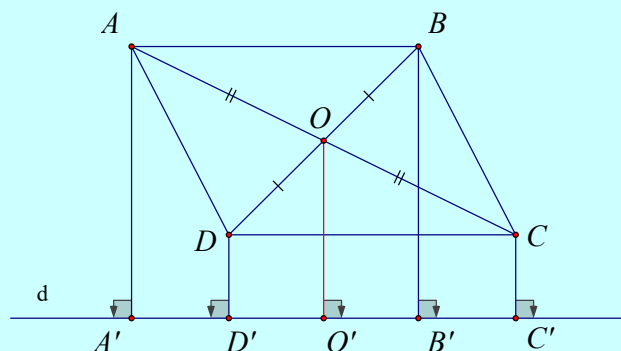
Tương tự $\Delta ACC'$ có OO' là đường trung bình nên $2OO' = CC'$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BB' + DD' = CC'$ (đpcm).

Bài 21:

Cho hình bình hành $ABCD$ và đường thẳng (d) nằm bên ngoài hình bình hành, Gọi A', B', C', D' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, D trên (d) .

CMR: $AA' + CC' = BB' + DD'$



Lời giải

Vì $ABCD$ là hình bình hành

Nên hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

Gọi O là giao của hai đường chéo AC và BD

O' là hình chiếu của O xuống (d)

Khi đó ta có OO' là đường trung bình của hình thang $AA'C'C$ nên $2OO' = AA' + CC'$ (1)

Tương tự OO' là đường trung bình của hình thang $DD'B'B$ nên $2OO' = DD' + BB'$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AA' + CC' = BB' + DD'$

Vậy $HM \perp BN \Rightarrow \Delta BMN$ có MH vừa là đường cao vừa là trung tuyến nên $MB = MN$

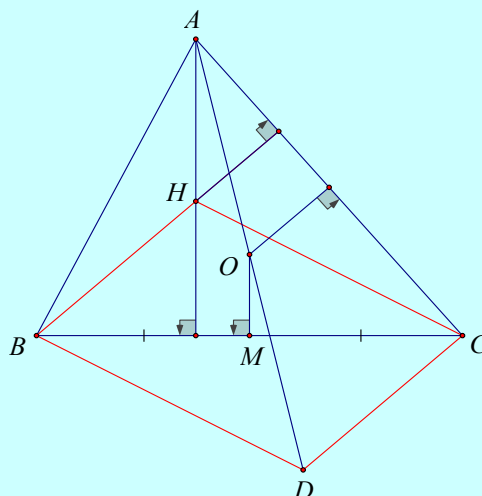
Bài 22:

Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn ($AB < AC$), gọi H là trực tâm, O là giao điểm của 3 đường trung trực của tam giác, D là điểm đối xứng của A qua O

a) CMR: Tứ giác $BHCD$ là hình bình hành

b) Gọi M là trung điểm của BC

Chứng minh rằng $AH = 2MO$



Lời giải

a) Từ $AO = OC = OD \Rightarrow$ chứng minh $\angle ACD = 90^\circ$,

Ta có $DC \perp AC, BH \perp AC$ (H là trực tâm $\triangle ABC$) $\Rightarrow BH \parallel CD$

Chứng minh tương tự ta cũng có $CH \parallel BD$

Vậy $BHCD$ là hình bình hành

b) M là trung điểm của $BC \Rightarrow M$ là trung điểm của DH

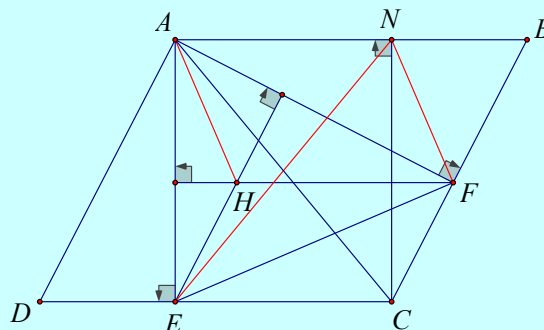
Mà O là trung điểm của AD

$\Rightarrow OM$ là đường trung bình của $\triangle ADH$

$\Rightarrow OM = \frac{1}{2} AH \Rightarrow AH = 2OM$

Bài 23:

Cho hình bình hành $ABCD$, Các đường cao AE và AF , biết $AC = 25\text{cm}, EF = 24\text{cm}$. Tính khoảng cách từ A đến trực tâm H của $\triangle AEF$



Lời giải

Kẻ CN vuông góc với AB

Tứ giác $EHFC$ có $EH \parallel CF, HF \parallel CE$ nên $EHFC$ là hình bình hành $\Rightarrow AN = HF (= EC)$

Tứ giác $ANFH$ có $AN = HF, AN \parallel HF$ nên là hình bình hành $\Rightarrow AH \parallel NF$

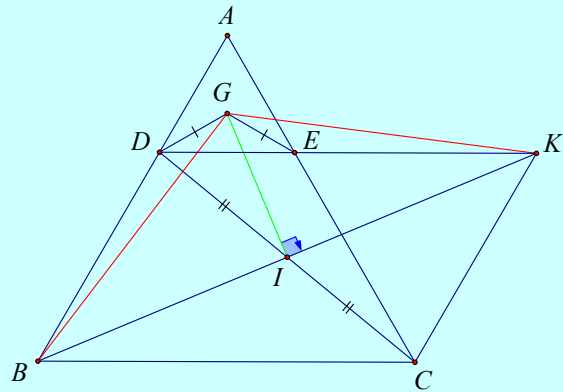
Lại có $AH \perp EF$ nên $NF \perp EF$

$\triangle EFN$ vuông tại F có $EF = 24cm, NE = AC = 25cm$

$\Rightarrow NF^2 = NE^2 - EF^2 = 25^2 - 24^2 = 49 \Rightarrow NF = 7 \Rightarrow AH = 7cm$

Bài 24:

Cho tam giác ABC đều, một đường thẳng $\parallel$ với BC cắt AB, AC ở D và E , gọi G là trọng tâm của tam giác ADE , I là trung điểm của CD , Tính số đo các góc của tam giác BIG



Lời giải

Qua C vẽ đường thẳng song song với BD , cắt DE tại K

Ta có $BDKC$ là hình bình hành $\Rightarrow B, I, K$ thẳng hàng

Chứng minh $\triangle BDG = \triangle GEK$ (cgc)

Đề $\triangle BGK$ cân tại G có $BGK = 120^\circ$,

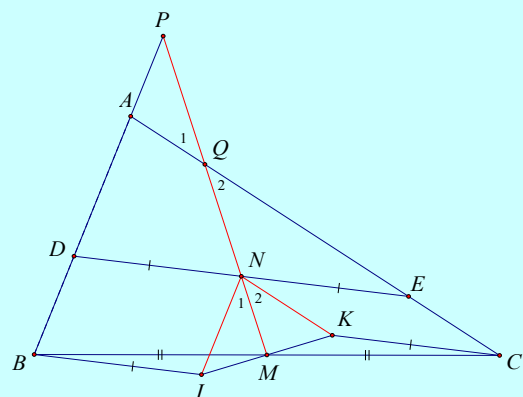
do đó các góc của $\triangle BIG$ lần lượt là $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$

Bài 25:

Cho $\triangle ABC$, D trên AB , E trên AC sao cho $BD = CE$, Gọi M, N là trung điểm của BC, DE , Vẽ các hình bình hành $BDNI$ và $CENK$

a) CMR: I, M, K thẳng hàng

b) MN cắt AC tại Q , cắt BA tại P



Chứng minh rằng ΔAPQ cân

Lời giải

a) Tứ giác $BDNI$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} BI // DN \\ BI = DN \end{cases} \Rightarrow BI // DE$

Tứ giác $NECK$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} KC // NE \\ KC = NE \end{cases} \Rightarrow KC // DE$

Từ đó ta có $CK // DE$ và $BI = CK \Rightarrow$ Tứ giác $BICK$ là hình bình hành

có M là trung điểm của BC

$\Rightarrow M$ đi qua trung điểm $IK \Rightarrow I, K, M$ thẳng hàng

b) Ta có $NI = BD, NK = CE$ mà $BD = CE \Rightarrow NI = NK \Rightarrow \Delta NIK$ cân tại N

Mà MN là đường trung tuyến $\Rightarrow NM$ là phân giác $\Rightarrow N_1 = N_2$

Lại có $NK // CQ \Rightarrow N_2 = Q_2$ (đồng vị)

và $NI // BD \Rightarrow N_1 = P$ (đồng vị)

$\Rightarrow Q_2 = P \Rightarrow Q_1 = Q_2$ (đối đỉnh) $\Rightarrow P = Q_1$. Vậy ΔAPQ cân tại A .