

Câu 1. (1,5 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho

Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 3$.

a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $x^2 - 8x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2

Tính giá trị $A = x_1^2 + x_2^2$; $B = \frac{2x_1}{x_2} + \frac{2x_2}{x_1} - x_1^2 x_2^2$

Câu 3. (1 điểm). Số cân nặng lý tưởng ứng với chiều cao được tính theo công thức:

$$M = T - 100 - \frac{T - 150}{N}$$

Trong đó: M là cân nặng tính theo kg

T là chiều cao tính theo cm

$N = 4$ nếu là nam

$N = 2$ nếu là nữ

a) Nếu bạn nữ cao $1,58m$. Hỏi cân nặng lý tưởng của bạn đó là bao nhiêu?

b) Giả sử một bạn nam nặng $65kg$. Hỏi cân nặng lý tưởng của bạn đó là bao nhiêu?

Câu 4. (1 điểm). Một cây kem có phần bánh hình nón, người ta đựng đầy kem trong phần bánh và thêm một nửa hình cầu kem phía trên (xem hình). Đường kính của hình tròn đáy (phía bên trong bánh hình nón) là $4cm$ và độ dài đường sinh bên trong hình nón là $8cm$.

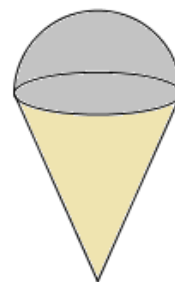
Tính thể tích của phần kem.

Cho biết: Thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

(Với R : bán kính đường tròn đáy; h : chiều cao hình nón)

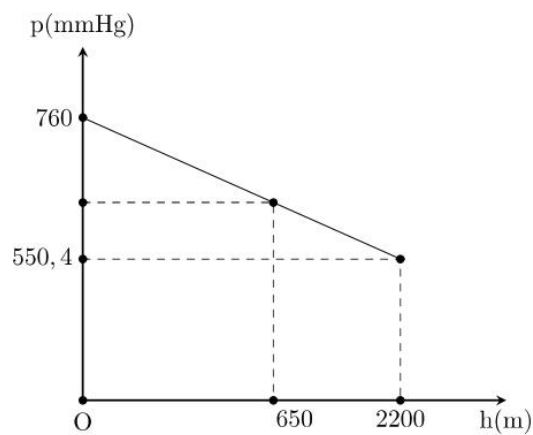
Thể tích hình cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

(Với R : bán kính hình cầu)



Câu 5. (0,75 điểm). Một người mua hai loại mặt hàng A và B . Nếu tăng giá mặt hàng A thêm 10% và mặt hàng B thêm 20% thì người đó phải trả 232 nghìn đồng. Nhưng nếu giảm giá cả hai mặt hàng 10% thì người đó phải trả tất cả 180 nghìn đồng. Tính giá tiền mỗi loại lúc đầu?

Câu 6. (1 điểm). Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm. Ví dụ các khu vực ở thành phố Hồ Chí Minh đều có độ cao sát mực nước biển nên có áp suất khí quyển là $p = 760 \text{ mmHg}$; còn ở thành phố Puebla, Mexico có độ cao $h = 2200 \text{ m}$ so với mực nước biển thì áp suất khí quyển là $p = 550,4 \text{ mmHg}$. Với những độ cao không lớn lắm thì ta có công thức tính áp suất khí quyển tương ứng với độ cao so với mực nước biển là một hàm số bậc nhất $p = ah + b (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



- Xác định hệ số a và b .
- Hỏi cao nguyên Lâm Đồng có độ cao 650 m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu mmHg ? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 7. (0,75 điểm). Để hòa chung với không khí World Cup, ở một thành phố tổ chức giải bóng đá lứa tuổi THCS bao gồm 32 đội tham gia chia thành 8 bảng. Ở vòng bảng, 2 đội có thứ hạng cao nhất sẽ được đi tiếp vào vòng trong (vòng loại trực tiếp). Thắng được 3 điểm, hòa được 1 điểm, thua 0 điểm. Nếu hai đội cùng điểm sẽ so hiệu số bàn thắng – thua. Ở bảng A , đội D của bạn An nằm trong bảng hạt giống sau 2 lượt đấu số hạng như sau :

- Đội A : 4 điểm
- Đội B : 2 điểm
- Đội C : 2 điểm
- Đội D : 1 điểm

Ở lượt đấu diễn ra song song 2 trận $A-C$ và $B-D$. Các em hãy tính xác suất vào vòng trong của đội D biết rằng đội D luôn có hiệu số bàn thắng thấp nhất ?

Xác suất = (số khả năng vào vòng trong): (số khả năng xảy ra). 100%

Câu 8. (3 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$. Từ điểm A bên ngoài đường tròn kẻ các tiếp tuyến AB, AC (B, C là tiếp điểm của (O)) và cát tuyến ADE không qua tâm (D nằm giữa A và E , AE cắt đoạn thẳng OB). Gọi I là trung điểm của DE .

- a) Chứng minh 5 điểm A, B, I, O, C cùng thuộc 1 đường tròn
- b) BC cắt AE tại K . Chứng minh $AB^2 = AK.AI$
- c) Từ D vẽ $DJ // AB$ (J thuộc BC). Chứng minh $IJ // EB$.

----HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho

Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 3$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	0	1
$y = 2x + 3$	3	5

- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 = 2x + 3$$

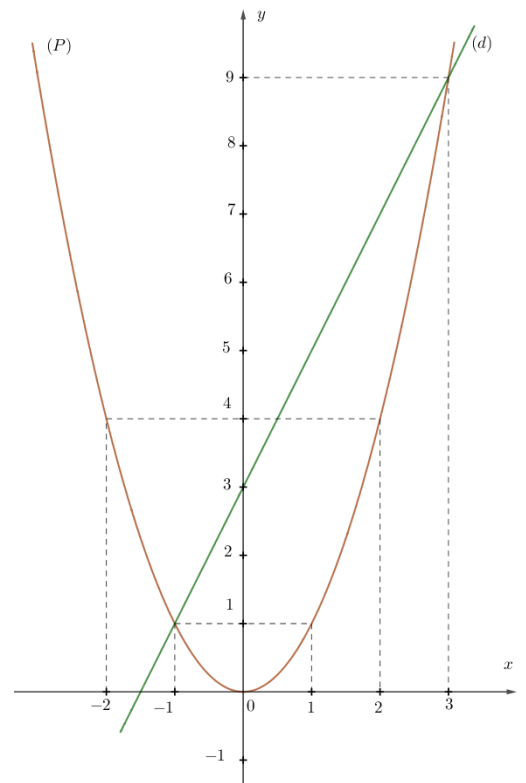
$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Thay $x = -1$ vào $y = x^2$, ta được: $y = (-1)^2 = 1$.

Thay $x = 3$ vào $y = x^2$, ta được: $y = 3^2 = 9$.

Vậy $(-1; 1)$, $(3; 9)$ là hai giao điểm cần tìm.



Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $x^2 - 8x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Tính giá trị $A = x_1^2 + x_2^2$; $B = \frac{2x_1}{x_2} + \frac{2x_2}{x_1} - x_1^2 x_2^2$

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4.1.(-3) = 76 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{8}{1} = 8 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{3}{1} = -3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 8^2 - 2 \cdot (-3) = 70$$

$$\text{Ta có: } B = \frac{2x_1}{x_2} + \frac{2x_2}{x_1} - x_1^2x_2^2 = \frac{2(x_1^2 + x_2^2)}{x_1x_2} - x_1^2x_2^2 = \frac{2 \cdot 70}{-3} - (-3)^2 = \frac{-167}{3}$$

Câu 3. (1 điểm). Số cân nặng lý tưởng ứng với chiều cao được tính theo công thức:

$$M = T - 100 - \frac{T - 150}{N}$$

Trong đó: M là cân nặng tính theo kg

T là chiều cao tính theo cm

$N = 4$ nếu là nam

$N = 2$ nếu là nữ

- a) Nếu bạn nữ cao $1,58m$. Hỏi cân nặng lý tưởng của bạn đó là bao nhiêu?
b) Giả sử một bạn nam nặng $65kg$. Hỏi cân nặng lý tưởng của bạn đó là bao nhiêu?

Lời giải

- a) Nếu bạn nữ cao $1,58m$. Hỏi cân nặng lý tưởng của bạn đó là bao nhiêu?

$$\text{Thay } T = 158, N = 2 \text{ vào công thức, ta có } M = 158 - 100 - \frac{158 - 150}{2} = 54kg$$

- b) Giả sử một bạn nam nặng $65kg$. Hỏi cân nặng lý tưởng của bạn đó là bao nhiêu?

$$\text{Thay } M = 65, N = 4 \text{ vào công thức, ta có } 65 = T - 100 - \frac{T - 150}{4}$$

$$\Leftrightarrow 65 = \frac{4T - 400 - T + 150}{4}$$

$$\Leftrightarrow 260 = 3T - 250$$

$$\Leftrightarrow T = 170cm$$

Câu 4. (1 điểm). Một cây kem có phần bánh hình nón, người ta đựng đầy kem trong phần bánh và thêm một nửa hình cầu kem phía trên (xem hình). Đường kính của hình tròn đáy (phía bên trong bánh hình nón) là $4cm$ và độ dài đường sinh bên trong hình nón là $8cm$.

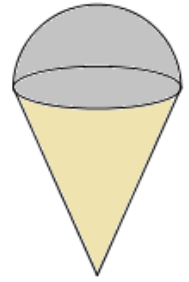
Tính thể tích của phần kem.

Cho biết: Thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

(Với R : bán kính đường tròn đáy; h : chiều cao hình nón)

Thể tích hình cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

(Với R : bán kính hình cầu)



Lời giải

Chiều cao hình nón: $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}cm$

Thể tích phần kem trong bánh: $V_1 = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi 4^2 \cdot 4\sqrt{3} = \frac{64\pi\sqrt{3}}{3}cm^3$

Thể tích phần kem hình cầu: $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 4^3 = \frac{256\pi}{3}cm^3$

Thể tích phần kem: $V = V_1 + V_2 = \frac{256\pi}{3} + \frac{64\pi\sqrt{3}}{3} \approx 384cm^3$

Câu 5. (0,75 điểm). Một người mua hai loại mặt hàng A và B . Nếu tăng giá mặt hàng A thêm 10% và mặt hàng B thêm 20% thì người đó phải trả 232 nghìn đồng. Nhưng nếu giảm giá cả hai mặt hàng 10% thì người đó phải trả tất cả 180 nghìn đồng. Tính giá tiền mỗi loại lúc đầu?

Lời giải

Gọi x (nghìn đồng) là giá tiền mặt hàng A $x > 0$

Gọi y (nghìn đồng) là giá tiền mặt hàng B $y > 0$

Nếu tăng giá A thêm 10% và B thêm 20% thì người đó phải trả 232 nghìn đồng

$$\Rightarrow 1,1x + 1,2y = 232 \quad (1)$$

Nếu giảm giá cả hai mặt hàng 10% thì người đó phải trả tất cả 180 nghìn đồng

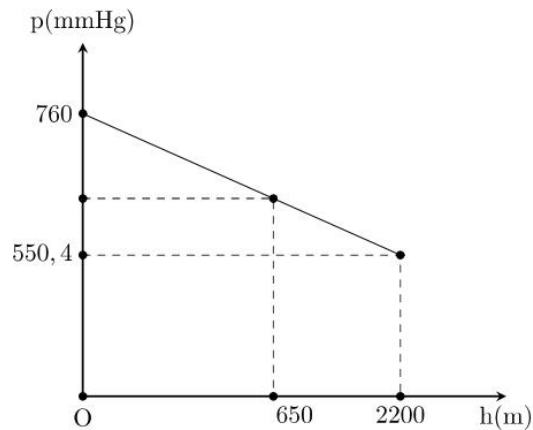
$$\Rightarrow 0,9x + 0,9y = 180 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \text{Ta có hệ phương trình} \begin{cases} 1,1x + 1,2y = 232 \\ 0,9x + 0,9y = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80(n) \\ y = 120(n) \end{cases}$$

Vậy Giá tiền mặt hàng A là 80 nghìn đồng

Giá tiền mặt hàng B là 120 nghìn đồng

Câu 6. (1 điểm). Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm. Ví dụ các khu vực ở thành phố Hồ Chí Minh đều có độ cao sát mực nước biển nên có áp suất khí quyển là $p = 760 \text{ mmHg}$; còn ở thành phố Puebla, Mexico có độ cao $h = 2200 \text{ m}$ so với mực nước biển thì áp suất khí quyển là $p = 550,4 \text{ mmHg}$. Với những độ cao không lớn lắm thì ta có công thức tính áp suất khí quyển tương ứng với độ cao so với mực nước biển là một hàm số bậc nhất $p = ah + b (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



- Xác định hệ số a và b .
- Hỏi cao nguyên Lâm Đồng có độ cao 650 m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu mmHg ? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

- Xác định các hệ số a và b .

Theo đề bài, ta có:

$$\text{Với } \begin{cases} h = 0 \\ p = 760 \end{cases} \Rightarrow 760 = 0.a + b. \quad (1)$$

$$\text{Với } \begin{cases} h = 2200 \\ p = 550,4 \end{cases} \Rightarrow 550,4 = 2200.a + b. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 0a + b = 760 \\ 2200a + b = 550,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{131}{1375} \\ b = 760 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } a = -\frac{131}{1375}, b = 760 \text{ và } p = -\frac{131}{1375}h + 760.$$

- Hỏi cao nguyên Lâm Đồng có độ cao 650 m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu mmHg ? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

$$\text{Áp suất tại cao nguyên Lâm Đồng có chiều cao } 650 \text{ m: } p = -\frac{131}{1375}.650 + 760 \approx 698,1 \text{ mmHg}$$

Câu 7. (0,75 điểm). Để hòa chung với không khí World Cup, ở một thành phố tổ chức giải bóng đá lứa tuổi THCS bao gồm 32 đội tham gia chia thành 8 bảng. Ở vòng bảng, 2 đội có thứ hạng cao nhất sẽ được đi tiếp vào vòng trong (vòng loại trực tiếp). Thắng được 3 điểm, hòa được 1 điểm, thua 0 điểm. Nếu hai đội cùng điểm sẽ so hiệu số bàn thắng – thua. Ở bảng A, đội D của bạn An nằm trong bảng hạt giống sau 2 lượt đấu số hạng như sau :

- Đội A: 4 điểm
- Đội B: 2 điểm
- Đội C: 2 điểm
- Đội D: 1 điểm

Ở lượt đấu diễn ra song song 2 trận A-C và B-D. Các em hãy tính xác suất vào vòng trong của đội D biết rằng đội D luôn có hiệu số bàn thắng thấp nhất ?

Xác suất = (số khả năng vào vòng trong): (số khả năng xảy ra). 100%

Lời giải

Số khả năng xảy ra là 9

Số khả năng Phụng Hoàng vào là 2

TH₁: A thắng C và B thua D: D vào.

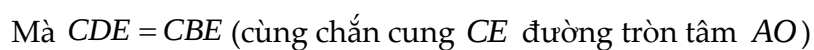
TH₂: A hòa C và B thua D: D vào.

Vậy xác suất để đội D được vào vòng trong là $\frac{2}{9} \cdot 100\% \approx 22,2\%$.

Câu 8. (3 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$. Từ điểm A bên ngoài đường tròn kẻ các tiếp tuyến AB, AC (B,C là tiếp điểm của (O)) và cát tuyến ADE không qua tâm (D nằm giữa A và E, AE cắt đoạn thẳng OB). Gọi I là trung điểm của DE.

- a) Chứng minh 5 điểm A,B,I,O,C cùng thuộc 1 đường tròn
- b) BC cắt AE tại K. Chứng minh $AB^2 = AK \cdot AI$
- c) Từ D vẽ $DJ \parallel AB$ (J thuộc BC). Chứng minh $IJ \parallel EB$

Lời giải



Suy ra $CJI = CBE$

$\Rightarrow IJ // BE$ (2 góc đồng vị bằng nhau)

---HẾT---