**TUYỂN TÂP BÀI TOÁN THỰC TẾ**

**ỨNG DỤNG ĐƯỜNG TRÒN**

**(CÓ BÀI GIẢI CHI TIẾT)**

**Bài 1:** Ở các nước xứ lạnh, vào mùa Đông thường có tuyết rơi dày đặc khắp các con đường, trẻ em tại đây rất thích đắp hình dạng của người tuyết. Có thể xem phần thân dưới và thân trên của người tuyết là hai hình cầu tiếp xúc nhau. Em hãy tính kích thước của hai viên tuyết cần đắp để được một người tuyết cao 1,8m biết rằng đường kính của phần thân dưới phải gấp đôi đường kính của phần thân trên người tuyết.



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Ta có: 1,8m = 180cm

⬩ Gọi r (cm) là bán kính của đường tròn nhỏ

 Đường kính của đường tròn nhỏ là 2r (cm) (r > 0)

 Đường kính của đường tròn lớn là: 2.2r = 4r (cm)

⬩ Ta có: 2r + 4r = 180 (vì (O) tiếp xúc với (O’))



⬩ Vậy để đắp người tuyết có chiều cao là 1,8m thì ta cần đắp hai quả cầu tuyết có đường kính lần lượt là 60cm và 120cm.

**Bài 2:** Một vệ tinh nhân tạo địa tĩnh chuyển động theo quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất một khoảng , tâm quỹ đạo vệ tinh trùng với tâm O của Trái Đất. Vệ tinh phát tính hiệu vô tuyến theo đường thẳng đến một vị trí trên mặt đất. Hỏi vị trí xa nhất trên Trái Đất có thể nhận tín hiệu từ vệ tinh này cách vệ tinh một khoảng là bao nhiêu km? (ghi kết quả gần đúng chính xác đến hàng đơn vị). Biết rằng Trái Đất được xem như một hình cầu có bán kính 6400km.



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Ta có: CO = CE + EO = 36000 + 6400 = 42400km

⬩ Xét ∆COA vuông tại A (vì CA là tiếp tuyến của (O) nên CA  OA)

 (định lí Pytago)





⬩ Vậy vị trí xa nhất trên Trái Đất có thể nhận tín hiệu của vệ tinh cách vệ tinh khoảng 41914,2km

**Bài 3:** Khí cầu là một túi đựng không khí nóng, thường có khối lượng riêng nhỏ hơn không khí xung quanh và nhờ vào lực đẩy Ác-si-mét có thể bay lên cao. Giả sử có thể xem khinh khí cầu là một khối cầu và các dây nối sẽ tiếp xúc với khối cầu này. Hãy tính chiều dài của các dây nối để khoảng cách từ buồng lái đến điểm thấp nhất của khí cầu là 8m. Biết rằng bán kính của khối cầu này là 10m.



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Ta có: OB = OC = OD = R = 10m

 OA = AD + DO = 8 + 10 = 18m

⬩ Xét ∆ABO vuông tại B (vì AB là tiếp tuyến của (O))

 (định lí Pytago)





⬩ Vậy chiều dài của các dây nối thỏa yêu cầu bài toán là 15m.

**Bài 4:** Người ta muốn xây dựng một cây cầu bắc qua một hồ nước hình tròn có bán kính 2km. Hãy tính chiều dài của cây cầu để khoảng cách từ cây cầu đến tâm của hồ nước là 1732m.



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Ta có: OA = OB = 2km (gt)

⬩ Gọi H là trung điểm của AB, dây AB không qua tâm O

 OH  AB tại H (liên hệ giữa đường kính và dây cung)

 OH = 1732m = 1,732km (gt)

⬩ Xét ∆OHA vuông tại H

 (định lý Pytago)





⬩ Ta có:  (vì H là trung điểm của AB)

⬩ Vậy chiều dài của cây cầu là khoảng 2km.

**Bài 5:** Một bánh xe có dạng hình tròn bán kính 20cm lăn đến bức tường hợp với mặt đất một góc 600. Hãy tính khoảng cách ngắn nhất từ tâm bánh xe đến góc tường.



**Bài giải:**

⬩ Khi bánh xe chạm tới bức tường thì không thể di chuyển vào thêm được nữa. Điều này có nghĩa khoảng cách của tâm bánh xe đến góc tường ngắn nhất là khi bánh xe tiếp xúc với bức tường và mặt đất.

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Ta có: OB = OC = 20cm (gt)

 (gt)

 (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

⬩ Xét ∆OAB vuông tại B (vì AB tiếp tuyến của (O) nên AB  OB)

 (tỉ số lượng giác góc nhọn)



⬩ Vậy khoảng cách ngắn nhất từ tâm bánh xe đến góc tường là 40cm.

**Bài 6:** Đường hầm vượt eo biển Măng-sơ nối hai nước Anh và Pháp có chiều dài khoảng 51km. Giả sử rằng vị trí hai đầu đường hầm thuộc Anh và Pháp nằm trên cùng một kinh tuyến ở bề mặt Trái Đất (Trái Đất được xem như một hình cầu có bán kính 6400km). Hãy tính độ sâu nhất của đường hầm so với bề mặt Trái Đất.



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Ta có: AP = 51km, OP = 6400km (gt)

⬩ Kẻ OH  AP tại C

 C là trung điểm của AP (liên hệ giữa đường kính và dây cung)



⬩ Xét ∆OCP vuông tại C

 (tỉ số lượng giác của góc nhọn)



⬩ Và:  (tỉ số lượng giác của góc nhọn)





⬩ Vậy độ sâu nhất của đường hầm so với bề mặt Trái Đất là 531km.

**Bài 7:** Một quả cầu gỗ có bán kính là R = 5cm được đặt trên một cái đế bằng gỗ có dạng là một nửa mặt cầu bán kính bằng . Hãy tính khoảng cách từ mặt đất đến điểm cao nhất của mặt cầu gỗ.



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Gọi H là trung điểm của AB và dây AB không qua tâm O

 OH  AB (liên hệ giữa đường kính và dây cung)

⬩ Ta có:  (vì AB là đường kính)

⬩ Xét ∆OAB có: OA = OB = AB = R

 ∆OAB đều

 hay 

⬩ Xét ∆AHO vuông tại H

 (tỉ số lượng giác góc nhọn)





⬩ Vậy chiều cao của quả cầu gỗ là 11,83cm.

**Bài 8:** Dây Cu-roa là một trong những bộ truyền được sử dụng rộng rãi trong công nghiệp. Chiều dài dây cu-roa được xác định theo công thức:



Trong đó:

L: Chiều dài dây cu-roa.

a: Khoảng cách tâm của 2 pu-ly.

: Đường kính của pu-ly 1 (hình tròn nhỏ màu vàng)

: Đường kính của pu-ly 2 (hình tròn lớn màu vàng)



Cho 

a) Tính chiều dài của dây cu-roa.

b) Gọi AB là chiều dài một đoạn dây cu-roa, trong đó A, B lần lượt là tiếp điểm trên của dây cu-roa với 2 đường tròn tạo bởi mặt cắt của 2 pu-ly. Tính AB.

**Bài giải:**

a) Thay d1 = 10, d2 = 20, a = 60 vào công thức , ta được:



b) ⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Vẽ O’C vuông góc với OB (C thuộc OB)

⬩ Xét tứ giác CABO’ có:  (vì AB là tiếp tuyến chung của (O), (O’) và O’C  OB)

 Tứ giác O’ABC là hình chữ nhật

 AC = BO’

 OC = OA – AC = OA – O’B = R – r = 20 – 10 = 10cm

⬩ Xét ∆OCO’ vuông tại C

 (định lý Pytago)

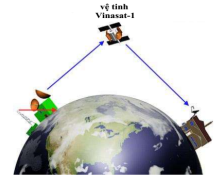




 (vì O’ABC là hình chữ nhật)

**Bài 9:** Vinasat-1 là vệ tinh viễn thông địa tĩnh đầu tiên của Việt Nam được phóng vào vũ trụ lúc 22 giờ 17 phút ngày 18 tháng 4 năm2008 (giờ UTC). Dự án vệ tinh Vinasat-1 đã khởi động từ năm 1998 với tổng mức đầu tư là khoảng hơn 300 triệu USD. Việt Nam đã tiến hành đàm phán với 27 quốc gia và vùng lãnh thổ để có được vị trí 132 độ Đông trên quỹ đạo địa tĩnh.

Hãy tìm khoảng cách từ vệ tinh Vinasat-1 đến mặt đất. Biết rằng khi vệ tinh phát tín hiệu vô tuyến đến một điểm xa nhất trên mặt đất thì từ lúc phát tín hiệu đến mặt đất cho đến lúc vệ tinh thu lại được tín hiệu phản hồi mất khoảng thời gian là 0,28s. Trái đất được xem như một hình cầu có bán kính khoảng 6400km. (ghi kết quả gần đúng chính xác đến hàng đơn vị), giả sử vận tốc sóng vô tuyến là 3.108 m/s.



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Do thời gian từ lúc truyền tín hiệu đến lúc nhận lại tín hiệu là 0,28s, nên thời gian tín hiệu truyền từ A đến M là: 0,28 : 2 = 0,14 (s)

⬩ Độ dài đoạn AM cũng là quãng đường tín hiệu truyền đi được trong 0,14s.

S = AM = v.t = 3.108.0,14 = 42.106m = 42000km

⬩ Vị trí xa nhất trên trái đất có thể nhận tín hiệu từ vệ tinh là vô số điểm M (với AM là tiếp tuyến kẻ từ A đến đường tròn tâm O)

⬩ Vì AM là tiếp tuyến (O)  tại M

⬩ Xét tam giác vuông AMO, áp dụng định lý Py-ta-go ta có:

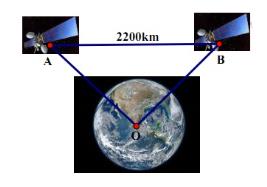




⬩ Khoảng cách từ vệ tinh Vinasat-1 đến mặt đất là độ dài đoạn AH:



**Bài 10:** Sóng cực ngắn có tần số 30 - 30000MHz. Năng lượng rất lớn, không bị tầng điện ly hấp thụ, truyền đi rất xa (> 2200km) theo đường thẳng. Dùng trong thông tin liên lạc vũ trụ, ra đa và truyền hình. Tại một thời điểm có hai vệ tinh đang ở hai vị trí A và B cùng cách mặt đất 230km, một tín hiệu (truyền bằng sóng cực ngắn) được truyền đi từ vệ tinh A truyền đến vệ tinh B theo phương AB. Hỏi vệ tinh B có nhận được tín hiệu đó không? Biết khoảng cách giữa A và B theo đường thẳng là 2200km và bán kính Trái Đất là 6400km.



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Kẻ 

⬩ Gọi M, N lần lượt là giao điểm của OA, OB với đường tròn (O).

⬩ Ta có:  (gt)





⬩  có OA = OB nên là tam giác cân tại O.

 vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến.

 H là trung điểm AB.



⬩ Ta có: ∆AOH vuông tại H

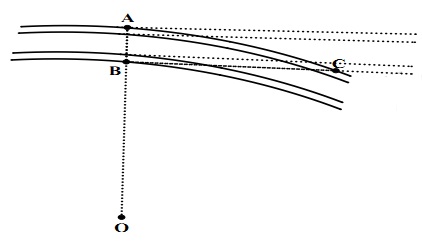
 (định lý Pytago)





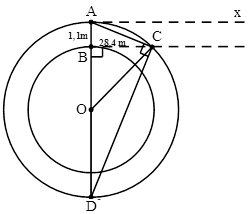
⬩ Do  nên vệ tinh ở vị trí B có thể nhận được tín hiệu do vệ tinh ở vị trí A truyền tới theo phương AB.

**Bài 11:** Để giúp xe lửa chuyển từ một đường ray từ hướng này sang một đường ray theo hướng khác, người ta làm xen giữa một đoạn đường ray hình vòng cung (hình bên). Biết chiều rộng của đường ray là , đoạn . Hãy tính bán kính OA = R của đoạn đường ray hình vòng cung?



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Thanh ray trùng với BC tiếp xúc với đường tròn (O, OB) tại B nên là tiếp tuyến của đường tròn (O, OB) 

⬩ OA cắt đường tròn (O, OA) tại điểm D  

⬩ ∆ACD nội tiếp đường tròn (O, OA) có đường kính AD nên là tam giác vuông tại C.

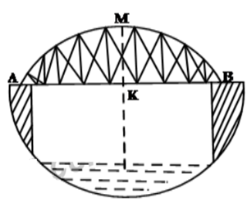
⬩ Xét ∆ACD vuông tại C, đường cao BC, ta có:

 (hệ thức lượng trong tam giác vuông)





**Bài 12:** Một chiếc cầu được thiết kế như hình bên dưới có độ dài AB = 40m, chiều cao MK = 3m. Hãy tính bán kính của đường tròn chứa cung AMB, (MK đi qua tâm của đường tròn chứa cung AMB)

**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Gọi đường tròn (O; R) là đường tròn chứa cung AMB (như hình vẽ)

⬩ Do MK là chiều cao  MK  AB tại K

⬩ Gọi MN là đường kính của đường tròn (O)

⬩ MK đi qua tâm O  N, O, K, M thẳng hàng

⬩ MN  AB tại K  K là trung điểm AB



⬩ Ta có: ΔAMN nội tiếp đường tròn (O), có cạnh MN là đường kính

 ΔAMN vuông tại A

⬩ Xét ΔKAN và ΔKMA, ta có:



 (vì cùng phụ góc AMN)

 ΔKAN ∽ ΔKMA (g.g)





⬩ Vậy bán kính của đường tròn chứa cung AMB là 68,17m

**Bài 13:** Một ngọn đèn hải đăng cao 85m đặt tại bờ biển có góc nâng của đèn không quá 850 so với phương thẳng đứng. Biết rằng ánh sáng của ngọn đèn hải đăng phát ra xem như một đường thẳng và đèn có thể xoay tròn xung quanh ngọn hải đăng. Một cây cầu bắc qua biển (rất dài) cách ngọn đèn hải đăng 750m. Hỏi ánh sáng của ngọn đèn hải đăng có chiếu sáng được một đoạn của chiếc cầu hay không? Nếu có hãy tính độ dài đoạn cầu được chiếu sáng đó.



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Xét ∆OBC vuông tại O

 (tỉ số lượng giác góc nhọn)



⬩ Ta có: 971,6 > 750 do đó đèn chiếu sáng được một đoạn của chiếc cầu

⬩ Xét ∆OHD vuông tại H

 (định lý Pytago)







⬩ Vậy độ dài đoạn cầu được chiếu sáng là khoảng 1235,4m.

**Bài 14:** Ở một nước nọ, có một hòn đảo hình tròn ở ngoài biển. Hãy xác định vị trí để làm một cái cầu AB (A là một điểm trên đất liền, B là một điểm trên đảo) sao cho độ dài của cây cầu là ngắn nhất.



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Xét 3 điểm O, A, B ta có:  (bất đẳng thức tam giác)

Vì OH  AB nên OA  OH (quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên)

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi A  H và B nằm giữa A và O

⬩ Vậy để độ dài của chiếc cầu là ngắn nhất, ta đặt vị trí của A và B như sau: A là hình chiếu của O lên d, B là giao điểm của OH và (O)

**Bài 15:** Hai hòn đảo xem như hình tròn có khoảng cách từ tâm hòn đảo này đến tâm hòn đảo kia là khoảng 950m. Biết rằng đảo lớn có bán kính khoảng 500m, còn đảo nhỏ có bán kính khoảng 200m. Người ta cần xây dựng một cây cầu bắc từ đảo này sang đảo kia. Em hãy chọn vị trí để xây cây cầu sao cho chiều dài cây cầu là ngắn nhất, khi đó hãy tính chiều dài này.



**Bài giải:**

⬩ Hình vẽ minh họa bài toán:



⬩ Xét 3 điểm O’, A, B ta có: 

Xét 3 điểm O’, O, A ta có: 



Dấu “=” xảy ra khi O, A, B, O’ thẳng hàng theo thứ tự đó

⬩ Vậy ta nên đặt cầu trên đoạn nối tâm của hai đảo thì cây cầu sẽ có chiều dài ngắn nhất là 150m.